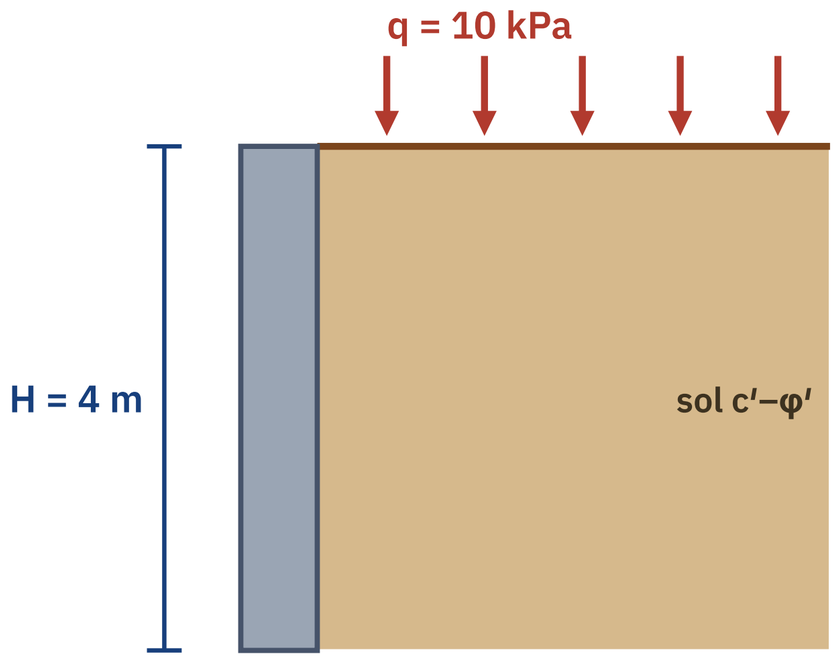
Présentation de cours de géotechnique · Poussée et butée des terres

Butée des terres sous séisme

Cours : calcul pseudo-statique de la butée du sol devant un mur en situation sismique (Subba Rao et Choudhury 2005) : coefficients $K_{p\gamma(e)}$, $K_{pq(e)}$, $K_{pc'(e)}$, k_v, stratification, eau et surcharge ; un exemple de calcul pour chaque thème.

$$P_{pe} = [\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$$

Subba Rao – Choudhury · k_h et k_v · Couche · eau · surcharge



Introduction

Que verrons-nous dans ce cours ?

Pourquoi la résistance passive **diminue** en cas de séisme : la force d'inertie du coin tend à éloigner le sol du mur

Calcul de la force de butée à l'aide de **trois coefficients** : $P_{pe} = [½\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos \delta'$

Les **abaques** des coefficients ($\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5$ et 1, $k_v = 0$ et k_h) et la façon de lire les valeurs intermédiaires

À déterminer la position de la force (H/3 et H/2) et sa direction (δ' par rapport à la normale)

l'effet de k_v, de l'**eau** (entraînée ou libre), des couches et de la surcharge

La **limite k_h** à laquelle s'arrêtent les abaques et la raison pour laquelle le module s'arrête

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Les efforts sont rapportés à l'unité de longueur de mur (kN/m) ; mur vertical, surface horizontale ; k_v positif vers le haut, $0 \le k_v \le k_h$.

Subba Rao et Choudhury (2005)

THÉORIE

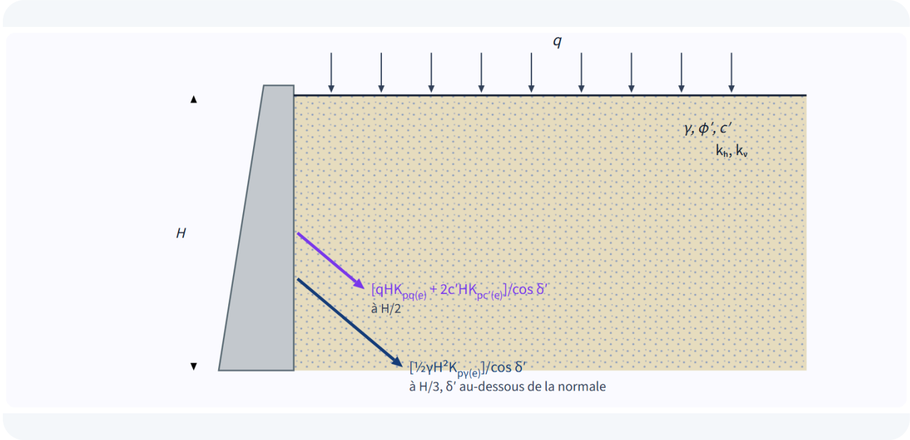
En cas de séisme, l'inertie du coin situé devant le mur contribue à éloigner le sol du mur ; la **butée diminue**. Subba Rao et Choudhury ont étendu l'équilibre limite de la butée sur une surface courbe (spirale + partie droite) avec les forces $k_h W$ et $k_v W$ (écran vertical, remblai horizontal c′–φ′, surcharge q, frottement sol-écran δ′, adhésion c'_a) :

$$P_{pe} = \left[\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}\right]\frac{1}{\cos\delta'}$$

Les trois coefficients sont des composantes **perpendiculaires** au mur ; ils sont donc divisés par cos δ′. La part due à γ s'exerce à H/3, celle due à q et c′ à H/2 :

$$\bar{z} = \frac{P_\gamma\,(H/3) + (P_q + P_{c'})\,(H/2)}{P_{pe}}$$

> La force est inclinée de δ′ **vers le bas** par rapport à la normale à la face du mur.



Abaques et lecture des valeurs intermédiaires

THÉORIE

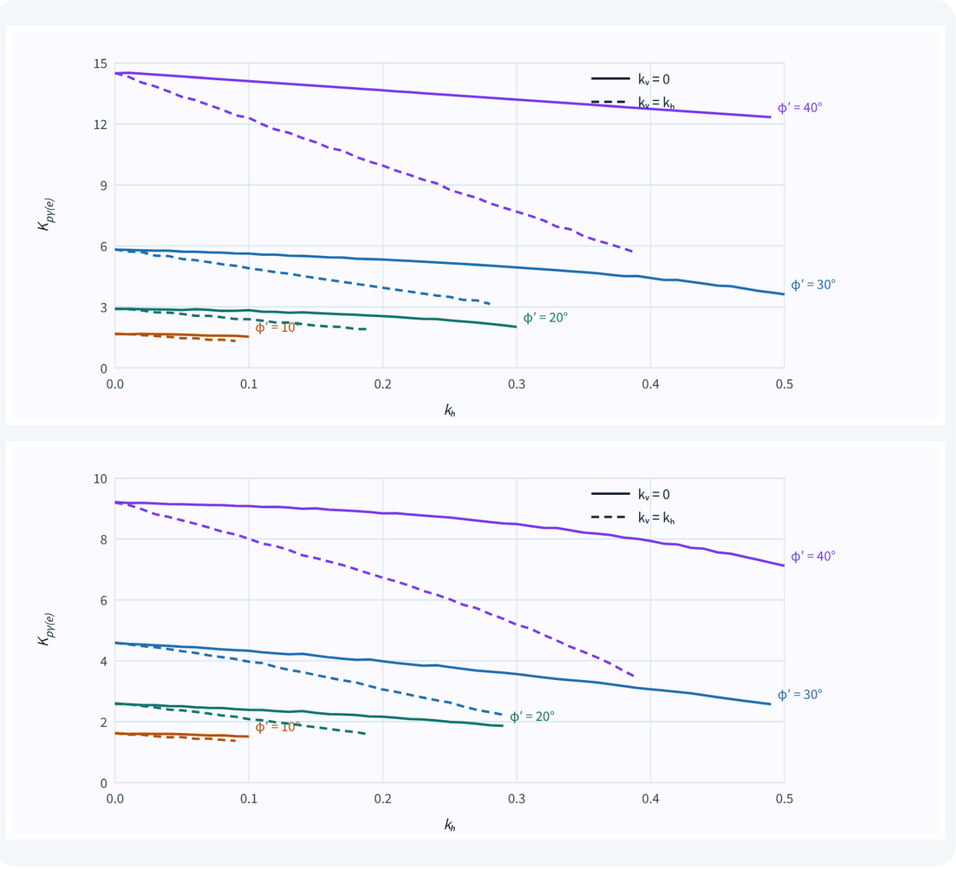
$K_{p\gamma(e)}$ et $K_{pq(e)}$ sont donnés sous forme de **courbes d'abaques** pour $\varphi' = 10°, 20°, 30°, 40°$; $\delta'/\varphi' = 0.5$ et 1 ; $k_v = 0$ et $k_v = k_h$ (le module tabule les courbes avec un pas $\Delta k_h = 0.01$). Valeurs intermédiaires : interpolation linéaire en k_h et δ'/φ', **log-linéaire** en φ' ; pas d'extrapolation hors du domaine (φ' 10–40°, δ' de $\varphi'/2$ à φ').

Lorsque k_h augmente, les coefficients diminuent ; **beaucoup plus vite avec $k_v = k_h$**. Chaque courbe s'arrête à la valeur de k_h pour laquelle la butée est épuisée ; le module s'arrête là.

À $k_h = 0$, les abaques donnent le coefficient de butée statique : pour $\varphi' = \delta' = 40°$, $K_{p\gamma(e)} = 14.49$; dans le module de spirale logarithmique, $K_p \cos \delta' = 14.45$.

$0 \le k_v \le k_h$ (vers le haut, défavorable pour la butée) : interpolation linéaire entre les courbes $k_v = 0$ et $k_v = k_h$; vérifié avec le coefficient de Coulomb, erreur < 0.4 % (par défaut).

$K_{pc'(e)}$ dans le tableau : pour $\varphi' = 40°$, $\delta'/\varphi' = 1$, 5.95 pour $c'_a = 0$ et 5.97 avec adhérence.



Énoncé

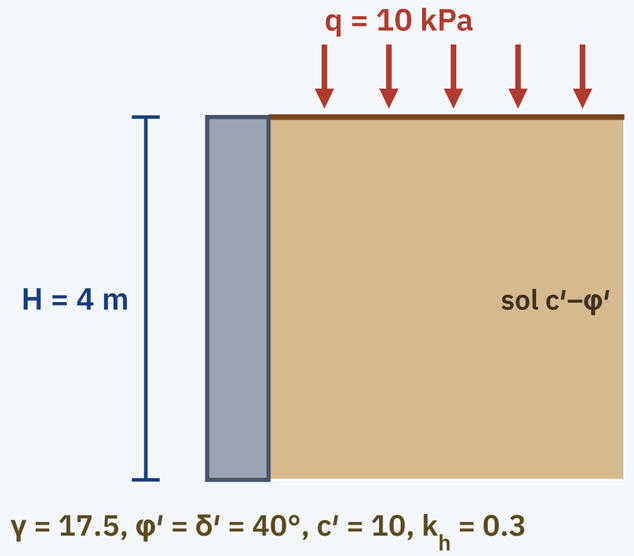
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 4$ **m, vertical ; surface horizontale ;** $q = 10$ **kPa**
Sol	$\gamma = 17.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 40°,\ c' = 10$ **kPa;** $\delta' = 40°, c'_a = 0$
Séisme	$k_h = 0.3, k_v = 0$

À DÉTERMINER

Coefficients d'abaque, $\mathbf{P_{pe}}$, sa direction et $\bar{\mathbf{z}}$. Le module s'ouvre avec ce mur.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Coefficients ($\delta'/\varphi' = 1$, $k_h = 0.3$, $k_v = 0$; le module lit les valeurs sur les abaques)

$$K_{p\gamma(e)} = \mathbf{13.20} \qquad K_{pq(e)} = \mathbf{11.00} \qquad K_{pc'(e)} = \mathbf{5.95}$$

$$(\text{statique}, k_h = 0 : \ K_{p\gamma} = 14.49, \ K_{pq} = 11.11)$$

Solution (2/2)

SOLUTION

2 Composantes normales et résultante

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2}(17.5)(4)^2(13.20) = 1{,}848 \text{ kN/m}$$

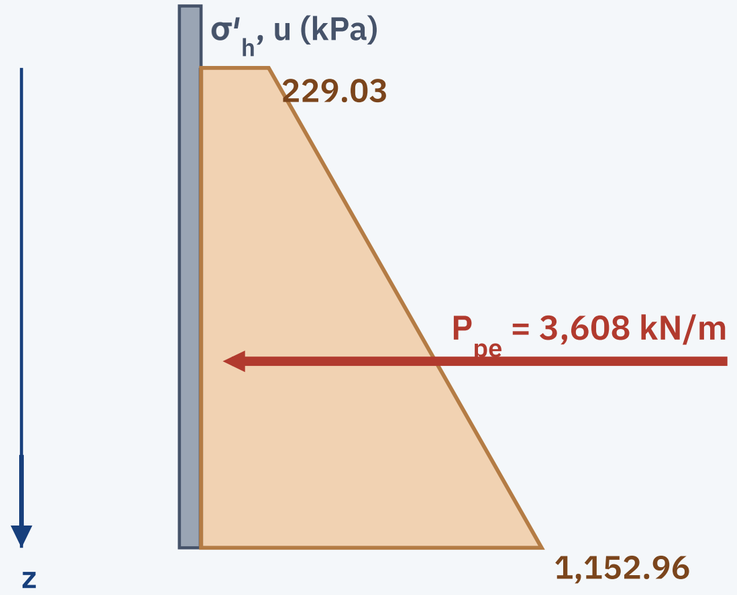
$$P_q = 10(4)(11.00) = 440 \qquad P_{c'} = 2(10)(4)(5.95) = 476$$

$$P_{pe} = \frac{1{,}848 + 440 + 476}{\cos 40^\circ} = \frac{2{,}764}{0.766} = \mathbf{3{,}608} \text{ kN/m}$$

3 Localisation et composantes

$$\bar{z} = \frac{2{,}412.2(4/3) + 1{,}195.9(2)}{3{,}608} = \mathbf{1.554} \text{ m}$$

$$P_h = P_{pe}\cos 40^\circ = 2{,}764 \qquad P_v = P_{pe}\sin 40^\circ = 2{,}319 \text{ kN/m}$$



$P_{pe} \approx$ **3,608 kN/m**, inclinée de 40° vers le bas par rapport à la normale, à **1.554 m** au-dessus de la base ; la part due au poids du sol est de 2,412, celle due à q et c′ de 1,196 kN/m (après division par la normale).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

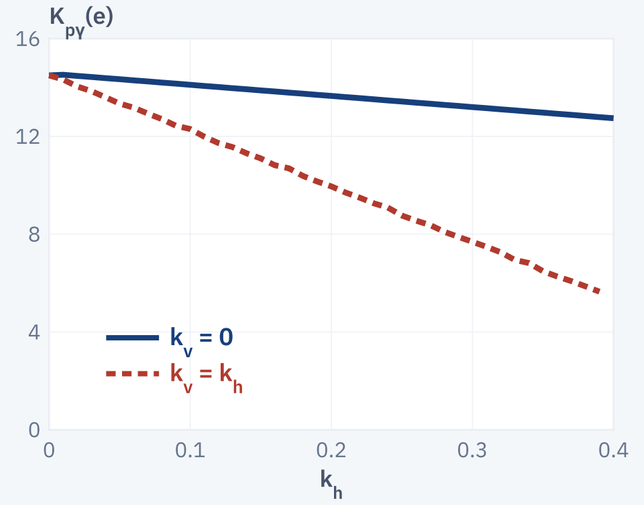
EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = \delta' = 40°$ **(**$\delta'/\varphi' = 1$**) ; sable sec, pulvérulent**
Variable	$k_h = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.35$ **et** $k_v = 0$ **ou** $k_v = k_h$

À DÉTERMINER

Valeurs de $K_{p\gamma(e)}$; rapports de réduction pour $k_h = 0.3$.



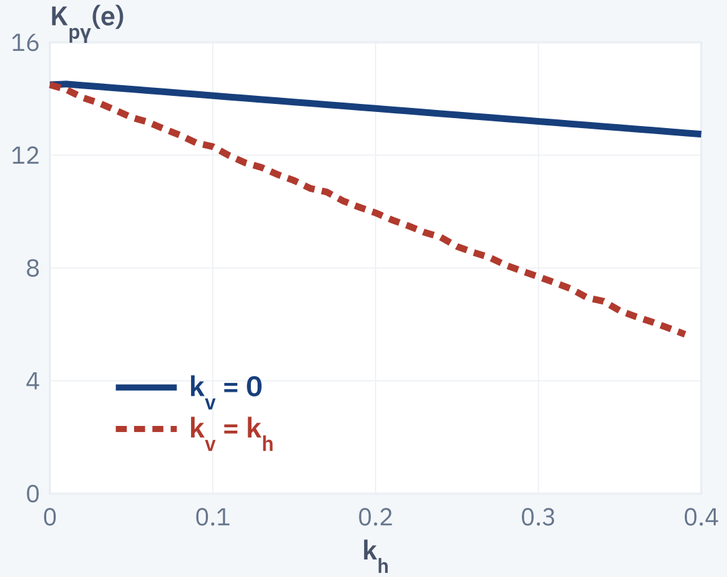
Solution

SOLUTION

1 Lectures d'abaque ($\delta'/\varphi' = 1$)

k_h	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = 0$)	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = k_h$)
0.00	14.49	14.49
0.10	14.11	12.30
0.20	13.65	9.95
0.30	13.20	7.69
0.35	12.97	6.48

De $k_h = 0$ à 0.3, $K_{p\gamma(e)}$ passe de 14.49 à 13.20 (baisse de 9 %, $k_v = 0$) ; pour $k_v = k_h$, il tombe à 7.69 (baisse de 47 %). En statique, 14.49 est cohérent avec $K_p \cos \delta' = 14.45$ du module à spirale logarithmique.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

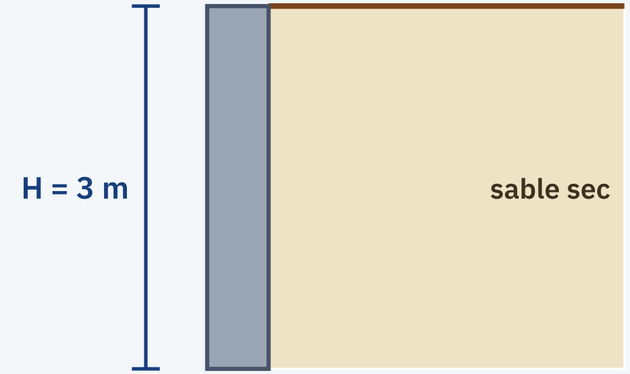
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 3$ m, vertical ; surface horizontale ; pas de surcharge
Sol	sable sec : $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; $\delta' = 15°$ ($\delta'/\varphi' = 0.5$)
Séisme	$k_h = 0.2$, $k_v = 0$

À DÉTERMINER

P_{pe}, $\bar{z}$, composantes ; comparaison avec la force de butée statique.



γ = 16 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.2

Solution

SOLUTION

1 Coefficients (δ′/φ′ = 0.5)

$$k_h = 0 : \; K_{p\gamma} = 4.592 \qquad k_h = 0.2 : \; K_{p\gamma(e)} = \mathbf{3.987}$$

2 Force (c′ = q = 0)

$$P_{pe} = \frac{\frac{1}{2}(16)(3)^2(3.987)}{\cos 15^\circ} = \frac{287.1}{0.9659} = \mathbf{297.2}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\text{statique} : P_p = 342.3\ \mathrm{kN/m}\ (K_p = 4.592)$$

3 Localisation et composantes

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.00}\ \mathrm{m} \qquad P_h = P_{pe}\cos 15^\circ = 287.1 \qquad P_v = P_{pe}\sin 15^\circ = 76.9\ \mathrm{kN/m}$$

P_{pe} = **297.2 kN/m** ; la valeur statique était de 342.3 kN/m : k_h = 0.2 a **réduit** la résistance de 13 %.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

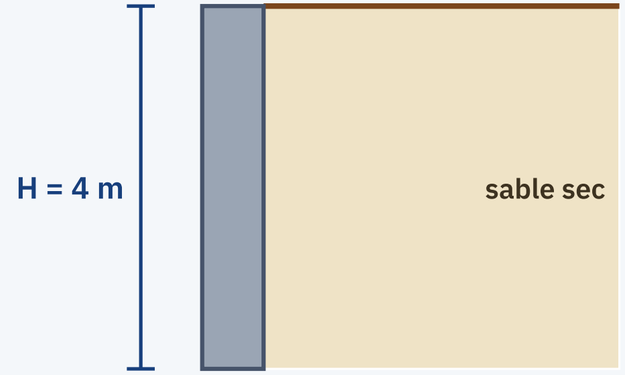
EXEMPLE

Données

Mur et sol	$H = 4$ **m ; sable sec :** $\gamma = 17.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = \delta' = 40^\circ$
Séisme	$k_h = 0.3$**;** $k_v = 0,\ 0.15\ (= 0.5k_h),\ 0.30\ (= k_h)$

À DÉTERMINER

Pour chaque k_V, $\mathbf{K_{p\gamma(e)}}$ et $\mathbf{P_{pe}}$; comment trouver la valeur intermédiaire ?



γ = 17.5, φ′ = δ′ = 40°, k_h = 0.3

Solution

SOLUTION

1 Interpolation : $K(k_v) = K(0) + [K(k_h) - K(0)]\cdot k_v/k_h$; $P_{pe} = ½(17.5)(16)K_{p\gamma(e)}/\cos 40° = 182.7\ K_{p\gamma(e)}$

k_v	k_v/k_h	$K_{p\gamma(e)}$	$K_{pq(e)}$	P_{pe} (kN/m)
0.00	0.0	13.20	11.00	2,412
0.15	0.5	10.44	9.29	1,909
0.30	1.0	7.69	7.58	1,405

À $k_v = 0.5k_h$, l'effort diminue de 2,412 à 1,909 kN/m (21 %), et à $k_v = k_h$ il atteint 1,405 kN/m (42 %). Une accélération verticale vers le haut réduisant le poids, elle est **défavorable pour la butée** ; $k_v = 0.5k_h$ est un choix courant.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Extension en couches du module

THÉORIE

Les abaques valent pour un sol unique, un écran vertical et une surface horizontale ; la géométrie reste ainsi. Le module divise le sol en **couches limitées horizontalement** ; chaque couche reçoit son propre coefficient : le poids des couches sus-jacentes (et q) agit comme une surcharge par $K_{pq(e)}$, son propre poids par $K_{p\gamma(e)}$ et sa cohésion par $K_{pc'(e)}$:

$$\sigma_n = K_{pq(e)}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma(e)}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right) + 2c'K_{pc'(e)} \qquad \text{le long du parement : } \sigma_n \tan\delta'$$

Sous le niveau de l'eau, $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, u est perpendiculaire au mur. Lors d'un séisme, l'eau interstitielle se déplace avec le sol (**entraînée**) ou non (**libre**) ; les abaques sont lus à un k_h plus grand :

$$k_{h,w} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{(entraînée)} \qquad k_{h,w} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{(libre)}$$

Dans l'eau libre, la pression hydrodynamique de Westergaard $(7/8)k_h\gamma_w\sqrt{(d_w z')}$ est **retranchée de la résistance** (phase défavorable pour la butée). Sous l'eau, k_v est lu avec le rapport $k_v/k_{h,w}$.

Cette forme stratifiée est une extension du module relevant de l'ingénierie ; le module s'arrête là où la courbe de l'abaque se termine.

STRUCTURE

Couche : K_{pq} (charge sus-jacente) + $K_{p\gamma}$ (poids propre) + $K_{pc'}$ (cohésion) ; eau : γ' et u ; séisme : $k_{h,w}$.

Énoncé

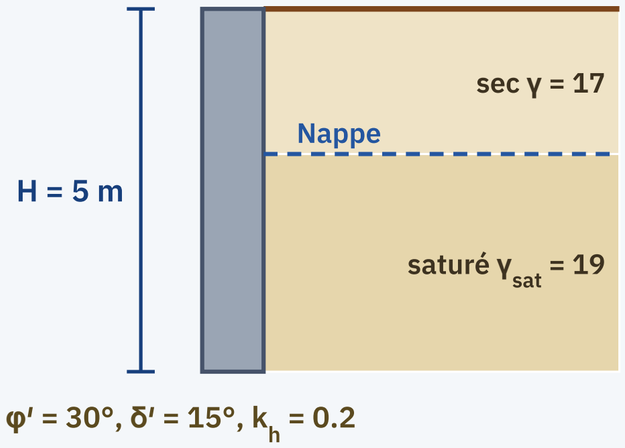
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, vertical ; surface horizontale ; pas de surcharge**
Sol	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sec),** $\gamma_{sat} = 19$**,** $\gamma_d = 17\ \mathrm{kN/m^3}$ **;** $\varphi' = 30°,\ \delta' = 15°$
Séisme et eau	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$ **; niveau de la nappe phréatique 2 m (d_w = 3 m)**

À DÉTERMINER

P_{pe} et **$\bar{z}$** dans les deux cas d'eau entraînée et libre ; comparaison avec les valeurs sèches et statiques.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 k_h lu sous l'eau

$$\text{entraînée : } k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.413} \qquad \text{libre : } k_{h,w} = \frac{17}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.370}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

2 Coefficients et efforts ($\sigma_n = K_{p\gamma(e)}\sigma'_v$, pas de charge en tête de couche ; sous la nappe $u = 9.81(z - 2)$; $P_{wd} = (7/12)(0.2)(9.81)(3)^2 = 10.30$ kN/m est retranché de la résistance)

	k_h lu	$K_{p\gamma(e)}$	Sol N_s	Eau	Hydrodynamique	P (kN/m)	$\bar{z}$ (m)
Au-dessus du niveau d'eau (0–2 m)	0.200	3.987					
Eau retenue sous nappe	0.413	3.008	566.8	44.1	–	629.5	1.84
Eau libre sous nappe	0.370	3.230	598.6	44.1	10.3	652.5	1.83

Avec eau entraînée, P = **629.5 kN/m** ; avec eau libre, **652.5 kN/m** ; dans un sol sans nappe, 877.1 ; en statique ($k_h = 0$) et en présence d'eau, 885.9 kN/m. La valeur de $k_{h,w}$ lue sous l'eau étant grande, $K_{p\gamma(e)}$ passe de 3.99 à 3.01 et la résistance **diminue**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

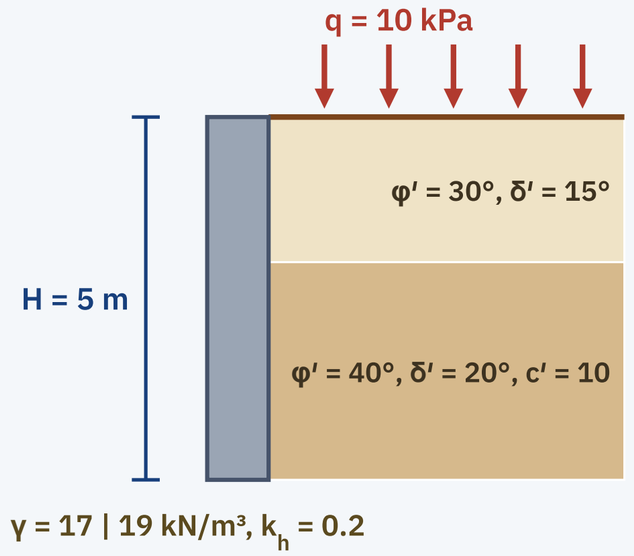
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, vertical ; surface horizontale ;** $q = 10$ **kPa ; pas d'eau**
Couche 1 (0–2 m)	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°,\ \delta' = 15°,\ c' = 0$
Couche 2 (2–5 m)	$\gamma = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 40°,\ \delta' = 20°,\ c' = 10$ **kPa**
Séisme	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$

À DÉTERMINER

Saut de pression à la limite, efforts dans les couches, **P**, β et **z̄**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Coefficients ($k_h = 0.2$)

$$\text{couche } 1 : K_{p\gamma} = 3.987,\ K_{pq} = 4.096$$

$$\text{couche } 2 : K_{p\gamma} = 8.844,\ K_{pq} = 8.449,\ K_{pc'} = 4.33$$

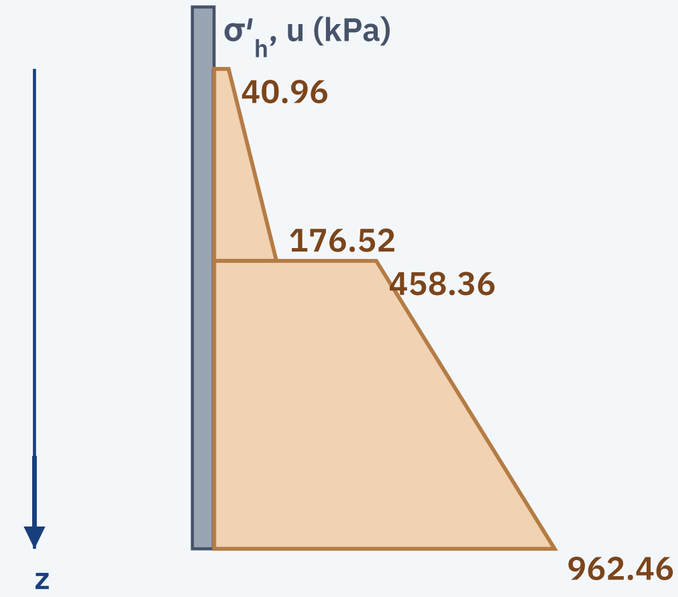
2 Contrainte normale σ_n ($\sigma'_v = 10$; 44 ; 101 kPa : haut, limite, base)

$$\sigma_n(0) = K_{pq} q = 4.096(10) = 40.96$$

$$\sigma_n(2^-) = 40.96 + 3.987(34) = 176.52$$

$$\sigma_n(2^+) = 8.449(44) + 2(10)(4.33) = \mathbf{458.36}$$

$$\sigma_n(5) = 458.36 + 8.844(57) = \mathbf{962.46}\ \text{kPa}$$



Solution (2/2)

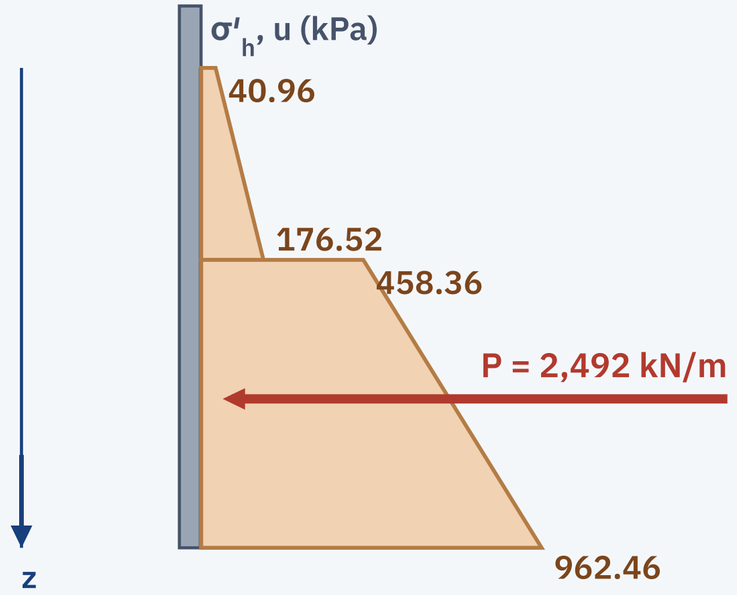
SOLUTION

3 Composantes normale et le long du parement (avec δ′ de la couche ; bras depuis la base)

$$N_1 = 217.5 \text{ (bras } 3.79 \text{ m)}$$
$$N_2 = 2{,}131.2 \text{ (bras } 1.32 \text{ m)}$$
$$N = 2{,}348.7 \qquad T = 834.0 \text{ kN/m}$$

4 Résultante et point d'application

$$P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{2{,}492.4} \text{ kN/m} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 19.55°$$
$$\bar{z} = \frac{217.5(3.79) + 2{,}131.2(1.32)}{2{,}348.7} = \mathbf{1.55} \text{ m}$$



P = **2,492 kN/m**, β = 19.5° (δ′ entre 15° et 20°), à 1.55 m au-dessus de la base. À la limite, σ_n **passe brusquement** de 176.5 à 458.4 kPa (φ′, δ′ et c′ changent).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Où se situe le module ?

THÉORIE

Chaque courbe de l'abaque s'arrête à la valeur de k_h pour laquelle la butée est épuisée ; le module s'arrête à cette valeur (il n'extrapole pas). Cette limite dépend de φ', de δ'/φ' et de k_v :

φ'	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 1$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 1$
10°	0.108	0.098	0.085	0.079
20°	0.292	0.279	0.185	0.198
30°	0.494	0.463	0.288	0.282
40°	0.500	0.463	0.393	0.397

Les courbes $k_v = k_h$ s'arrêtent beaucoup plus tôt ($\varphi' = 30°$, $\delta' = \varphi'/2$: 0.29).

La valeur **relevée sous l'eau** $k_{h,w} = k_h \gamma_{sat}/\gamma' \approx 2k_h$ dépasse aisément cette limite.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$; $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$; **nappe phréatique au sommet du mur (z_w = 0)**
Séisme	$k_h = 0.3$, $k_v = 0$; **eau interstitielle entraînée**

À DÉTERMINER

$k_{h,w}$ à lire sous l'eau ; limite de l'abaque ; que fait le module ?

Solution

SOLUTION

1 k_h lu et limite de l'abaque

$$k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.3) = \mathbf{0.620}$$

$$k_{h,lim}(30^\circ,\ \delta'/\varphi' = 0.5,\ k_v = 0) = 0.494$$

$k_{h,w}$ = 0.620 > 0.494 : l'abaque n'existe pas pour cette valeur (zone où la résistance passive est épuisée) ; **le module interrompt le calcul**. Remède : abaisser le niveau de la nappe ou réduire k_h ; pour k_h = 0.2, $k_{h,w}$ = 0.41 se situe dans la limite (Exemple 5).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Étendue de la solution

THÉORIE

Pseudo-statique : k_h et k_v constants ; ni dépendance vis-à-vis du temps, ni déplacement permanent.

Géométrie : mur vertical, surface horizontale ; abaques pour $\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5–1$; k_v orienté uniquement vers le haut (défavorable pour la butée), $0 \le k_v \le k_h$.

Cohésion : tableau de $K_{pc'(e)}$; l'adhérence est soit nulle, soit $c'_a/c' = \tan\delta'/\tan\varphi'$.

Couche, eau et surcharge constitue l'extension d'ingénierie du module (il n'existe pas de solution fermée dans la littérature) ; l'eau est entraînée ou libre, et dans le cas libre la composante de Westergaard est retranchée de la résistance.

Pour la **butée statique** : modules spirale logarithmique et Coulomb ; pour la **poussée active sismique** : modules Mononobe–Okabe.

Synthèse

Points à retenir

$P_{pe} = [½\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}] / \cos\delta'$; la part γ à H/3, les parts q et c′ à H/2 ; δ′ en dessous de la normale à la face

Les **coefficients** sont lus sur des abaques (φ′ 10–40°, δ′/φ′ 0.5–1, $k_v = 0$ et k_h) : k_h est linéaire en δ′/φ′ et log-linéaire en φ′ ; les coefficients diminuent lorsque k_h augmente

k_v (vers le haut) est défavorable pour la butée : pour $k_v = k_h$, φ′ = δ′ = 40°, $k_h = 0.3$, $K_{p\gamma(e)}$ 13.2 → 7.7

Dans les couches $\sigma_n = K_{pq}\sigma'_{v,sup} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,sup}) + 2c'K_{pc'}$; saut à la limite ; le long de la face $\sigma_n \tan\delta'$

Eau : γ′ et u ; l'abaque est lu avec $k_{h,w} = k_h\gamma_{sat}/\gamma'$ (eau entraînée) ou γ_d/γ' (eau libre) ; dans le cas de l'eau libre, la pression hydrodynamique est retranchée de la résistance

Limite : si la courbe de l'abaque s'arrête ($k_{h,w}$ grand, $k_v = k_h$), le module s'arrête

Références bibliographiques

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. (2005). Seismic passive earth pressures in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131(1), 131–135.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

REMARQUE

Tous les exemples numériques sont tirés du code de calcul propre du module ; le module donne les mêmes valeurs. Le module s'ouvre avec le mur de l'Exemple 1 (H = 4 m, $\varphi' = \delta' = 40°$, $k_h = 0.3$).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva les couches, la cohésion, la surcharge, la nappe et les coefficients sismiques de son propre mur ; le module fournit conjointement P_{pe}, sa direction et sa hauteur d'application.

Ouvrir le module → | **Page de théorie →**

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com