Geotechnisch college · Horizontale gronddruk

Passieve gronddruk bij aardbeving

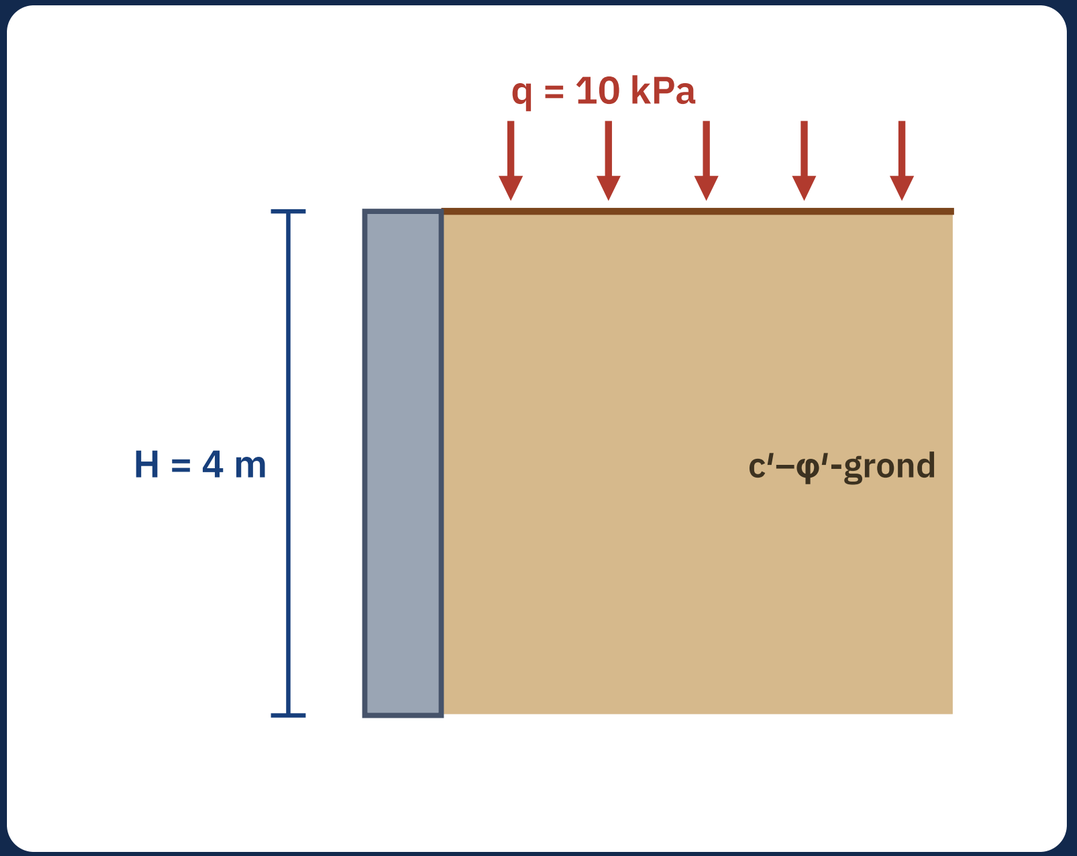
College: pseudostatische berekening van de passieve weerstand van de grond vóór een wand tijdens een aardbeving (Subba Rao en Choudhury 2005): de coëfficiënten $K_{p\gamma(e)}$, $K_{pq(e)}$, $K_{pc'(e)}$, k_v, gelaagdheid, water en bovenbelasting; bij elk onderwerp een rekenvoorbeeld.

$$P_{pe} = [\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$$

Subba Rao – Choudhury

k_h en k_v

Laag · water · bovenbelasting



Inleiding

Wat leren we in dit college?

Waarom de passieve weerstand **afneemt** tijdens een aardbeving: de traagheidskracht van de wig helpt de grond van de muur weg te bewegen

De passieve kracht berekenen met **drie coëfficiënten**: $P_{pe} = [\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$

De **grafieken** van de coëfficiënten ($\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5$ en 1, $k_v = 0$ en k_h) en hoe tussenliggende waarden worden afgelezen

Het bepalen van de aangrijpingsplaats van de kracht (H/3 en H/2) en de richting ervan (δ' ten opzichte van de normaal)

de invloed van k_v, van **water** (afgesloten of vrij), van de lagen en van de bovenbelasting

De **k_h-grens** waar de diagrammen ophouden en waarom de module daar stopt

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: wat is de regel, waarom is dat zo?

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

De krachten zijn per eenheid van muurlengte (kN/m); verticale muur, horizontaal maaiveld; k_v positief omhoog, $0 \le k_v \le k_h$.

Subba Rao en Choudhury (2005)

THEORIE

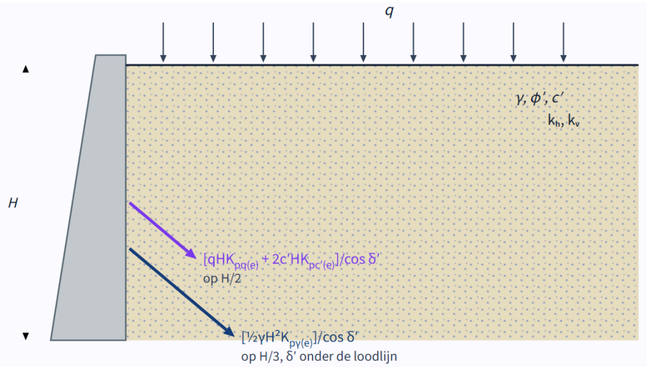
Bij een aardbeving helpt de traagheid van de wig vóór de wand de grond van de wand weg te duwen; **de passieve weerstand neemt af**. Subba Rao en Choudhury breidden het grensevenwicht van de passieve druk met een gekromd oppervlak (spiraal + recht deel) uit met de krachten $k_h W$ en $k_v W$ (verticale wand, horizontale c′–φ′-aanvulling, bovenbelasting q, wandwrijving δ′, adhesie c'_a):

$$P_{pe} = \left[\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}\right]\frac{1}{\cos\delta'}$$

De drie coëfficiënten zijn componenten **loodrecht** op de wand; daarom worden ze gedeeld door cos δ′. Het γ-deel werkt op H/3, het q- en c′-deel op H/2:

$$\bar{z} = \frac{P_\gamma\,(H/3) + (P_q + P_{c'})\,(H/2)}{P_{pe}}$$

> De kracht helt δ′ **omlaag** ten opzichte van de normaal op het wandvlak.



Nomogrammen en het aflezen van tussenwaarden

THEORIE

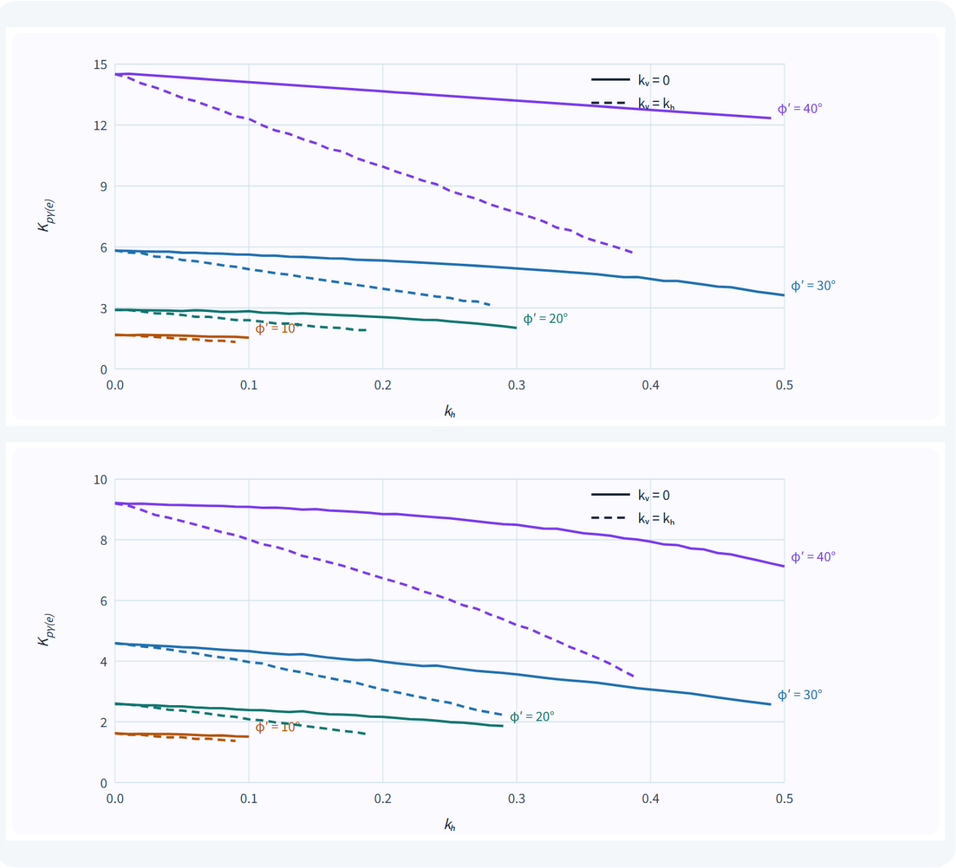
$K_{p\gamma(e)}$ en $K_{pq(e)}$ worden als **ontwerpgrafieken** gegeven voor $\varphi' = 10°, 20°, 30°, 40°$; $\delta'/\varphi' = 0.5$ en 1; $k_v = 0$ en $k_v = k_h$ (de grafieken van de module zijn opgenomen in stappen van $\Delta k_h = 0.01$). Tussenliggende waarden: lineair in k_h en δ'/φ', **log-lineair** in φ'; geen extrapolatie buiten het bereik (φ' 10–40°, δ' $\varphi'/2$ – φ').

Naarmate k_h toeneemt, nemen de coëfficiënten af; bij **$k_v = k_h$ veel sneller**. Elke kromme eindigt bij de k_h waarbij de passieve weerstand is uitgeput; de module stopt daar.

Bij $k_h = 0$ geven de nomogrammen de statische passieve coëfficiënt: voor $\varphi' = \delta' = 40°$ is $K_{p\gamma(e)} = 14.49$; in de log-spiraalmodule is $K_p \cos \delta' = 14.45$.

$0 \le k_v \le k_h$ (opwaarts, ongunstig voor passief): lineaire interpolatie tussen de krommen $k_v = 0$ en $k_v = k_h$; getoetst met de coëfficiënt van Coulomb, fout < 0.4% (in het lage bereik).

$K_{pc'(e)}$ in de tabel: voor $\varphi' = 40°$, $\delta'/\varphi' = 1$ is $c'_a = 0$ gelijk aan 5.95 en met adhesie 5.97.



Opgave

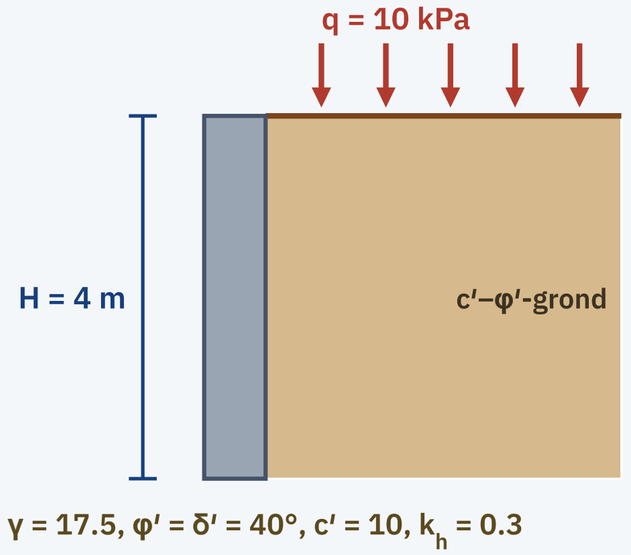
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 4$ **m, verticaal; horizontaal oppervlak;** $q = 10$ **kPa**
Grond	$\gamma = 17.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 40°,\ c' = 10$ **kPa;** $\delta' = 40°, c'_a = 0$
Aardbeving	$k_h = 0.3, k_v = 0$

GEVRAAGD

Grafiekcoëfficiënten, **P_{pe}**, de richting ervan en **$\bar{z}$**. De module opent met deze wand.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënten (δ′/φ′ = 1, k_h = 0.3, k_v = 0; de module leest uit de grafieken)

$$K_{p\gamma(e)} = \mathbf{13.20} \qquad K_{pq(e)} = \mathbf{11.00} \qquad K_{pc'(e)} = \mathbf{5.95}$$

$$(\text{statisch, } k_h = 0: \; K_{p\gamma} = 14.49, \; K_{pq} = 11.11)$$

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

2 Normaalkrachten en resultante

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2}(17.5)(4)^2(13.20) = 1{,}848\ \text{kN/m}$$

$$P_q = 10(4)(11.00) = 440 \qquad P_{c'} = 2(10)(4)(5.95) = 476$$

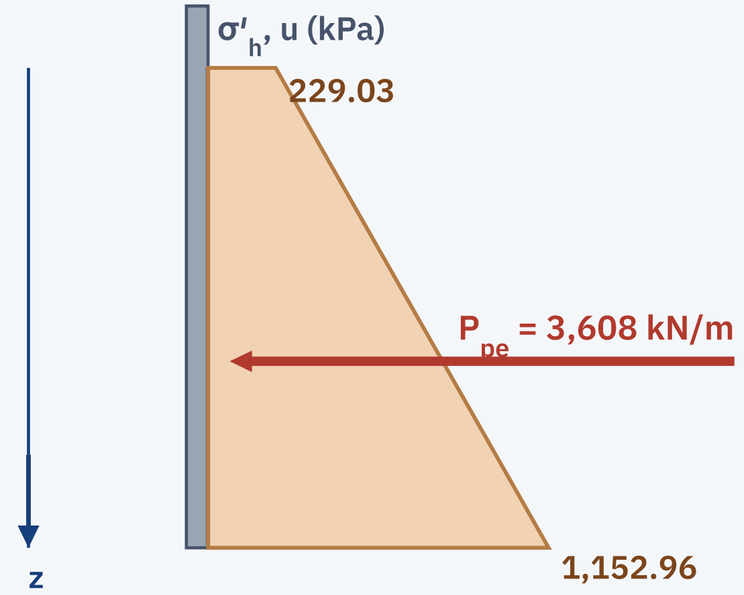
$$P_{pe} = \frac{1{,}848 + 440 + 476}{\cos 40^\circ} = \frac{2{,}764}{0.766} = \mathbf{3{,}608}\ \text{kN/m}$$

3 Locatie en componenten

$$\bar{z} = \frac{2{,}412.2(4/3) + 1{,}195.9(2)}{3{,}608} = \mathbf{1.554}\ \text{m}$$

$$P_h = P_{pe}\cos 40^\circ = 2{,}764 \qquad P_v = P_{pe}\sin 40^\circ = 2{,}319\ \text{kN/m}$$

P_{pe} ≈ **3,608 kN/m**, 40° naar beneden hellend ten opzichte van de normaal, op **1.554 m** boven de zool; het aandeel van het grondgewicht bedraagt 2,412 en het aandeel van q en c′ bedraagt 1,196 kN/m (na deling door de normaal).



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

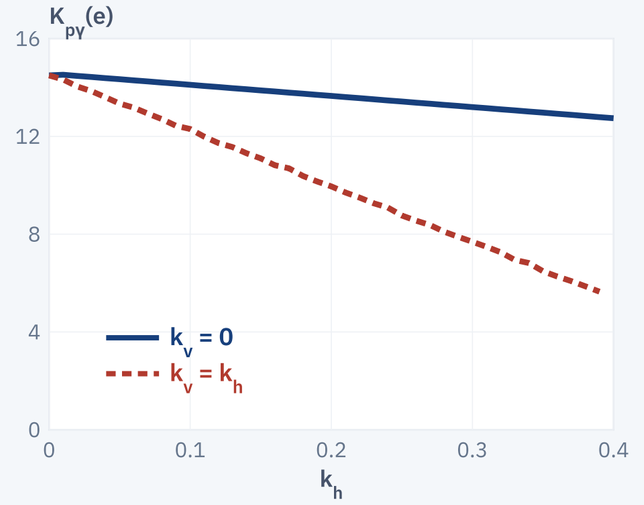
VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = \delta' = 40°$ **($\delta'/\varphi' = 1$); droog zand, cohesieloos**
Variabele	$k_h = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.35$ **en** $k_v = 0$ **of** $k_v = k_h$

GEVRAAGD

$K_{p\gamma(e)}$-waarden; reductieverhoudingen bij $k_h = 0.3$.



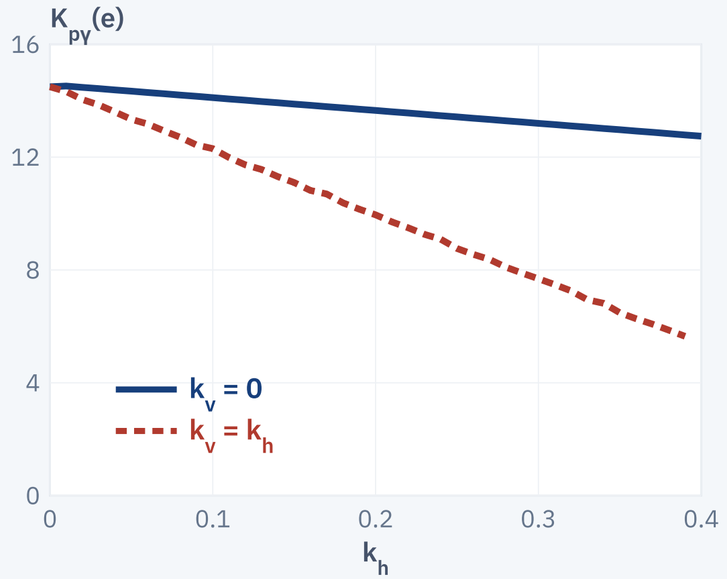
Oplossing

OPLOSSING

1 Grafiekaflezingen ($\delta'/\varphi' = 1$)

k_h	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = 0$)	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = k_h$)
0.00	14.49	14.49
0.10	14.11	12.30
0.20	13.65	9.95
0.30	13.20	7.69
0.35	12.97	6.48

k_h = 0 tot 0.3, $K_{p\gamma(e)}$ 14.49 → 13.20 (9% afname, k_v = 0); bij $k_v = k_h$ daalt deze tot 7.69 (47%). In de statische situatie is 14.49 consistent met $K_p \cos \delta'$ = 14.45 in de log-spiraalmodule.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

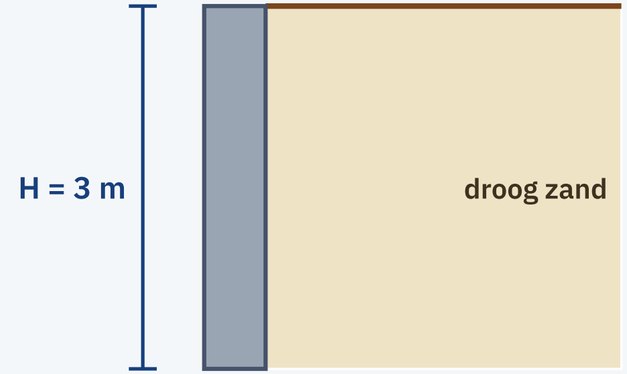
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 3$ **m, verticaal; horizontaal maaiveld; geen bovenbelasting**
Grond	**droog zand:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**;** $\delta' = 15°$ **(**$\delta'/\varphi' = 0.5$**)**
Aardbeving	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$

GEVRAAGD

P_{pe}, $\bar{z}$, componenten; vergelijking met de statische passieve kracht.



γ = 16 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.2

Oplossing

OPLOSSING

1 Coëfficiënten (δ′/φ′ = 0.5)

$$k_h = 0: \; K_{p\gamma} = 4.592 \qquad k_h = 0.2: \; K_{p\gamma(e)} = \mathbf{3.987}$$

2 Kracht (c′ = q = 0)

$$P_{pe} = \frac{\frac{1}{2}(16)(3)^2(3.987)}{\cos 15^\circ} = \frac{287.1}{0.9659} = \mathbf{297.2}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\text{statisch: } P_p = 342.3\ \mathrm{kN/m}\ (K_p = 4.592)$$

3 Locatie en componenten

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.00}\ \mathrm{m} \qquad P_h = P_{pe}\cos 15^\circ = 287.1 \qquad P_v = P_{pe}\sin 15^\circ = 76.9\ \mathrm{kN/m}$$

P_{pe} = **297.2 kN/m**; statisch was dit 342.3 kN/m: k_h = 0.2 **verlaagde** de weerstand met 13%.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

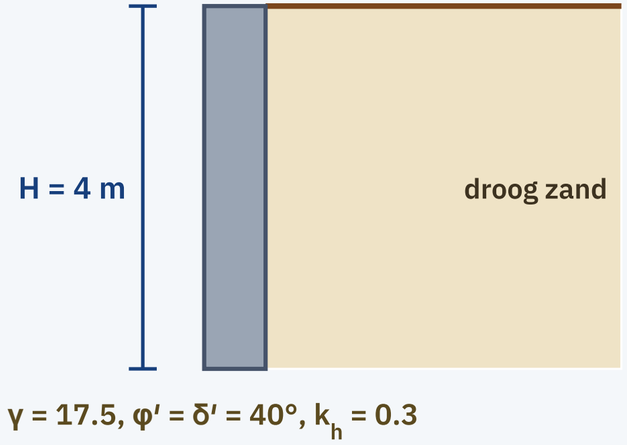
VOORBEELD

Gegeven

Wand en grond	$H = 4$ **m; droog zand:** $\gamma = 17.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = \delta' = 40^\circ$
Aardbeving	$k_h = 0.3$**;** $k_v = 0,\ 0.15\ (= 0.5k_h),\ 0.30\ (= k_h)$

GEVRAAGD

Voor elke k_v: **$K_{p\gamma(e)}$** en **P_{pe}**; hoe wordt de tussenwaarde gevonden?



Oplossing

OPLOSSING

1 Interpolatie: $K(k_v) = K(0) + [K(k_h) - K(0)]\cdot k_v/k_h$; $P_{pe} = ½(17.5)(16)K_{p\gamma(e)}/\cos 40° = 182.7\ K_{p\gamma(e)}$

k_v	k_v/k_h	$K_{p\gamma(e)}$	$K_{pq(e)}$	P_{pe} (kN/m)
0.00	0.0	13.20	11.00	2,412
0.15	0.5	10.44	9.29	1,909
0.30	1.0	7.69	7.58	1,405

Bij $k_v = 0.5k_h$ is de kracht 2,412 → 1,909 kN/m (21%), bij $k_v = k_h$ is die 1,405 kN/m (42%). Omdat een opwaartse verticale versnelling het gewicht verkleint, is die **ongunstig voor passief**; $k_v = 0.5k_h$ is een gangbare keuze.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Laaguitbreiding van de module

THEORIE

De diagrammen gelden voor één grondsoort, een verticale wand en een horizontaal maaiveld; de geometrie blijft daarbij ongewijzigd. De module verdeelt de grond in **horizontaal begrensde lagen**; elke laag krijgt zijn eigen coëfficiënt, waarbij het gewicht van de bovenliggende lagen (en q) als bovenbelasting via $K_{pq(e)}$ werkt, het eigen gewicht via $K_{p\gamma(e)}$ en de cohesie via $K_{pc'(e)}$:

$$\sigma_n = K_{pq(e)}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma(e)}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right) + 2c' K_{pc'(e)} \qquad \text{langs het oppervlak: } \sigma_n \tan\delta'$$

Onder de waterstand geldt $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, u staat loodrecht op de wand. Bij een aardbeving beweegt het poriënwater mee met de grond (**gekoppeld**) of niet (**vrij**); de grafieken worden bij een grotere k_h afgelezen:

$$k_{h,w} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{(ingeklemd)} \qquad k_{h,w} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{(vrij)}$$

In vrij water wordt de hydrodynamische druk volgens Westergaard $(7/8)k_h\gamma_w\sqrt{(d_w z')}$ **van de weerstand afgetrokken** (ongunstige fase voor passief). Onder water wordt k_v afgelezen met de verhouding $k_v/k_{h,w}$.

Deze gelaagde vorm is de technische uitbreiding van de module; de module stopt waar de abakuscurve eindigt.

OPBOUW

Laag: K_{pq} (belasting erboven) + $K_{p\gamma}$ (eigen gewicht) + $K_{pc'}$ (cohesie); water: γ' en u; aardbeving: $k_{h,w}$.

Opgave

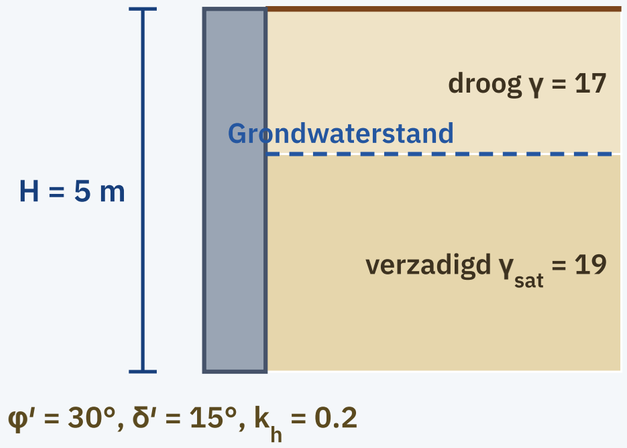
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, verticaal; horizontaal maaiveld; geen bovenbelasting**
Grond	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3}$ **(droog),** $\gamma_{sat} = 19$**,** $\gamma_d = 17\ \mathrm{kN/m^3}$**;** $\varphi' = 30°,\ \delta' = 15°$
Aardbeving en water	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$**; grondwaterstand 2 m (d_w = 3 m)**

GEVRAAGD

P_{pe} en **$\bar{z}$** voor de twee gevallen van beperkt en vrij water; vergelijking met droge en statische waarden.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 k_h afgelezen onder water

$$\text{ingeklemd: } k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.413} \qquad \text{vrij: } k_{h,w} = \frac{17}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.370}$$

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

2 Coëfficiënten en krachten ($\sigma_n = K_{p\gamma(e)}\sigma'_v$, geen belasting aan de bovenkant van de laag; onder water u = 9.81(z – 2); $P_{wd} = (7/12)(0.2)(9.81)(3)^2 = 10.30$ kN/m wordt van de weerstand afgetrokken)

	k_h afgelezen	$K_{p\gamma(e)}$	Grond N_s	Water	Hydrodynamisch	P (kN/m)	z̄ (m)
Boven water (0–2 m)	0.200	3.987					
Besloten onderwater	0.413	3.008	566.8	44.1	–	629.5	1.84
Vrij onderwater	0.370	3.230	598.6	44.1	10.3	652.5	1.83

Bij beperkt water P = **629.5 kN/m**, bij vrij water **652.5 kN/m**; in grond zonder grondwater 877.1, bij statisch ($k_h = 0$) en met water 885.9 kN/m. Omdat de onder water afgelezen $k_{h,w}$ groot is, daalt $K_{p\gamma(e)}$ van 3.99 naar 3.01 en **neemt de weerstand af**.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

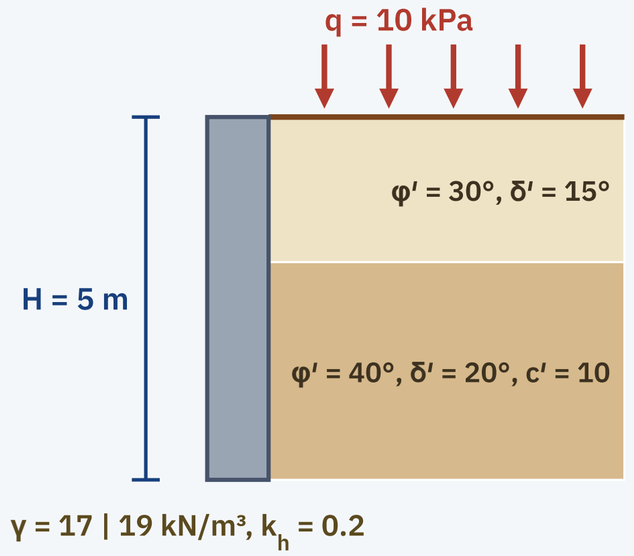
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, verticaal; horizontaal maaiveld;** $q = 10$ **kPa; geen water**
Laag 1 (0–2 m)	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ,\ \delta' = 15^\circ,\ c' = 0$
Laag 2 (2–5 m)	$\gamma = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 40^\circ,\ \delta' = 20^\circ,\ c' = 10$ **kPa**
Aardbeving	$k_h = 0.2,\ k_v = 0$

GEVRAAGD

De spanningssprong aan de grens, de laagkrachten, **P**, β en **z̄**.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënten ($k_h = 0.2$)

$$\text{laag 1: } K_{p\gamma} = 3.987,\ K_{pq} = 4.096$$

$$\text{laag 2: } K_{p\gamma} = 8.844,\ K_{pq} = 8.449,\ K_{pc'} = 4.33$$

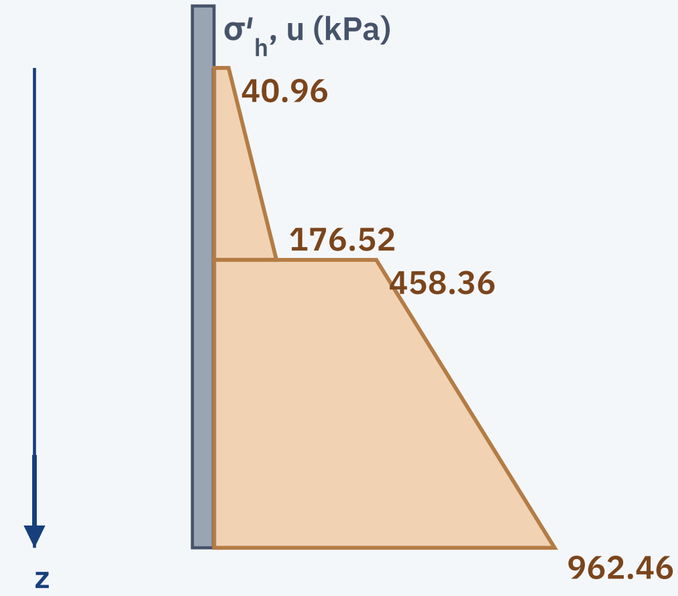
2 Normaalspanning σ_n (σ'_v = 10; 44; 101 kPa: boven, grens, basis)

$$\sigma_n(0) = K_{pq} q = 4.096(10) = 40.96$$

$$\sigma_n(2^-) = 40.96 + 3.987(34) = 176.52$$

$$\sigma_n(2^+) = 8.449(44) + 2(10)(4.33) = \mathbf{458.36}$$

$$\sigma_n(5) = 458.36 + 8.844(57) = \mathbf{962.46}\ \text{kPa}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Componenten loodrecht op en langs het wandoppervlak (met δ′ van de laag; hefarms vanaf de basis)

$$N_1 = 217.5\ (\text{arm } 3.79\ \text{m})$$

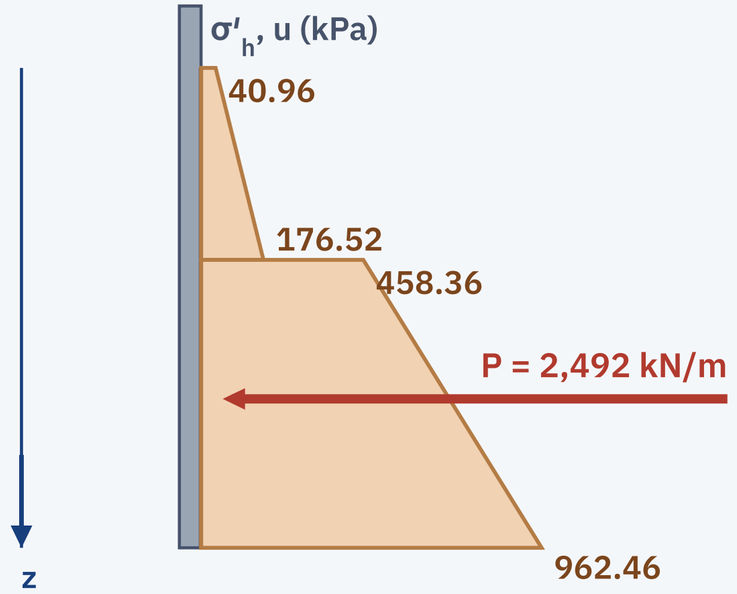
$$N_2 = 2{,}131.2\ (\text{arm } 1.32\ \text{m})$$

$$N = 2{,}348.7 \qquad T = 834.0\ \text{kN/m}$$

4 Resultante en aangrijpingspunt

$$P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{2{,}492.4}\ \text{kN/m} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 19.55^\circ$$

$$\bar{z} = \frac{217.5(3.79) + 2{,}131.2(1.32)}{2{,}348.7} = \mathbf{1.55}\ \text{m}$$



P = **2,492 kN/m**, β = 19.5° (δ′ tussen 15° en 20°), 1.55 m boven de voet. Op de grens **springt** σ_n van 176.5 naar 458.4 kPa (φ′, δ′ en c′ veranderen).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Waar staat de module?

THEORIE

Elke abacuscurve eindigt bij de waarde van k_h waarbij de passieve weerstand volledig is gemobiliseerd; de module stopt daar (geen extrapolatie). De grens hangt af van φ', δ'/φ' en k_v:

φ'	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 1$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 1$
10°	0.108	0.098	0.085	0.079
20°	0.292	0.279	0.185	0.198
30°	0.494	0.463	0.288	0.282
40°	0.500	0.463	0.393	0.397

de $k_v = k_h$-krommen eindigen veel eerder ($\varphi' = 30°$, $\delta' = \varphi'/2$: 0.29).

Onder water gemeten overschrijdt $k_{h,w} = k_h \gamma_{sat}/\gamma' \approx 2k_h$ deze grens gemakkelijk.

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$; $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$; **grondwater aan de bovenkant van de wand (z_w = 0)**
Aardbeving	$k_h = 0.3$, $k_v = 0$; **poriënwater beperkt**

GEVRAAGD

$k_{h,w}$ af te lezen onder water; grens van het nomogram; wat doet de module?

Oplossing

OPLOSSING

1 Afgelezen k_h en nomogramgrens

$$k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.3) = \mathbf{0.620}$$

$$k_{h,lim}(30^\circ,\ \delta'/\varphi' = 0.5,\ k_v = 0) = 0.494$$

$k_{h,w}$ = 0.620 > 0.494: het nomogram bestaat niet bij deze waarde (het gebied waarin de passieve weerstand uitgeput is), **de module stopt de berekening**. Oplossing: de grondwaterstand verlagen of k_h verkleinen; voor k_h = 0.2 ligt $k_{h,w}$ = 0.41 binnen de grens (Voorbeeld 5).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Scope van de oplossing

THEORIE

Pseudostatisch: constante k_h, k_v; geen tijdsafhankelijkheid en geen blijvende verplaatsing.

Geometrie: verticale wand, horizontaal maaiveld; grafieken voor $\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5–1$; k_v alleen opwaarts (ongunstig voor passief), $0 \le k_v \le k_h$.

Cohesie: tabel $K_{pc'(e)}$; de adhesie is ofwel nul ofwel $c'_a/c' = \tan\delta'/\tan\varphi'$.

Laag, water en bovenbelasting is de technische uitbreiding van de module (in de literatuur bestaat geen gesloten oplossing); water kan worden gekeerd of vrij zijn, en in het vrije geval wordt de Westergaard-weerstand buiten beschouwing gelaten.

Statisch passief: logaritmische spiraal en Coulomb; **actieve aardbeving**: modules volgens Mononobe–Okabe.

Samenvatting

Belangrijkste punten

$P_{pe} = [½\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}] / \cos \delta'$; het γ-deel op H/3, het q- en c′-deel op H/2; δ′ onder de normaallijn op het wandoppervlak

De **coëfficiënten** worden afgelezen uit grafieken (φ′ 10–40°, δ′/φ′ 0.5–1, $k_v = 0$ en k_h): k_h is lineair in δ′/φ′ en log-lineair in φ′; de coëfficiënten nemen af naarmate k_h toeneemt

k_v (omhoog) is ongunstig voor passief: bij $k_v = k_h$, $\varphi' = \delta' = 40°$, voor $k_h = 0.3$, $K_{p\gamma(e)}$ 13.2 → 7.7

In de lagen $\sigma_n = K_{pq}\sigma'_{v,boven} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,boven}) + 2c'K_{pc'}$; sprong op de grens; langs het vlak σ_n tan δ′

Water: γ′ en u; de abak wordt afgelezen met $k_{h,w} = k_h\gamma_{sat}/\gamma'$ (geklemd) of γ_d/γ' (vrij); in het vrije geval wordt de hydrodynamische druk van de weerstand afgetrokken

Grens: als de abakkromme eindigt (grote $k_{h,w}$, $k_v = k_h$), stopt de module

Literatuur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. (2005). Seismic passive earth pressures in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131(1), 131–135.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn overgenomen uit de eigen berekeningscode van de module; de module geeft dezelfde waarden. De module opent met de keermuur uit Voorbeeld 1 ($H = 4$ m, $\varphi' = \delta' = 40°$, $k_h = 0.3$).

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer de lagen, de cohesie, de bovenbelasting, het grondwater en de aardbevingscoëfficiënten van uw eigen keermuur in GeoTerva in; de module geeft P_{pe}, de richting en de aangrijpingshoogte daarvan in één keer.

Module openen → | **Theoriepagina →**

Openen op de smartphone
Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com