GeoTerva

岩土工程课程讲义 · 侧向土压力

地震作用下的被动土压力

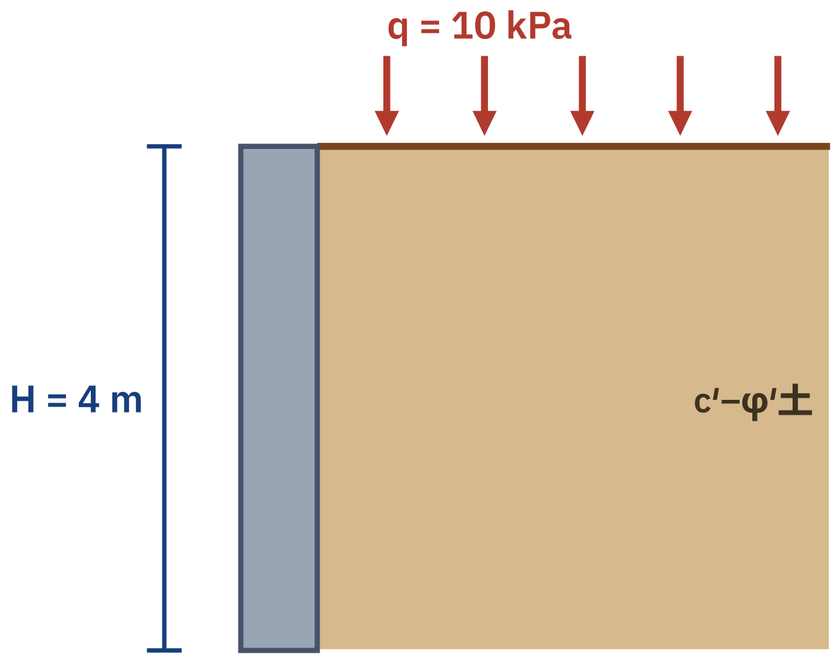
讲义：地震作用下墙前土体被动抗力的拟静力计算（Subba Rao和Choudhury 2005）：系数$K_{p\gamma(e)}$、$K_{pq(e)}$、$K_{pc'(e)}$，k_V，土层、水和超载；每个主题均配有工程算例。

$$P_{pe} = [\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$$

Subba Rao – Choudhury

k_h和k_V

土层 · 水 · 超载



引言

本讲内容

地震时被动抗力**为何减小**：土楔的惯性力协助土体脱离墙体

用**三个系数**计算被动土压力合力：$P_{pe} = [\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$

系数的**图表**（$\varphi' = 10–40°$，$\delta'/\varphi' = 0.5$和1，$k_v = 0$与k_h），以及中间值的读取方法

确定合力的作用位置（H/3和H/2）及方向（与法线夹角δ'）

k_v、**水**（受约束或自由）、各土层及超载的影响

图表终止处的**k_h界限**，以及模块在此停止计算的原因

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

各力均按墙的单位长度计(kN/m)；墙背竖直，地表水平；k_v向上为正，$0 \le k_v \le k_h$。

Subba Rao和Choudhury (2005)

理论

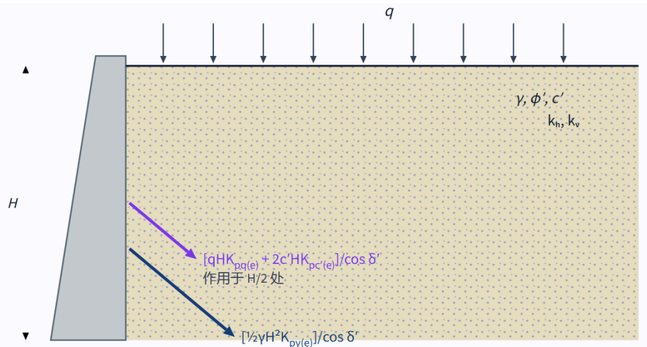
地震时，墙前楔体的惯性力有助于将土体推离墙体；**被动抗力降低。**Subba Rao和Choudhury借助力$k_h W$和$k_v W$，将曲线滑裂面（螺旋线 + 直线段）被动土压力的极限平衡加以推广（竖直墙、水平c′–φ′填土、地面超载q、墙面摩擦δ′、黏着力c'_a）：

$$P_{pe} = \left[\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}\right]\frac{1}{\cos\delta'}$$

三个系数是**垂直**于墙面的分量，因此要除以cos δ′。γ部分作用于H/3处，q和c′部分作用于H/2处：

$$\bar{z} = \frac{P_\gamma\,(H/3) + (P_q + P_{c'})\,(H/2)}{P_{pe}}$$

> 该力自墙面法线**向下**倾斜δ′。



图表及中间值的读取

理论

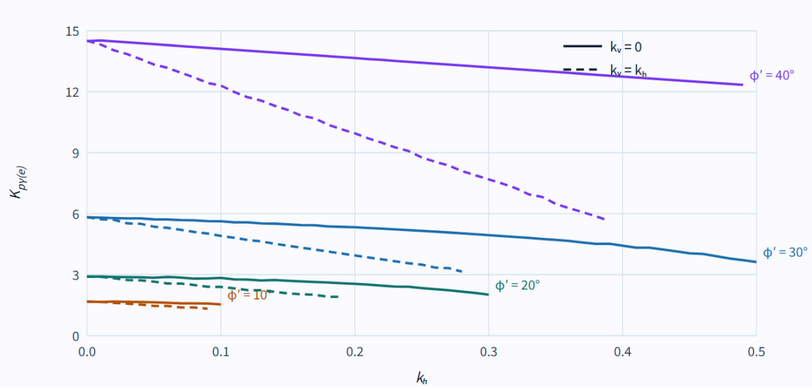
$K_{p\gamma(e)}$和$K_{pq(e)}$以φ′ = 10°、20°、30°、40°，δ′/φ′ = 0.5和1，$k_v = 0$和$k_v = k_h$的**设计图表曲线**形式给出（模块以$\Delta k_h = 0.01$的步长存储这些曲线）。中间值：对k_h和δ′/φ′按线性内插，对φ′按**对数线性**内插；不向范围外外推（φ′取10–40°，δ′取φ′/2 – φ′）。

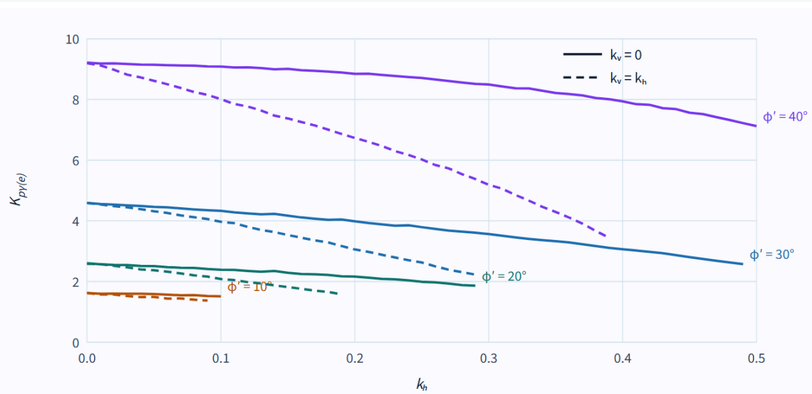
随k_h增大，各系数减小；**当$k_v = k_h$时减小得快得多**。每条曲线终止于被动抗力耗尽时的k_h；模块在此处停止。

$k_h = 0$时，图表给出的即为静力被动土压力系数：φ′ = δ′ = 40°时，$K_{p\gamma(e)} = 14.49$；在对数螺旋线模块中，$K_p \cos \delta' = 14.45$。

$0 \le k_v \le k_h$（向上，对被动土压力不利）：在$k_v = 0$与$k_v = k_h$两条曲线之间线性内插；用Coulomb系数检验，误差<0.4%（偏小）。

表中的$K_{pc'(e)}$：φ′ = 40°、δ′/φ′ = 1时，$c'_a = 0$时为5.95，有粘着力时为5.97。





题目

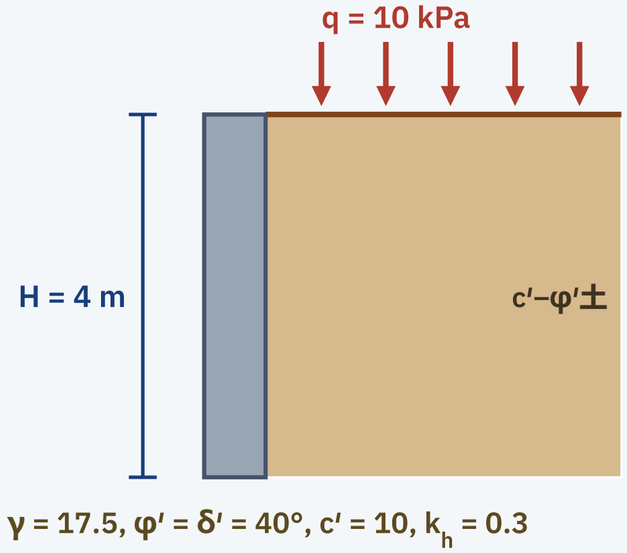
算例

已知条件

墙	$H = 4$ m，竖直；水平地表；$q = 10$ kPa
土	$\gamma = 17.5$ kN/m^3，$\varphi' = 40^\circ$，$c' = 10$ kPa；$\delta' = 40^\circ$，$c'_a = 0$
地震	$k_h = 0.3$，$k_v = 0$

求

图表系数、P_{pe}、其方向以及$\bar{z}$。模块打开时载入的即是此墙。



解答 (1/2)

解答

1 系数（δ′/φ′ = 1，k_h = 0.3，k_v = 0；模块从图表中读取）

$$K_{p\gamma(e)} = \mathbf{13.20} \qquad K_{pq(e)} = \mathbf{11.00} \qquad K_{pc'(e)} = \mathbf{5.95}$$

（静态，$k_h = 0$：$K_{p\gamma} = 14.49$，$K_{pq} = 11.11$）

解答 (2/2)

解答

2 法向分量与合计

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2}(17.5)(4)^2(13.20) = 1{,}848 \text{ kN/m}$$

$$P_q = 10(4)(11.00) = 440 \qquad P_{c'} = 2(10)(4)(5.95) = 476$$

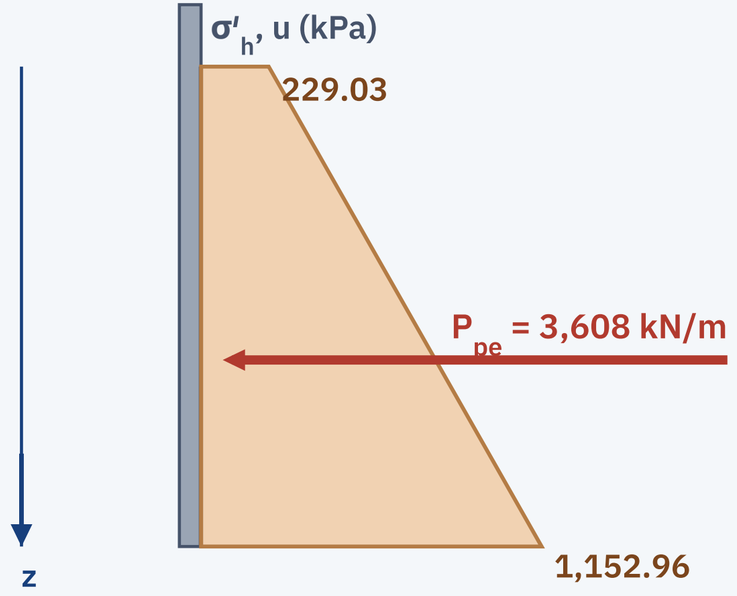
$$P_{pe} = \frac{1{,}848 + 440 + 476}{\cos 40^\circ} = \frac{2{,}764}{0.766} = \mathbf{3{,}608} \text{ kN/m}$$

3 位置与分量

$$\bar{z} = \frac{2{,}412.2(4/3) + 1{,}195.9(2)}{3{,}608} = \mathbf{1.554} \text{ m}$$

$$P_h = P_{pe}\cos 40^\circ = 2{,}764 \qquad P_v = P_{pe}\sin 40^\circ = 2{,}319 \text{ kN/m}$$

$P_{pe} \approx$ **3,608 kN/m**，方向自法线向下偏40°，作用点距底部 **1.554 m**；土体重力项为2,412，q和c′项为1,196 kN/m（除以法向分量后）。



在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

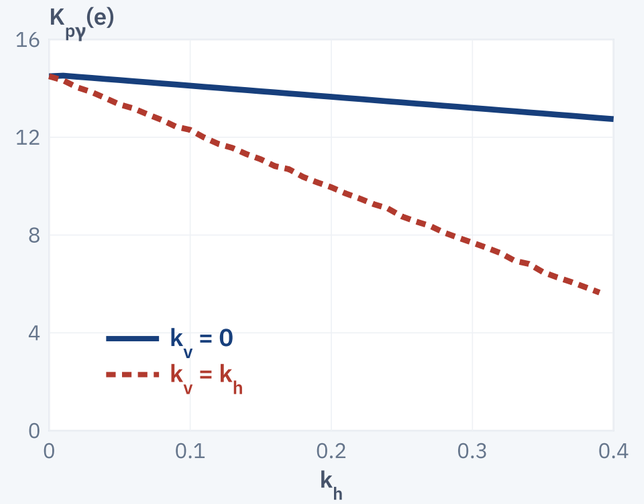
已知条件

土 $\varphi' = \delta' = 40^\circ$ $(\delta'/\varphi' = 1)$；**干砂，无黏性**

变量 $k_h = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.35$**与** $k_v = 0$**或** $k_v = k_h$

求

$K_{p\gamma(e)}$值；$k_h = 0.3$时的折减比。

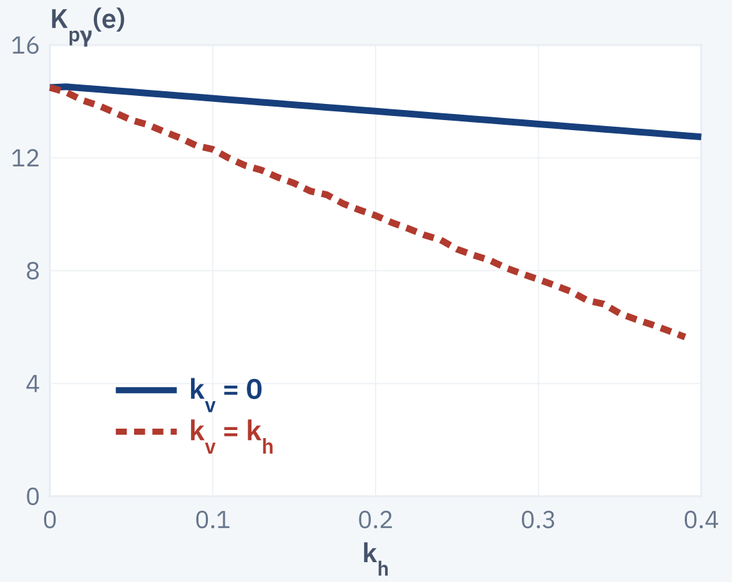


解答

解答

1 图表读数($\delta'/\varphi' = 1$)

k_h	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = 0$)	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = k_h$)
0.00	14.49	14.49
0.10	14.11	12.30
0.20	13.65	9.95
0.30	13.20	7.69
0.35	12.97	6.48



k_h由0增至0.3时，$K_{p\gamma(e)}$从14.49降至13.20（降低9%，$k_v = 0$）；$k_v = k_h$时降至7.69（降低47%）。静力情形下的14.49与对数螺旋模块中$K_p\cos\delta' = 14.45$相符。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

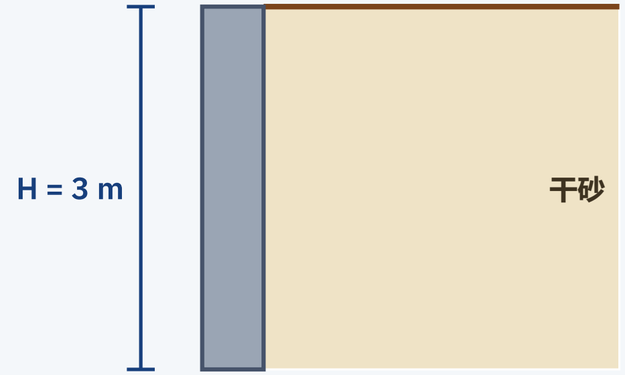
算例

已知条件

墙	$H = 3$ m，**竖直；水平地表；无地面超载**
土	**干砂：** $\gamma = 16$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$；$\delta' = 15°$ ($\delta'/\varphi' = 0.5$)
地震	$k_h = 0.2, k_v = 0$

求

P_{pe}、$\bar{z}$及各分量；与静力被动力的比较。



γ = 16 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.2

解答

解答

1 系数($\delta'/\varphi' = 0.5$)

$$k_h = 0:\ K_{p\gamma} = 4.592 \qquad k_h = 0.2:\ K_{p\gamma(e)} = \mathbf{3.987}$$

2 力($c' = q = 0$)

$$P_{pe} = \frac{\frac{1}{2}(16)(3)^2(3.987)}{\cos 15^\circ} = \frac{287.1}{0.9659} = \mathbf{297.2}\ \text{kN/m}$$

静态：$P_p = 342.3$ kN/m $(K_p = 4.592)$

3 位置与分量

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.00}\ \text{m} \qquad P_h = P_{pe}\cos 15^\circ = 287.1 \qquad P_v = P_{pe}\sin 15^\circ = 76.9\ \text{kN/m}$$

P_{pe} = **297.2 kN/m**；静力值为342.3 kN/m：k_h = 0.2使抗力**减小**了13%。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

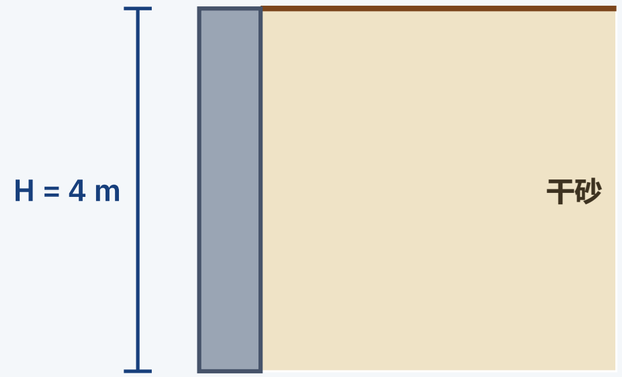
算例

已知条件

墙与土体	$H = 4$ m；**干砂：** $\gamma = 17.5$ kN/m^3，$\varphi' = \delta' = 40^\circ$
地震	$k_h = 0.3$；$k_v = 0,\ 0.15\ (= 0.5k_h),\ 0.30\ (= k_h)$

求

对每个k_v，求$K_{p\gamma(e)}$和P_{pe}；中间值如何求得？



γ = 17.5, φ′ = δ′ = 40°, k_h = 0.3

解答

解答

1 插值：$K(k_v) = K(0) + [K(k_h) - K(0)]\cdot k_v/k_h$；$P_{pe} = \frac{1}{2}(17.5)(16)K_{p\gamma(e)}/\cos 40° = 182.7\ K_{p\gamma(e)}$

k_v	k_v/k_h	$K_{p\gamma(e)}$	$K_{pq(e)}$	P_{pe} (kN/m)
0.00	0.0	13.20	11.00	2,412
0.15	0.5	10.44	9.29	1,909
0.30	1.0	7.69	7.58	1,405

$k_v = 0.5k_h$时，力由2,412降至1,909 kN/m（21%），$k_v = k_h$时为1,405 kN/m（42%）。由于向上的竖向加速度使重量减小，因此**对被动土压力不利**；$k_v = 0.5k_h$是常用的取法。

在GeoTerva中验算解答 ↗

模块的土层延伸

理论

图表适用于单一土层、竖直墙背和水平地表；几何条件仍保持如此。模块将土体划分为**水平分界的土层**；每层取各自的系数，上覆各层的重量（以及q）以超载形式通过$K_{pq(e)}$起作用，自身重量通过$K_{p\gamma(e)}$起作用，黏聚力通过$K_{pc'(e)}$起作用：

$$\sigma_n = K_{pq(e)}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma(e)}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right) + 2c'K_{pc'(e)} \qquad \text{沿墙面：}\ \sigma_n \tan\delta'$$

水位以下$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$，u垂直于墙面。地震时孔隙水压力随土体一起运动（**约束**）或不一起运动（**自由**）；图表按更大的k_h读取：

$$k_{h,w} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w}k_h \quad \text{（受约束）} \qquad k_{h,w} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w}k_h \quad \text{（自由）}$$

在自由水体中，Westergaard动水压力$(7/8)k_h\gamma_w\sqrt{(d_w z')}$**需从抗力中扣除**（对被动土压力为不利情形）。水下的k_v按比值$k_v/k_{h,w}$取用。

这种分层形式是模块的工程扩展；图表曲线终止处，模块即停止。

构成

土层：K_{pq}（上部超载）+ $K_{p\gamma}$（自重）+ $K_{pc'}$（黏聚力）；水：γ'和u；地震：$k_{h,w}$。

题目

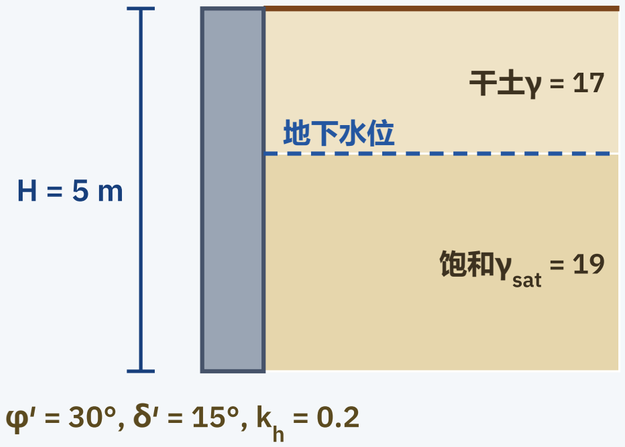
算例

已知条件

墙	$H = 5$ m，竖直；水平地表；无地面超载
土	$\gamma = 17$ kN/m^3（干燥），$\gamma_{sat} = 19$，$\gamma_d = 17$ kN/m^3；$\varphi' = 30^\circ$，$\delta' = 15^\circ$
地震与水	$k_h = 0.2$，$k_v = 0$；地下水位2 m (d_w = 3 m)

求

水受约束和水自由两种情况下的P_{pe}和$\bar{z}$；与干燥状态和静力值的比较。



解答 (1/2)

解答

1 水下读取的k_h

受约束： $k_{h,w} = \dfrac{19}{19-9.81}(0.2) = \mathbf{0.413}$　　自由： $k_{h,w} = \dfrac{17}{19-9.81}(0.2) = \mathbf{0.370}$

解答 (2/2)

解答

2 系数与力（$\sigma_n = K_{p\gamma(e)}\sigma'_v$，土层顶部无荷载；水下$u = 9.81(z - 2)$；$P_{wd} = (7/12)(0.2)(9.81)(3)^2 = 10.30$ kN/m，自抗力中扣除）

	查得的k_h	$K_{p\gamma(e)}$	土体N_s	水	动水压力	P (kN/m)	$\bar{z}$ (m)
水位以上(0–2 m)	0.200	3.987					
受约束水下	0.413	3.008	566.8	44.1	–	629.5	1.84
无约束水下	0.370	3.230	598.6	44.1	10.3	652.5	1.83

受约束水条件下P = **629.5 kN/m**，自由水条件下为**652.5 kN/m**；无地下水的土体为877.1，静力($k_h = 0$)且有水时为885.9 kN/m。由于水下查得的$k_{h,w}$较大，$K_{p\gamma(e)}$由3.99降至3.01，抗力**减小**。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

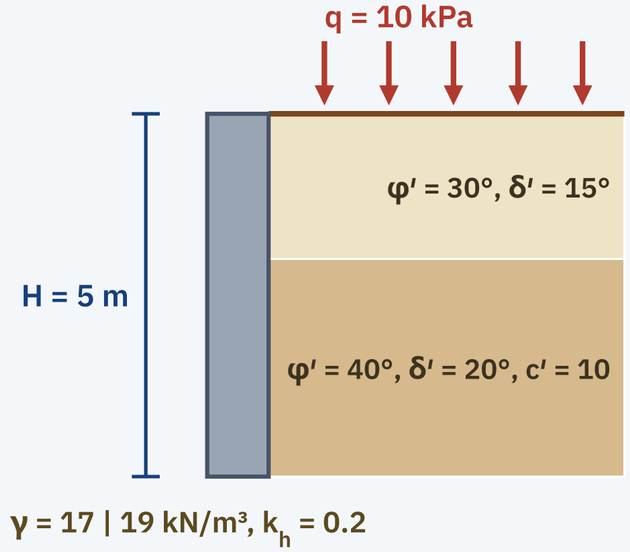
算例

已知条件

墙	$H = 5$ m，竖直；地表水平；$q = 10$ kPa；无水
第1层(0–2 m)	$\gamma = 17$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$, $c' = 0$
第2层(2–5 m)	$\gamma = 19$ kN/m^3, $\varphi' = 40°$, $\delta' = 20°$, $c' = 10$ kPa
地震	$k_h = 0.2, k_v = 0$

求

分界面处的压力突变、各土层的力、P、β和z̄。



解答 (1/2)

解答

1 系数($k_h = 0.2$)

$$\text{土层1：}\quad K_{p\gamma} = 3.987,\ K_{pq} = 4.096$$

$$\text{土层2：}\quad K_{p\gamma} = 8.844,\ K_{pq} = 8.449,\ K_{pc'} = 4.33$$

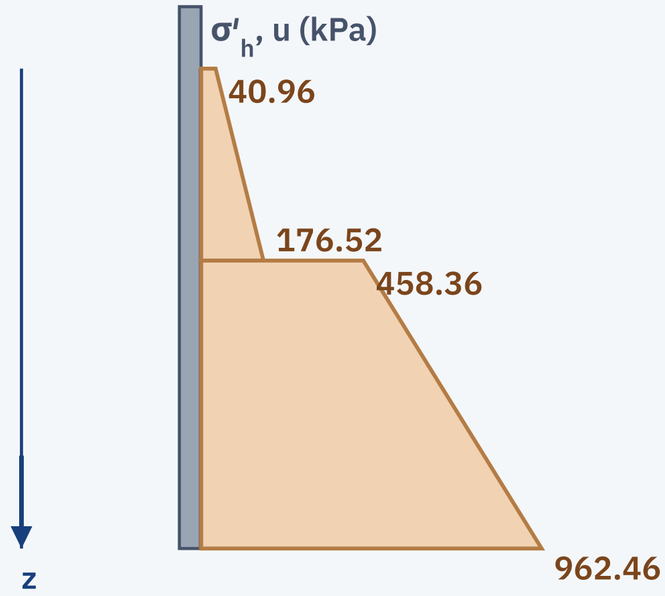
2 法向应力σ_n（$\sigma'_v = 10$；44；101 kPa：顶部、边界、底部）

$$\sigma_n(0) = K_{pq}q = 4.096(10) = 40.96$$

$$\sigma_n(2^-) = 40.96 + 3.987(34) = 176.52$$

$$\sigma_n(2^+) = 8.449(44) + 2(10)(4.33) = \mathbf{458.36}$$

$$\sigma_n(5) = 458.36 + 8.844(57) = \mathbf{962.46}\ \text{kPa}$$



解答 (2/2)

解答

3 法向分量与沿墙面分量（采用该土层的δ′；力臂自底面起算）

$$N_1 = 217.5 \text{ (力臂 } 3.79 \text{ m)}$$

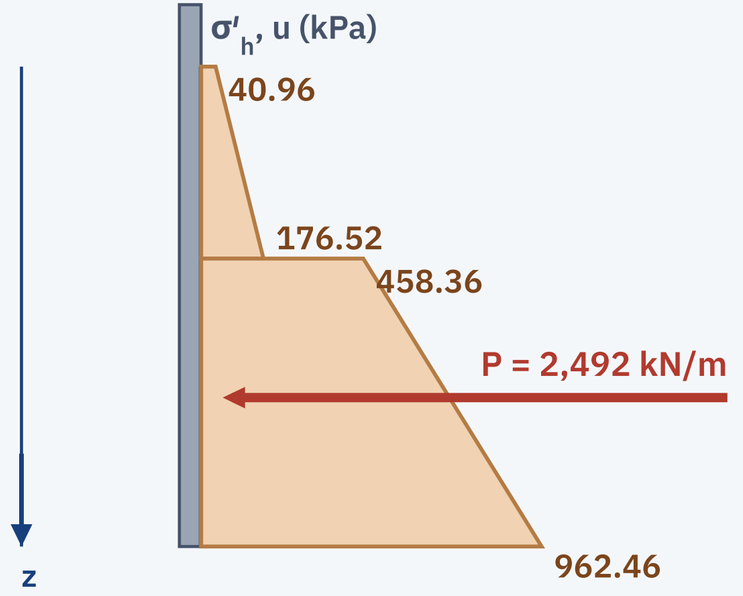
$$N_2 = 2{,}131.2 \text{ (力臂 } 1.32 \text{ m)}$$

$$N = 2{,}348.7 \qquad T = 834.0 \text{ kN/m}$$

4 合力及其位置

$$P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{2{,}492.4} \text{ kN/m} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 19.55^\circ$$

$$\bar{z} = \frac{217.5(3.79) + 2{,}131.2(1.32)}{2{,}348.7} = \mathbf{1.55} \text{ m}$$



P = **2,492 kN/m**，β = 19.5°（介于δ′ = 15°与20°之间），距底面1.55 m高处。分界处σ_n由176.5 kPa**跃变**为458.4 kPa（φ′、δ′和c′发生变化）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

模块处于什么位置?

理论

每条图表曲线终止于被动抗力耗尽时的k_h值；模块在此之后即停止（不作外推）。该界限取决于φ′、δ′/φ′和k_v：

φ′	$k_v = 0, \delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = 0, \delta'/\varphi' = 1$	$k_v = k_h, \delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = k_h, \delta'/\varphi' = 1$
10°	0.108	0.098	0.085	0.079
20°	0.292	0.279	0.185	0.198
30°	0.494	0.463	0.288	0.282
40°	0.500	0.463	0.393	0.397

$k_v = k_h$的曲线终止得早得多(φ′ = 30°, δ′ = φ′/2: 0.29)。

水下取值$k_{h,w} = k_h\gamma_{sat}/\gamma' \approx 2k_h$很容易超过该限值。

题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 30°$，$\delta' = 15°$；$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3；**地下水位在墙顶(z_w = 0)**
地震	$k_h = 0.3$，$k_v = 0$；**孔隙水受约束**

求

水下应查取的$k_{h,w}$；图表界限；模块如何处理?

解答

解答

1 读取的k_h与图表限值

$$k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.3) = \mathbf{0.620}$$

$$k_{h,lim}(30^\circ,\ \delta'/\varphi' = 0.5,\ k_v = 0) = 0.494$$

$k_{h,w}$ = 0.620 > 0.494：图表中不存在该数值（被动抗力已耗尽的区域），**模块停止计算**。解决办法：降低地下水位或减小k_h；k_h = 0.2时，$k_{h,w}$ = 0.41处于界限以内（算例5）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

解答范围

理论

拟静力法：k_h、k_v取常数；不考虑时间效应和永久位移。

几何条件：竖直墙背，水平地面；图表适用于$\varphi' = 10–40°$、$\delta'/\varphi' = 0.5–1$；k_v仅取向上方向（对被动土压力不利），$0 \le k_v \le k_h$。

黏聚力：$K_{pc'(e)}$表；附着力要么为零，要么为$c'_a/c' = \tan\delta'/\tan\varphi'$。

土层、水和超载是模块在工程应用上的扩展（文献中不存在闭式解）；水可取受约束或自由两种状态，自由状态下抗力中需扣除Westergaard部分。

静力被动土压力：对数螺旋线模块和Coulomb模块；**地震主动土压力**：Mononobe–Okabe模块。

小结

要点回顾

$P_{pe} = [\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}] / \cos\delta'$；γ项作用于H/3处，q和c′项作用于H/2处；方向为墙面法线向下偏δ′

系数由图表读取（φ′ 10–40°，δ′/φ′ 0.5–1，$k_v = 0$及k_h）：k_h在δ′/φ′上呈线性，在φ′上呈对数线性；k_h增大时系数减小

k_v（向上）对被动土压力不利：$k_v = k_h$时，$\varphi' = \delta' = 40°$、$k_h = 0.3$，$K_{p\gamma(e)}$由13.2降至7.7

分层土中$\sigma_n = K_{pq}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}) + 2c'K_{pc'}$；分界面处发生突变；沿墙面为$\sigma_n \tan\delta'$

水：γ′和u；查图时取$k_{h,w} = k_h\gamma_{sat}/\gamma'$（受限）或$\gamma_d/\gamma'$（自由）；自由情形下，动水压力从抗力中扣除

限制：若图表曲线终止（$k_{h,w}$较大，$k_v = k_h$），模块停止计算

参考文献

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. (2005). Seismic passive earth pressures in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131(1), 131–135.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

注

所有数值算例均取自模块自身的计算代码；模块给出相同的数值。模块打开时载入算例1中的墙($H = 4\ \mathrm{m}$, $\varphi' = \delta' = 40°$, $k_h = 0.3$)。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中输入自己的墙的土层、黏聚力、地面超载、地下水及地震系数；模块一并给出P_{pe}、其作用方向及作用点高度。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。