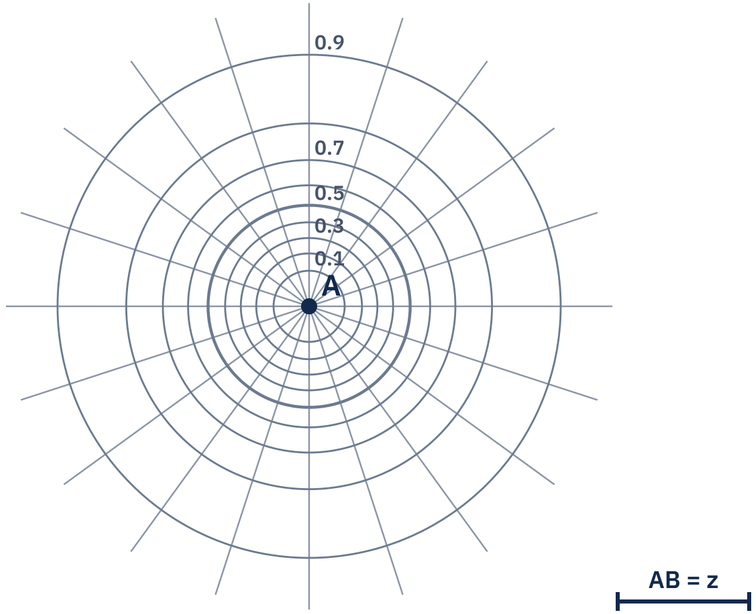


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الإجهادات في التربة

مخطط Newmark للتأثير

المحاضرة: مخطط تأثير Newmark؛ يوضع مسقط المساحة المحملة على المخطط، وتعد العناصر المغطاة، ويوجد $\Delta\sigma_z = (IV)$ M q.

- حلقات ذات زيادة إجهاد متساوية
- قيمة التأثير IV = 0.005
- عد العناصر
- أي مسقط أفقي
- قابل للحل يدوياً

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

كيفية إنشاء المخطط: دوائر نصف قطرها $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$ مستمدة من حل الحمل الدائري

10 حلقات × 20 قطاعاً = 200 عنصر: تأثير كل عنصر متساوٍ، $IV = 1/N = 0.005$

الاستخدام: يرسم المسقط بمقياس $AB = z$، وتوضع النقطة A في مركز المخطط، وتعد العناصر **M**؛ $\Delta\sigma_z = (IV)\ q\ M$

التحقق من العد حلقة حلقة يدوياً **بحل ركن المستطيل**؛ والعمق، والمسقط على شكل L، والنقطة الواقعة خارج المساحة

أن الأمر يتطلب **رسماً منفصلاً** للمسقط الأفقي عند كل عمق

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: المعادلة ومبرراتها

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

مثال: قاعدة عمود 3 m × 3 m، حمل 660 kN ($q = 73.33$ kN/m²)؛ النقطة A على عمق 3 m تحت القاعدة، أسفل منتصف أحد الأضلاع.

دوائر زيادة الإجهاد المتساوية

النظرية

تحت مركز دائرة محملة بانتظام: $\Delta\sigma_z/q = 1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}$. وعند قلب العلاقة نحصل على **نصف قطر** الدائرة التي تنتج نسبة إجهاد محددة (الطرفان عديما الأبعاد)

عند $\Delta\sigma_z/q = 0.1، 0.2 \dots 0.9$ تقسم الدوائر المرسومة بهذه الأنصاف الأقطار المستوي إلى **حلقات**. وعند تحميل كل حلقة بمفردها تنشأ تحت المركز عند العمق z زيادة في الإجهاد قدرها **0.1 q**؛ وتمتد الحلقة الأخيرة (بين 0.9 و 1.0) إلى ما لا نهاية

$$\frac{R}{z} = \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta\sigma_z}{q}\right)^{-2/3} - 1}$$

$\Delta\sigma_z/q$	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
R/z	0.0000	0.1865	0.2698	0.3383	0.4005	0.4598	0.5181	0.5768	0.6370	0.6998
$\Delta\sigma_z/q$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
R/z	0.7664	0.8384	0.9176	1.0067	1.1097	1.2328	1.3871	1.5944	1.9083	2.5235

النظرية

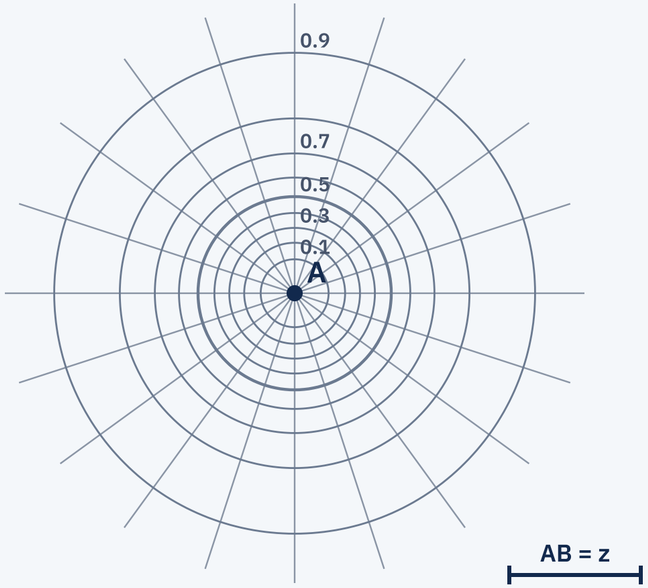
200 عنصر، قيمة التأثير 0.005

قسم **Newmark (1942)** الحلقات بواسطة **خطوط نصف قطرية** متساوية التباعد. ونظراً للتماثل يتساوى تأثير كل عنصر في الحلقة نفسها

إذا كان العدد الكلي للعناصر **N** فإن مساهمة كل عنصر محمل في الإجهاد تحت المركز تساوي **IV = 1/N** مضروباً في q: وهي **قيمة التأثير**. وعند 10 حلقات و 20 قطاعاً يكون N = 200، IV = 0.005

لما كان أثر كل عنصر مستقلاً عن موضعه في المخطط، أمكن قياس أي مساحة محملة، مهما كان شكلها، **بعد العناصر**

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = 0.005$$



النظرية

$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$

1. يختار **العمق z** تحت المساحة المحملة الذي يطلب عنده الإجهاد
2. يرسم مسقط المساحة المحملة بمقياس يجعل العمق z يساوي **طول الوحدة AB** في المخطط
3. يوضع المسقط على المخطط بحيث تنطبق النقطة المطلوب إجهادها على **مركز** المخطط
4. يحدد عدد العناصر **M** الواقعة داخل المسقط؛ وتحسب العناصر الواقعة جزئياً بالتقدير

يتطلب كل عمق **رسمًا منفصلًا للمخطط**

$$\Delta\sigma_z = (IV)\, q\, M$$

عدد العناصر المغطاة M

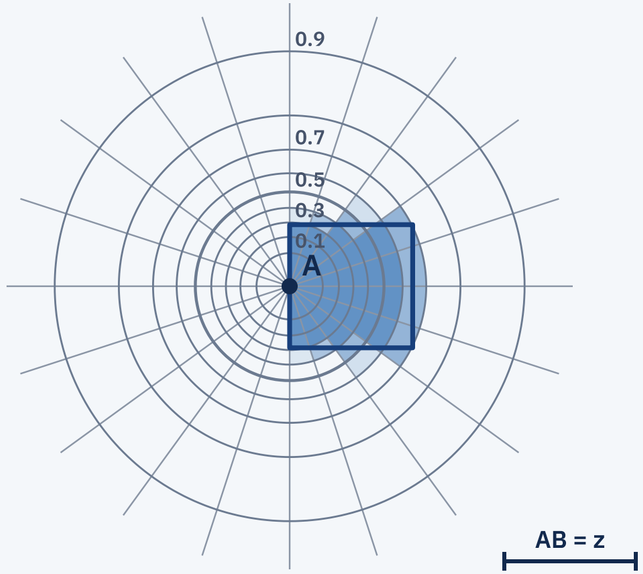
النظرية

ترسم الوحدة الشكل للعمق المدخل: وتظلل العناصر المشمولة **بحسب الأجزاء** الواقعة داخل المسقط

يستخدم في العد **القيمة الدقيقة:** يكامل حل Boussinesq، كما في حالة الدائرة، في الإحداثيات القطبية بالنسبة إلى النقطة **على المضلع**، فنحصل على $M = (\Delta\sigma_z/q)/IV$. وهذه هي القيمة التي يعطيها عد دقيق تماما

يمكن أن يكون المسقط الأفقي أي مضلع بعدد رؤوس لا يزيد على ستة

$$M = \frac{\Delta\sigma_z/q}{IV}$$



المسألة

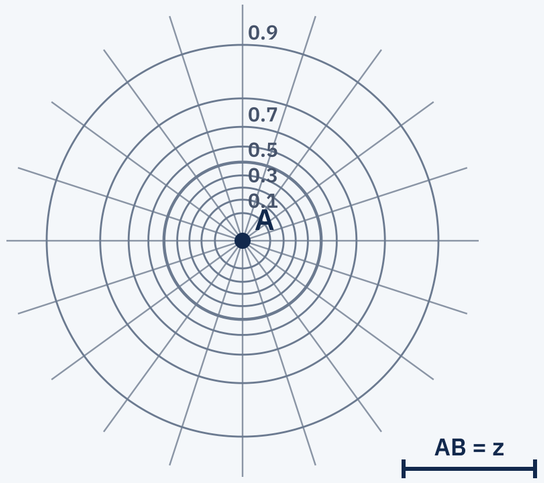
مثال

المعطيات

نسب الإجهاد	$\Delta\sigma_z/q = 0.1;\ 0.2 \ldots 0.9$ **(تسع دوائر؛ والحلقة العاشرة تمتد إلى ما لا نهاية)**
القطاع	**20 شريحة شعاعية متساوية**

المطلوب

نسب **R/z** للدوائر؛ وعدد العناصر **N**، وقيمة التأثير **IV**؛ وعدد العناصر التي تغطيها كل دائرة.



الحل (1/2)

الحل

1 من أجل $\Delta\sigma_z/q = 0.3$

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0.3)^{-2/3} - 1} = \sqrt{1.2684 - 1} = \sqrt{0.2684} = \mathbf{0.5181}$$

2 من أجل $\Delta\sigma_z/q = 0.9$

$$\frac{R}{z} = \sqrt{(1-0.9)^{-2/3} - 1} = \sqrt{4.6416 - 1} = \sqrt{3.6416} = \mathbf{1.9083}$$

يبلغ نصف قطر الدائرة الثالثة **0.5181** z ونصف قطر الدائرة التاسعة **1.9083** z؛ وتكبر أنصاف الأقطار بسرعة كلما ازدادت نسبة الإجهاد، وتؤول إلى ما لا نهاية عندما تقترب النسبة من 1.

الحل (2/2)

الحل

1 N = 10 حلقات × 20 قطاعاً = 200 عنصر

$$IV = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = \mathbf{0.005} \qquad k\text{. دائرة : } 20\,k \text{ عنصر} \Rightarrow IV\,(20\,k) = 0.1\,k = \frac{\Delta\sigma_z}{q}$$

الدائرة	$\Delta\sigma_z/q$	R/z	العنصر الذي يغطيه	التأثير الكلي = IV × العنصر
1	0.1	0.2698	(1 × 20 =) 20	0.10
2	0.2	0.4005	(2 × 20 =) 40	0.20
3	0.3	0.5181	(3 × 20 =) 60	0.30
4	0.4	0.6370	(4 × 20 =) 80	0.40
5	0.5	0.7664	(5 × 20 =) 100	0.50
6	0.6	0.9176	(6 × 20 =) 120	0.60
7	0.7	1.1097	(7 × 20 =) 140	0.70
8	0.8	1.3871	(8 × 20 =) 160	0.80
9	0.9	1.9083	(9 × 20 =) 180	0.90
الحلقة 10	1.0	∞	200	1.00

تتألف كل حلقة من 20 عنصراً وتسهم وحدها بمقدار **0.1 q**: وأثر k 20 عنصراً داخل الدائرة رقم k يطابق $\Delta\sigma_z/q$ = 0.1 k الذي يعطيه حل الحمل الدائري.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

مثال

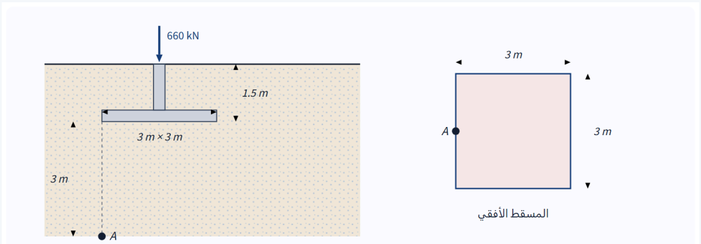
المسألة

المعطيات

الأساس	**3×3 m، حمل العمود 660 kN ($q = 660/(3 \times 3)$)**
النقطة A	**على عمق $z = 3$ m تحت القاعدة، أسفل منتصف أحد الأضلاع**
المخطط	**$IV = 0.005$ (10 حلقات، 20 قطاعاً)**

المطلوب

q، مقياس المسقط الأفقي، **M**، **$\Delta\sigma_z$**؛ والتحقق من M بالحل المستطيل.



الحل (1/3)

الحل

1 ضغط الأساس

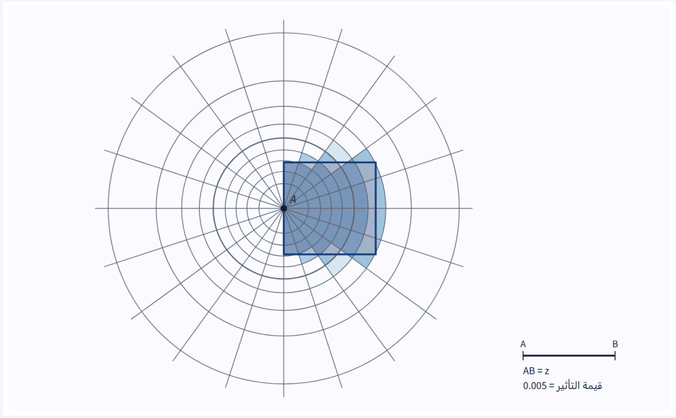
$$q = \frac{660}{3 \times 3} = \mathbf{73.33}\ \text{kN/m}^2$$

2 مقياس رسم المسقط: AB = z = 3 m

$$\text{حافة القاعدة} = \frac{3\ \text{m}}{AB} = \frac{3}{3} = 1\ AB$$

3 التوضيع: توضع النقطة A في مركز المخطط بحيث يمر الحد الأيسر للأساس عبر المركز

ترسم القاعدة على هيئة مربع طول ضلعه **AB**، ويوضع منتصف ضلعها الأيسر (A) في مركز المخطط (الشكل على اليمين).



الحل (2/3)

الحل

4 تقع A في منتصف الحافة: تقسم القاعدة إلى مستطيلين لهما ركن عند A (1.5 m × 3 m)

$$m = \frac{1.5}{3} = 0.5\,, \quad n = \frac{3}{3} = 1\,, \quad m^2 = 0.25\,, \quad n^2 = 1\,, \quad \sqrt{m^2+n^2+1} = 1.50$$

5 حل زاوية المستطيل وفق Boussinesq $I_3(0.5;\,1)$

$$I_3 = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\cdot\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+1-m^2n^2}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1.5}{2.5}\cdot\frac{3.25}{2.25} + \tan^{-1}\frac{1.5}{2.0}\right] = \frac{0.8667 + 0.6435}{4\pi} = \mathbf{0.12018}$$

قيمة التأثير للمستطيل 1.5 m × 3 m الذي يقع أحد أركانه عند النقطة A هي **I_3 = 0.12018**؛ وبما أن المستطيلين متناظران على جانبي A فإن المجموع 2 I_3.

الحل (3/3)

الحل

6 عدد العناصر

$$M = \frac{\Delta\sigma_z/q}{IV} = \frac{2\,I_3}{IV} = \frac{2\,(0.12018)}{0.005} = \mathbf{48.07}$$

7 زيادة الإجهاد

$$\Delta\sigma_z = (IV)\,q\,M = (0.005)\left(\frac{660}{3\times 3}\right)(48.07) = 0.005 \times 73.33 \times 48.07 = \mathbf{17.63}\ \text{kN/m}^2$$

8 مباشرة بحل Boussinesq للمستطيل

$$\Delta\sigma_z = 2\,q\,I_3 = 2\,(73.33)(0.12018) = \mathbf{17.63}\ \text{kN/m}^2$$

عند النقطة A يغطي المخطط **M = 48.07 عنصراً** (أي 24.0% من عناصر المسقط البالغ عددها 200)، فيكون **$\Delta\sigma_z$ = 17.63 kN/m²** (24.0% من q)؛ وتعطي الوحدة القيمة نفسها.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

مسقط أفقي

مثال 2: قاعدة 3×3 m، النقطة A: منتصف الحافة اليسرى، $z = 3$ m ($AB = 3$ m)

المسائل

عدد العناصر المشمولة في كل حلقة؛ المجموع M؛ مساهمة عنصر واحد في الإجهاد

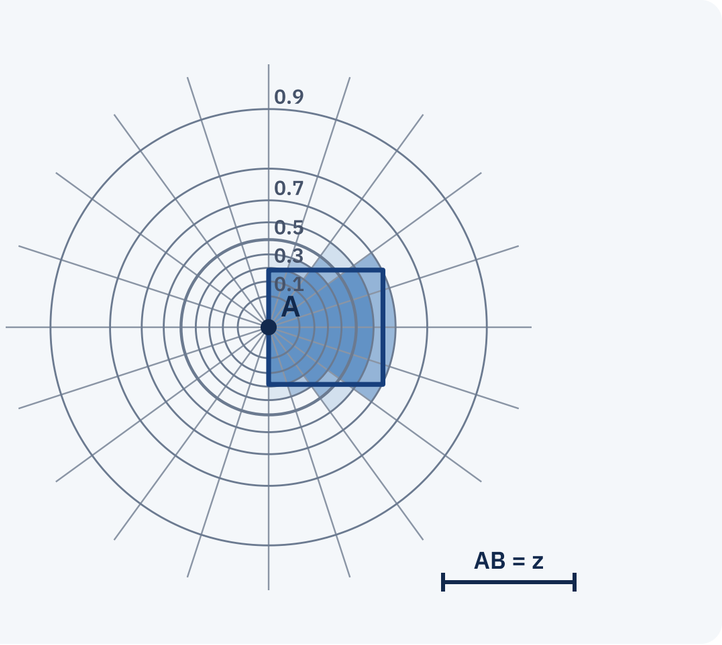
المطلوب

العناصر المغطاة في كل حلقة (من 20 عنصراً) والمجموع؛ وأثر خطأ **عنصر واحد** في العد.

الحل

الحل

الحلقة	مدى R/z	العنصر المغطى	العنصر في الحلقة
1	0.270 – 0.000	**10.00**	20
2	0.400 – 0.270	**10.00**	20
3	0.518 – 0.400	**9.82**	20
4	0.637 – 0.518	**6.78**	20
5	0.766 – 0.637	**5.09**	20
6	0.918 – 0.766	**4.08**	20
7	1.110 – 0.918	**2.29**	20
8	1.387 – 1.110	**0.00**	20
9	1.908 – 1.387	**0.00**	20
10	∞ – 1.908	**0.00**	20
الإجمالي		**48.07**	200



الحلقتان الأوليان نصفا دائرة (**10 + 10**): تقع النقطة A على الحافة.
المجموع **M = 48.07**. العنصر الواحد = IV q = 0.37 kN/m² : فاختلاف عنصر واحد في العدّ يغيّر $\Delta\sigma_z$ بمقدار (2.1%) 0.37 kN/m².

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

قاعدة الأساس والنقطة	**قاعدة الأساس في المثال 2 والنقطة A (** $q = 73.33$ **kN/m²)**
الأعماق	$z = 1.2;\ 2.4;\ 3.6 \ldots 12$ **m (جدول القطاع في الوحدة)**

المطلوب

مقياس رسم المسقط عند كل عمق، و **M** و **$\Delta\sigma_z$**؛ يدوياً عند z = 6 m.

الحل (1/2)

الحل

z (m)	حافة القاعدة (وحدة AB)	M (العنصر)	$\Delta\sigma_z$ = IV q M (kN/m²)
1.2	2.500	87.03	**31.91**
2.4	1.250	59.27	**21.73**
3.6	0.833	39.16	**14.36**
4.8	0.625	26.72	**9.80**
6.0	0.500	19.01	**6.97**
7.2	0.417	14.07	**5.16**
8.4	0.357	10.76	**3.95**
9.6	0.312	8.47	**3.11**
10.8	0.278	6.82	**2.50**
12.0	0.250	5.61	**2.06**

مع زيادة العمق يتقلص المسقط الأفقي نحو مركز المخطط (حافة القاعدة 2.50 AB عند z = 1.2 m، ثم 0.25 AB عند z = 12 m) ويغطي عدداً أقل من العناصر: **5.61 → M = 87.03**. أعيد رسم المسقط الأفقي لكل صف.

الحل (2/2)

الحل

1 مقياس المسقط الأفقي و m, n

$$AB = z = 6\ \text{m} \Rightarrow \text{حافة القاعدة} = \frac{3}{6} = 0.5\,AB\ ; \quad m = \frac{1.5}{6} = 0.25\ , \quad n = \frac{3}{6} = 0.5$$

2 عدد العناصر والإجهاد

$$I_3(0.25; 0.5) = 0.04753 \ \Rightarrow \ M = \frac{2\,(0.04753)}{0.005} = \mathbf{19.01}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 73.33 \times 19.01 = \mathbf{6.97}\ \text{kN/m}^2$$

عند z = 6 m تكون القاعدة صغيرة جدا بالنسبة إلى مركز المخطط وتغطي **19.01 عنصرا** فقط؛ $\Delta\sigma_z$ = **6.97 kN/m²** (z = 3 m عند 17.63 kN/m²).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

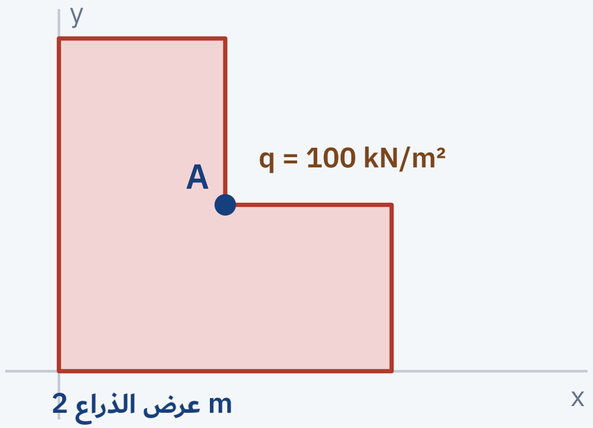
المساحة — **بشكل حرف L (6 زوايا):** $(0;0),\ (4;0),\ (4;2),\ (2;2),\ (2;4),\ (0;4)$ **m**؛ $q = 100$ **kN/m²**

النقطة A — **أسفل الزاوية الداخلية،** $(2;\ 2)$**؛** $z = 2$ **m**

تلميح — **ثلاثة من أرباع المساحة الأربعة المحيطة بالنقطة A، وكل منها 2 m × 2 m، محملة**

المطلوب

M و**$\Delta\sigma_z$**؛ الجمع حلقةً حلقة.



الحل (1/2)

الحل

1 مقياس المسقط الأفقي والربعيات

$$AB = z = 2\ \text{m} \Rightarrow \text{عرض الذراع} = 1\ AB\ ; \qquad \text{كل ربع: } m = n = \frac{2}{2} = 1$$

2 عدد العناصر في ربع واحد والإجمالي

$$I_3(1;1) = 0.17522 \ \Rightarrow\ M_{\text{الربع}} = \frac{0.17522}{0.005} = 35.04$$

$$M = 3\,M_{\text{الربع}} = 3\,(35.04) = \mathbf{105.13}$$

3 الإجهاد

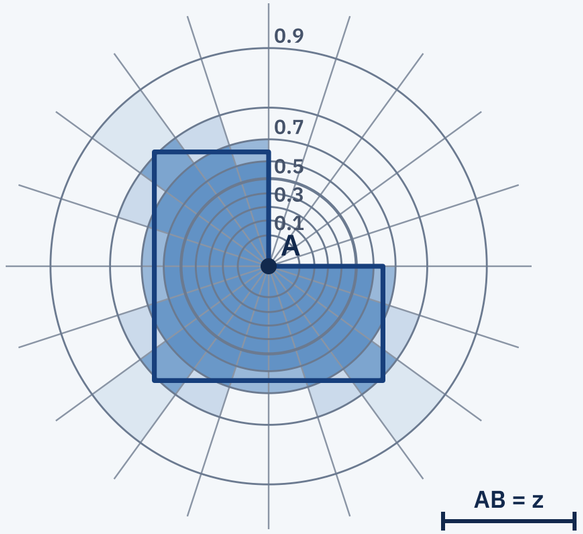
$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 100 \times 105.13 = \mathbf{52.57}\ \text{kN/m}^2 \qquad \left(= 3\,q\,I_3 = 3\,(100)(0.17522)\right)$$

تحت الركن الداخلي يشمل الحمل ذو الشكل L **105.13** **عنصراً**: ثلاثة من الأرباع الأربعة. ولو كانت الأرباع الأربعة كلها محملة لكانت M = 140.18.

الحل (2/2)

الحل

الحلقة	العنصر المغطى	العنصر في الحلقة
1	**15.00**	20
2	**15.00**	20
3	**15.00**	20
4	**15.00**	20
5	**15.00**	20
6	**15.00**	20
7	**11.94**	20
8	**3.18**	20
9	**0.01**	20
10	**0.00**	20
الإجمالي	**105.13**	200



في الحلقات 1–6 يغطي المسقط **15 عنصراً** من كل حلقة (ثلاثة أرباع 20)؛ أما في الحلقات الخارجية فلا تؤثر إلا أركان المسقط (الحلقة 7: 11.94 عنصراً، الحلقة 8: 3.18 عنصراً). المجموع **M = 105.13**.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

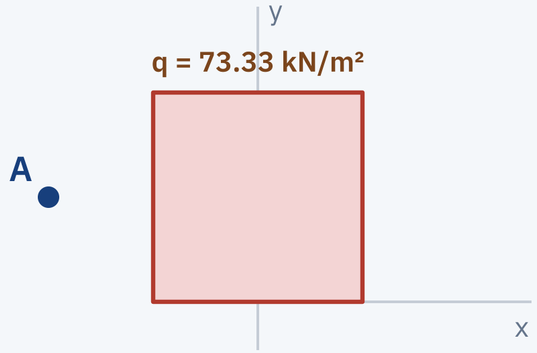
مثال

المعطيات

المسقط الأفقي والحمل	قاعدة 3×3 m في المثال 2 ($q = 73.33$ kN/m²)
النقطة A	خارج القاعدة: $x = -3$ m، $y = 1.5$ m (على بعد 1.5 m من الحافة اليسرى)؛ $z = 3$ m

المطلوب

M و **$\Delta\sigma_z$**؛ ومعنى العد عند نقطة خارجية.



الحل (1/2)

الحل

1 المسافات من A إلى قاعدة الأساس (z = 3 m)

$$x:\ 1.5 \text{ مع } 4.5 \text{ m};\quad y:\ \pm 1.5 \text{ m} \Rightarrow m = \frac{1.5}{3} = 0.5 \text{ و } \frac{4.5}{3} = 1.5,\ \ n = 0.5$$

2 مستطيلان مظللان (4.5 m × 3 m ناقص 1.5 m × 3 m)، متماثلان: ضعف ذلك

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 2\left[I_3(1.5;0.5) - I_3(0.5;0.5)\right] = 2\left[0.13136 - 0.08403\right] = 0.09466$$

$$M = \frac{0.09466}{0.005} = \mathbf{18.93}$$

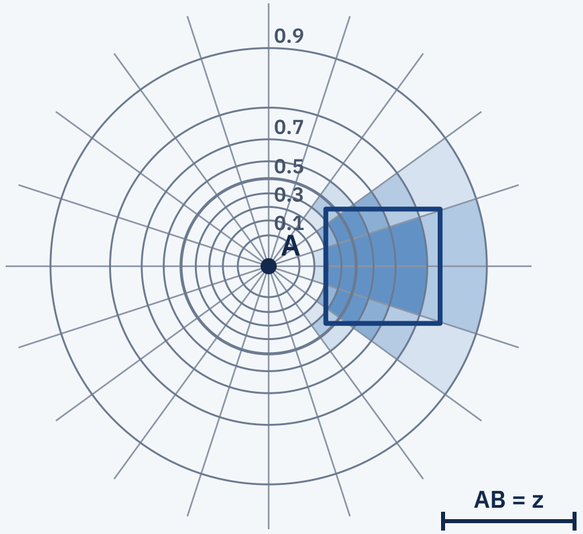
$$\Delta\sigma_z = 0.005 \times 73.33 \times 18.93 = \mathbf{6.94}\ \text{kN/m}^2$$

النقطة الخارجية تتعرض للإجهاد أيضاً: **M = 18.93 عنصراً**، **$\Delta\sigma_z$ = 6.94 kN/m²**؛ ولا يغطي المسقط مركز المخطط.

الحل (2/2)

الحل

الحلقة	العنصر المغطى	العنصر في الحلقة
1	**0.00**	20
2	**0.00**	20
3	**0.18**	20
4	**3.22**	20
5	**4.69**	20
6	**4.08**	20
7	**3.31**	20
8	**2.66**	20
9	**0.80**	20
10	**0.00**	20
الإجمالي	**18.93**	200



يدخل مسقط القاعدة في المخطط ابتداء من الحلقة 3، ويبلغ أقصى تأثير له في الحلقة 5 (4.69 عنصرا). والمجموع **M = 18.93**؛ وكانت ستبلغ M = 67.22 للقاعدة نفسها لو وقعت تحت المركز.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

المخطط: تسع دوائر أنصاف أقطارها $R/z = \sqrt{[(1 - \Delta\sigma_z/q)^{-2/3} - 1]}$ و 20 خطاً شعاعياً؛ أي **200 عنصر**، وتأثير كل عنصر $\mathbf{IV = 1/N = 0.005}$

الاستخدام: يرسم المسقط الأفقي بحيث $AB = z$ بمقياس الرسم، والنقطة A في المركز؛ عدد العناصر المغطاة M؛ $\mathbf{\Delta\sigma_z = (IV)\ q\ M}$؛ مسقط مستقل لكل عمق

مثال ($z = 3$ m، 660 kN، 3 m × 3 m، منتصف الحافة): $q = 73.33$ kN/m²؛ $M = 48.07$؛ $\Delta\sigma_z =$ **17.63 kN/m²**؛ وعند $z = 6$ m تكون $M = 19.01$ و $\Delta\sigma_z = 6.97$ kN/m²

أي شكل: مسقط على شكل L، زاوية داخلية متراجعة ($M = 105.13$، $\Delta\sigma_z = 52.57$ kN/m²)؛ نقطة خارج المساحة ($M = 18.93$، $\Delta\sigma_z = 6.94$ kN/m²)

الدقة: أثر عنصر واحد $IV\ q = 0.37$ kN/m²؛ وتعطي الوحدة M بالتكامل الدقيق (عد لا تشوبه شائبة)

المراجع

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Newmark, N.M. (1942). Influence charts for computation of stresses in elastic foundations. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No. 338.

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية مستخرجة بمحرك الحساب الخاص بالوحدة؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. والمثال الابتدائي للوحدة: قاعدة 3 m × 3 m، بحمل 660 kN، وعلى عمق 3 m تحت منتصف الحافة A.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل المسقط الأفقي الخاص بك (مضلع لا يزيد عدد رؤوسه على ستة) والحمل والنقطة A في GeoTerva؛ وترسم الوحدة المخطط للعمق المدخل، وتظلل العناصر المغطاة، وتقدم معا M وقيمة $\Delta\sigma_z$ ومخطط التغير مع العمق والحل خطوة بخطوة والتقرير.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com