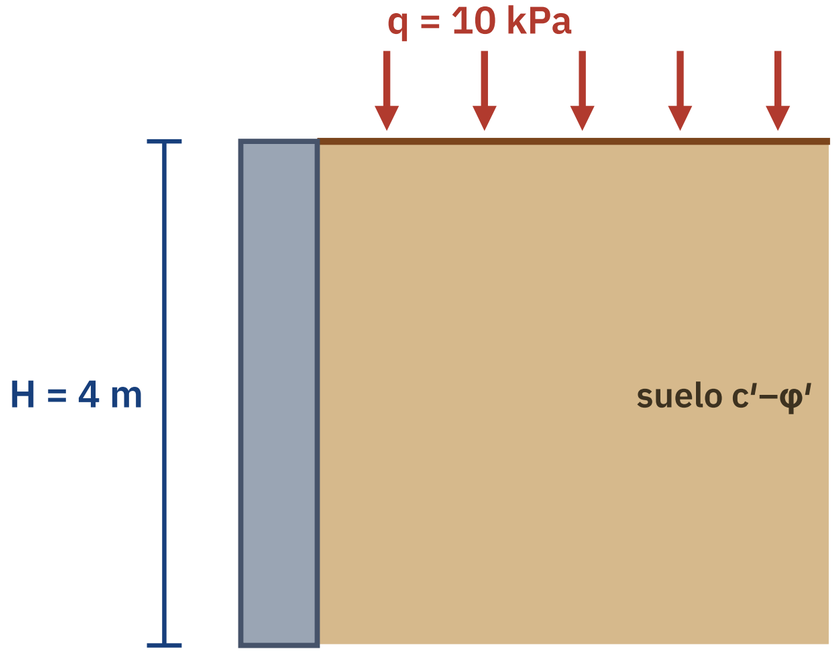
Presentación de clase de geotecnia · Empuje de tierras

Empuje pasivo de tierras bajo sismo

Clase: cálculo pseudoestático de la resistencia pasiva del suelo delante de un muro durante un sismo (Subba Rao y Choudhury 2005): coeficientes $K_{p\gamma(e)}$, $K_{pq(e)}$, $K_{pc'(e)}$, k_v, estratos, agua y sobrecarga; ejemplo resuelto sobre cada tema.

$$P_{pe} = [\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$$

Subba Rao – Choudhury · k_h y k_v · Estrato · agua · sobrecarga



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

- Por qué el empuje pasivo **disminuye** en un sismo: la fuerza de inercia de la cuña contribuye a separar el terreno del muro
- Cálculo del empuje pasivo con **tres coeficientes**: $P_{pe} = [\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}]/\cos\delta'$
- Los **ábacos** de los coeficientes ($\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5$ y 1, $k_v = 0$ y k_h) y cómo se leen los valores intermedios
- Determinar la posición de la fuerza (H/3 y H/2) y su dirección (δ' respecto a la normal)
- El efecto de k_v, del **agua** (solidaria o libre), de los estratos y de la sobrecarga
- El **límite de k_h** en el que terminan los ábacos y por qué el módulo se detiene

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Las fuerzas se refieren a la unidad de longitud del muro (kN/m); muro vertical, superficie horizontal; k_v positivo hacia arriba, $0 \le k_v \le k_h$.

Subba Rao y Choudhury (2005)

TEORÍA

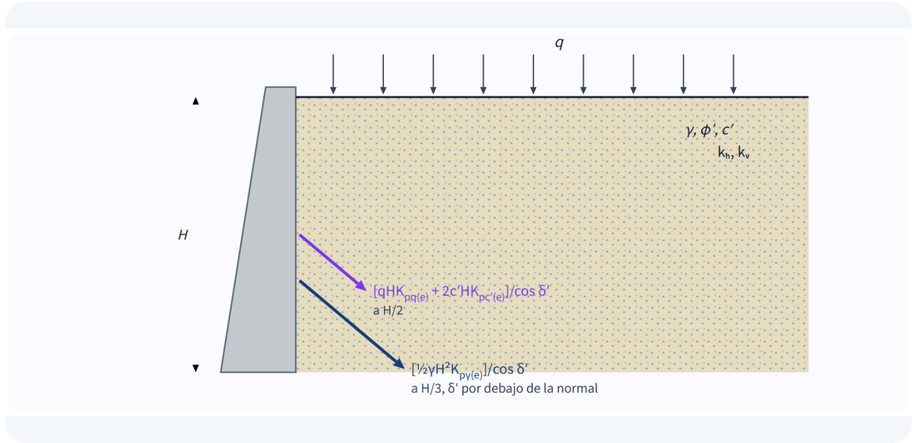
Durante un sismo, la inercia de la cuña situada delante del muro contribuye a alejar el terreno del muro; **la resistencia pasiva disminuye**. Subba Rao y Choudhury ampliaron el equilibrio límite del empuje pasivo con superficie curva (espiral + tramo recto) con las fuerzas $k_h W$ y $k_v W$ (muro vertical, relleno horizontal c′–φ′, sobrecarga q, fricción muro-terreno δ′, adhesión c'_a):

$$P_{pe} = \left[\tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}\right]\frac{1}{\cos\delta'}$$

Los tres coeficientes son componentes **perpendiculares** al muro; por eso se dividen por cos δ′. La parte de γ actúa a H/3, la de q y c′ a H/2:

$$\bar{z} = \frac{P_\gamma\,(H/3) + (P_q + P_{c'})\,(H/2)}{P_{pe}}$$

> La fuerza está inclinada δ′ **hacia abajo** respecto de la normal a la cara del muro.



Ábacos y lectura de valores intermedios

TEORÍA

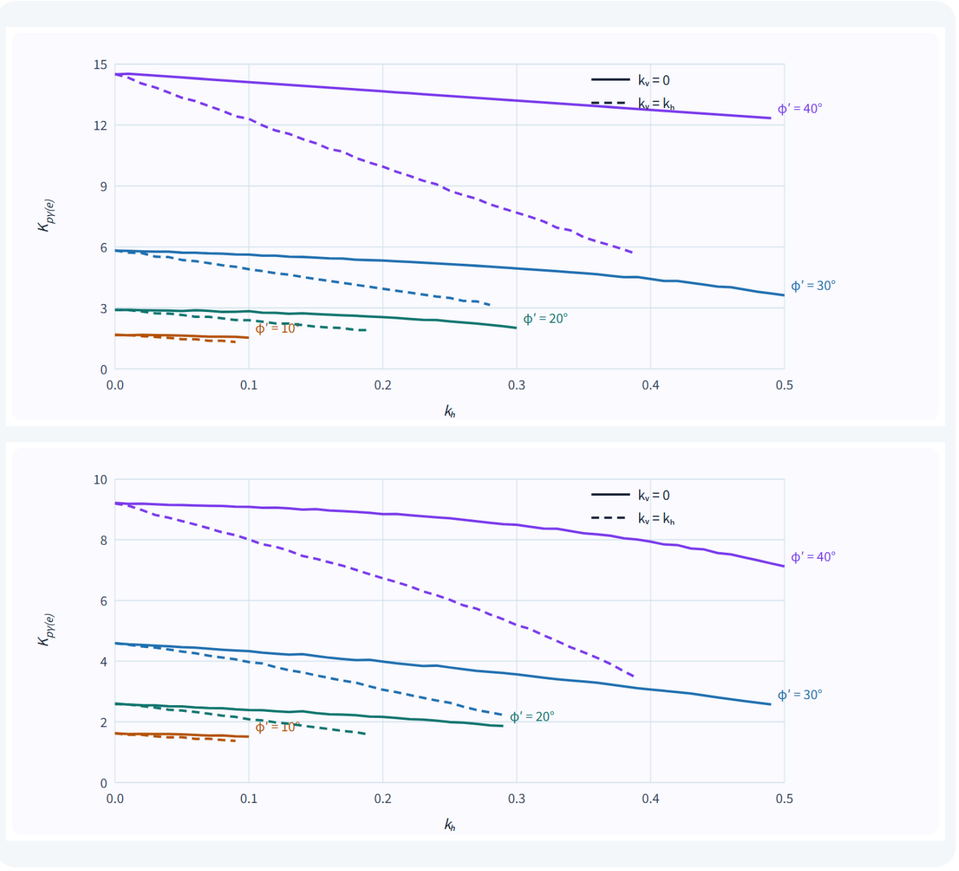
$K_{p\gamma(e)}$ y $K_{pq(e)}$ se dan como **curvas de ábaco** para φ′ = 10°, 20°, 30°, 40°; δ′/φ′ = 0.5 y 1; $k_v = 0$ y $k_v = k_h$ (el módulo tabula las curvas con paso $\Delta k_h = 0.01$). Valores intermedios: lineales en k_h y en δ′/φ′, **log-lineales** en φ′; no hay extrapolación fuera del rango (φ′ 10–40°, δ′ φ′/2 – φ′).

A medida que k_h aumenta, los coeficientes disminuyen; **con $k_v = k_h$, mucho más rápido**. Cada curva termina en el k_h en el que se agota la resistencia pasiva; el módulo se detiene allí.

Para $k_h = 0$ los ábacos dan el coeficiente de empuje pasivo estático: para φ′ = δ′ = 40°, $K_{p\gamma(e)} = 14.49$; en el módulo de espiral logarítmica, $K_p \cos \delta' = 14.45$.

$0 \le k_v \le k_h$ (hacia arriba, desfavorable para el empuje pasivo): interpolación lineal entre las curvas $k_v = 0$ y $k_v = k_h$; contrastado con el coeficiente de Coulomb, error < 0.4 % (por defecto).

$K_{pc'(e)}$ en la tabla: para φ′ = 40°, δ′/φ′ = 1, 5.95 con $c'_a = 0$ y 5.97 con adherencia.



Enunciado

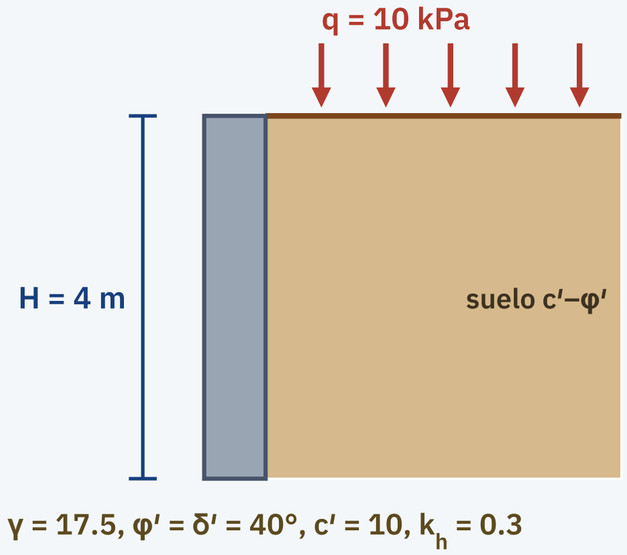
EJEMPLO

SE PIDE

Coeficientes de los ábacos, $\mathbf{P_{pe}}$, su dirección y $\bar{\mathbf{z}}$. El módulo se abre con este muro.

Datos

Muro	$H = 4$ **m, vertical; superficie horizontal;** $q = 10$ **kPa**
Suelo	$\gamma = 17.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 40°,\ c' = 10$ **kPa;** $\delta' = 40°, c'_a = 0$
Sismo	$k_h = 0.3, k_v = 0$



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Coeficientes (δ′/φ′ = 1, k_h = 0.3, k_v = 0; el módulo los lee de los ábacos)

$$K_{p\gamma(e)} = \mathbf{13.20} \qquad K_{pq(e)} = \mathbf{11.00} \qquad K_{pc'(e)} = \mathbf{5.95}$$

$$(\text{estático, } k_h = 0: \ K_{p\gamma} = 14.49, \ K_{pq} = 11.11)$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

2 Componentes normales y total

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2}(17.5)(4)^2(13.20) = 1{,}848 \text{ kN/m}$$

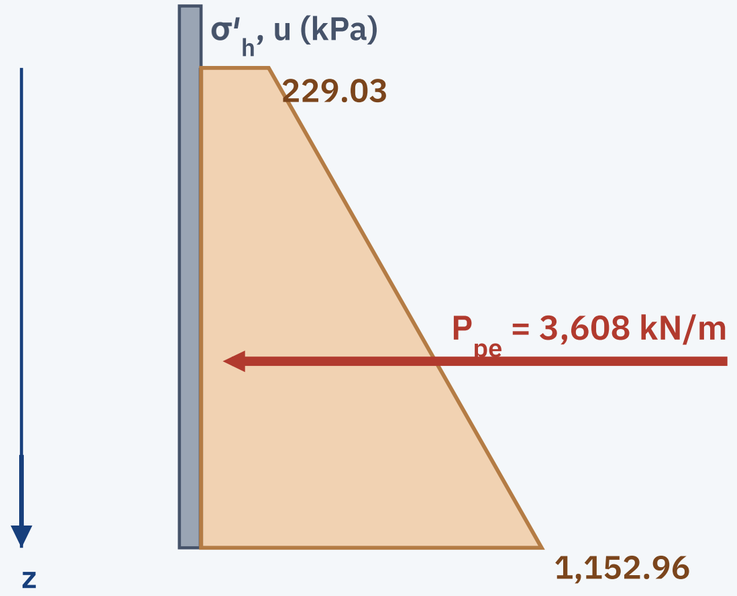
$$P_q = 10(4)(11.00) = 440 \qquad P_{c'} = 2(10)(4)(5.95) = 476$$

$$P_{pe} = \frac{1{,}848 + 440 + 476}{\cos 40^\circ} = \frac{2{,}764}{0.766} = \mathbf{3{,}608} \text{ kN/m}$$

3 Posición y componentes

$$\bar{z} = \frac{2{,}412.2(4/3) + 1{,}195.9(2)}{3{,}608} = \mathbf{1.554} \text{ m}$$

$$P_h = P_{pe}\cos 40^\circ = 2{,}764 \qquad P_v = P_{pe}\sin 40^\circ = 2{,}319 \text{ kN/m}$$



P_{pe} ≈ **3,608 kN/m**, inclinado 40° hacia abajo respecto a la normal, a **1.554 m** por encima de la base; la contribución del peso del terreno es 2,412 y la de q y c′ es 1,196 kN/m (al dividir por la normal).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

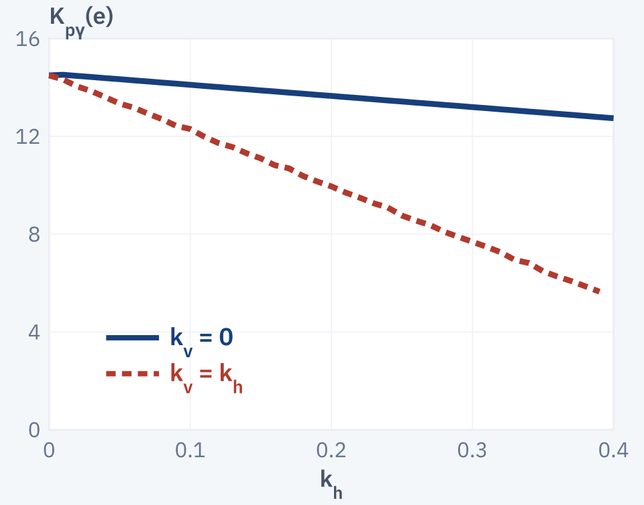
EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = \delta' = 40°$ **($\delta'/\varphi' = 1$); arena seca, sin cohesión**
Variable	$k_h = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.35$ **y** $k_v = 0$ **o** $k_v = k_h$

SE PIDE

Valores de $K_{p\gamma(e)}$; relaciones de reducción para $k_h = 0.3$.



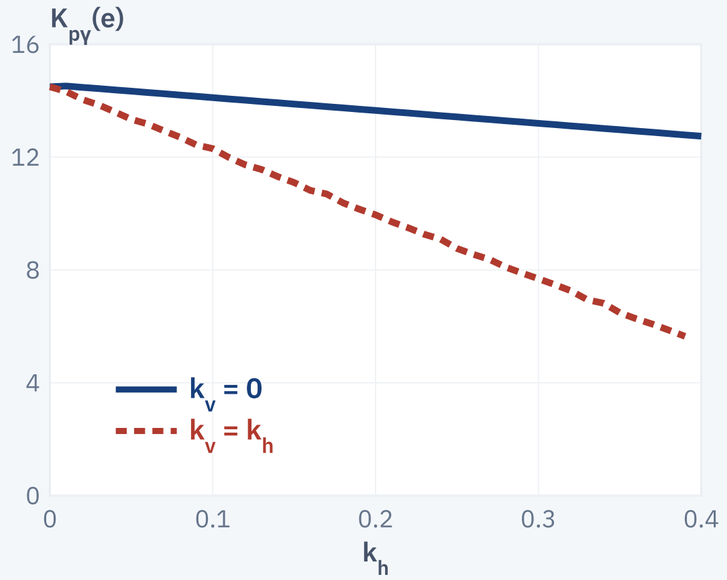
Solución

SOLUCIÓN

1 Lecturas del ábaco ($\delta'/\varphi' = 1$)

k_h	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = 0$)	$K_{p\gamma(e)}$ ($k_v = k_h$)
0.00	14.49	14.49
0.10	14.11	12.30
0.20	13.65	9.95
0.30	13.20	7.69
0.35	12.97	6.48

De $k_h = 0$ a 0.3, $K_{p\gamma(e)}$ pasa de 14.49 a 13.20 (disminución del 9 %, $k_v = 0$); cuando $k_v = k_h$, desciende a 7.69 (disminución del 47 %). En el caso estático, 14.49 concuerda con $K_p \cos \delta' = 14.45$ del módulo de espiral logarítmica.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

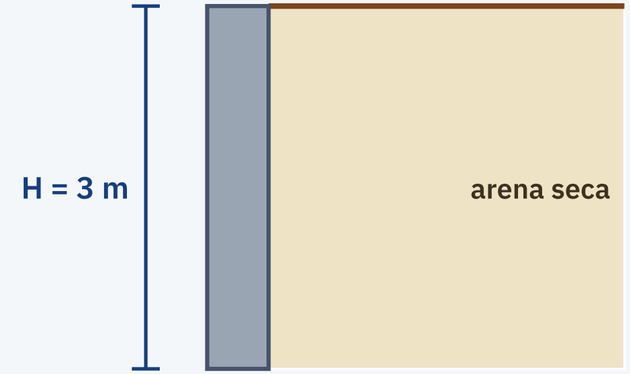
EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 3$ **m, vertical; superficie horizontal; sin sobrecarga**
Suelo	**arena seca:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**;** $\delta' = 15°$ **(**$\delta'/\varphi' = 0.5$**)**
Sismo	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$

SE PIDE

P_{pe}, $\bar{z}$, componentes; comparación con el empuje pasivo estático.



γ = 16 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.2

Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficientes (δ′/φ′ = 0.5)

$$k_h = 0: \;\; K_{p\gamma} = 4.592 \qquad k_h = 0.2: \;\; K_{p\gamma(e)} = \mathbf{3.987}$$

2 Fuerza (c′ = q = 0)

$$P_{pe} = \frac{\frac{1}{2}(16)(3)^2(3.987)}{\cos 15^\circ} = \frac{287.1}{0.9659} = \mathbf{297.2}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\text{estático: } P_p = 342.3\ \mathrm{kN/m}\ (K_p = 4.592)$$

3 Posición y componentes

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.00}\ \mathrm{m} \qquad P_h = P_{pe}\cos 15^\circ = 287.1 \qquad P_v = P_{pe}\sin 15^\circ = 76.9\ \mathrm{kN/m}$$

P_{pe} = **297.2 kN/m**; el valor estático era 342.3 kN/m: k_h = 0.2 **redujo** la resistencia un 13 %.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

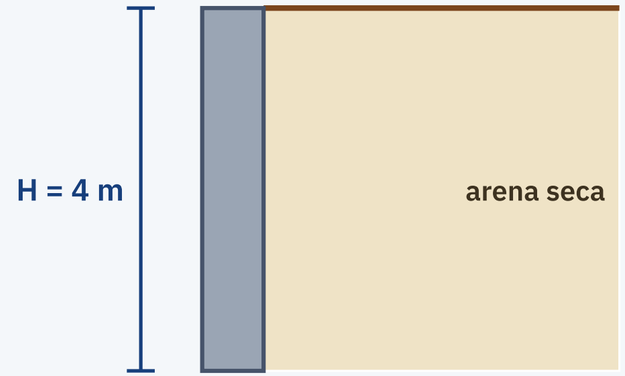
EJEMPLO

SE PIDE

Para cada k_v, **$K_{p\gamma(e)}$** y **P_{pe}**; ¿cómo se halla el valor intermedio?

Datos

Muro y terreno	$H = 4$ **m; arena seca:** $\gamma = 17.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = \delta' = 40^\circ$
Sismo	$k_h = 0.3$**;** $k_v = 0,\ 0.15\ (= 0.5k_h),\ 0.30\ (= k_h)$



γ = 17.5, φ′ = δ′ = 40°, k_h = 0.3

Solución

SOLUCIÓN

1 Interpolación: $K(k_v) = K(0) + [K(k_h) - K(0)]\cdot k_v/k_h$; $P_{pe} = ½(17.5)(16)K_{p\gamma(e)}/\cos 40° = 182.7\ K_{p\gamma(e)}$

k_v	k_v/k_h	$K_{p\gamma(e)}$	$K_{pq(e)}$	P_{pe} (kN/m)
0.00	0.0	13.20	11.00	2,412
0.15	0.5	10.44	9.29	1,909
0.30	1.0	7.69	7.58	1,405

Con $k_v = 0.5k_h$ la fuerza pasa de 2,412 → 1,909 kN/m (21%), y con $k_v = k_h$ es 1,405 kN/m (42%). Como la aceleración vertical ascendente reduce el peso, resulta **desfavorable para el empuje pasivo**; $k_v = 0.5k_h$ es una elección habitual.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Extensión del módulo a varios estratos

TEORÍA

Los ábacos corresponden a un único suelo, muro vertical y superficie horizontal; la geometría se mantiene así. El módulo divide el terreno en **estratos limitados horizontalmente**; cada estrato toma su propio coeficiente: el peso de los estratos superiores (y q) actúa como sobrecarga mediante $K_{pq(e)}$, su propio peso mediante $K_{p\gamma(e)}$ y su cohesión mediante $K_{pc'(e)}$:

$$\sigma_n = K_{pq(e)}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma(e)}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right) + 2c' K_{pc'(e)} \qquad \text{a lo largo del paramento: } \sigma_n \tan\delta'$$

Por debajo del nivel del agua $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, u es perpendicular al muro. En un sismo, el agua intersticial se mueve con el suelo (**solidaria**) o no (**libre**); los ábacos se leen con un k_h mayor:

$$k_{h,w} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{(solidaria)} \qquad k_{h,w} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w} k_h \ \text{(libre)}$$

En agua libre, la presión hidrodinámica de Westergaard $(7/8)k_h\gamma_w\sqrt{(d_w z')}$ se **resta de la resistencia** (fase desfavorable para el empuje pasivo). Bajo el agua, k_v se lee con la relación $k_v/k_{h,w}$.

Esta forma estratificada es la ampliación de ingeniería del módulo; cuando termina la curva del ábaco, el módulo se detiene.

ESTRUCTURA

Estrato: K_{pq} (sobrecarga superior) + $K_{p\gamma}$ (peso propio) + $K_{pc'}$ (cohesión); agua: γ' y u; sismo: $k_{h,w}$.

Enunciado

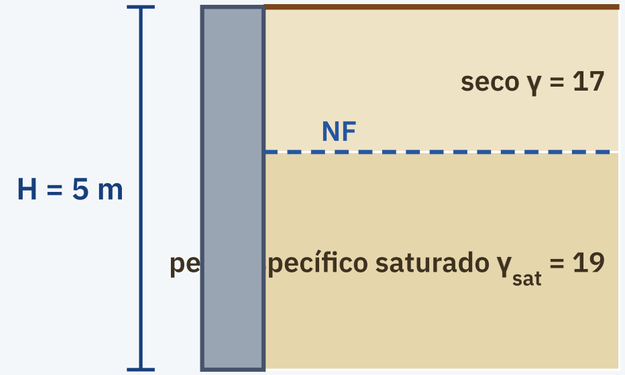
EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 5$ **m, vertical; superficie horizontal; sin sobrecarga**
Suelo	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3}$ **(seco),** $\gamma_{sat} = 19$**,** $\gamma_d = 17\ \mathrm{kN/m^3}$**;** $\varphi' = 30°,\ \delta' = 15°$
Sismo y agua	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$**; nivel freático a 2 m (d_w = 3 m)**

SE PIDE

P_{pe} y **$\bar{z}$** en los dos casos de agua solidaria y libre; comparación con los valores secos y estáticos.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 k_h leído por debajo del agua

$$\text{solidaria: } k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.413} \qquad \text{libre: } k_{h,w} = \frac{17}{19 - 9.81}(0.2) = \mathbf{0.370}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

2 Coeficientes y fuerzas ($\sigma_n = K_{p\gamma(e)}\sigma'_v$, sin carga en la parte superior del estrato; bajo el agua $u = 9.81(z - 2)$; $P_{wd} = (7/12)(0.2)(9.81)(3)^2 = 10.30$ kN/m se resta de la resistencia)

	k_h leído	$K_{p\gamma(e)}$	Suelo N_s	Agua	Hidrodinámico	P (kN/m)	$\bar{z}$ (m)
Por encima del agua (0–2 m)	0.200	3.987					
Sumergido con agua solidaria	0.413	3.008	566.8	44.1	–	629.5	1.84
Sumergido con agua libre	0.370	3.230	598.6	44.1	10.3	652.5	1.83

Con agua solidaria P = **629.5 kN/m**, con agua libre **652.5 kN/m**; en un terreno sin nivel freático 877.1, y en el caso estático ($k_h = 0$) con agua 885.9 kN/m. Como el valor de $k_{h,w}$ leído bajo el agua es grande, $K_{p\gamma(e)}$ baja de 3.99 a 3.01 y la resistencia **disminuye**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

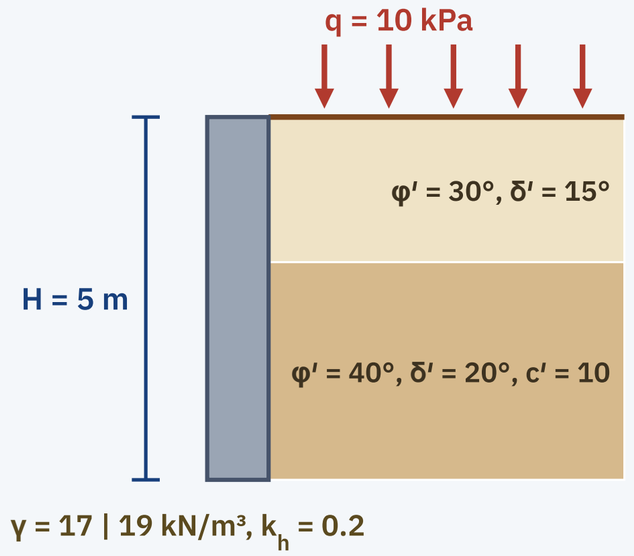
EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 5$ **m, vertical; superficie horizontal;** $q = 10$ **kPa; sin agua**
Estrato 1 (0–2 m)	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ,\ \delta' = 15^\circ,\ c' = 0$
Estrato 2 (2–5 m)	$\gamma = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 40^\circ,\ \delta' = 20^\circ,\ c' = 10$ **kPa**
Sismo	$k_h = 0.2$**,** $k_v = 0$

SE PIDE

Salto de presión en el límite, fuerzas por estrato, **P**, β y **z̄**.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Coeficientes ($k_h = 0.2$)

$$\text{estrato 1: } K_{p\gamma} = 3.987,\ K_{pq} = 4.096$$

$$\text{estrato 2: } K_{p\gamma} = 8.844,\ K_{pq} = 8.449,\ K_{pc'} = 4.33$$

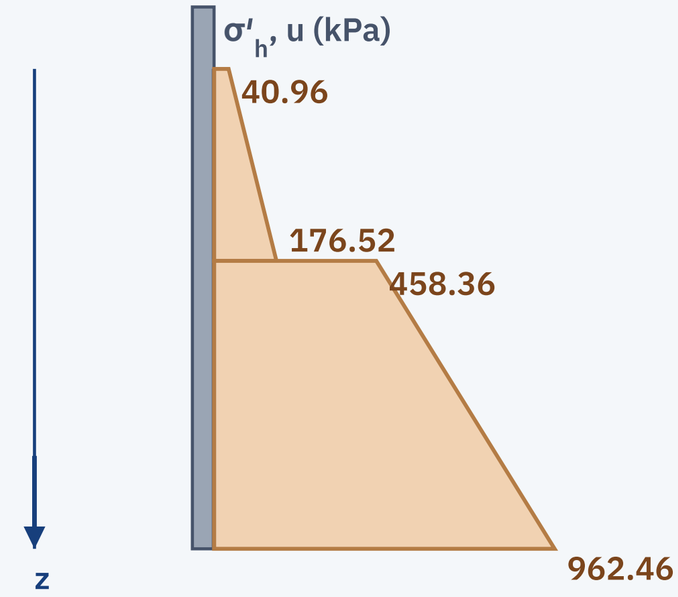
2 Tensión normal σ_n (σ'_v = 10; 44; 101 kPa: parte superior, límite, base)

$$\sigma_n(0) = K_{pq} q = 4.096(10) = 40.96$$

$$\sigma_n(2^-) = 40.96 + 3.987(34) = 176.52$$

$$\sigma_n(2^+) = 8.449(44) + 2(10)(4.33) = \mathbf{458.36}$$

$$\sigma_n(5) = 458.36 + 8.844(57) = \mathbf{962.46}\ \text{kPa}$$



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Componentes normal y a lo largo del paramento (con δ′ del estrato; brazos desde la base)

$$N_1 = 217.5 \ (\text{brazo } 3.79 \text{ m})$$

$$N_2 = 2{,}131.2 \ (\text{brazo } 1.32 \text{ m})$$

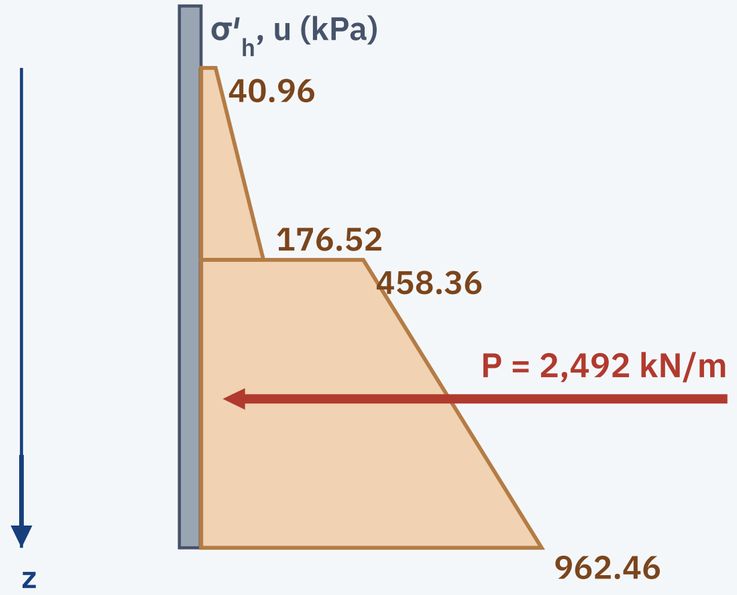
$$N = 2{,}348.7 \qquad T = 834.0 \text{ kN/m}$$

4 Resultante y posición

$$P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{2{,}492.4} \text{ kN/m} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 19.55^\circ$$

$$\bar{z} = \frac{217.5(3.79) + 2{,}131.2(1.32)}{2{,}348.7} = \mathbf{1.55} \text{ m}$$

P = **2,492 kN/m**, β = 19.5° (δ′ entre 15° y 20°), a 1.55 m por encima de la base. En el límite, σ_n **salta** de 176.5 a 458.4 kPa (cambian φ′, δ′ y c′).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

¿Dónde se ubica el módulo?

TEORÍA

Cada curva del ábaco termina en el valor de k_h en el que se agota la resistencia pasiva; el módulo se detiene ahí (no extrapola). El límite depende de φ', δ'/φ' y k_v:

φ'	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = 0$, $\delta'/\varphi' = 1$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 0.5$	$k_v = k_h$, $\delta'/\varphi' = 1$
10°	0.108	0.098	0.085	0.079
20°	0.292	0.279	0.185	0.198
30°	0.494	0.463	0.288	0.282
40°	0.500	0.463	0.393	0.397

Las curvas $k_v = k_h$ terminan mucho antes ($\varphi' = 30°$, $\delta' = \varphi'/2$: 0.29).

El valor **medido bajo el agua** $k_{h,w} = k_h \gamma_{sat}/\gamma' \approx 2k_h$ supera con facilidad este límite.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$; $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$; **nivel freático en la coronación del muro (z_w = 0)**
Sismo	$k_h = 0.3$, $k_v = 0$; **agua intersticial solidaria**

SE PIDE

$k_{h,w}$ que debe leerse bajo el agua; límite del ábaco; ¿qué hace el módulo?

Solución

SOLUCIÓN

1 k_h leído y límite del ábaco

$$k_{h,w} = \frac{19}{19 - 9.81}(0.3) = \mathbf{0.620}$$

$$k_{h,lim}(30^\circ,\ \delta'/\varphi' = 0.5,\ k_v = 0) = 0.494$$

$k_{h,w}$ = 0.620 > 0.494: el ábaco no existe para este valor (región en la que la resistencia pasiva se agota), **el módulo detiene el cálculo**. Solución: bajar el nivel freático o reducir k_h; para k_h = 0.2, $k_{h,w}$ = 0.41 queda dentro del límite (Ejemplo 5).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Alcance de la solución

TEORÍA

Pseudoestático: k_h y k_v constantes; sin dependencia del tiempo ni desplazamiento permanente.

Geometría: muro vertical, superficie horizontal; ábacos para $\varphi' = 10–40°$, $\delta'/\varphi' = 0.5–1$; k_v solo hacia arriba (desfavorable para el empuje pasivo), $0 \le k_v \le k_h$.

Cohesión: tabla de $K_{pc'(e)}$; la adherencia es nula o bien $c'_a/c' = \tan\delta'/\tan\varphi'$.

Estrato, agua y sobrecarga constituyen la ampliación de ingeniería del módulo (en la literatura no existe una solución cerrada); el agua puede ser solidaria o libre y, en el caso libre, Westergaard se resta de la resistencia.

Para el **empuje pasivo estático**, los módulos de espiral logarítmica y de Coulomb; para el **empuje activo sísmico**, los de Mononobe–Okabe.

Resumen

Puntos clave

$P_{pe} = [½\gamma H^2 K_{p\gamma(e)} + qHK_{pq(e)} + 2c'HK_{pc'(e)}] / \cos \delta'$; la parte de γ actúa a H/3 y las de q y c′, a H/2; δ′ por debajo de la normal a la cara

Los **coeficientes** se leen en ábacos (φ′ 10–40°, δ′/φ′ 0.5–1, $k_v = 0$ y k_h): k_h es lineal en δ′/φ′ y log-lineal en φ′; los coeficientes disminuyen al aumentar k_h

k_v (hacia arriba) es desfavorable para el empuje pasivo: con $k_v = k_h$, φ′ = δ′ = 40° y $k_h = 0.3$, $K_{p\gamma(e)}$ 13.2 → 7.7

En estratos $\sigma_n = K_{pq}\sigma'_{v,sup} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,sup}) + 2c'K_{pc'}$; salto en el límite; a lo largo de la cara $\sigma_n \tan \delta'$

Agua: γ′ y u; el ábaco se lee con $k_{h,w} = k_h\gamma_{sat}/\gamma'$ (solidaria) o γ_d/γ' (libre); en el caso libre la presión hidrodinámica se resta de la resistencia

Límite: si la curva del ábaco termina ($k_{h,w}$ grande, $k_v = k_h$), el módulo se detiene

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. (2005). Seismic passive earth pressures in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131(1), 131–135.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos proceden del propio código de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con el muro del Ejemplo 1 (H = 4 m, $\varphi' = \delta' = 40°$, $k_h = 0.3$).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva los estratos, la cohesión, la sobrecarga, el nivel freático y los coeficientes sísmicos del muro propio; el módulo proporciona conjuntamente P_{pe}, su dirección y su altura de aplicación.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com