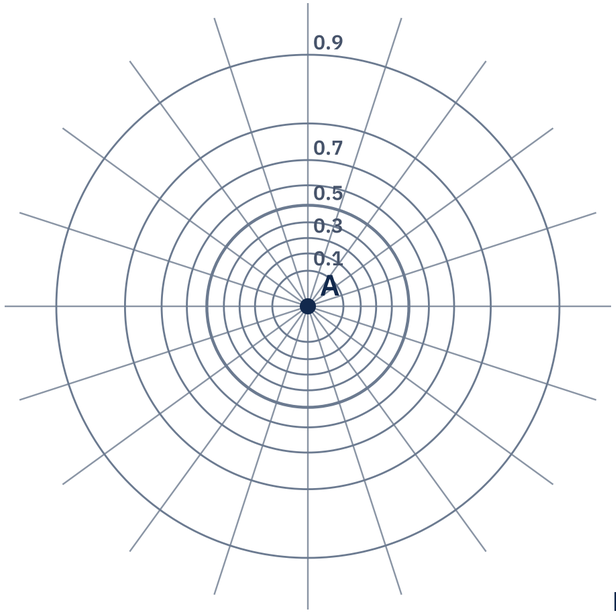
지반공학 강의 자료 · 지반 내 응력

Newmark 영향도

강의: Newmark 영향도; 재하 면적의 평면도를 영향도 위에 올려놓고 포함된 요소의 수를 센 뒤 $\Delta\sigma_z = (IV)\, q$ M으로 구한다.

- 응력 증가량이 같은 동심원
- 영향값 IV = 0.005
- 요소 수 세기
- 임의의 평면
- 수계산 가능



개요

이 강의에서 다루는 내용

도표가 어떻게 작성되는지: 원형 하중의 해로부터 반지름이 $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$인 원들

10개 고리 × 20개 구획 = 200개 요소: 각 요소의 영향이 동일하여 **IV = 1/N = 0.005**이다

사용법: 평면도를 **AB = z** 축척으로 그리고, A점을 영향도의 중심에 놓은 뒤 요소의 수 **M**을 센다; $\Delta\sigma_z = (IV)\ q\ M$

개수 계산을 링별로 **직사각형 모서리 해**를 이용하여 손계산으로 검증하는 방법; 깊이, L자형 평면 및 면적 밖의 점

각 깊이마다 평면의 **별도 작도**가 필요하다는 점

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제: 3 m × 3 m 기둥 독립기초, 660 kN (q = 73.33 kN/m²); A점은 기초 아래 3 m, 한 변의 중점 바로 아래에 있다.

응력증가량이 같은 원

이론

등분포하중이 작용하는 원형 면적의 중심 아래에서 $\Delta\sigma_z/q = 1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}$이다. 이 관계를 역으로 풀면 선택한 응력비를 만드는 원의 **반지름**이 구해진다(양변 모두 무차원이다)

$\Delta\sigma_z/q$ = 0.1, 0.2 … 0.9에 대해 이 반지름으로 그린 원들은 평면을 **고리**로 나눈다. 각 고리를 단독으로 재하하면 중심 아래 깊이 z에서 **0.1 q**의 응력 증가가 발생하며, 마지막 고리(0.9와 1.0 사이)는 무한대까지 뻗는다

$$\frac{R}{z} = \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta\sigma_z}{q}\right)^{-2/3} - 1}$$

$\Delta\sigma_z/q$	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
R/z	0.0000	0.1865	0.2698	0.3383	0.4005	0.4598	0.5181	0.5768	0.6370	0.6998
$\Delta\sigma_z/q$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
R/z	0.7664	0.8384	0.9176	1.0067	1.1097	1.2328	1.3871	1.5944	1.9083	2.5235

요소 200개, 영향값 0.005

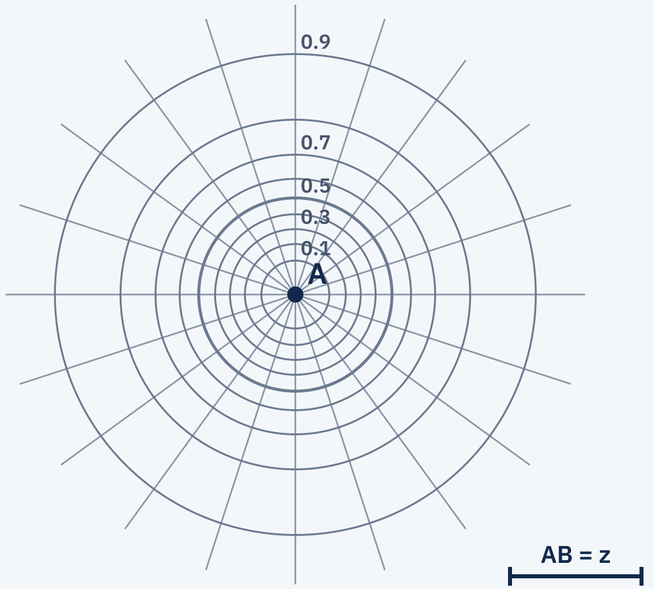
이론

Newmark (1942)는 동심원 고리를 등간격의 **방사 직선**으로 분할하였다. 대칭성 때문에 같은 고리에 속한 모든 요소의 영향은 동일하다

전체 요소 수가 **N**이면 하중이 가해진 각 요소가 그 중심 아래 응력에 기여하는 양은 q의 **IV = 1/N**배이며, 이를 **영향값**이라 한다. 동심원 10개와 부채꼴 20개의 경우 N = 200, IV = 0.005

각 요소의 영향은 도표상의 위치와 무관하므로, 임의 형상의 재하 면적은 **요소 수를 세어** 구할 수 있다

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = 0.005$$



$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$

이론

1. 응력을 구하려는, 재하 면적 아래의 **깊이 z**를 선택한다

2. 재하 면적의 평면도는 깊이 z가 도표의 **단위 길이 AB**와 같아지는 축척으로 그린다

3. 응력을 구하려는 점이 영향도의 **중심**에 오도록 평면도를 영향도 위에 놓는다

4. 평면 내에 들어오는 요소의 수 **M**을 구한다; 일부만 안에 들어오는 요소는 추정으로 반영한다

각 깊이마다 평면의 **별도 작도**가 필요하다

$$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$$

포함된 요소 개수 M

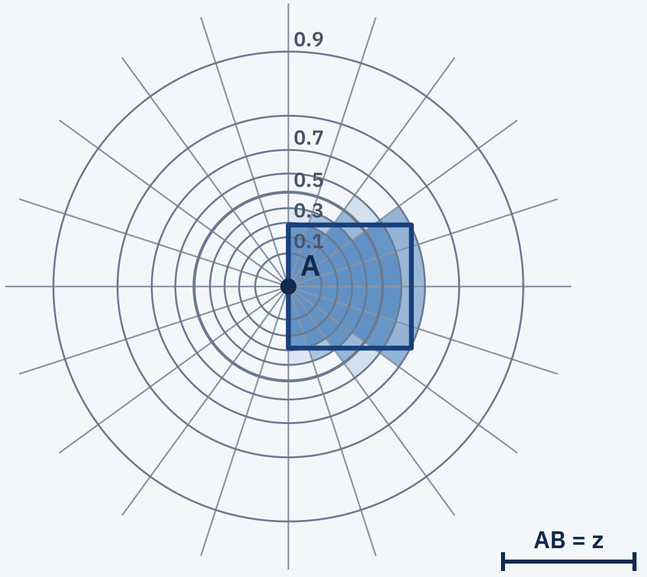
이론

모듈은 입력한 깊이에 대해 도면을 그린다: 덮이는 요소는 평면 내에 들어오는 **부분에 따라** 음영 처리된다

요소 수 산정에는 **엄밀값**을 사용한다: Boussinesq 해를 원형의 경우와 같이 점을 기준으로 한 극좌표에서 **다각형 위에서 적분**하여 **M = (Δσ$_z$/q)/IV**를 구한다. 이 값은 오차 없이 요소를 센 결과와 같은 값이다

평면은 꼭짓점이 최대 6개인 임의의 다각형이 될 수 있다

$$M = \frac{\Delta\sigma_z / q}{IV}$$



문제

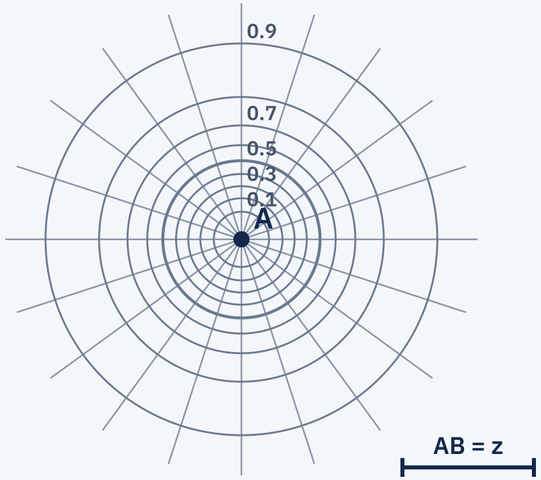
예제

구하는 값

각 원의 **R/z** 비; 요소 개수 **N**, 영향값 **IV**; 각 원이 포괄하는 요소 개수.

조건

응력비	$\Delta\sigma_z/q = 0.1;\ 0.2 \ldots 0.9$ **(원 9개; 열 번째 고리는 무한대까지 이어진다)**
섹터	**20개의 균등한 방사 절편**



풀이 (1/2)

풀이

1 $\Delta\sigma_z/q = 0.3$인 경우

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0.3)^{-2/3} - 1} = \sqrt{1.2684 - 1} = \sqrt{0.2684} = \mathbf{0.5181}$$

2 $\Delta\sigma_z/q = 0.9$인 경우

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0.9)^{-2/3} - 1} = \sqrt{4.6416 - 1} = \sqrt{3.6416} = \mathbf{1.9083}$$

세 번째 원은 반지름이 z의 **0.5181**배, 아홉 번째 원은 **1.9083**배이다. 반지름은 응력비가 증가할수록 급격히 커지고, 응력비가 1에 가까워지면 무한대로 커진다.

풀이 (2/2)

풀이

1 N = 10개 링 × 20개 섹터 = 200개 요소

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = \mathbf{0.005} \qquad k\text{번 원 : } 20\,k \text{ 요소} \Rightarrow IV\,(20\,k) = 0.1\,k = \frac{\Delta\sigma_z}{q}$$

원	$\Delta\sigma_z/q$	R/z	포함하는 요소	총 영향 = IV × 요소
1	0.1	0.2698	20 (= 20 × 1)	0.10
2	0.2	0.4005	40 (= 20 × 2)	0.20
3	0.3	0.5181	60 (= 20 × 3)	0.30
4	0.4	0.6370	80 (= 20 × 4)	0.40
5	0.5	0.7664	100 (= 20 × 5)	0.50
6	0.6	0.9176	120 (= 20 × 6)	0.60
7	0.7	1.1097	140 (= 20 × 7)	0.70
8	0.8	1.3871	160 (= 20 × 8)	0.80
9	0.9	1.9083	180 (= 20 × 9)	0.90
10번째 링	1.0	∞	200	1.00

각 링은 20개 요소로 이루어지며 단독으로 **0.1 q**를 기여한다. k번째 원 안의 20 k개 요소가 미치는 영향은 원형하중 해가 주는 $\Delta\sigma_z/q = 0.1\,k$와 같다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

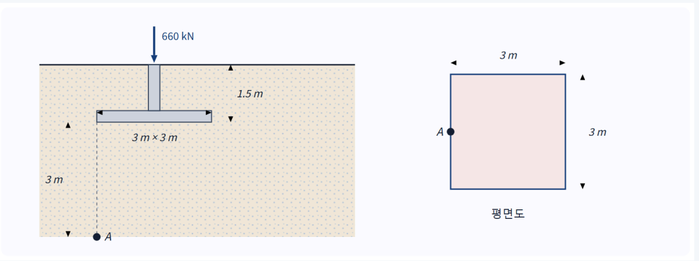
예제

조건

기초	3×3 m, 기둥 하중 660 kN ($q = 660/(3 \times 3)$)
점 A	기초 아래 $z = 3$ m, 한 변의 중점 아래
선도	$IV = 0.005$ (고리 10개, 섹터 20개)

구하는 값

q, 평면 축척, **M**, **Δσ$_z$**; 직사각형 해에 의한 M 값 검토.



풀이 (1/3)

풀이

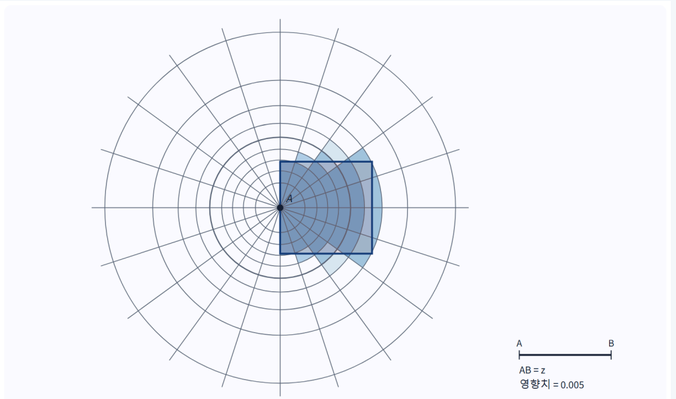
1 기초 압력

$$q = \frac{660}{3 \times 3} = \mathbf{73.33}\ \text{kN/m}^2$$

2 평면 축척: AB = z = 3 m

$$\text{기초 가장자리} = \frac{3\ \text{m}}{AB} = \frac{3}{3} = 1\ AB$$

3 배치: 점 A를 도표의 중심에 두고, 기초의 왼쪽 변이 중심을 지나도록 놓는다



기초는 한 변의 길이가 **AB**인 정사각형으로 그려지며, 왼쪽 변의 중점(A)이 도표의 중심에 놓인다(오른쪽 그림).

풀이 (2/3)

풀이

4 A는 변의 중앙에 있다: 기초를 A에 모서리를 갖는 두 개의 직사각형으로 나눈다 (1.5 m × 3 m)

$$m = \frac{1.5}{3} = 0.5\,, \quad n = \frac{3}{3} = 1\,, \quad m^2 = 0.25\,, \quad n^2 = 1\,, \quad \sqrt{m^2+n^2+1} = 1.50$$

5 Boussinesq 직사각형 모서리 해 $I_3(0.5;\,1)$

$$I_3 = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\cdot\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+1-m^2n^2}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1.5}{2.5}\cdot\frac{3.25}{2.25} + \tan^{-1}\frac{1.5}{2.0}\right] = \frac{0.8667 + 0.6435}{4\pi} = \mathbf{0.12018}$$

A에 모서리가 있는 1.5 m × 3 m 직사각형의 영향값은 **I_3 = 0.12018**이다. 두 직사각형이 A의 양쪽에 대칭으로 놓여 있으므로 합계는 2 I_3이다.

풀이 (3/3)

풀이

6 요소 수

$$M = \frac{\Delta\sigma_z/q}{IV} = \frac{2\,I_3}{IV} = \frac{2\,(0.12018)}{0.005} = \mathbf{48.07}$$

7 응력 증가량

$$\Delta\sigma_z = (IV)\,q\,M = (0.005)\left(\frac{660}{3\times 3}\right)(48.07) = 0.005 \times \mathbf{73.33} \times 48.07 = \mathbf{17.63}\ \text{kN/m}^2$$

8 Boussinesq 직사각형 해에 의한 직접 계산

$$\Delta\sigma_z = 2\,q\,I_3 = 2\,(73.33)(0.12018) = \mathbf{17.63}\ \text{kN/m}^2$$

A점에서 도표는 **M = 48.07개의 요소**를 포함하며(평면이 200개 요소의 24.0%를 덮음), **$\Delta\sigma_z$ = 17.63 kN/m²**(q의 24.0%)이다. 모듈도 같은 값을 준다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

평면	**예제 2: 3×3 m 기초, A는 왼쪽 변의 중앙, $z = 3$ m ($AB = 3$ m)**
문제	**각 링에 포함되는 요소 수; 합계 M; 요소 하나의 응력 기여분**

구하는 값

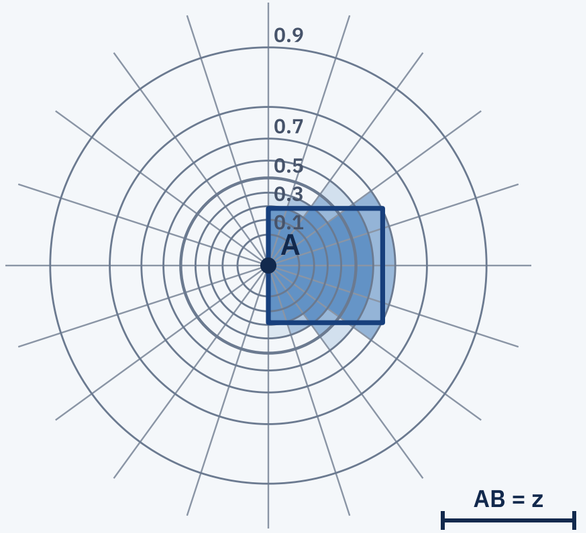
고리별 **덮이는 요소**(20개 요소 중)와 합계; 개수를 셀 때 **요소 하나**를 잘못 센 오차의 영향.

풀이

풀이

링	R/z 범위	포함되는 요소	링 내 요소
1	0.000 – 0.270	**10.00**	20
2	0.270 – 0.400	**10.00**	20
3	0.400 – 0.518	**9.82**	20
4	0.518 – 0.637	**6.78**	20
5	0.637 – 0.766	**5.09**	20
6	0.766 – 0.918	**4.08**	20
7	0.918 – 1.110	**2.29**	20
8	1.110 – 1.387	**0.00**	20
9	1.387 – 1.908	**0.00**	20
10	1.908 – ∞	**0.00**	20
합계		**48.07**	200

처음 두 고리는 반원이다(**10 + 10**): A점은 가장자리 위에 있다. 합계는 **M = 48.07**. 요소 1개 = IV q = 0.37 kN/m²이므로, 개수 산정에서 요소 1개의 차이는 $\Delta\sigma_z$를 0.37 kN/m²(2.1%) 변화시킨다.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

기초와 점	**예제 2의 기초와 A점 ($q = 73.33$ kN/m²)**
깊이	$z = 1.2;\ 2.4;\ 3.6 \ldots 12$ **m (모듈의 프로필 표)**

구하는 값

각 깊이에서의 평면도 축척, **M** 및 $\Delta\sigma_z$; z = 6 m에 대한 손계산.

풀이 (1/2)

풀이

z (m)	기초 변 (AB 단위)	M (요소)	$\Delta\sigma_z$ = IV q M (kN/m²)
1.2	2.500	87.03	**31.91**
2.4	1.250	59.27	**21.73**
3.6	0.833	39.16	**14.36**
4.8	0.625	26.72	**9.80**
6.0	0.500	19.01	**6.97**
7.2	0.417	14.07	**5.16**
8.4	0.357	10.76	**3.95**
9.6	0.312	8.47	**3.11**
10.8	0.278	6.82	**2.50**
12.0	0.250	5.61	**2.06**

깊이가 증가할수록 기초 평면이 영향도의 중심을 향해 축소되며(z = 1.2 m에서 기초 변의 길이 2.50 AB, z = 12 m에서 0.25 AB) 덮는 요소의 수가 줄어든다: **M = 87.03 → 5.61**. 각 행마다 평면도를 다시 그렸다.

풀이 (2/2)

풀이

1 평면 축척과 m, n

$$AB = z = 6\ \text{m} \Rightarrow \text{기초 가장자리} = \frac{3}{6} = 0.5\,AB\ ; \quad m = \frac{1.5}{6} = 0.25\ , \ \ n = \frac{3}{6} = 0.5$$

2 요소 개수와 응력

$$I_3(0.25;\,0.5) = 0.04753 \ \Rightarrow \ M = \frac{2\,(0.04753)}{0.005} = \mathbf{19.01}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 73.33 \times 19.01 = \mathbf{6.97}\ \text{kN/m}^2$$

z = 6 m에서 기초는 도표의 중심에 비해 매우 작아 요소 **19.01개**만 포함한다; $\Delta\sigma_z$ = **6.97 kN/m²** (z = 3 m에서 17.63 kN/m²).

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

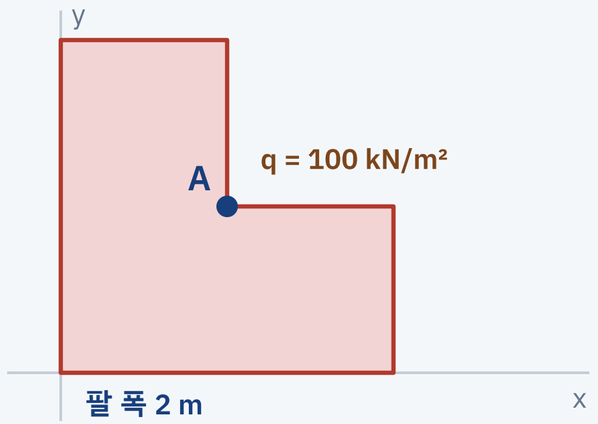
예제

조건

면적	**L자형 (모서리 6개):** $(0;0),\ (4;0),\ (4;2),\ (2;2),\ (2;4),\ (0;4)$ **m;** $q = 100$ **kN/m²**
점 A	**오목한 모서리 아래,** $(2;\ 2)$**;** $z = 2$ **m**
힌트	**A 주변의 2 m × 2 m 사분면 4개 중 3개에 하중이 작용한다**

구하는 값

M과 $\Delta\sigma_z$; 고리별 합산.



풀이 (1/2)

풀이

1 평면 축척과 사분면

$$AB = z = 2\ \text{m} \Rightarrow \text{팔 폭} = 1\,AB\,; \quad \text{각 사분면: } m = n = \frac{2}{2} = 1$$

2 한 사분면의 요소 수와 총합

$$I_3(1;1) = 0.17522 \;\Rightarrow\; M_{\text{사분면}} = \frac{0.17522}{0.005} = 35.04$$

$$M = 3\,M_{\text{사분면}} = 3\,(35.04) = \mathbf{105.13}$$

3 응력

$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 100 \times 105.13 = \mathbf{52.57}\ \text{kN/m}^2 \qquad \left(= 3\,q\,I_3 = 3\,(100)(0.17522)\right)$$

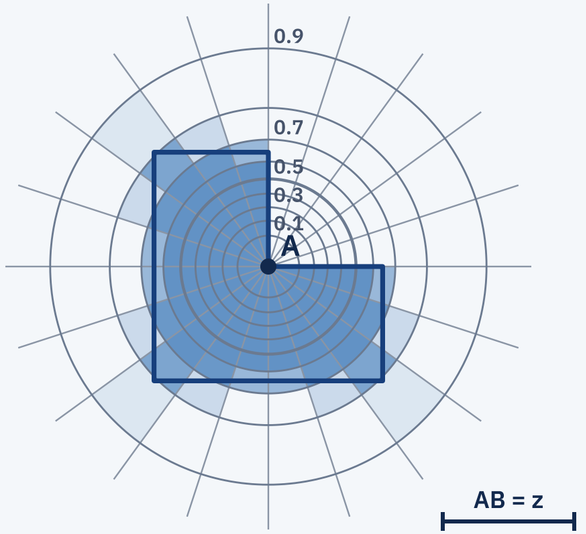
오목 모서리 아래에서 L자형 하중은 **105.13개 요소**를 덮는다: 네 개의 사분면 중 세 개. 네 사분면이 모두 재하되었다면 M = 140.18이 되었을 것이다.

풀이 (2/2)

풀이

링	포함되는 요소	링 내 요소
1	**15.00**	20
2	**15.00**	20
3	**15.00**	20
4	**15.00**	20
5	**15.00**	20
6	**15.00**	20
7	**11.94**	20
8	**3.18**	20
9	**0.01**	20
10	**0.00**	20
합계	**105.13**	200

고리 1–6에서는 각 고리의 **15개 요소**(20개의 4분의 3)가 포함된다. 바깥 고리에서는 평면의 모서리만 영향을 미친다(7번째 고리 11.94개, 8번째 고리 3.18개 요소). 합계는 **M = 105.13**.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

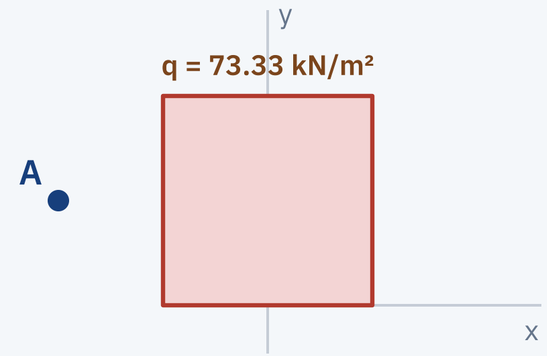
예제

조건

평면과 하중	**예제 2의 3×3 m 기초 ($q = 73.33$ kN/m²)**
점 A	**기초 바깥: $x = -3$ m, $y = 1.5$ m (왼쪽 변에서 1.5 m 떨어짐); $z = 3$ m**

구하는 값

M 및 $\Delta\sigma_z$; 외부 점에서 개수를 세는 것의 의미.



풀이 (1/2)

풀이

1 A에서 기초까지의 거리 (z = 3 m)

$$x:\ 1.5\ \text{m과 함께}\ 4.5\ \text{m};\quad y:\ \pm 1.5\ \text{m}\ \Rightarrow\ m=\frac{1.5}{3}=0.5\ \text{및}\ \frac{4.5}{3}=1.5,\ \ n=0.5$$

2 빗금 친 두 직사각형(4.5 × 3 m에서 1.5 × 3 m를 뺀 것), 대칭이므로 그 두 배

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q}=2\left[I_3(1.5;0.5)-I_3(0.5;0.5)\right]=2\left[0.13136-0.08403\right]=0.09466$$

$$M=\frac{0.09466}{0.005}=\mathbf{18.93}$$

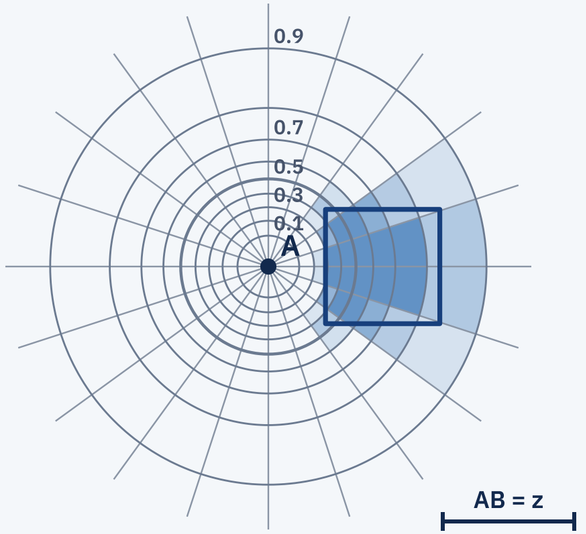
$$\Delta\sigma_z=0.005\times 73.33\times 18.93=\mathbf{6.94}\ \text{kN/m}^2$$

외부 점도 응력을 받는다: **M = 18.93 요소**, **$\Delta\sigma_z$ = 6.94 kN/m²**; 평면은 영향도의 중심을 덮지 않는다.

풀이 (2/2)

풀이

링	포함되는 요소	링 내 요소
1	**0.00**	20
2	**0.00**	20
3	**0.18**	20
4	**3.22**	20
5	**4.69**	20
6	**4.08**	20
7	**3.31**	20
8	**2.66**	20
9	**0.80**	20
10	**0.00**	20
합계	**18.93**	200



기초 평면은 3번째 링부터 도표에 들어가고 5번째 링에서 가장 크게 작용한다(요소 4.69개). 합계는 **M = 18.93**; 중심 아래의 같은 기초라면 M = 67.22가 된다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

핵심 정리

도표: 반지름이 $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$인 원 9개와 방사 직선 20개; **요소 200개**, 각 요소의 영향값은 **IV = 1/N = 0.005**

사용법: AB = z 축척의 평면도, A점은 중심; 포함된 요소 수 M; **$\Delta\sigma_z$ = (IV) q M**; 깊이마다 별도의 평면도

예제 (3 m × 3 m, 660 kN, z = 3 m, 변의 중앙): q = 73.33 kN/m²; M = 48.07; $\Delta\sigma_z$ = **17.63 kN/m²**; z = 6 m에서 M = 19.01, $\Delta\sigma_z$ = 6.97 kN/m²

임의 형상: L자형 평면, 오목 모서리(M = 105.13, $\Delta\sigma_z$ = 52.57 kN/m²); 하중 영역 밖의 점(M = 18.93, $\Delta\sigma_z$ = 6.94 kN/m²)

정밀도: 요소 하나의 기여는 IV q = 0.37 kN/m²이며, 모듈은 M을 정확한 적분으로 제공한다(오차 없는 개수 산정)

참고문헌

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Newmark, N.M. (1942). Influence charts for computation of stresses in elastic foundations. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No. 338.

참고

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈도 같은 값을 준다.
모듈의 초기 예제: 3 m × 3 m 기초, 660 kN, 변 A의 중앙 3 m 아래.

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

자신의 평면(꼭짓점이 최대 6개인 다각형), 하중, A점을 GeoTerva에 입력한다; 모듈은 입력한 깊이에 대한 도표를 그리고, 포함된 요소에 음영을 표시하며, M, $\Delta\sigma_z$ 값, 깊이 프로필, 단계별 풀이와 보고서를 함께 제공한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

스마트폰으로 열기

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.

강의에서 사용하려면: info@geoterva.com