Лекция по геотехнике · Боковое давление грунта

Пассивное давление грунта при землетрясении

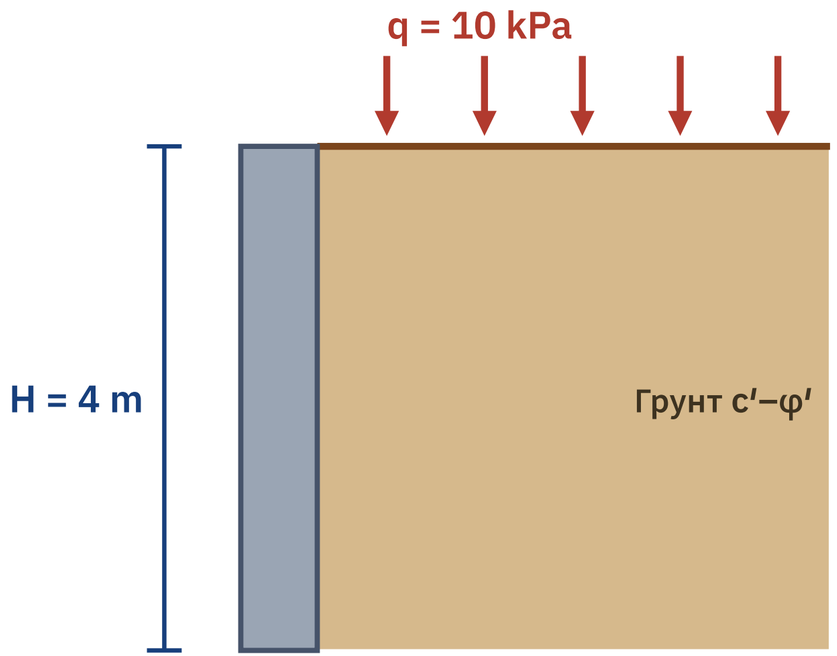
Лекция: псевдостатический расчёт пассивного сопротивления грунта перед стенкой при землетрясении (Subba Rao и Choudhury 2005): коэффициенты $K_{p\gamma(e)}$, $K_{pq(e)}$, $K_{pc'(e)}$, k_v, слоистость, вода и пригрузка; пример расчёта по каждой теме.

$$P_{pe} = [\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$$

Subba Rao – Choudhury

k_h и k_v

Слой · вода · пригрузка



Что мы изучим на этой лекции?

- Почему пассивное сопротивление при землетрясении **уменьшается**: инерционная сила призмы способствует смещению грунта от стены
- Вычисление пассивной силы **по трём коэффициентам**: $P_{pe} = [\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$
- **Номограммы** коэффициентов ($\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5$ и 1, $k_v = 0$ и k_h) и то, как считываются промежуточные значения
- Определение места приложения силы (H/3 и H/2) и её направления (δ' от нормали)
- Влияние k_v, **воды** (связанной или свободной), слоёв и пригрузки
- **Предел k_h**, на котором заканчиваются номограммы, и причина остановки модуля

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Силы приведены на единицу длины стены (kN/m); вертикальная стена, горизонтальная поверхность; k_v положителен вверх, $0 \le k_v \le k_h$.

Subba Rao и Choudhury (2005)

ТЕОРИЯ

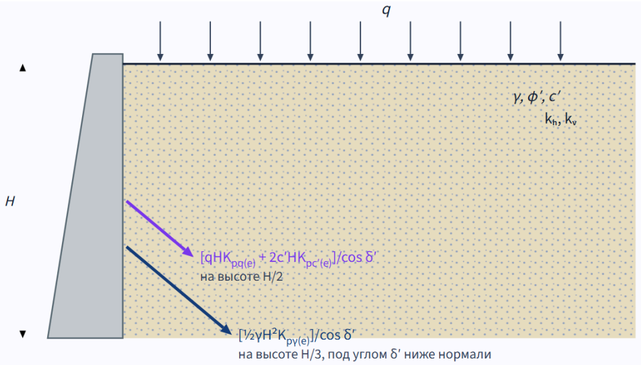
При землетрясении инерция клина перед стеной способствует отодвиганию грунта от стены; **пассивное сопротивление снижается**. Subba Rao и Choudhury расширили предельное равновесие пассивного давления при криволинейной поверхности (спираль + прямолинейный участок) с учётом сил $k_h W$ и $k_v W$ (вертикальная стена, горизонтальная засыпка c′–φ′, пригрузка q, трение по стене δ′, адгезия c'_a):

$$P_{pe} = \left[\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}\right]\frac{1}{\cos\delta'}$$

Три коэффициента — составляющие, **нормальные** к стене; поэтому они делятся на cos δ′. Часть γ действует на высоте H/3, часть q и c′ — на H/2:

$$\bar{z} = \frac{P_\gamma\,(H/3) + (P_q + P_{c'})\,(H/2)}{P_{pe}}$$

> Сила наклонена на угол δ′ **вниз** от нормали к грани стены.



Номограммы и считывание промежуточных значений

ТЕОРИЯ

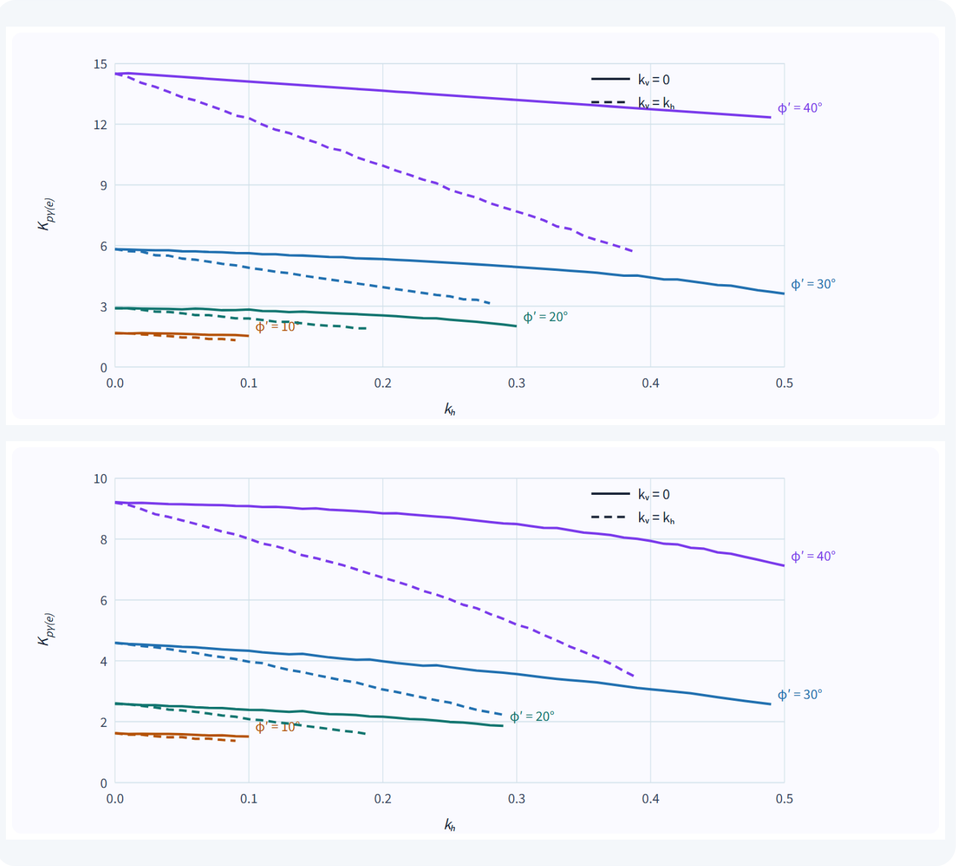
$K_{p\gamma(e)}$ и $K_{pq(e)}$ задаются в виде **кривых номограмм** для $\varphi' = 10°, 20°, 30°, 40°$; $\delta'/\varphi' = 0.5$ и 1; $k_v = 0$ и $k_v = k_h$ (модуль хранит кривые с шагом $\Delta k_h = 0.01$). Промежуточные значения: линейно по k_h и δ'/φ', **лог-линейно** по φ'; экстраполяции за пределы диапазона нет (φ' 10–40°, δ' от $\varphi'/2$ до φ').

С ростом k_h коэффициенты уменьшаются; при **$k_v = k_h$ — значительно быстрее**. Каждая кривая заканчивается при том значении k_h, при котором пассивное сопротивление исчерпывается; на этом расчёт в модуле прекращается.

При $k_h = 0$ номограммы дают статический коэффициент пассивного давления: для $\varphi' = \delta' = 40°$ $K_{p\gamma(e)} = 14.49$; в модуле с логарифмической спиралью $K_p \cos \delta' = 14.45$.

$0 \le k_v \le k_h$ (направлена вверх, неблагоприятна для пассивного давления): линейная интерполяция между кривыми $k_v = 0$ и $k_v = k_h$; проверено по коэффициенту Coulomb, погрешность < 0.4% (в сторону занижения).

$K_{pc'(e)}$ по таблице: для $\varphi' = 40°$, $\delta'/\varphi' = 1$ при $c'_a = 0$ равно 5.95, с адгезией — 5.97.



Условие

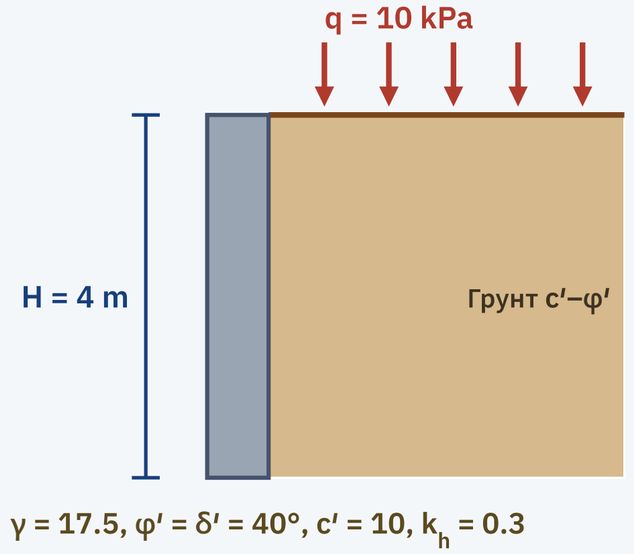
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 4$ **m, вертикальная; горизонтальная поверхность;** $q = 10$ **kPa**
Грунт	$\gamma = 17.5$ kN/m^3, $\varphi' = 40^\circ$, $c' = 10$ **kPa;** $\delta' = 40^\circ$, $c'_a = 0$
Землетрясение	$k_h = 0.3$, $k_v = 0$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Коэффициенты по номограмме, P_{pe}, направление её действия и $\bar{z}$. Начальная стена модуля — эта.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (δ′/φ′ = 1, k_h = 0.3, k_v = 0; модуль считывает значения с графиков)

$$K_{p\gamma(e)} = \mathbf{13.20} \qquad K_{pq(e)} = \mathbf{11.00} \qquad K_{pc'(e)} = \mathbf{5.95}$$

(статика, $k_h = 0:\ K_{p\gamma} = 14.49,\ K_{pq} = 11.11$)

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

2 Нормальные составляющие и сумма

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2}(17.5)(4)^2(13.20) = 1{,}848 \text{ kN/m}$$

$$P_q = 10(4)(11.00) = 440 \qquad P_{c'} = 2(10)(4)(5.95) = 476$$

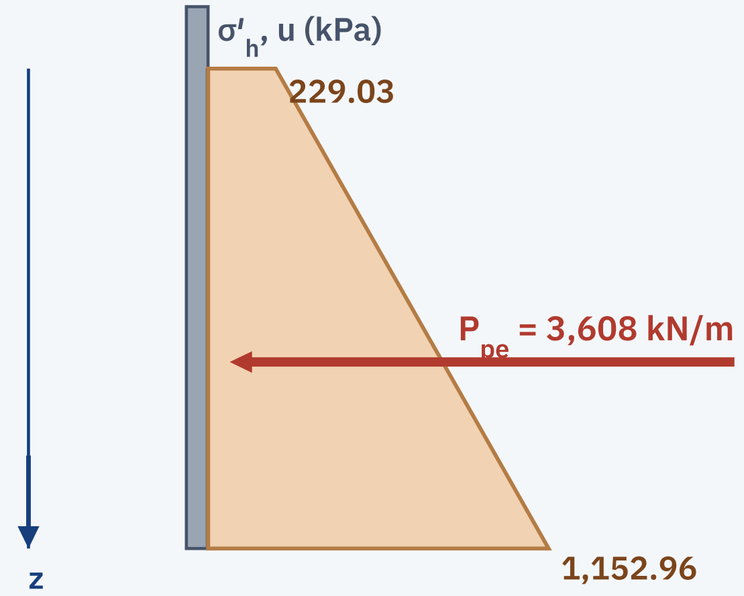
$$P_{pe} = \frac{1{,}848 + 440 + 476}{\cos 40^\circ} = \frac{2{,}764}{0.766} = \mathbf{3{,}608} \text{ kN/m}$$

3 Положение и составляющие

$$\bar{z} = \frac{2{,}412.2(4/3) + 1{,}195.9(2)}{3{,}608} = \mathbf{1.554} \text{ m}$$

$$P_h = P_{pe}\cos 40^\circ = 2{,}764 \qquad P_v = P_{pe}\sin 40^\circ = 2{,}319 \text{ kN/m}$$

$P_{pe} \approx$ **3,608 kN/m**, наклонена на 40° вниз от нормали, приложена на **1.554 m** выше подошвы; доля веса грунта составляет 2,412, доля q и c′ — 1,196 kN/m (после деления на cos δ′).



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

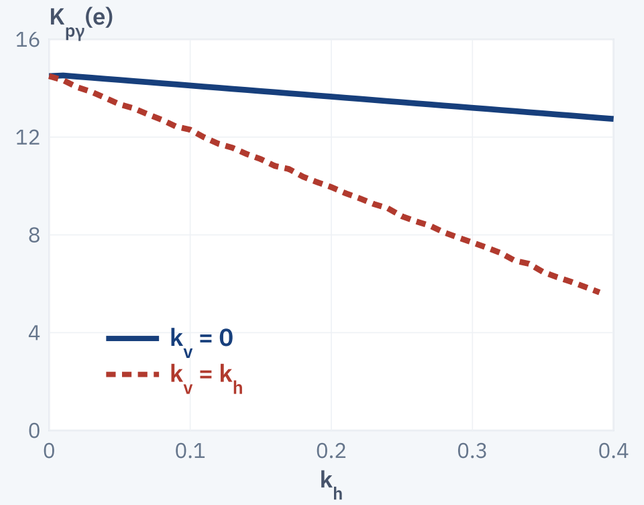
ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = \delta' = 40^\circ$ ($\delta'/\varphi' = 1$); **сухой песок, несвязный**
Переменная	$k_h = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.35$ и $k_v = 0$ **или** $k_v = k_h$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Значения $K_{p\gamma(e)}$; коэффициенты уменьшения при $k_h = 0.3$.

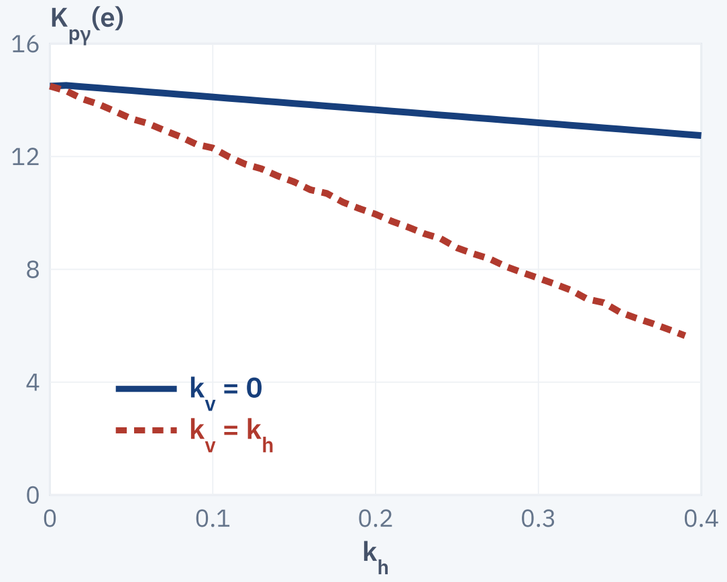


Решение

РЕШЕНИЕ

1 Отсчёты по номограмме ($\delta'/\varphi' = 1$)

k_h	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = 0$)	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = k_h$)
0.00	14.49	14.49
0.10	14.11	12.30
0.20	13.65	9.95
0.30	13.20	7.69
0.35	12.97	6.48



При k_h от 0 до 0.3 $K_{p\gamma(e)}$ изменяется 14.49 → 13.20 (уменьшение на 9%, $k_v = 0$); при $k_v = k_h$ оно снижается до 7.69 (на 47%). В статике 14.49 согласуется с $K_p \cos \delta'$ = 14.45 в модуле логарифмической спирали.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

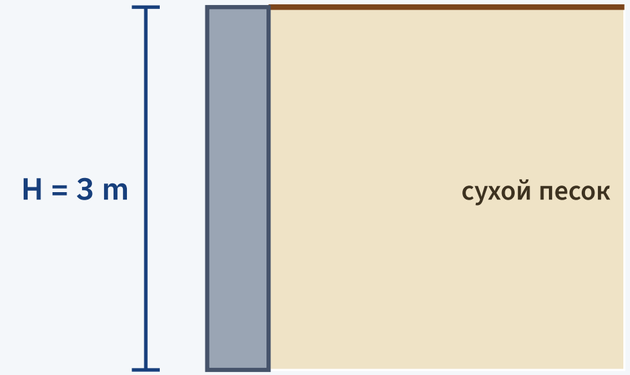
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 3$ m, **вертикальная; горизонтальная поверхность; без пригрузки**
Грунт	**сухой песок:** $\gamma = 16$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$; $\delta' = 15^\circ$ **(**$\delta'/\varphi' = 0.5$**)**
Землетрясение	$k_h = 0.2$, $k_v = 0$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

P_{pe}, $\bar{z}$, составляющие; сравнение со статической пассивной силой.



γ = 16 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.2

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (δ′/φ′ = 0.5)

$$k_h = 0: \;\; K_{p\gamma} = 4.592 \qquad k_h = 0.2: \;\; K_{p\gamma(e)} = \mathbf{3.987}$$

2 Сила (c′ = q = 0)

$$P_{pe} = \frac{\frac{1}{2}(16)(3)^2(3.987)}{\cos 15^\circ} = \frac{287.1}{0.9659} = \mathbf{297.2}\ \text{kN/m}$$

статика: $P_p = 342.3$ kN/m $(K_p = 4.592)$

3 Положение и составляющие

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.00}\ \text{m} \qquad P_h = P_{pe}\cos 15^\circ = 287.1 \qquad P_v = P_{pe}\sin 15^\circ = 76.9\ \text{kN/m}$$

P_{pe} = **297.2 kN/m**; статическое значение составляло 342.3 kN/m: k_h = 0.2 **снизило** сопротивление на 13 %.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

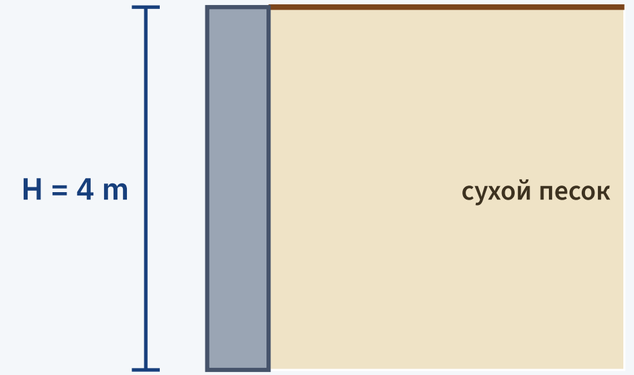
ПРИМЕР

Дано

Стена и грунт	$H = 4$ **m; сухой песок:** $\gamma = 17.5$ kN/m^3, $\varphi' = \delta' = 40^\circ$
Землетрясение	$k_h = 0.3$; $k_v = 0,\ 0.15\ (= 0.5k_h),\ 0.30\ (= k_h)$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого k_v — **$K_{p\gamma(e)}$** и **P_{pe}**; как находится промежуточное значение?



γ = 17.5, φ′ = δ′ = 40°, k_h = 0.3

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Интерполяция: $K(k_v) = K(0) + [K(k_h) - K(0)]\cdot k_v/k_h$; $P_{pe} = ½(17.5)(16)K_{p\gamma(e)}/\cos 40° = 182.7\ K_{p\gamma(e)}$

k_v	k_v/k_h	$K_{p\gamma(e)}$	$K_{pq(e)}$	P_{pe} (kN/m)
0.00	0.0	13.20	11.00	2,412
0.15	0.5	10.44	9.29	1,909
0.30	1.0	7.69	7.58	1,405

При $k_v = 0.5k_h$ усилие уменьшается с 2,412 до 1,909 kN/m (на 21 %), при $k_v = k_h$ — до 1,405 kN/m (на 42 %). Поскольку направленное вверх вертикальное ускорение уменьшает вес, оно **неблагоприятно для пассивного давления**; $k_v = 0.5k_h$ — распространённый выбор.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Расширение модуля на слои

ТЕОРИЯ

Номограммы построены для одного вида грунта, вертикальной стены и горизонтальной поверхности; геометрия остаётся такой же. Модуль разделяет грунт на **горизонтальные ограниченные слои**; каждый слой получает свой коэффициент: вес вышележащих слоёв (и q) действует как пригрузка через $K_{pq(e)}$, собственный вес — через $K_{p\gamma(e)}$, сцепление — через $K_{pc'(e)}$:

$$\sigma_n = K_{pq(e)}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma(e)}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right) + 2c'K_{pc'(e)} \qquad \text{вдоль лицевой грани: } \sigma_n \tan\delta'$$

Ниже уровня воды $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, u направлено по нормали к стене. При землетрясении поровая вода движется вместе с грунтом (**связанная**) или не движется (**свободная**); номограммы считываются при большем значении k_h:

$$k_{h,w} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \text{ (стеснённая)} \qquad k_{h,w} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \text{ (свободная)}$$

В свободной воде гидродинамическое давление по Westergaard $(7/8)k_h\gamma_w\sqrt{(d_w z')}$ **вычитается из сопротивления** (неблагоприятная фаза для пассивного давления). Под водой k_v определяется через отношение $k_v/k_{h,w}$.

Эта слоистая форма — инженерное расширение модуля; когда заканчивается кривая графика, модуль прекращает расчёт.

ПОСТРОЕНИЕ

Слой: K_{pq} (нагрузка сверху) + $K_{p\gamma}$ (собственный вес) + $K_{pc'}$ (сцепление); вода: γ' и u; землетрясение: $k_{h,w}$.

Условие

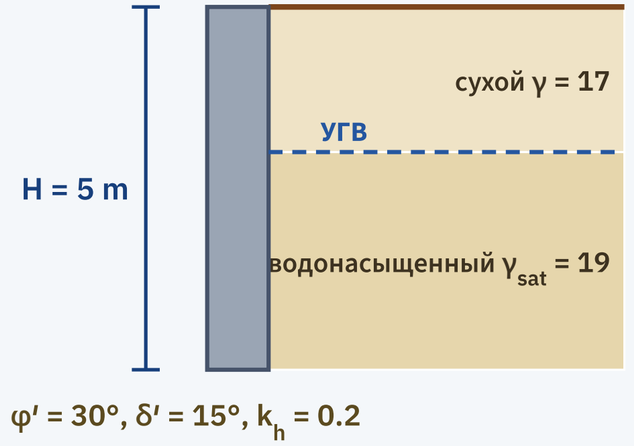
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ m, вертикальная; горизонтальная поверхность; без пригрузки
Грунт	$\gamma = 17$ kN/m^3 (сухой), $\gamma_{sat} = 19$, $\gamma_d = 17$ kN/m^3; $\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$
Землетрясение и вода	$k_h = 0.2$, $k_v = 0$; УГВ 2 m (d_w = 3 m)

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

P_{pe} и $\bar{z}$ для двух случаев — стеснённой и свободной воды; сравнение с сухим и статическим значениями.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 k_h, принимаемый ниже уровня воды

стеснённая: $k_{h,w} = \dfrac{19}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.413}$ свободная: $k_{h,w} = \dfrac{17}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.370}$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

2 Коэффициенты и силы ($\sigma_n = K_{p\gamma(e)}\sigma'_v$, в верхней части слоя нагрузки нет; ниже уровня воды $u = 9.81(z - 2)$; $P_{wd} = (7/12)(0.2)(9.81)(3)^2 = 10.30$ kN/m вычитается из сопротивления)

	k_h считанное	$K_{p\gamma(e)}$	Грунт N_s	Вода	Гидродинамическое	P (kN/m)	$\bar{z}$ (m)
Выше уровня воды (0–2 m)	0.200	3.987					
Стеснённые условия под водой	0.413	3.008	566.8	44.1	–	629.5	1.84
Свободные условия под водой	0.370	3.230	598.6	44.1	10.3	652.5	1.83

При стеснённой воде P = **629.5 kN/m**, при свободной воде — **652.5 kN/m**; в грунте без грунтовых вод — 877.1, при статике ($k_h = 0$) и наличии воды — 885.9 kN/m. Поскольку считываемое под водой значение $k_{h,w}$ велико, $K_{p\gamma(e)}$ снижается с 3.99 до 3.01, и сопротивление **уменьшается**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

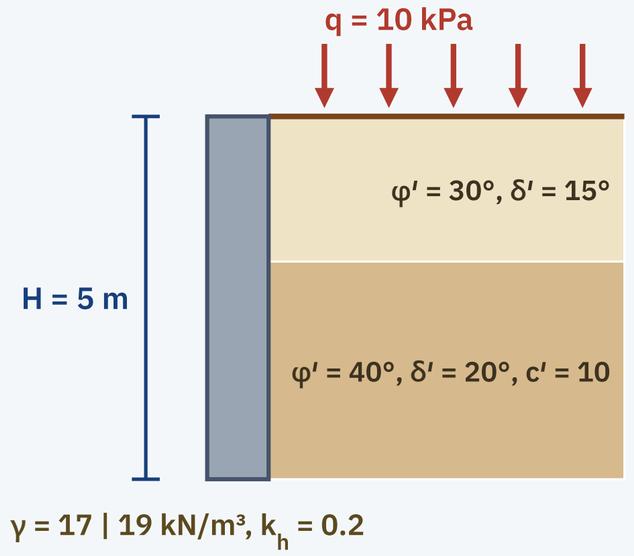
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ **m, вертикальная; горизонтальная поверхность;** $q = 10$ **kPa; воды нет**
Слой 1 (0–2 m)	$\gamma = 17$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$, $c' = 0$
Слой 2 (2–5 m)	$\gamma = 19$ kN/m^3, $\varphi' = 40°$, $\delta' = 20°$, $c' = 10$ **kPa**
Землетрясение	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Скачок давления на границе, силы в слоях, **P**, β и **z̄**.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты ($k_h = 0.2$)

слой 1: $K_{p\gamma} = 3.987,\ K_{pq} = 4.096$

слой 2: $K_{p\gamma} = 8.844,\ K_{pq} = 8.449,\ K_{pc'} = 4.33$

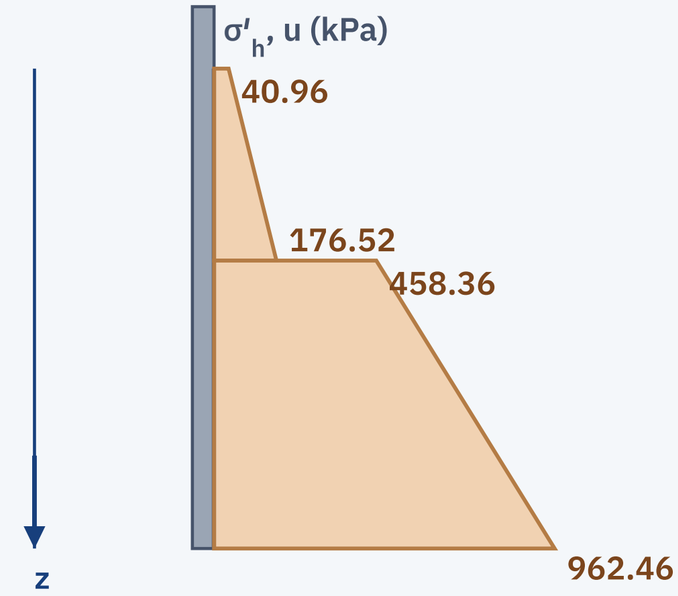
2 Нормальное напряжение σ_n (σ'_v = 10; 44; 101 kPa: верх, граница, низ)

$$\sigma_n(0) = K_{pq} q = 4.096(10) = 40.96$$

$$\sigma_n(2^-) = 40.96 + 3.987(34) = 176.52$$

$$\sigma_n(2^+) = 8.449(44) + 2(10)(4.33) = \mathbf{458.36}$$

$$\sigma_n(5) = 458.36 + 8.844(57) = \mathbf{962.46}\ \text{kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Составляющие по нормали и вдоль грани (с δ′ слоя; плечи отсчитываются от подошвы)

$$N_1 = 217.5 \text{ (плечо } 3.79 \text{ m)}$$

$$N_2 = 2{,}131.2 \text{ (плечо } 1.32 \text{ m)}$$

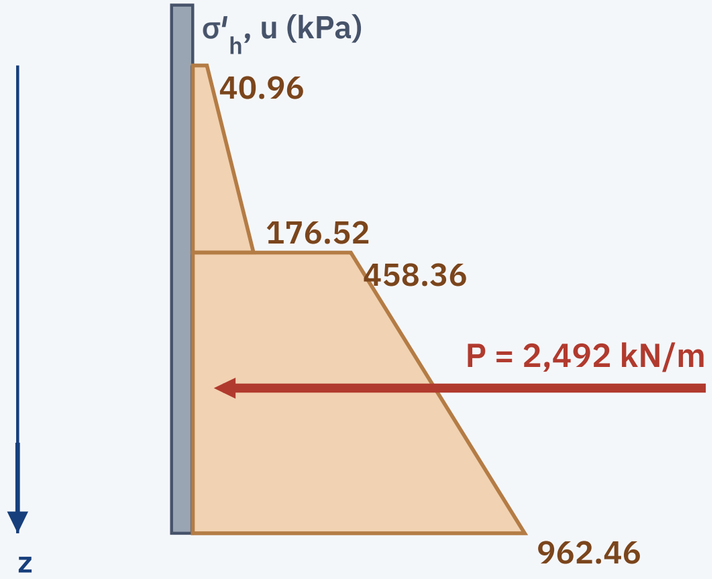
$$N = 2{,}348.7 \qquad T = 834.0 \text{ kN/m}$$

4 Равнодействующая и положение

$$P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{2{,}492.4} \text{ kN/m} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 19.55^\circ$$

$$\bar{z} = \frac{217.5(3.79) + 2{,}131.2(1.32)}{2{,}348.7} = \mathbf{1.55} \text{ m}$$

P = **2,492 kN/m**, β = 19.5° (δ′ между 15° и 20°), на высоте 1.55 m над подошвой. На границе σ_n **скачкообразно изменяется** с 176.5 до 458.4 kPa (изменяются φ′, δ′ и c′).



Проверить решение в GeoTerva ↗

Какое место занимает модуль?

ТЕОРИЯ

Каждая кривая номограммы заканчивается на значении k_h, при котором пассивное сопротивление исчерпывается; модуль за этим пределом не рассчитывает (экстраполяция не выполняется). Предел зависит от φ', δ'/φ' и k_v:

φ'	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 1$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 1$
10°	0.108	0.098	0.085	0.079
20°	0.292	0.279	0.185	0.198
30°	0.494	0.463	0.288	0.282
40°	0.500	0.463	0.393	0.397

Кривые для $k_v = k_h$ заканчиваются гораздо раньше ($\varphi' = 30°$, $\delta' = \varphi'/2$: 0.29).

Определённое под водой значение $k_{h,w} = k_h \gamma_{sat}/\gamma' \approx 2k_h$ легко превышает этот предел.

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$; $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3; **грунтовые воды на уровне верха стены (z_w = 0)**
Землетрясение	$k_h = 0.3$, $k_v = 0$; **поровая вода ограничена**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$k_{h,w}$, определяемый ниже уровня воды; граница графика; как поступает модуль?

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Считанное k_h и предел номограммы

$$k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.3) = \mathbf{0.620}$$

$$k_{h,lim}(30^\circ,\ \delta'/\varphi' = 0.5,\ k_v = 0) = 0.494$$

$k_{h,w}$ = 0.620 > 0.494: при этом значении график не существует (область, где пассивное сопротивление исчерпано), **модуль останавливает расчёт**. Выход: понизить уровень грунтовых вод или уменьшить k_h; для k_h = 0.2 значение $k_{h,w}$ = 0.41 лежит в допустимых пределах (Пример 5).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Объём решения

ТЕОРИЯ

Псевдостатический метод: постоянные k_h, k_v; зависимость от времени и остаточные перемещения не учитываются.

Геометрия: вертикальная стена, горизонтальная поверхность; номограммы для $\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5–1$; k_v только направлено вверх (неблагоприятно для пассивного давления), $0 \le k_v \le k_h$.

Сцепление: таблица $K_{pc'(e)}$; адгезия равна либо нулю, либо $c'_a/c' = \tan\delta'/\tan\varphi'$.

Слои, вода и пригрузка — инженерное расширение модуля (в литературе замкнутого решения нет); вода может быть стеснённой или свободной, при свободной воде Westergaard вычитается из сопротивления.

Для **статического пассивного давления** — модули логарифмической спирали и Coulomb; для **активного давления при землетрясении** — модули Mononobe–Okabe.

Резюме

Главное

$P_{pe} = [½\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}] / \cos \delta'$; слагаемое от γ приложено на H/3, слагаемые от q и c′ — на H/2; направлена под углом δ′ вниз от нормали к грани

Коэффициенты считываются по номограммам (φ′ 10–40°, δ′/φ′ 0.5–1, $k_v = 0$ и k_h): интерполяция линейна по k_h и δ′/φ′, лог-линейна по φ′; с ростом k_h коэффициенты уменьшаются

k_v (направленный вверх) неблагоприятен для пассивного давления: при $k_v = k_h$, φ′ = δ′ = 40°, $k_h = 0.3$ значение $K_{p\gamma(e)}$ 13.2 → 7.7

В слоях $\sigma_n = K_{pq}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}) + 2c'K_{pc'}$; скачок на границе; вдоль грани $\sigma_n \tan \delta'$

Вода: γ′ и u; номограмма читается при $k_{h,w} = k_h\gamma_{sat}/\gamma'$ (стеснённый случай) или γ_d/γ' (свободный случай); в свободном случае гидродинамическое давление вычитается из сопротивления

Ограничение: если кривая номограммы обрывается (большое $k_{h,w}$, $k_v = k_h$), модуль останавливается

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. (2005). Seismic passive earth pressures in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131(1), 131–135.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры взяты из собственного расчётного кода модуля; модуль даёт те же значения. Начальная стена модуля — стена из примера 1 (H = 4 m, $\varphi' = \delta' = 40°$, $k_h = 0.3$).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva слои собственной стены, сцепление, пригрузку, грунтовые воды и сейсмические коэффициенты; модуль одновременно выдаёт P_{pe}, её направление и высоту точки приложения.

Открыть модуль → | **Страница теории →**

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.