地盤工学講義スライド・土圧

地震時の受働土圧

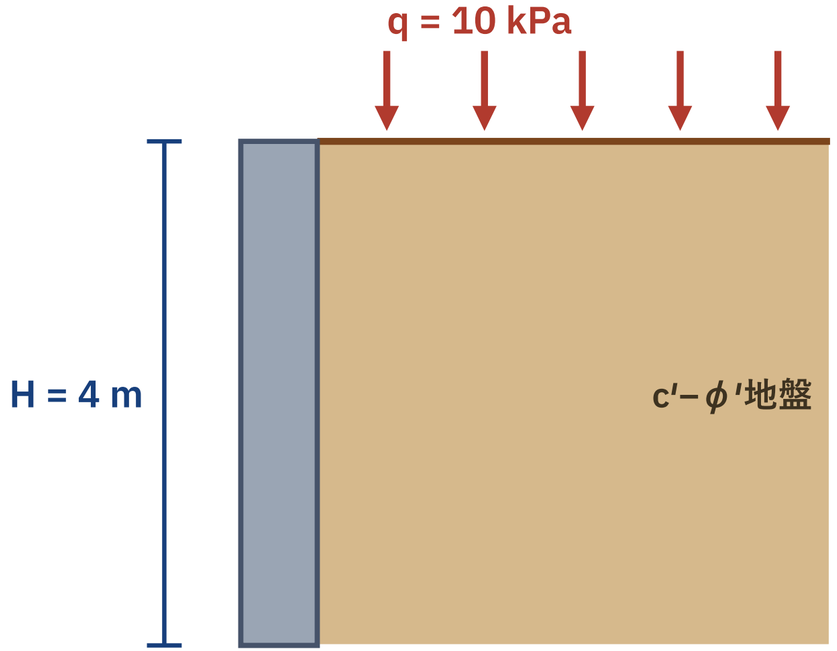
講義：地震時における擁壁前面の地盤の受働抵抗の震度法による計算（Subba RaoおよびChoudhury 2005）：係数$K_{p\gamma(e)}$、$K_{pq(e)}$、$K_{pc'(e)}$、k_v、層、水および上載荷重；各項目に計算例を示す。

$$P_{pe} = [\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$$

Subba Rao – Choudhury

k_h と k_v

層・水・上載荷重



はじめに

この講義で学ぶこと

地震時に受働抵抗が**なぜ減少するか**：くさびの慣性力が地盤を壁から遠ざけるのに寄与する

受働土圧を**3つの係数**で計算する方法：$P_{pe} = [\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$

係数の**算図**（$\phi' = 10–40°$、$\delta'/\phi' = 0.5$および1、$k_v = 0$およびk_h）と、中間値をどのように読み取るか

力の作用位置（H/3およびH/2）とその方向（法線からδ'）を求めること

k_v、**水**（被圧または自由）、各層および上載荷重の影響

図表が終わる**k_hの限界**と、モジュールがそこで停止する理由

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：規則は何か、なぜそうなるのか

2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

力は壁の単位長さ当たりである（kN/m）。鉛直壁、水平地表面。k_vは上向きを正とし、$0 \le k_v \le k_h$とする。

Subba Rao and Choudhury (2005)

理論

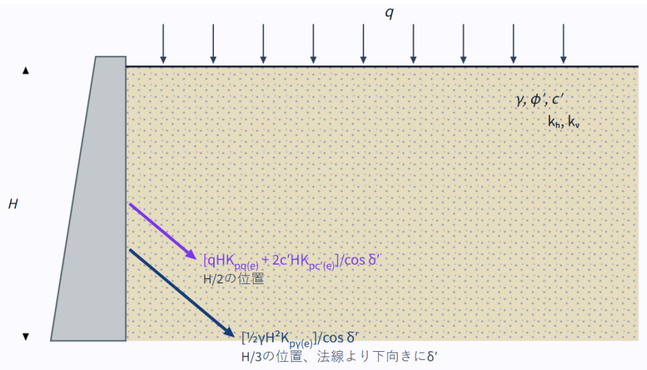
地震時には壁前面のくさびの慣性力が土を壁から遠ざけるように働き、**受働抵抗は減少する**。Subba RaoとChoudhuryは、曲線面（対数らせん＋直線部）における受働土圧の極限平衡を$k_h W$および$k_v W$の力で拡張した（鉛直壁、水平なc′–ϕ′背面土、上載荷重q、壁面摩擦角δ′、付着力c'_a）：

$$P_{pe} = \left[\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}\right]\frac{1}{\cos\delta'}$$

三つの係数は壁面に**垂直**な成分である。そのためcos δ′で除する。γの部分はH/3で、qとc′の部分はH/2で作用する：

$$\bar{z} = \frac{P_\gamma\,(H/3) + (P_q + P_{c'})\,(H/2)}{P_{pe}}$$

> 力は壁面の法線からδ′だけ**下方**に傾斜する。



ノモグラムと中間値の読み取り

理論

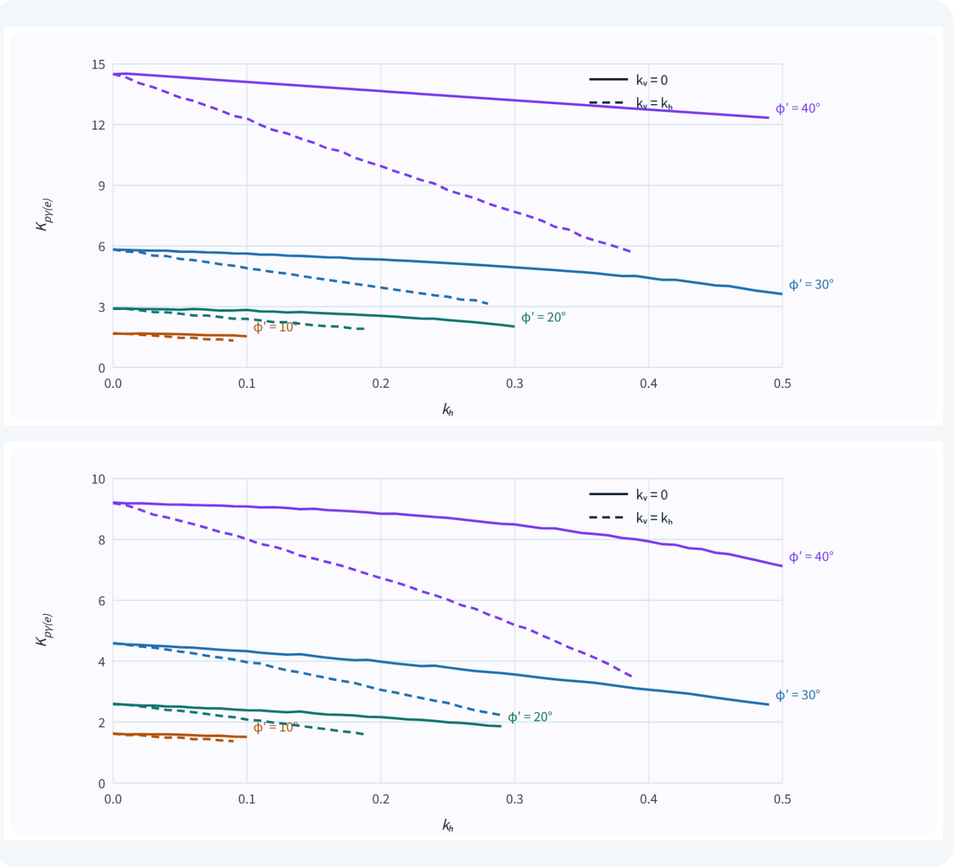
$K_{p\gamma(e)}$および$K_{pq(e)}$は、$\phi' = 10°$、20°、30°、40°、$\delta'/\phi' = 0.5$および1、$k_v = 0$および$k_v = k_h$に対する**設計図表**として与えられる（モジュールの図表は$\Delta k_h = 0.01$刻みで収録されている）。補間値：k_hおよびδ'/ϕ'については線形、ϕ'については**対数線形**。範囲外への外挿は行わない（ϕ' 10–40°、δ' $\phi'/2 - \phi'$）。

k_hが増加するほど係数は低下する；**$k_v = k_h$ではるかに速く**低下する。各曲線は受働抵抗が使い尽くされるk_hで終わり、モジュールもそこで停止する。

$k_h = 0$において図表は静的受働係数を与える：$\phi' = \delta' = 40°$に対して$K_{p\gamma(e)} = 14.49$；対数らせんモジュールでは$K_p \cos \delta' = 14.45$。

$0 \le k_v \le k_h$（上向き、受働に対して不利）：$k_v = 0$ と $k_v = k_h$ の曲線間で線形補間する；Coulomb係数で検証したところ、誤差は<0.4%（低い範囲）である。

$K_{pc'(e)}$は表に示す：$\phi' = 40°$、$\delta'/\phi' = 1$に対し、$c'_a = 0$では5.95、付着ありでは5.97。



問題

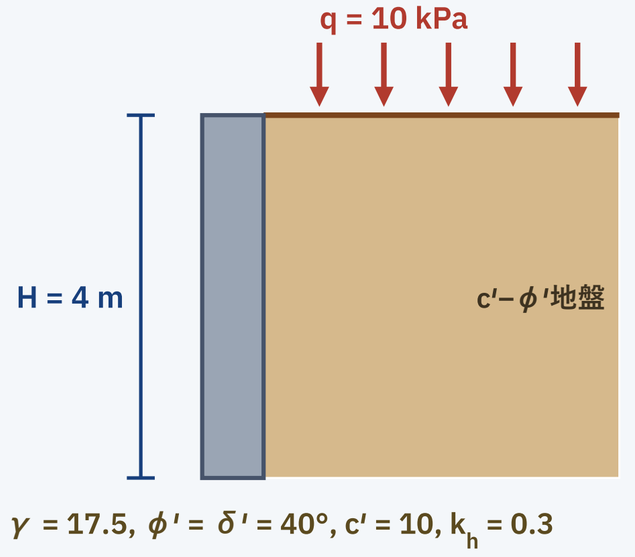
例題

与条件

壁	$H = 4$ m、鉛直；水平地表面；$q = 10$ kPa
地盤	$\gamma = 17.5$ kN/m^3, $\varphi' = 40°$, $c' = 10$ kPa; $\delta' = 40°$, $c'_a = 0$
地震	$k_h = 0.3, k_v = 0$

求めるもの

図表の係数、P_{pe}、その方向および$\bar{z}$。モジュールはこの擁壁で開く。



解答 (1/2)

解答

1 係数（$\delta'/\phi' = 1$、$k_h = 0.3$、$k_v = 0$；モジュールは図表から読み取る）

$$K_{p\gamma(e)} = \mathbf{13.20} \qquad K_{pq(e)} = \mathbf{11.00} \qquad K_{pc'(e)} = \mathbf{5.95}$$

（静的、 $k_h = 0$: $K_{p\gamma} = 14.49,\ K_{pq} = 11.11$）

解答 (2/2)

解答

2 法線成分と合力

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2}(17.5)(4)^2(13.20) = 1{,}848 \text{ kN/m}$$

$$P_q = 10(4)(11.00) = 440 \qquad P_{c'} = 2(10)(4)(5.95) = 476$$

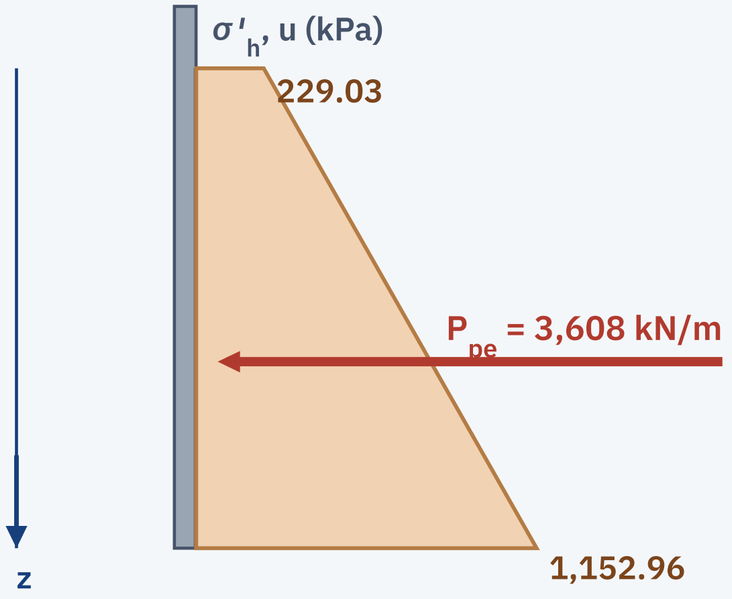
$$P_{pe} = \frac{1{,}848 + 440 + 476}{\cos 40^\circ} = \frac{2{,}764}{0.766} = \mathbf{3{,}608} \text{ kN/m}$$

3 位置と成分

$$\bar{z} = \frac{2{,}412.2(4/3) + 1{,}195.9(2)}{3{,}608} = \mathbf{1.554} \text{ m}$$

$$P_h = P_{pe}\cos 40^\circ = 2{,}764 \qquad P_v = P_{pe}\sin 40^\circ = 2{,}319 \text{ kN/m}$$

$P_{pe} \approx$ **3,608 kN/m**、法線から40°下方に傾斜し、底面から**1.554 m**上方に作用する。地盤重量の寄与は2.412、qおよびc′の寄与は1,196 kN/m（法線で除した場合）。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

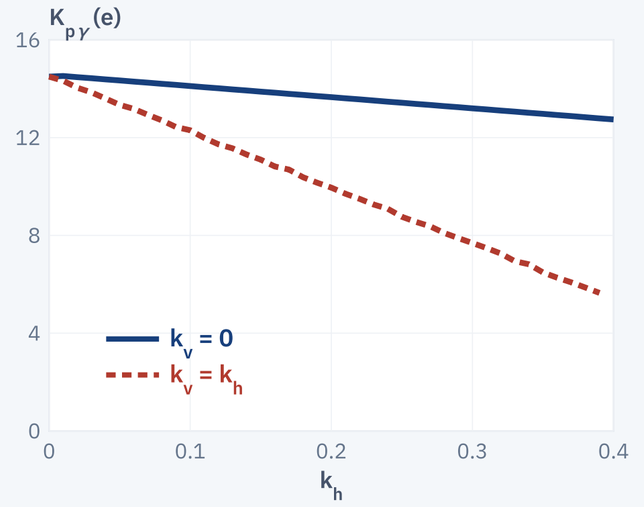
例題

与条件

地盤	$\varphi' = \delta' = 40^\circ$（$\delta'/\varphi' = 1$）；**乾燥砂、粘着力なし**
変数	$k_h = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.35$と$k_v = 0$または$k_v = k_h$

求めるもの

$K_{p\gamma}$(e)の値；$k_h = 0.3$における減少率。



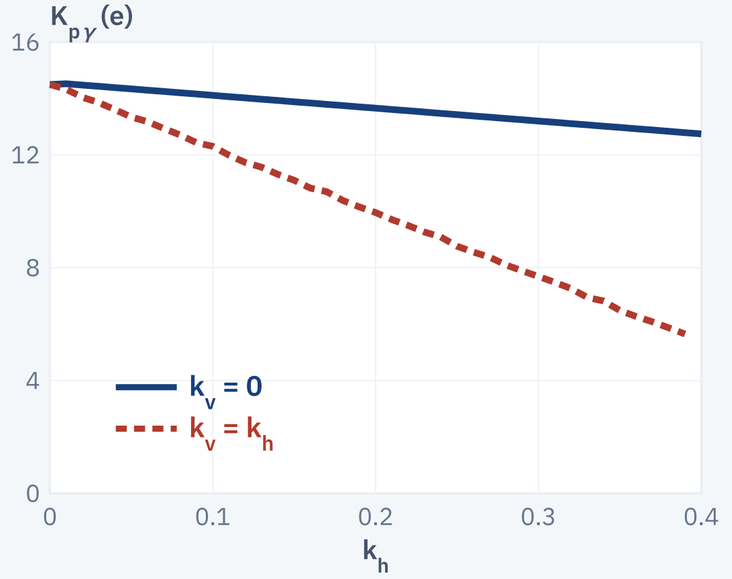
解答

解答

1 図表の読み取り（$\delta'/\phi' = 1$）

k_h	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = 0$)	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = k_h$)
0.00	14.49	14.49
0.10	14.11	12.30
0.20	13.65	9.95
0.30	13.20	7.69
0.35	12.97	6.48

$k_h = 0$から0.3で$K_{p\gamma(e)}$は14.49 → 13.20（9%減少、$k_v = 0$）；$k_v = k_h$のとき7.69まで低下する（47%）。静的時には14.49は対数らせんモジュールの$K_p \cos\delta' = 14.45$と整合する。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

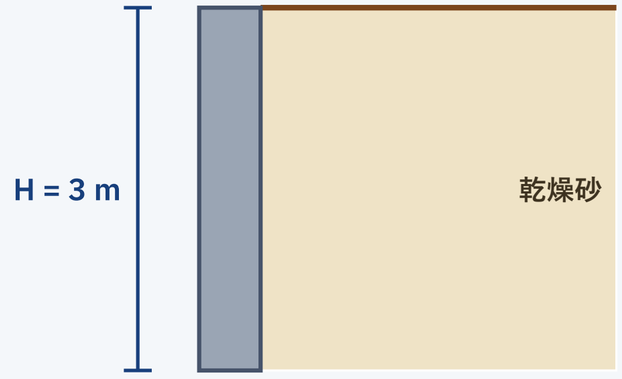
例題

与条件

壁	$H = 3$ m、鉛直、水平地表面、上載荷重なし
地盤	乾燥砂：$\gamma = 16$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$、$\delta' = 15°$ $(\delta'/\varphi' = 0.5)$
地震	$k_h = 0.2, k_v = 0$

求めるもの

P_{pe}、$\bar{z}$、各成分；静的受働力との比較。



γ = 16 kN/m³, ϕ' = 30°, δ' = 15°, k_h = 0.2

解答

解答

1 係数（$\delta'/\phi' = 0.5$）

$$k_h = 0: \ K_{p\gamma} = 4.592 \qquad k_h = 0.2: \ K_{p\gamma(e)} = \mathbf{3.987}$$

2 力（c′ = q = 0）

$$P_{pe} = \frac{\frac{1}{2}(16)(3)^2(3.987)}{\cos 15^\circ} = \frac{287.1}{0.9659} = \mathbf{297.2}\ \text{kN/m}$$

静的条件: $P_p = 342.3$ kN/m $(K_p = 4.592)$

3 位置と成分

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.00}\ \text{m} \qquad P_h = P_{pe}\cos 15^\circ = 287.1 \qquad P_v = P_{pe}\sin 15^\circ = 76.9\ \text{kN/m}$$

P_{pe} = **297.2 kN/m**、静的値は342.3 kN/mであった：k_h = 0.2は抵抗を13%**減少させた**。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

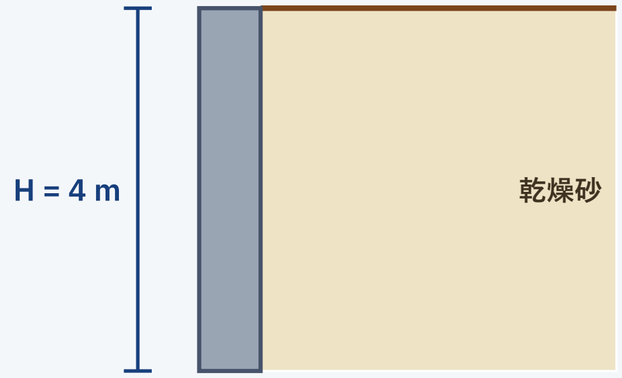
例題

与条件

壁体と地盤	$H = 4$ m、**乾燥砂：**$\gamma = 17.5$ kN/m^3, $\varphi' = \delta' = 40^\circ$
地震	$k_h = 0.3$; $k_v = 0,\ 0.15\ (= 0.5k_h),\ 0.30\ (= k_h)$

求めるもの

各k_vに対して$K_{p\gamma(e)}$とP_{pe}；中間値はどのように求めるか。



解答

解答

1 補間：$K(k_v) = K(0) + [K(k_h) - K(0)]\cdot k_v/k_h$；$P_{pe} = \frac{1}{2}(17.5)(16)K_{p\gamma(e)}/\cos 40° = 182.7\ K_{p\gamma(e)}$

k_v	k_v/k_h	$K_{p\gamma(e)}$	$K_{pq(e)}$	P_{pe} (kN/m)
0.00	0.0	13.20	11.00	2,412
0.15	0.5	10.44	9.29	1,909
0.30	1.0	7.69	7.58	1,405

$k_v = 0.5k_h$では力は2,412 → 1,909 kN/m（21%）、$k_v = k_h$では1,405 kN/m（42%）。上向きの鉛直加速度は重量を減らすため**受働にとって不利**である；$k_v = 0.5k_h$は一般的な選択である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

モジュールの層拡張

理論

図表は単一地盤、鉛直壁、水平地表面に対するものであり、形状はそのままとする。モジュールは地盤を**水平に区切られた層**に分割し、各層は自身の係数をとる。上載層の重量（およびq）は上載荷重として$K_{pq(e)}$で、自重は$K_{p\gamma(e)}$で、粘着力は$K_{pc'(e)}$で作用する：

$$\sigma_n = K_{pq(e)}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma(e)}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right) + 2c'K_{pc'(e)} \qquad \text{壁面に沿って：}\ \sigma_n \tan\delta'$$

水位以下では$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$、uは壁面に直交する。地震時には間隙水が地盤とともに動く（**拘束**）か、動かない（**自由**）かである；図表はより大きいk_hで読む：

$$k_{h,w} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{（拘束）} \qquad k_{h,w} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{（自由）}$$

自由水中ではWestergaardの動水圧$(7/8)k_h\gamma_w\sqrt{(d_w z')}$を**抵抗から差し引く**（受働では不利な位相）。水中ではk_vは$k_v/k_{h,w}$の比で読み取る。

この層別形式はモジュールの工学的拡張であり、図表の曲線が終わるところでモジュールは停止する。

構成

層：K_{pq}（上方の上載荷重）+ $K_{p\gamma}$（自重）+ $K_{pc'}$（粘着力）；水：γ'とu；地震：$k_{h,w}$。

問題

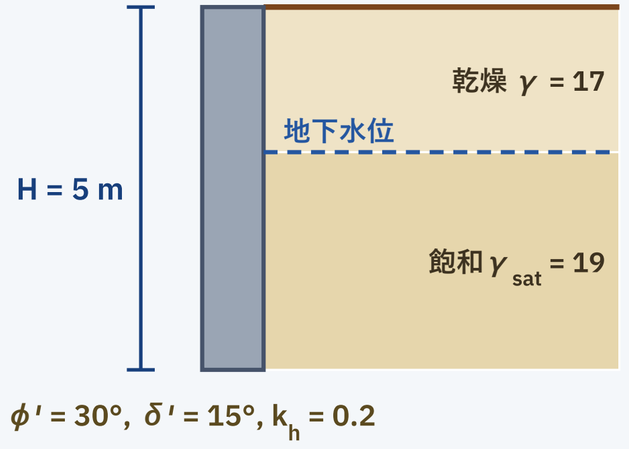
例題

与条件

壁	$H = 5$ m、鉛直、水平地表面、上載荷重なし
地盤	$\gamma = 17$ kN/m^3（乾燥）、$\gamma_{sat} = 19$、$\gamma_d = 17$ kN/m^3；$\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$
地震と水	$k_h = 0.2$、$k_v = 0$。地下水位2 m（d_w = 3 m）

求めるもの

水が拘束されている場合と自由な場合の2つのケースにおけるP_{pe}と$\bar{z}$；乾燥時および静的値との比較。



解答 (1/2)

解答

1 水中で読み取るk_h

拘束： $k_{h,w} = \dfrac{19}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.413}$　　自由： $k_{h,w} = \dfrac{17}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.370}$

解答 (2/2)

解答

2 係数と力（$\sigma_n = K_{p\gamma(e)}\sigma'_v$、層の上面では荷重なし。水中では u = 9.81(z − 2)。P_{wd} = (7/12)(0.2)(9.81)(3)² = 10.30 kN/m を抵抗から差し引く）

	読み取ったk_h	$K_{p\gamma(e)}$	地盤のN_s	水	動水圧	P (kN/m)	$\bar{z}$ (m)
水面より上（0–2 m）	0.200	3.987					
拘束水中	0.413	3.008	566.8	44.1	–	629.5	1.84
非拘束水中	0.370	3.230	598.6	44.1	10.3	652.5	1.83

水が拘束された場合P = **629.5 kN/m**、自由水の場合**652.5 kN/m**；地下水位のない地盤では877.1、静的（$k_h = 0$）かつ水がある場合885.9 kN/mとなる。水中で読み取られる$k_{h,w}$が大きいため、$K_{p\gamma(e)}$は3.99 → 3.01に低下し、抵抗は**減少する**。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

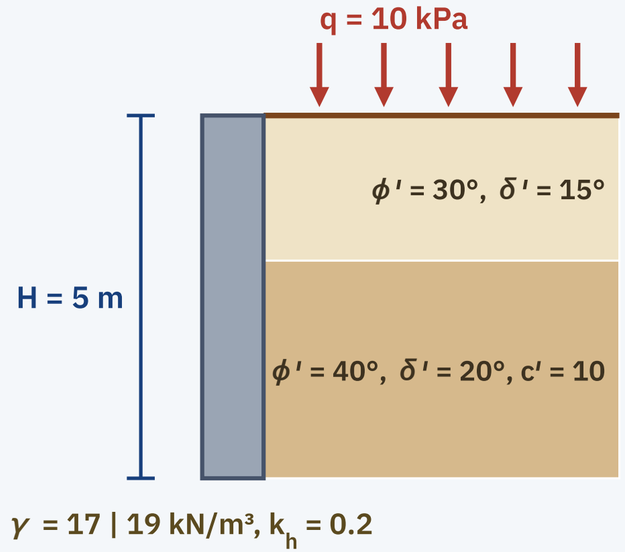
例題

与条件

壁	$H = 5$ m、鉛直；水平地表面；$q = 10$ kPa；水なし
第1層（0–2 m）	$\gamma = 17$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$, $c' = 0$
第2層（2–5 m）	$\gamma = 19$ kN/m^3, $\varphi' = 40°$, $\delta' = 20°$, $c' = 10$ kPa
地震	$k_h = 0.2, k_v = 0$

求めるもの

境界における圧力の跳び、層ごとの力、**P**、β および**z̄**。



解答 (1/2)

解答

1 係数（$k_h = 0.2$）

$$\text{層1：}\ K_{p\gamma} = 3.987,\ K_{pq} = 4.096$$

$$\text{層2：}\ K_{p\gamma} = 8.844,\ K_{pq} = 8.449,\ K_{pc'} = 4.33$$

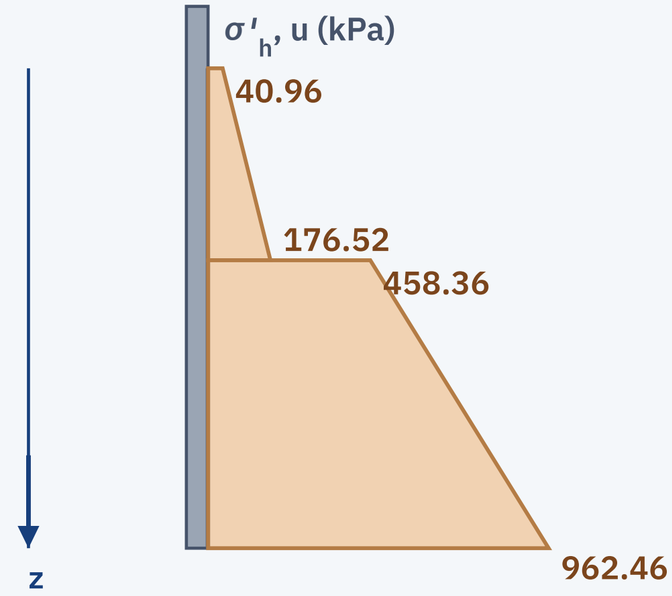
2 垂直応力 σ_n（$\sigma'_v = 10$；44；101 kPa：上部、境界、底面）

$$\sigma_n(0) = K_{pq} q = 4.096(10) = 40.96$$

$$\sigma_n(2^-) = 40.96 + 3.987(34) = 176.52$$

$$\sigma_n(2^+) = 8.449(44) + 2(10)(4.33) = \mathbf{458.36}$$

$$\sigma_n(5) = 458.36 + 8.844(57) = \mathbf{962.46}\ \text{kPa}$$



解答 (2/2)

解答

3 法線方向および面に沿う成分（層の δ' を用いる。腕の長さは底面から）

$$N_1 = 217.5 \text{ (腕 } 3.79 \text{ m)}$$

$$N_2 = 2{,}131.2 \text{ (腕 } 1.32 \text{ m)}$$

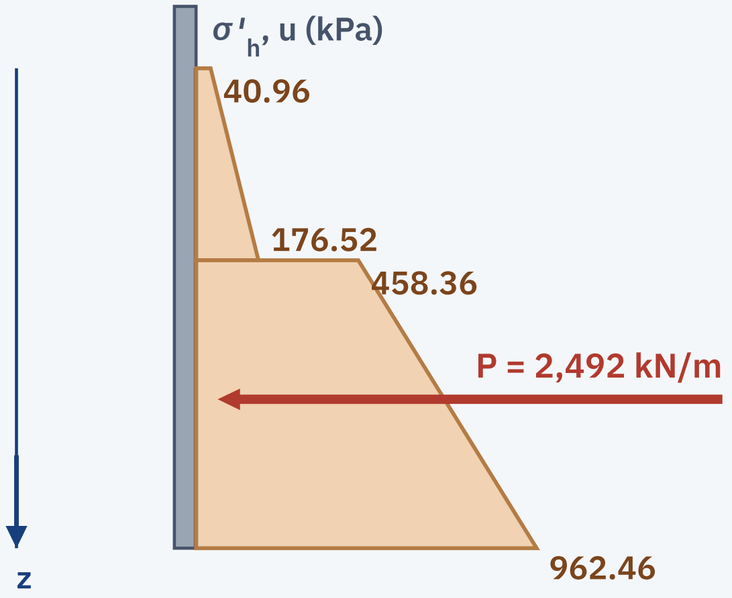
$$N = 2{,}348.7 \qquad T = 834.0 \text{ kN/m}$$

4 合力と作用位置

$$P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{2{,}492.4} \text{ kN/m} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 19.55^\circ$$

$$\bar{z} = \frac{217.5(3.79) + 2{,}131.2(1.32)}{2{,}348.7} = \mathbf{1.55} \text{ m}$$

P = **2,492 kN/m**、β = 19.5°（δ'は15°から20°の間）、底面から1.55 m上方。限界でσ_nは176.5 → 458.4 kPaと**跳躍する**（ϕ'、δ'、c′が変化する）。



GeoTervaで解答を確認する ↗

モジュールの位置づけ

理論

各図表の曲線は、受働抵抗が発揮し尽くされるk_hの値で終わる。モジュールはその先で停止する（外挿は行わない）。限界はϕ'、δ'/ϕ'およびk_vに依存する：

ϕ'	$k_v = 0,\ \delta'/\phi' = 0.5$	$k_v = 0,\ \delta'/\phi' = 1$	$k_v = k_h,\ \delta'/\phi' = 0.5$	$k_v = k_h,\ \delta'/\phi' = 1$
10°	0.108	0.098	0.085	0.079
20°	0.292	0.279	0.185	0.198
30°	0.494	0.463	0.288	0.282
40°	0.500	0.463	0.393	0.397

$k_v = k_h$の曲線ははるかに早く終わる（$\phi' = 30°$、$\delta' = \phi'/2$：0.29）。

水中で測定した$k_{h,w} = k_h \gamma_{sat}/\gamma' \approx 2k_h$はこの限界を容易に超える。

問題

例題

与条件

地盤	$\varphi' = 30^\circ, \delta' = 15^\circ; \gamma_{sat} = 19$ kN/m^3; **地下水位が壁の頂部にある場合（z_w = 0）**
地震	$k_h = 0.3, k_v = 0$；**間隙水を拘束**

求めるもの

水中で読み取る$k_{h,w}$；図表の限界；モジュールは何を行うか。

解答

解答

1 読み取ったk_hと図表の限界

$$k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.3) = \mathbf{0.620}$$

$$k_{h,lim}(30^\circ,\ \delta'/\varphi' = 0.5,\ k_v = 0) = 0.494$$

$k_{h,w}$ = 0.620 > 0.494：この値に対応する図表はない（受働抵抗が限界に達する領域）。**モジュールは計算を停止する**。対策：地下水位を下げるかk_hを低減する。k_h = 0.2の場合、$k_{h,w}$ = 0.41は許容範囲内である（例題5）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

解答の範囲

理論

震度法：一定の k_h、k_v；時間依存性および残留変位なし。

形状：鉛直壁、水平地表面。図表は $\phi' = 10–40°$、$\delta'/\phi' = 0.5–1$ に対するもの。k_v は上向きのみ（受働では不利）、$0 \le k_v \le k_h$。

粘着力：$K_{pc'(e)}$ の表；付着力はゼロか、または $c'_a/c' = \tan\delta'/\tan\phi'$ のいずれかである。

層、水、上載荷重はモジュールの工学的拡張である（文献に閉形式解はない）。水は拘束または自由とでき、自由の場合はWestergaardの抵抗を差し引く。

静的受働は対数らせんとCoulomb、**主働地震**はMononobe–Okabeのモジュール。

まとめ

ポイントのまとめ

$P_{pe} = [½\,\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}] / \cos\,\delta'$；$\gamma$の部分はH/3、qとc′の部分はH/2の位置；$\delta'$は壁面法線より下方

係数は図表（ϕ' 10–40°、δ'/ϕ' 0.5–1、$k_v = 0$およびk_h）から読み取る：k_hはδ'/ϕ'に対して線形、ϕ'に対して対数線形であり、k_hが増加するにつれて係数は低下する

k_v（上向き）は受働にとって不利：$k_v = k_h$、$\phi' = \delta' = 40°$、$k_h = 0.3$のとき$K_{p\gamma(e)}$は13.2 → 7.7

層内では $\sigma_n = K_{pq}\,\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}) + 2c'K_{pc'}$；境界で跳躍；壁面に沿って$\sigma_n \tan\,\delta'$

水：γ'とu；図表は$k_{h,w} = k_h\,\gamma_{sat}/\gamma'$（拘束）または$\gamma_d/\gamma'$（自由）で読む；自由の場合は動水圧を抵抗から差し引く。

限界：図表の曲線が終端する場合（$k_{h,w}$が大きく$k_v = k_h$）、モジュールは停止する

参考文献

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. (2005). Seismic passive earth pressures in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131(1), 131–135.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

注記

数値例はすべてモジュール自身の計算コードから取得しており、モジュールは同じ値を与える。モジュールは例題1の擁壁（H = 4 m、$\phi' = \delta' = 40°$、$k_h = 0.3$）で開く。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

自身の擁壁の層、粘着力、上載荷重、地下水および地震係数をGeoTervaに入力せよ。モジュールはP_{pe}、その作用方向および作用高さを同時に与える。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く
お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com