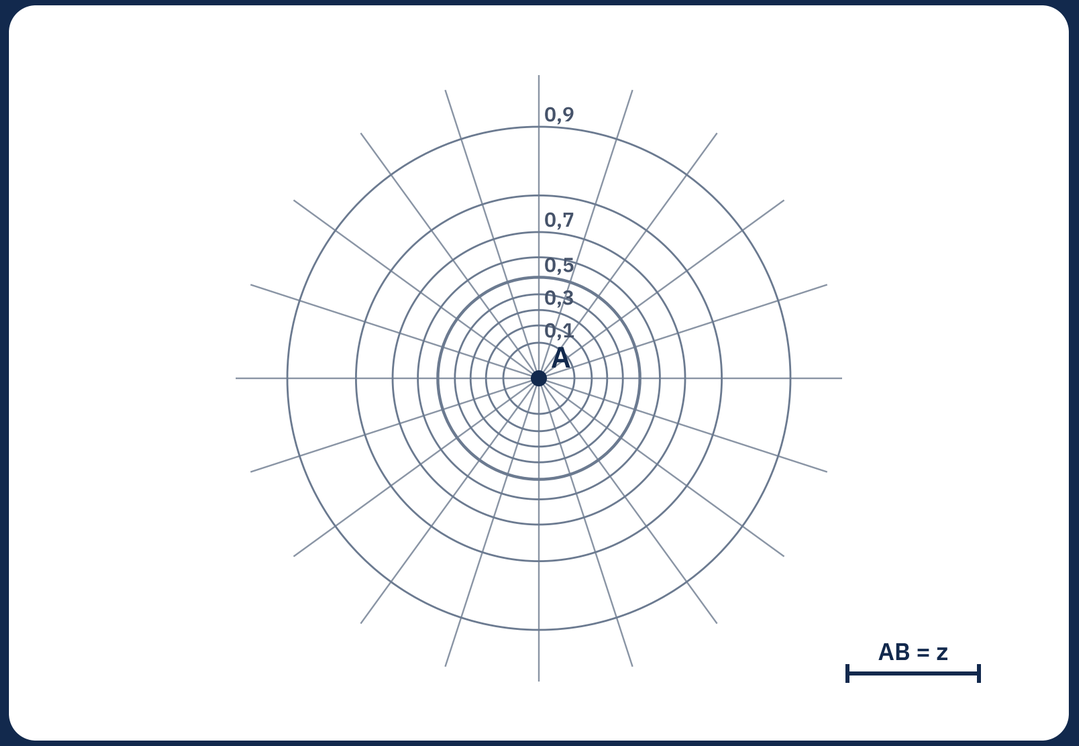
Geoteknik ders sunumu · Zemin kütlesinde gerilmeler

Newmark etki diyagramı

Ders anlatımı: Newmark etki diyagramı; yüklü alanın planı diyagram üzerine konur, kapsanan elemanlar sayılır, $\Delta\sigma_z$ = (IV) q M bulunur.

- Eşit gerilme artışlı halkalar
- Etki değeri IV = 0,005
- Eleman sayımı
- Herhangi bir plan
- Elle çözülebilir



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

Diyagramın nasıl kurulduğunu: dairesel yük çözümünden $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$ yarıçaplı daireler

10 halka × 20 sektör = 200 eleman: her elemanın etkisi aynıdır, **IV = 1/N = 0,005**

Kullanımı: plan **AB = z** ölçeğinde çizilir, A noktası diyagramın merkezine konur, **M** eleman sayılır; $\Delta\sigma_z = (IV)\ q\ M$

Sayımı halka halka, elle **dikdörtgen köşe çözümüyle** doğrulamayı; derinlik, L biçimli plan ve alan dışındaki nokta

Her derinlik için planın **ayrı bir çizimi** gerektiğini

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: formül ve gerekçesi

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek: 3 m × 3 m kolon temeli, 660 kN (q = 73,33 kN/m²); A noktası temelin 3 m altında, bir kenarın ortasının altında.

Eşit gerilme artışlı daireler

KURAM

Düzgün yüklü bir dairenin merkezi altında **$\Delta\sigma_z/q = 1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}$**. Bağıntı ters çevrilince, seçilen bir gerilme oranını oluşturan dairenin **yarıçapı** bulunur (iki taraf da boyutsuzdur)

$\Delta\sigma_z/q$ = 0,1; 0,2 … 0,9 için bu yarıçaplarla çizilen daireler düzlemi **halkalara** böler. Her halka tek başına yüklenince merkezin altında z derinliğinde **0,1 q** gerilme artışı oluşur; son halka (0,9 ile 1,0 arası) sonsuza kadar uzanır

$$\frac{R}{z} = \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta\sigma_z}{q}\right)^{-2/3} - 1}$$

$\Delta\sigma_z/q$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
R/z	0,0000	0,1865	0,2698	0,3383	0,4005	0,4598	0,5181	0,5768	0,6370	0,6998
$\Delta\sigma_z/q$	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
R/z	0,7664	0,8384	0,9176	1,0067	1,1097	1,2328	1,3871	1,5944	1,9083	2,5235

200 eleman, etki değeri 0,005

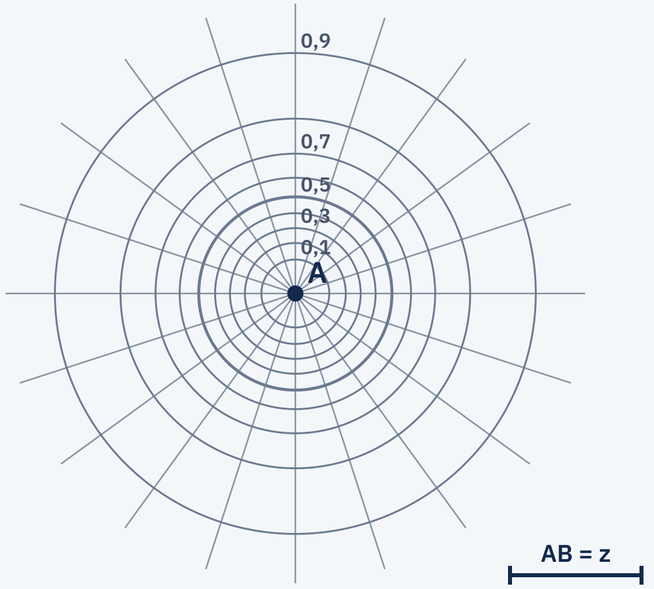
KURAM

Newmark (1942) halkaları eşit aralıklı **radyal doğrularla** böldü. Simetri nedeniyle aynı halkadaki her elemanın etkisi eşittir

Toplam eleman sayısı **N** ise yüklenen her elemanın merkez altındaki gerilmeye katkısı q'nun **IV = 1/N** katıdır: **etki değeri**. 10 halka ve 20 sektör için N = 200, IV = 0,005

Her elemanın etkisi diyagramdaki konumundan bağımsız olduğundan, herhangi bir biçimdeki yüklü alan **elemanlar sayılarak** ölçülebilir

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = 0{,}005$$



$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$

KURAM

1. Gerilmenin istendiği, yüklü alanın altındaki **z derinliği** seçilir

2. Yüklü alanın planı, z derinliği diyagramın **AB birim uzunluğuna** eşit olacak ölçekte çizilir

3. Plan, gerilmesi istenen nokta diyagramın **merkezi** üzerine gelecek biçimde diyagram üzerine yerleştirilir

4. Plan içinde kalan **M** eleman sayısı belirlenir; kısmen içeride kalan elemanlar tahmin yoluyla hesaba katılır

Her derinlik için planın **ayrı bir çizimi** gerekir

$$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$$

Kapsanan eleman sayısı M

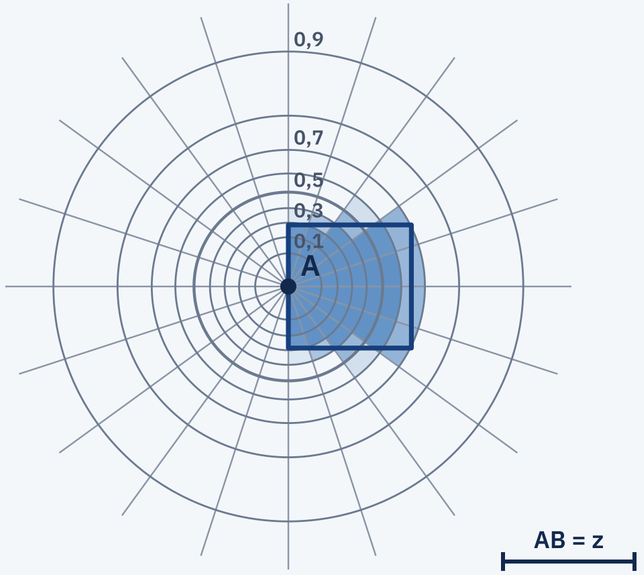
KURAM

Modül çizimi girilen derinlik için yapar: kapsanan elemanlar, plan içinde kalan **kısımlarına göre** gölgelendirilir

Sayım için **kesin değer** kullanılır: Boussinesq çözümü, daire için olduğu gibi, noktaya göre kutupsal koordinatlarda **çokgen üzerinde integre** edilir ve **M = (Δσ$_z$/q)/IV** bulunur. Bu değer, kusursuz bir sayımın vereceği değerdir

Plan en çok altı köşeli herhangi bir çokgen olabilir

$$M = \frac{\Delta\sigma_z / q}{IV}$$



Soru

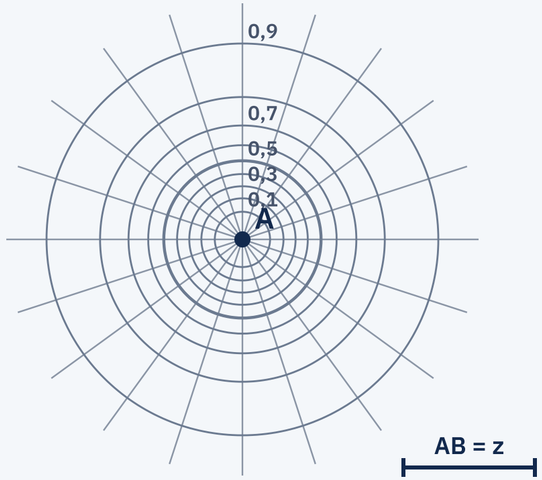
SORU

İSTENEN

Dairelerin **R/z** oranları; eleman sayısı **N**, etki değeri **IV**; her dairenin kapsadığı eleman sayısı.

Verilenler

Gerilme oranları	$\Delta\sigma_z/q = 0{,}1;\ 0{,}2 \ldots 0{,}9$ **(dokuz daire; onuncu halka sonsuza uzanır)**
Sektör	**20 eşit radyal dilim**



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 $\Delta\sigma_z/q = 0{,}3$ için

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0{,}3)^{-2/3} - 1} = \sqrt{1{,}2684 - 1} = \sqrt{0{,}2684} = \mathbf{0{,}5181}$$

2 $\Delta\sigma_z/q = 0{,}9$ için

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0{,}9)^{-2/3} - 1} = \sqrt{4{,}6416 - 1} = \sqrt{3{,}6416} = \mathbf{1{,}9083}$$

Üçüncü daire z'nin **0,5181** katı, dokuzuncu daire **1,9083** katı yarıçaptadır; yarıçaplar gerilme oranı arttıkça hızla büyür ve oran 1'e giderken sonsuza gider.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 N = 10 halka × 20 sektör = 200 eleman

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = \mathbf{0{,}005} \qquad k.\ \text{daire}: \ 20\,k\ \text{eleman} \ \Rightarrow \ IV\,(20\,k) = 0{,}1\,k = \frac{\Delta\sigma_z}{q}$$

Daire	$\Delta\sigma_z/q$	R/z	Kapsadığı eleman	Toplam etki = IV × eleman
1	0,1	0,2698	20 (= 20 × 1)	0,10
2	0,2	0,4005	40 (= 20 × 2)	0,20
3	0,3	0,5181	60 (= 20 × 3)	0,30
4	0,4	0,6370	80 (= 20 × 4)	0,40
5	0,5	0,7664	100 (= 20 × 5)	0,50
6	0,6	0,9176	120 (= 20 × 6)	0,60
7	0,7	1,1097	140 (= 20 × 7)	0,70
8	0,8	1,3871	160 (= 20 × 8)	0,80
9	0,9	1,9083	180 (= 20 × 9)	0,90
10. halka	1,0	∞	200	1,00

Her halka 20 elemandan oluşur ve tek başına **0,1 q** etki eder: k. daire içindeki 20 k elemanın etkisi, dairesel yük çözümünün verdiği $\Delta\sigma_z/q = 0{,}1\ k$ ile aynıdır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

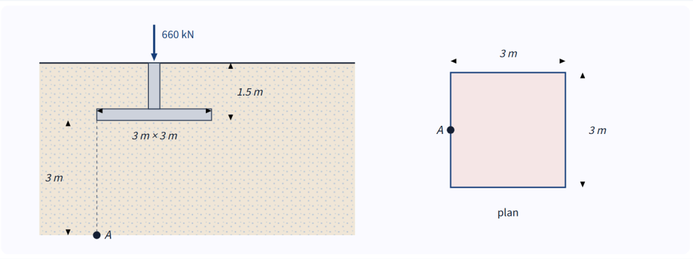
SORU

Verilenler

Temel	3×3 **m, kolon yükü** 660 **kN (**$q = 660/(3 \times 3)$**)**
A noktası	**temelin altında** $z = 3$ **m, bir kenarın ortasının altında**
Diyagram	$IV = 0{,}005$ **(10 halka, 20 sektör)**

İSTENEN

q, plan ölçeği, **M**, **Δσ$_z$**; M'nin dikdörtgen çözümüyle kontrolü.



Çözüm (1/3)

ÇÖZÜM

1 Temel basıncı

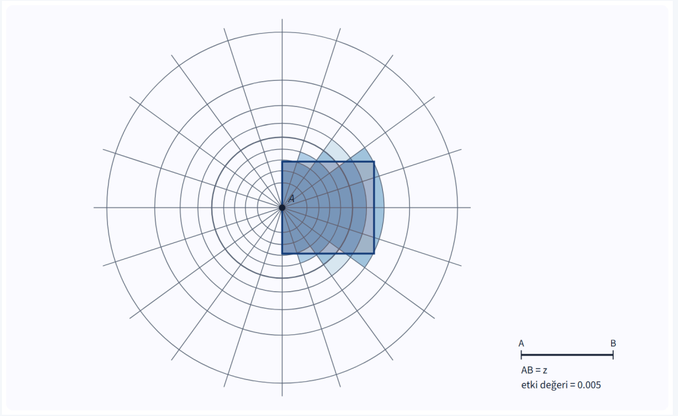
$$q = \frac{660}{3 \times 3} = \mathbf{73{,}33}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Plan ölçeği: AB = z = 3 m

$$\text{temel kenarı} = \frac{3\ \mathrm{m}}{AB} = \frac{3}{3} = 1\ AB$$

3 Yerleştirme: A noktası diyagramın merkezine, temelin sol kenarı merkezden geçecek biçimde konur

Temel, kenarı **AB** uzunluğunda bir kare olarak çizilir ve sol kenarının ortası (A) diyagramın merkezine konur (sağdaki şekil).



Çözüm (2/3)

ÇÖZÜM

4 A kenarın ortasındadır: temel, A'da köşesi olan iki dikdörtgene ayrılır (1,5 m × 3 m)

$$m = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5\,, \quad n = \frac{3}{3} = 1\,, \quad m^2 = 0{,}25\,, \quad n^2 = 1\,, \quad \sqrt{m^2+n^2+1} = 1{,}50$$

5 Boussinesq dikdörtgen köşe çözümü $I_3(0{,}5;\,1)$

$$I_3 = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\cdot\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+1-m^2n^2}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1{,}5}{2{,}5}\cdot\frac{3{,}25}{2{,}25} + \tan^{-1}\frac{1{,}5}{2{,}0}\right] = \frac{0{,}8667 + 0{,}6435}{4\pi} = \mathbf{0{,}12018}$$

A'da köşesi olan 1,5 m × 3 m'lik dikdörtgenin etki değeri **I_3 = 0,12018**; iki dikdörtgen A'nın iki yanında simetrik olduğundan toplam 2 I_3.

Çözüm (3/3)

ÇÖZÜM

6 Eleman sayısı

$$M = \frac{\Delta\sigma_z/q}{IV} = \frac{2\,I_3}{IV} = \frac{2\,(0{,}12018)}{0{,}005} = \mathbf{48{,}07}$$

7 Gerilme artışı

$$\Delta\sigma_z = (IV)\,q\,M = (0{,}005)\left(\frac{660}{3\times 3}\right)(48{,}07) = 0{,}005 \times 73{,}33 \times 48{,}07 = \mathbf{17{,}63}\ \mathrm{kN/m^2}$$

8 Doğrudan Boussinesq dikdörtgen çözümüyle

$$\Delta\sigma_z = 2\,q\,I_3 = 2\,(73{,}33)(0{,}12018) = \mathbf{17{,}63}\ \mathrm{kN/m^2}$$

A noktasında diyagram **M = 48,07 eleman** kapsar (plan 200 elemanın %24,0'ini örter): **$\Delta\sigma_z$ = 17,63 kN/m²** (q'nun %24,0'i); modül aynı değeri verir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Plan	**Örnek 2: 3×3 m temel, A sol kenarın ortası, $z = 3$ m ($AB = 3$ m)**
Sorular	**her halkada kapsanan eleman sayısı; toplam M; bir elemanın gerilmeye katkısı**

İSTENEN

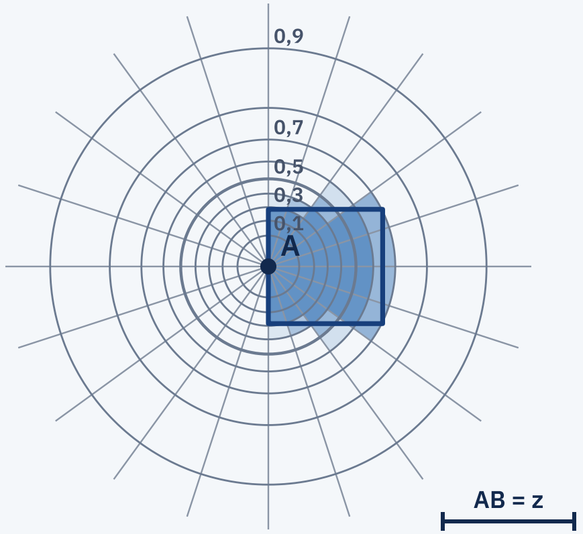
Halka başına **kapsanan eleman** (20 elemandan) ve toplam; sayımda **bir eleman** hatasının etkisi.

Çözüm

ÇÖZÜM

Halka	R/z aralığı	Kapsanan eleman	Halkadaki eleman
1	0,000 – 0,270	**10,00**	20
2	0,270 – 0,400	**10,00**	20
3	0,400 – 0,518	**9,82**	20
4	0,518 – 0,637	**6,78**	20
5	0,637 – 0,766	**5,09**	20
6	0,766 – 0,918	**4,08**	20
7	0,918 – 1,110	**2,29**	20
8	1,110 – 1,387	**0,00**	20
9	1,387 – 1,908	**0,00**	20
10	1,908 – ∞	**0,00**	20
Toplam		**48,07**	200

İlk iki halka yarım dairedir (**10 + 10**): A kenar üzerindedir. Toplam **M = 48,07**. Bir eleman = IV q = 0,37 kN/m²: sayımda 1 eleman fark, $\Delta\sigma_z$'yi 0,37 kN/m² (%2,1) değiştirir.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Temel ve nokta	**Örnek 2'deki temel ve A noktası ($q = 73{,}33$ kN/m²)**
Derinlikler	**$z = 1{,}2;\ 2{,}4;\ 3{,}6 \ldots 12$ m (modülün profil tablosu)**

İSTENEN

Her derinlikte planın ölçeği, **M** ve **$\Delta\sigma_z$**; z = 6 m için elle.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

z (m)	Temel kenarı (AB birimi)	M (eleman)	$\Delta\sigma_z$ = IV q M (kN/m²)
1,2	2,500	87,03	**31,91**
2,4	1,250	59,27	**21,73**
3,6	0,833	39,16	**14,36**
4,8	0,625	26,72	**9,80**
6,0	0,500	19,01	**6,97**
7,2	0,417	14,07	**5,16**
8,4	0,357	10,76	**3,95**
9,6	0,312	8,47	**3,11**
10,8	0,278	6,82	**2,50**
12,0	0,250	5,61	**2,06**

Derinlik arttıkça plan diyagramın merkezine doğru küçülür (z = 1,2 m'de temel kenarı 2,50 AB, z = 12 m'de 0,25 AB) ve daha az eleman örter: **M = 87,03 → 5,61**. Her satır için plan yeniden çizilmiştir.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 Plan ölçeği ve m, n

$$AB = z = 6\ \text{m} \Rightarrow \text{temel kenarı} = \frac{3}{6} = 0{,}5\,AB\ ; \quad m = \frac{1{,}5}{6} = 0{,}25\ , \quad n = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

2 Eleman sayısı ve gerilme

$$I_3(0{,}25; 0{,}5) = 0{,}04753 \ \Rightarrow \ M = \frac{2\,(0{,}04753)}{0{,}005} = \mathbf{19{,}01}$$

$$\Delta\sigma_z = 0{,}005 \times 73{,}33 \times 19{,}01 = \mathbf{6{,}97}\ \text{kN/m}^2$$

z = 6 m'de temel diyagramın merkezine göre çok küçüktür ve yalnızca **19,01 eleman** kapsar; $\Delta\sigma_z$ = **6,97 kN/m²** (z = 3 m'de 17,63 kN/m²).

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

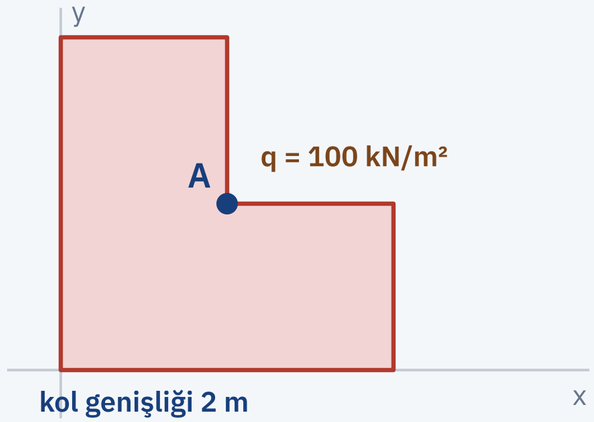
SORU

Verilenler

Alan	**L biçimli (6 köşe):** $(0;0),\ (4;0),\ (4;2),\ (2;2),\ (2;4),\ (0;4)$ **m;** $q = 100$ **kN/m²**
A noktası	**içbükey köşenin altında,** $(2;\ 2)$**;** $z = 2$ **m**
İpucu	**A çevresindeki dört 2 m × 2 m'lik çeyreğin üçü yüklüdür**

İSTENEN

M ve **Δσ$_z$**; halka halka sayım.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Plan ölçeği ve çeyrekler

$$AB = z = 2\ \text{m} \Rightarrow \text{kol genişliği} = 1\,AB\ ; \quad \text{her çeyrek: } m = n = \frac{2}{2} = 1$$

2 Bir çeyreğin eleman sayısı ve toplam

$$I_3(1;1) = 0{,}17522 \ \Rightarrow\ M_{\text{çeyrek}} = \frac{0{,}17522}{0{,}005} = 35{,}04$$

$$M = 3\,M_{\text{çeyrek}} = 3\,(35{,}04) = \mathbf{105{,}13}$$

3 Gerilme

$$\Delta\sigma_z = 0{,}005 \times 100 \times 105{,}13 = \mathbf{52{,}57}\ \text{kN/m}^2 \qquad \big(= 3\,q\,I_3 = 3\,(100)(0{,}17522)\big)$$

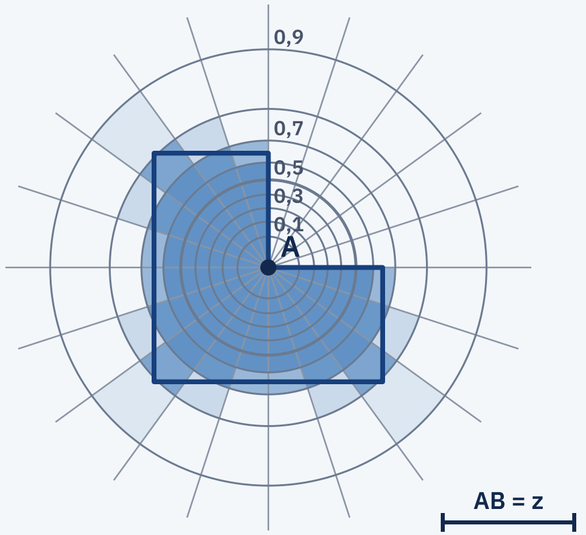
Girintili köşenin altında L biçimli yük **105,13 eleman** kapsar: dört çeyrekten üçü. Dört çeyrek de yüklü olsaydı M = 140,18 olurdu.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

Halka	Kapsanan eleman	Halkadaki eleman
1	**15,00**	20
2	**15,00**	20
3	**15,00**	20
4	**15,00**	20
5	**15,00**	20
6	**15,00**	20
7	**11,94**	20
8	**3,18**	20
9	**0,01**	20
10	**0,00**	20
Toplam	**105,13**	200

Halkalar 1–6'da her halkanın **15 elemanı** (20'nin üçte dördü) kapsanır; dış halkalarda yalnızca planın köşeleri etkili olur (7. halka 11,94, 8. halka 3,18 eleman). Toplam **M = 105,13**.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

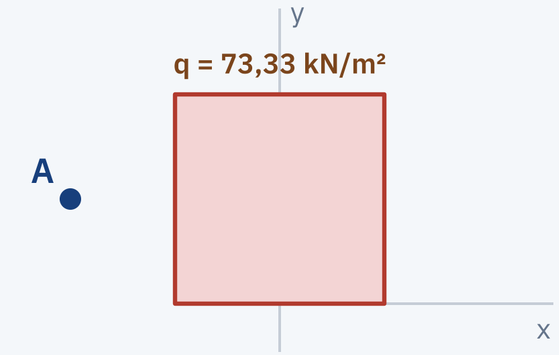
SORU

Verilenler

Plan ve yük	**Örnek 2'deki 3×3 m temel ($q = 73{,}33$ kN/m²)**
A noktası	**temelin dışında: $x = -3$ m, $y = 1{,}5$ m (sol kenardan 1,5 m uzakta); $z = 3$ m**

İSTENEN

M ve **$\Delta\sigma_z$**; dış noktada sayımın anlamı.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 A'dan temele uzaklıklar (z = 3 m)

$$x:\ 1{,}5\ \text{m ile } 4{,}5\ \text{m};\quad y:\ \pm 1{,}5\ \text{m}\ \Rightarrow\ m=\frac{1{,}5}{3}=0{,}5\ \text{ve}\ \frac{4{,}5}{3}=1{,}5,\ \ n=0{,}5$$

2 İşaretli iki dikdörtgen (4,5 × 3 m eksi 1,5 × 3 m), simetrik: iki katı

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q}=2\left[I_3(1{,}5;0{,}5)-I_3(0{,}5;0{,}5)\right]=2\left[0{,}13136-0{,}08403\right]=0{,}09466$$

$$M=\frac{0{,}09466}{0{,}005}=\mathbf{18{,}93}$$

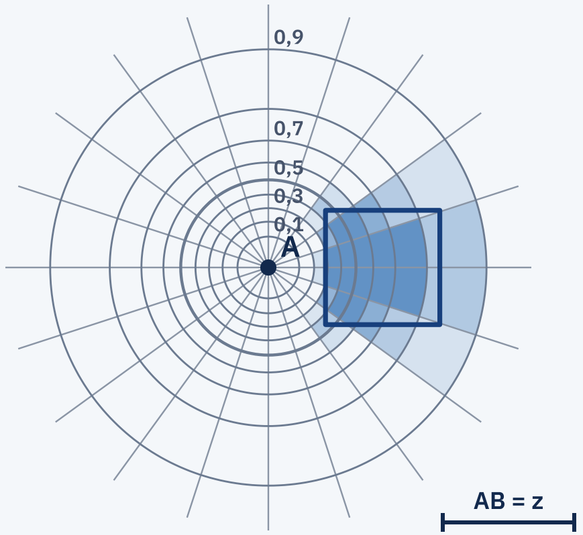
$$\Delta\sigma_z=0{,}005\times 73{,}33\times 18{,}93=\mathbf{6{,}94}\ \text{kN/m}^2$$

Dış nokta da gerilme alır: **M = 18,93 eleman**, **$\Delta\sigma_z$ = 6,94 kN/m²**; plan diyagramın merkezini örtmez.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

Halka	Kapsanan eleman	Halkadaki eleman
1	**0,00**	20
2	**0,00**	20
3	**0,18**	20
4	**3,22**	20
5	**4,69**	20
6	**4,08**	20
7	**3,31**	20
8	**2,66**	20
9	**0,80**	20
10	**0,00**	20
Toplam	**18,93**	200



Plan 3. halkadan itibaren diyagrama girer ve en çok 5. halkada (4,69 eleman) etkili olur. Toplam **M = 18,93**; merkez altındaki aynı temel için M = 67,22 olurdu.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Özet

Akılda kalacak noktalar

Diyagram: $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$ yarıçaplı dokuz daire ve 20 radyal doğru; **200 eleman**, her elemanın etkisi **IV = 1/N = 0,005**

Kullanım: plan AB = z ölçeğinde, A noktası merkezde; kapsanan eleman sayısı M; **$\Delta\sigma_z$ = (IV) q M**; her derinlik için ayrı plan

Örnek (3 m × 3 m, 660 kN, z = 3 m, kenar ortası): q = 73,33 kN/m²; M = 48,07; $\Delta\sigma_z$ = **17,63 kN/m²**; z = 6 m'de M = 19,01, $\Delta\sigma_z$ = 6,97 kN/m²

Her biçim: L biçimli plan, girintili köşe (M = 105,13, $\Delta\sigma_z$ = 52,57 kN/m²); alan dışındaki nokta (M = 18,93, $\Delta\sigma_z$ = 6,94 kN/m²)

Duyarlık: bir elemanın etkisi IV q = 0,37 kN/m²; modül M'yi kesin integralle verir (kusursuz sayım)

Kaynaklar

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Newmark, N.M. (1942). Influence charts for computation of stresses in elastic foundations. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No. 338.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modülün açılış örneği: 3 m × 3 m temel, 660 kN, A kenar ortasının 3 m altında.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Kendi planınızı (en çok altı köşeli çokgen), yükü ve A noktasını GeoTerva'da girin; modül diyagramı girilen derinlik için çizer, kapsanan elemanları gölgelendirir, M'yi, $\Delta\sigma_z$ değerini, derinlik profilini, adım adım çözümü ve raporu birlikte verir.

Modülü açın →

Teori sayfası →

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.

Derslerinizde kullanmak isterseniz: info@geoterva.com