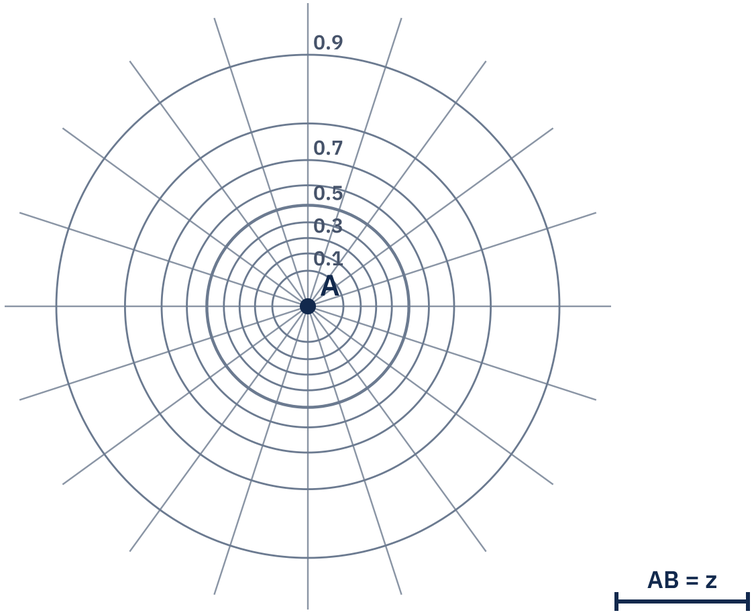
Presentación de clase de geotecnia · Tensiones en la masa de suelo

Ábaco de influencia de Newmark

Clase: ábaco de influencia de Newmark; la planta del área cargada se coloca sobre el ábaco, se cuentan los elementos cubiertos y se obtiene $\Delta\sigma_z$ = (IV) q M.



- Anillos de igual incremento de tensión
- Valor de influencia IV = 0.005
- Recuento de elementos
- Cualquier planta
- Resoluble a mano

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

Cómo se construye el diagrama: a partir de la solución de la carga circular, círculos de radio $\mathbf{R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}}$

10 anillos × 20 sectores = 200 elementos: cada elemento tiene el mismo efecto, **IV = 1/N = 0.005**

Uso: la planta se dibuja a escala **AB = z**, el punto A se sitúa en el centro del ábaco y se cuentan los **M** elementos; $\mathbf{\Delta\sigma_z = (IV)\ q\ M}$

Verificar a mano el conteo anillo por anillo con la **solución de esquina de un rectángulo**; profundidad, planta en L y punto fuera del área

Que para cada profundidad se requiere **un dibujo aparte** de la planta

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: zapata de pilar de 3 m × 3 m, 660 kN (q = 73.33 kN/m²); el punto A está 3 m bajo la cimentación, bajo el punto medio de un borde.

Círculos de igual incremento de tensión

TEORÍA

Bajo el centro de un círculo con carga uniforme, $\Delta\sigma_z/q = 1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}$. Al invertir la relación se obtiene el **radio** del círculo que produce una relación de tensiones elegida (ambos miembros son adimensionales)

Para $\Delta\sigma_z/q$ = 0.1, 0.2 … 0.9, los círculos trazados con estos radios dividen el plano en **anillos**. Cada anillo cargado por separado produce, a la profundidad z bajo el centro, un incremento de tensión de **0.1 q**; el último anillo (entre 0.9 y 1.0) se extiende hasta el infinito

$$\frac{R}{z} = \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta\sigma_z}{q}\right)^{-2/3} - 1}$$

$\Delta\sigma_z/q$	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
R/z	0.0000	0.1865	0.2698	0.3383	0.4005	0.4598	0.5181	0.5768	0.6370	0.6998
$\Delta\sigma_z/q$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
R/z	0.7664	0.8384	0.9176	1.0067	1.1097	1.2328	1.3871	1.5944	1.9083	2.5235

200 elementos, valor de influencia 0.005

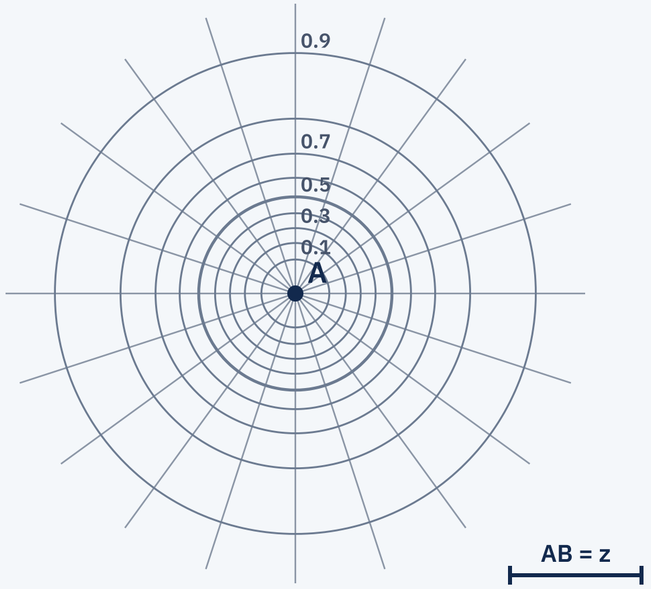
TEORÍA

Newmark (1942) dividió los anillos con **rectas radiales** equiespaciadas. Por simetría, el efecto de cada elemento del mismo anillo es igual

Si el número total de elementos es **N**, la contribución de cada elemento cargado a la tensión bajo su centro es **IV = 1/N** veces q: el **valor de influencia**. Para 10 anillos y 20 sectores, N = 200, IV = 0.005

Como el efecto de cada elemento es independiente de su posición en el diagrama, un área cargada de cualquier forma puede medirse **contando los elementos**

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = 0.005$$



$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$

TEORÍA

1. Se elige la **profundidad z** bajo el área cargada en la que se requiere la tensión

2. La planta del área cargada se dibuja a una escala tal que la profundidad z sea igual a la **longitud unitaria AB** del diagrama

3. La planta se coloca sobre el diagrama de modo que el punto cuya tensión se desea coincida con el **centro** del diagrama

4. Se determina el número de elementos **M** comprendidos dentro de la planta; los elementos parcialmente incluidos se tienen en cuenta por estimación

Para cada profundidad se necesita **un dibujo distinto de la planta**

$$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$$

Número de elementos cubiertos M

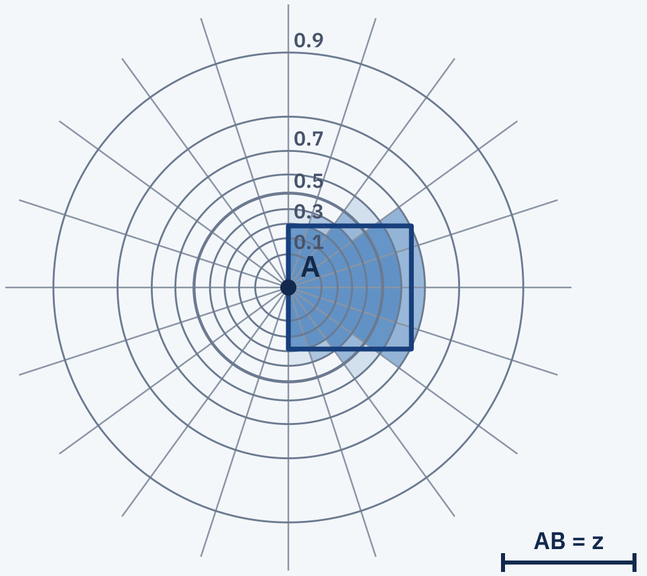
TEORÍA

El módulo dibuja para la profundidad introducida: los elementos abarcados se sombrean **según la parte que queda dentro de la planta**

Para el recuento se utiliza el **valor exacto**: la solución de Boussinesq, como para el círculo, se **integra sobre el polígono** en coordenadas polares respecto al punto, y se obtiene **M = (Δσ$_z$/q)/IV**. Este valor es el que daría un recuento perfecto

La planta puede ser cualquier polígono de hasta seis vértices

$$M = \frac{\Delta\sigma_z / q}{IV}$$



Enunciado

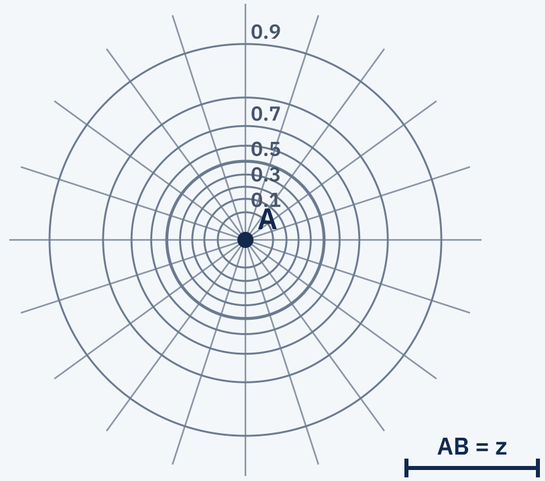
EJEMPLO

SE PIDE

Las relaciones **R/z** de los círculos; el número de elementos **N**, el valor de influencia **IV**; el número de elementos que abarca cada círculo.

Datos

Relaciones de tensiones	$\Delta\sigma_z/q = 0.1;\ 0.2 \ldots 0.9$ **(nueve círculos; el décimo anillo se extiende hasta el infinito)**
Sector	**20 sectores radiales iguales**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1. Para $\Delta\sigma_z/q = 0.3$

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0.3)^{-2/3} - 1} = \sqrt{1.2684 - 1} = \sqrt{0.2684} = \mathbf{0.5181}$$

2. Para $\Delta\sigma_z/q = 0.9$

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0.9)^{-2/3} - 1} = \sqrt{4.6416 - 1} = \sqrt{3.6416} = \mathbf{1.9083}$$

El tercer círculo tiene un radio de **0.5181** veces z, y el noveno, de **1.9083** veces; los radios crecen rápidamente al aumentar la relación de tensiones y tienden a infinito cuando la relación tiende a 1.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 N = 10 anillos × 20 sectores = 200 elementos

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = \mathbf{0.005} \qquad k.\ \text{circular}: \ 20\,k\ \text{elemento} \ \Rightarrow \ IV\,(20\,k) = 0.1\,k = \frac{\Delta\sigma_z}{q}$$

Círculo	$\Delta\sigma_z/q$	R/z	Elemento que abarca	Influencia total = IV × elemento
1	0.1	0.2698	20 (= 20 × 1)	0.10
2	0.2	0.4005	40 (= 20 × 2)	0.20
3	0.3	0.5181	60 (= 20 × 3)	0.30
4	0.4	0.6370	80 (= 20 × 4)	0.40
5	0.5	0.7664	100 (= 20 × 5)	0.50
6	0.6	0.9176	120 (= 20 × 6)	0.60
7	0.7	1.1097	140 (= 20 × 7)	0.70
8	0.8	1.3871	160 (= 20 × 8)	0.80
9	0.9	1.9083	180 (= 20 × 9)	0.90
10.º anillo	1.0	∞	200	1.00

Cada anillo se compone de 20 elementos y, por sí solo, aporta **0.1 q**: el efecto de los 20 k elementos del círculo k-ésimo coincide con $\Delta\sigma_z/q = 0.1\ k$ que da la solución de la carga circular.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

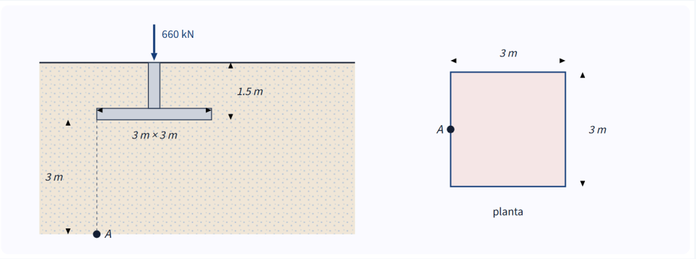
EJEMPLO

Datos

Cimentación	3×3 **m, carga del pilar** 660 **kN** ($q = 660/(3 \times 3)$)
Punto A	**a** $z = 3$ **m bajo la cimentación, bajo el punto medio de un borde**
Diagrama	$IV = 0.005$ **(10 anillos, 20 sectores)**

SE PIDE

q, escala de la planta, **M**, **$\Delta\sigma_z$**; comprobación de M con la solución del rectángulo.



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Presión de la cimentación

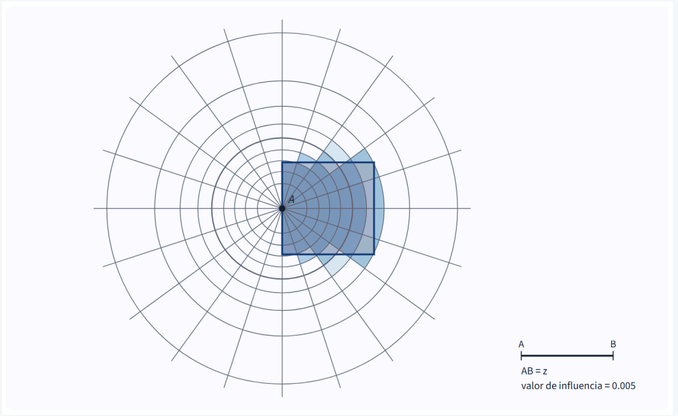
$$q = \frac{660}{3 \times 3} = \mathbf{73.33}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Escala de la planta: AB = z = 3 m

$$\text{borde de la zapata} = \frac{3\ \mathrm{m}}{AB} = \frac{3}{3} = 1\ AB$$

3 Colocación: el punto A se sitúa en el centro del diagrama, de modo que el borde izquierdo de la zapata pase por el centro

La zapata se dibuja como un cuadrado de lado **AB** y el punto medio de su lado izquierdo (A) se sitúa en el centro del diagrama (figura de la derecha).



Solución (2/3)

SOLUCIÓN

4 A está en el punto medio del borde: la cimentación se divide en dos rectángulos con una esquina en A (1.5 m × 3 m)

$$m = \frac{1.5}{3} = 0.5\,, \quad n = \frac{3}{3} = 1\,, \quad m^2 = 0.25\,, \quad n^2 = 1\,, \quad \sqrt{m^2+n^2+1} = 1.50$$

5 Solución de Boussinesq para la esquina del rectángulo $I_3(0.5; 1)$

$$I_3 = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\cdot\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+1-m^2n^2}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1.5}{2.5}\cdot\frac{3.25}{2.25} + \tan^{-1}\frac{1.5}{2.0}\right] = \frac{0.8667 + 0.6435}{4\pi} = \mathbf{0.12018}$$

El valor de influencia del rectángulo de 1.5 m × 3 m con una esquina en A es **I_3 = 0.12018**; como los dos rectángulos son simétricos a ambos lados de A, el total es 2 I_3.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

6 Número de elementos

$$M = \frac{\Delta\sigma_z / q}{IV} = \frac{2\,I_3}{IV} = \frac{2\,(0.12018)}{0.005} = \mathbf{48.07}$$

7 Incremento de tensión

$$\Delta\sigma_z = (IV)\,q\,M = (0.005)\left(\frac{660}{3\times 3}\right)(48.07) = 0.005 \times 73.33 \times 48.07 = \mathbf{17.63}\ \mathrm{kN/m^2}$$

8 Directamente con la solución rectangular de Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = 2\,q\,I_3 = 2\,(73.33)(0.12018) = \mathbf{17.63}\ \mathrm{kN/m^2}$$

En el punto A el diagrama abarca **M = 48.07 elementos** (la planta cubre el 24.0 % de los 200 elementos): **$\Delta\sigma_z$ = 17.63 kN/m²** (el 24.0 % de q); el módulo da el mismo valor.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Planta	**Ejemplo 2: zapata de 3×3 m, A punto medio del borde izquierdo, $z = 3$ m ($AB = 3$ m)**
Problemas	**número de elementos abarcados en cada anillo; total M; contribución de un elemento a la tensión**

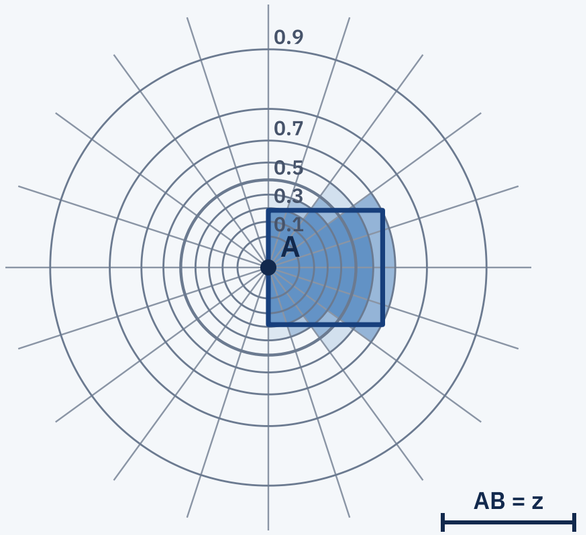
SE PIDE

Elementos cubiertos por anillo (de 20 elementos) y total; efecto de un error de **un elemento** en el recuento.

Solución

SOLUCIÓN

Anillo	Intervalo R/z	Elemento abarcado	Elemento del anillo
1	0.000 – 0.270	**10.00**	20
2	0.270 – 0.400	**10.00**	20
3	0.400 – 0.518	**9.82**	20
4	0.518 – 0.637	**6.78**	20
5	0.637 – 0.766	**5.09**	20
6	0.766 – 0.918	**4.08**	20
7	0.918 – 1.110	**2.29**	20
8	1.110 – 1.387	**0.00**	20
9	1.387 – 1.908	**0.00**	20
10	1.908 – ∞	**0.00**	20
Total		**48.07**	200



Los dos primeros anillos son semicírculos (**10 + 10**): A está sobre el borde. Total **M = 48.07**. Un elemento = IV q = 0.37 kN/m²: una diferencia de 1 elemento en el recuento modifica $\Delta\sigma_z$ en 0.37 kN/m² (2.1%).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Zapata y punto	**La zapata del Ejemplo 2 y el punto A ($q = 73.33$ kN/m²)**
Profundidades	**$z = 1.2;\ 2.4;\ 3.6 \ldots 12$ m (tabla de perfil del módulo)**

SE PIDE

Escala de la planta a cada profundidad, **M** y **$\Delta\sigma_z$**; a mano para z = 6 m.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

z (m)	Lado de la zapata (unidad AB)	M (elemento)	$\Delta\sigma_z$ = IV q M (kN/m²)
1.2	2.500	87.03	**31.91**
2.4	1.250	59.27	**21.73**
3.6	0.833	39.16	**14.36**
4.8	0.625	26.72	**9.80**
6.0	0.500	19.01	**6.97**
7.2	0.417	14.07	**5.16**
8.4	0.357	10.76	**3.95**
9.6	0.312	8.47	**3.11**
10.8	0.278	6.82	**2.50**
12.0	0.250	5.61	**2.06**

A medida que aumenta la profundidad, el diagrama en planta se reduce hacia su centro (borde de la cimentación 2.50 AB a z = 1.2 m, 0.25 AB a z = 12 m) y cubre menos elementos: **M = 87.03 → 5.61**. La planta se ha vuelto a dibujar para cada fila.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Escala de la planta y m, n

$$AB = z = 6\ \text{m} \Rightarrow \text{borde de la zapata} = \frac{3}{6} = 0.5\,AB\ ; \quad m = \frac{1.5}{6} = 0.25\ , \ \ n = \frac{3}{6} = 0.5$$

2 Número de elementos y tensión

$$I_3(0.25; 0.5) = 0.04753 \ \Rightarrow \ M = \frac{2\,(0.04753)}{0.005} = \mathbf{19.01}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 73.33 \times 19.01 = \mathbf{6.97}\ \text{kN/m}^2$$

A z = 6 m la cimentación resulta muy pequeña respecto del centro del diagrama y abarca solo **19.01 elementos**; $\Delta\sigma_z$ = **6.97 kN/m²** (17.63 kN/m² a z = 3 m).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Área	**En forma de L (6 esquinas):** $(0;0),\ (4;0),\ (4;2),\ (2;2),\ (2;4),\ (0;4)$ **m;** $q = 100$ **kN/m²**
Punto A	**bajo la esquina entrante,** $(2;\ 2)$**;** $z = 2$ **m**
Sugerencia	**Tres de los cuatro cuadrantes de 2 m × 2 m alrededor de A están cargados**

SE PIDE

M y $\Delta\sigma_z$; recuento anillo por anillo.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Escala de la planta y cuadrantes

$$AB = z = 2\,\text{m} \Rightarrow \text{ancho del brazo} = 1\,AB\,; \quad \text{cada cuadrante: } m = n = \frac{2}{2} = 1$$

2 Número de elementos de un cuadrante y total

$$I_3(1;1) = 0.17522 \;\Rightarrow\; M_{\text{cuadrante}} = \frac{0.17522}{0.005} = 35.04$$

$$M = 3\,M_{\text{cuadrante}} = 3\,(35.04) = \mathbf{105.13}$$

3 Tensión

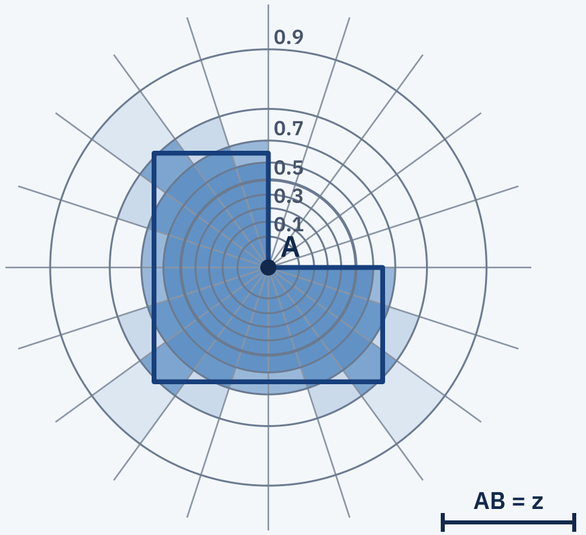
$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 100 \times 105.13 = \mathbf{52.57}\ \text{kN/m}^2 \qquad \big(= 3\,q\,I_3 = 3\,(100)(0.17522)\big)$$

Bajo la esquina entrante, la carga en forma de L abarca **105.13 elementos**: tres de los cuatro cuadrantes. Si los cuatro cuadrantes estuvieran cargados, sería M = 140.18.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

Anillo	Elemento abarcado	Elemento del anillo
1	**15.00**	20
2	**15.00**	20
3	**15.00**	20
4	**15.00**	20
5	**15.00**	20
6	**15.00**	20
7	**11.94**	20
8	**3.18**	20
9	**0.01**	20
10	**0.00**	20
Total	**105.13**	200



En los anillos 1–6 se abarcan **15 elementos** de cada anillo (tres cuartas partes de 20); en los anillos exteriores solo son efectivas las esquinas de la planta (anillo 7: 11.94 elementos, anillo 8: 3.18 elementos). Total **M = 105.13**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

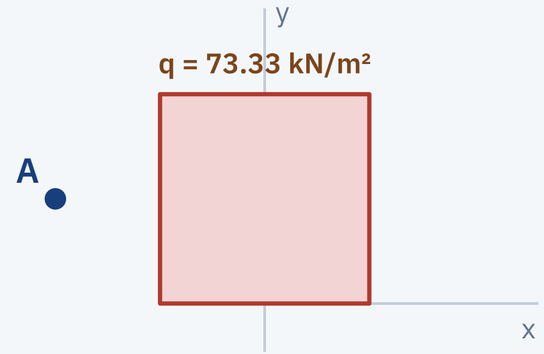
EJEMPLO

Datos

Planta y carga	**La zapata de 3×3 m del Ejemplo 2 ($q = 73.33$ kN/m²)**
Punto A	**fuera de la cimentación: $x = -3$ m, $y = 1.5$ m (a 1.5 m del borde izquierdo); $z = 3$ m**

SE PIDE

M y **$\Delta\sigma_z$**; el significado del recuento en un punto exterior.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Distancias de A a la zapata (z = 3 m)

$$x:\ 1.5\ \text{m a}\ 4.5\ \text{m};\quad y:\ \pm 1.5\ \text{m}\ \Rightarrow\ m=\frac{1.5}{3}=0.5\ \text{y}\ \frac{4.5}{3}=1.5\,,\ \ n=0.5$$

2 Dos rectángulos señalados (4.5 × 3 m menos 1.5 × 3 m), simétricos: el doble

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q}=2\left[I_3(1.5;0.5)-I_3(0.5;0.5)\right]=2\left[0.13136-0.08403\right]=0.09466$$

$$M=\frac{0.09466}{0.005}=\mathbf{18.93}$$

$$\Delta\sigma_z=0.005\times 73.33\times 18.93=\mathbf{6.94}\ \text{kN/m}^2$$

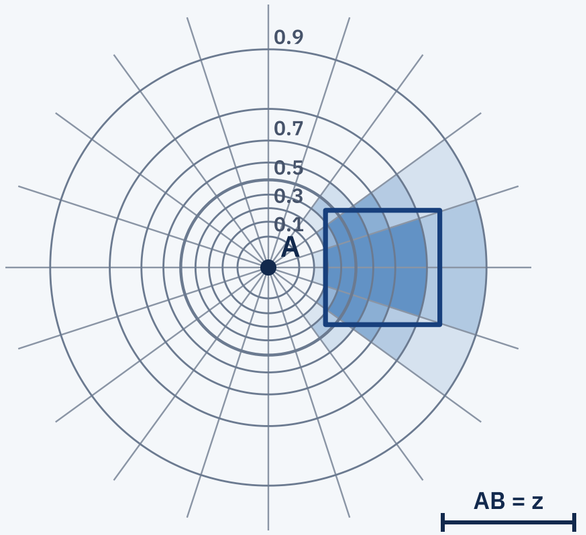
Un punto exterior también recibe tensión: **M = 18.93 elementos**, **$\Delta\sigma_z$ = 6.94 kN/m²**; la planta no cubre el centro del diagrama.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

Anillo	Elemento abarcado	Elemento del anillo
1	**0.00**	20
2	**0.00**	20
3	**0.18**	20
4	**3.22**	20
5	**4.69**	20
6	**4.08**	20
7	**3.31**	20
8	**2.66**	20
9	**0.80**	20
10	**0.00**	20
Total	**18.93**	200

La planta entra en el diagrama a partir del tercer anillo y es más influyente en el quinto anillo (4.69 elementos). Total **M = 18.93**; para la misma cimentación bajo el centro sería M = 67.22.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Diagrama: nueve círculos de radio $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$ y 20 rectas radiales; **200 elementos**, siendo la influencia de cada elemento **IV = 1/N = 0.005**

Uso: planta a escala AB = z, con el punto A en el centro; número de elementos cubiertos M; **$\Delta\sigma_z$ = (IV) q M**; una planta distinta para cada profundidad

Ejemplo (3 m × 3 m, 660 kN, z = 3 m, punto medio del borde): q = 73.33 kN/m²; M = 48.07; $\Delta\sigma_z$ = **17.63 kN/m²**; para z = 6 m, M = 19.01, $\Delta\sigma_z$ = 6.97 kN/m²

Cualquier forma: planta en L, esquina entrante (M = 105.13, $\Delta\sigma_z$ = 52.57 kN/m²); punto fuera del área (M = 18.93, $\Delta\sigma_z$ = 6.94 kN/m²)

Precisión: la contribución de un elemento es IV q = 0.37 kN/m²; el módulo da M mediante la integral exacta (recuento perfecto)

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Newmark, N.M. (1942). Influence charts for computation of stresses in elastic foundations. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No. 338.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El ejemplo inicial del módulo: cimentación de 3 m × 3 m, 660 kN, a 3 m bajo el punto medio del borde A.

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva la propia planta (polígono de hasta seis vértices), la carga y el punto A; el módulo dibuja el diagrama para la profundidad introducida, sombrea los elementos cubiertos y proporciona conjuntamente M, el valor de $\Delta\sigma_z$, el perfil en profundidad, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo → **Página de teoría →**

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com