Geoteknik ders sunumu · Yanal toprak basıncı

Mononobe–Okabe deprem toprak basıncı

Ders anlatımı: deprem sırasında duvarın arkasındaki kamanın pseudo-statik yatay ve düşey kuvvetleri, Mononobe–Okabe aktif katsayısı, denge sınırı, etkime çizgisi; sürşarj ve yeraltı suyu; her konuda çözümlü örnek.

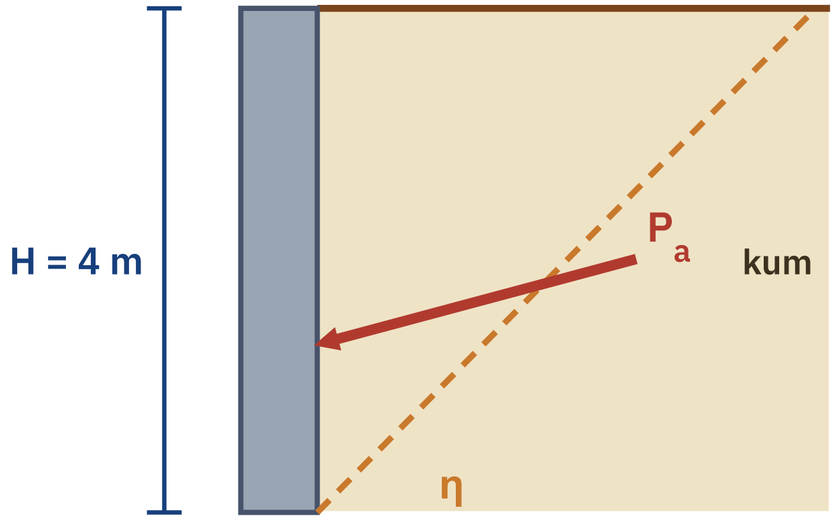
Pseudo-statik kama

$\psi = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$

Seed – Whitman

Sürşarj · su

Denge sınırı



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

- Depremi **pseudo-statik** yatay ($k_h W$) ve düşey ($k_v W$) kuvvetlerle temsil etmeyi
- **Sismik açı** ψ ve Mononobe–Okabe katsayısı $\mathbf{K'_a}$; $P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K'_a$
- **Denge sınırı**: $k_{h,cr} = (1 - k_v) \tan \varphi'$ aşılırsa hiçbir kama dengede kalmaz
- Kuvvetin **yerini** Seed–Whitman ile bulmayı: $P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$, ΔP_{ae} 0,6H'de
- Sürşarjı ve **yeraltı suyunu** (zeminle birlikte hareket eden ya da etmeyen) hesaba katmayı
- k_h, k_v ve geometri değişince kuvvetin nasıl değiştiğini görmeyi

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: kural nedir, neden öyle?

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Kuvvetler duvarın birim uzunluğu başınadır (kN/m); k_h, k_v ivmenin g'ye oranı; k_v yukarı pozitif.

Okabe (1926) ve Mononobe–Matsuo (1929)

KURAM

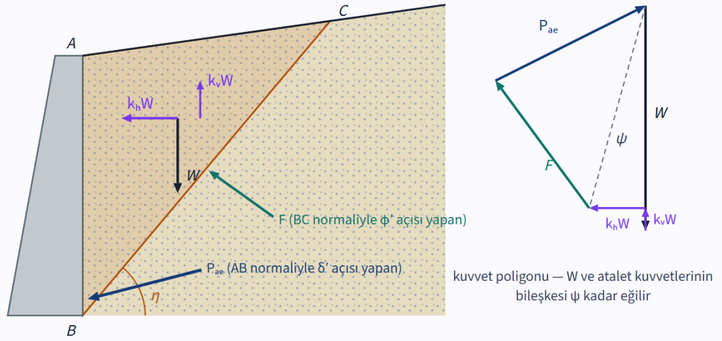
Depremde duvarın arkasındaki kama hızlanır. Pseudo-statik yöntem sarsıntıyı Coulomb kamasına etkiyen iki **sabit cisim kuvvetiyle** temsil eder:

- **$k_h W$**: yatay, duvara doğru (k_h = yatay ivme / g)
- **$k_v W$**: düşey (burada yukarı; ağırlığı azaltır)
- W, F (φ′ eğimli) ve P_{ae} (δ′ eğimli) Coulomb'daki gibidir.

W, $k_h W$ ve $k_v W$ toplamı düşeyden **ψ** sismik açısı kadar dönmüş bir kuvvettir; yani sismik kama, yerçekimi ψ kadar dönmüş bir Coulomb kamasıdır (duvar yüzü θ + ψ, dolgu α + ψ):

$$\psi = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad W' = \frac{W(1-k_v)}{\cos\psi}$$

Aktif kuvvet yine deneme kamalarının **en büyüğüdür**.



kuvvet poligonu — W ve atalet kuvvetlerinin bileşkesi ψ kadar eğilir

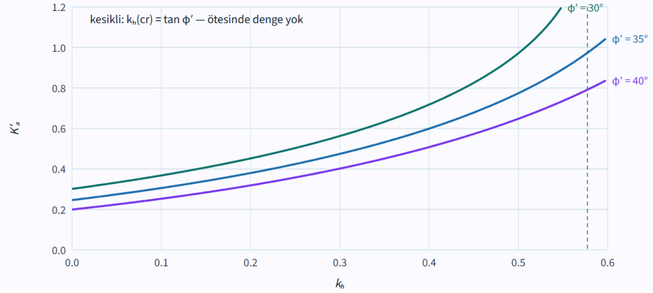
Dinamik aktif kuvvet

KURAM

$$P_{ae} = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 (1 - k_v) K'_a$$

$$K'_a = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta - \psi)}{\cos\psi \cos^2\theta \cos(\delta' + \theta + \psi)\left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin(\varphi' + \delta')\sin(\varphi' - \alpha - \psi)}{\cos(\delta' + \theta + \psi)\cos(\theta - \alpha)}}\right]^2}$$

k_h	φ′ = 28°	30°	35°	40°	45°
0,1	0,396	0,368	0,306	0,253	0,207
0,2	0,485	0,452	0,380	0,319	0,267
0,3	0,604	0,563	0,474	0,402	0,340
0,4	0,778	0,718	0,599	0,508	0,433
0,5	1,115	0,972	0,774	0,648	0,552



$k_h = k_v = 0$ için ψ = 0 ve K'_a Coulomb K_a'sıdır. Tablo: θ = α = 0, δ′ = φ′/2.

K'_a k_h ile hızla büyür; sınıra yaklaşırken sınırsız artar.

Soru

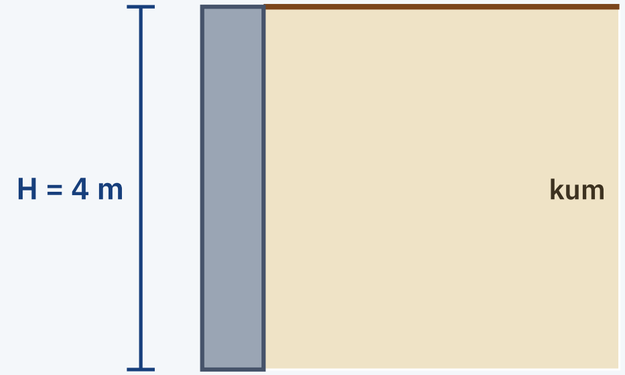
SORU

İSTENEN

ψ, **K′a**, **Pae** ve kritik kama; statik Coulomb ile karşılaştırma. Modül bu duvarla açılır.

Verilenler

Duvar	$H = 4$ **m, düşey; yatay dolgu; sürşarj yok**
Zemin	**kuru kum:** $\gamma = 15{,}5\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ,\ \delta' = 15^\circ$
Deprem	$k_h = 0{,}2,\ k_v = 0$



γ = 15,5 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0,2

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Sismik açı

$$\psi = \tan^{-1}\frac{0{,}2}{1-0} = \mathbf{11{,}31^\circ}$$

2 Mononobe–Okabe katsayısı (θ = α = 0)

$$\cos^2(30^\circ - 11{,}31^\circ) = 0{,}8973 \qquad \cos\psi = 0{,}9806 \qquad \cos(15^\circ + 11{,}31^\circ) = 0{,}8964$$

$$\sqrt{\frac{\sin 45^\circ \sin(30^\circ - 11{,}31^\circ)}{\cos(15^\circ + 11{,}31^\circ)}} = \sqrt{0{,}2528} = 0{,}5028$$

$$K'_a = \frac{0{,}8973}{0{,}9806(0{,}8964)(1+0{,}5028)^2} = \mathbf{0{,}4520}$$

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

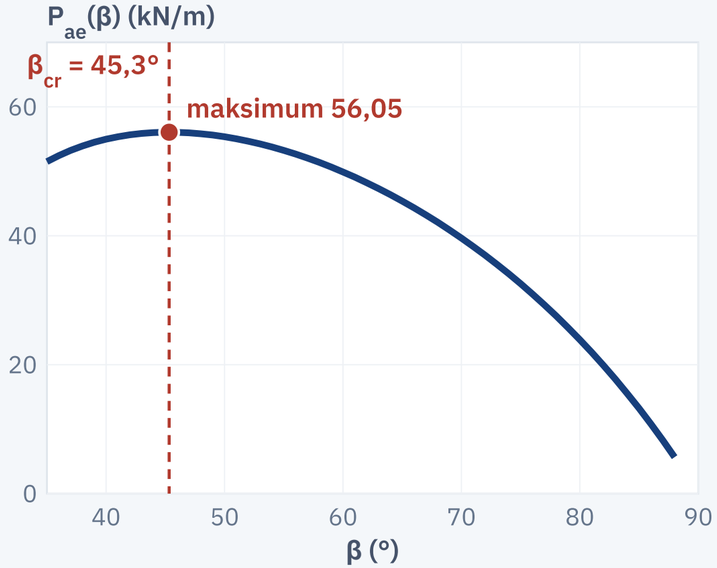
3 Dinamik kuvvet

$$P_{ae} = \tfrac{1}{2}\gamma H^2(1-k_v)K'_a$$
$$= \tfrac{1}{2}(15{,}5)(4)^2(1-0)(0{,}4520) = \mathbf{56{,}05}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Kritik kama (deneme kamalarının tepesi)

$$\beta_{cr} = \mathbf{45{,}3}^\circ\ (\text{yatayla})$$

P_{ae} = **56,05 kN/m**; statik Coulomb kuvveti (K_a = 0,3014) 37,38 kN/m idi: deprem kuvveti **%50 artırdı**. Kritik kama yatayla 45,3° yapar.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Kritik yatay ivme

KURAM

Karekök altındaki sin(φ′ − α − ψ), φ′ − α − ψ < 0 olduğunda gerçel değildir: **hiçbir kama dengede olamaz**, duvarın davranışından bağımsız. Dolgu yalnızca şu koşulda stabildir:

$$\alpha \le \varphi' - \psi$$

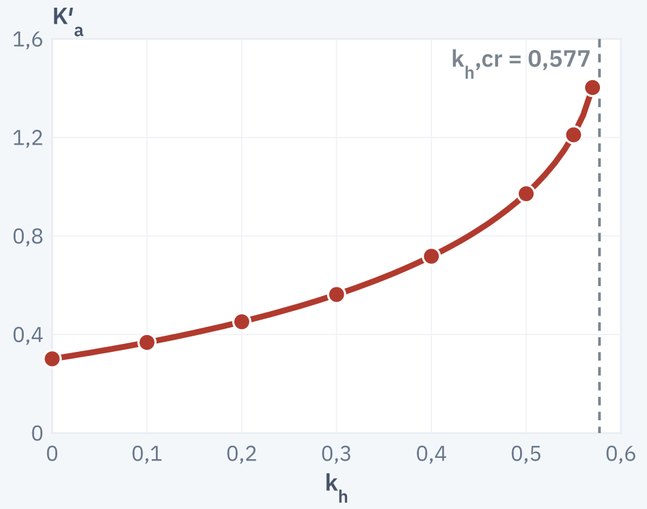
Yatay dolgu için bu ψ ≤ φ′, yani yatay ivme şu değeri aşamaz:

$$k_{h(cr)} = (1 - k_v)\tan\varphi' \qquad (\alpha \neq 0:\ \tan(\varphi' - \alpha))$$

Sınıra yaklaşırken K'_a çok hızlı artar (φ′ = 30° için $k_{h,cr}$ = 0,577).

Modül k_h sınırın üstündeyse bir iletiyle hesabı durdurur.

K'_a – k_h (φ′ = 30°, δ′ = 15°)



Soru

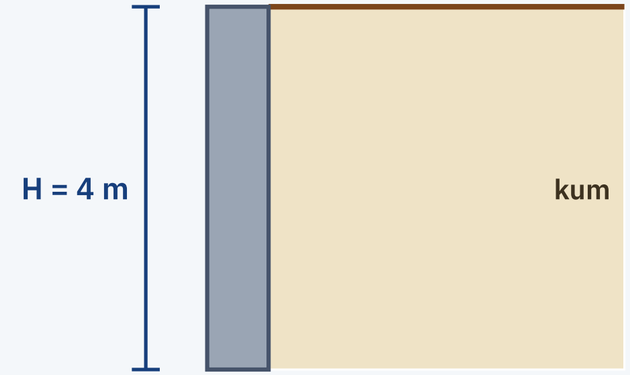
SORU

İSTENEN

Her k_h için **ψ**, **K′a** ve **Pae**; kritik k_h; k_h = 0,6 için sonuç.

Verilenler

Duvar ve zemin	**Örnek 1'deki duvar:** $H = 4$ **m,** $\gamma = 15{,}5\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$, $k_v = 0$
Değişken	$k_h = 0;\ 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}3;\ 0{,}4;\ 0{,}5;\ 0{,}55;\ 0{,}57$



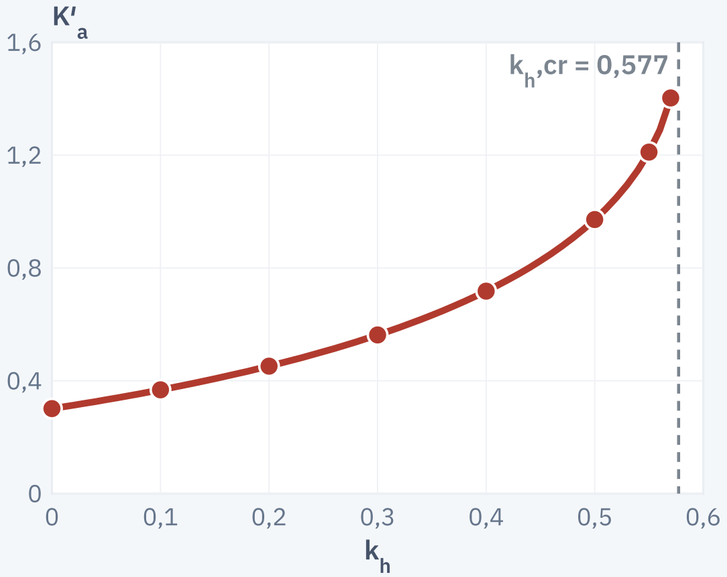
γ = 15,5 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°

Çözüm

ÇÖZÜM

1 $\psi = \tan^{-1} k_h$; $k_{h,cr} = \tan 30° = 0{,}577$

k_h	ψ (°)	K'_a	P_{ae} (kN/m)
0,00	0,0	0,301	37,4
0,10	5,7	0,368	45,6
0,20	11,3	0,452	56,1
0,30	16,7	0,563	69,8
0,40	21,8	0,718	89,0
0,50	26,6	0,972	120,5
0,55	28,8	1,211	150,1
0,57	29,7	1,403	174,0



k_h = 0'dan 0,2'ye P_{ae} 37,4 → 56,1 kN/m (%50), 0,5'te 120,5 kN/m (3,2 katı); k_h 0,57'ye yaklaşırken K'_a sınırsız artar. **k_h = 0,6 > 0,577**: karekök gerçel değil, hiçbir kama dengede değil: modül hesabı durdurur.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

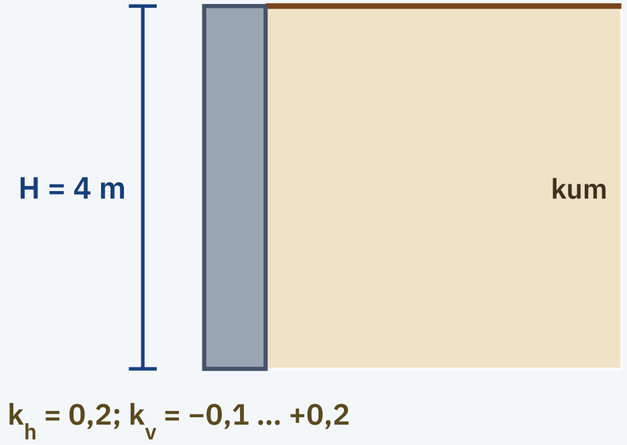
SORU

İSTENEN

Her k_V için **ψ**, **K'_a**, **$(1 - k_V)$** ve **P_{ae}**; hangi yön daha olumsuz?

Verilenler

Duvar ve zemin	**Örnek 1'deki duvar ve zemin; $k_h = 0{,}2$**
Değişken	$k_v = -0{,}1$ **(aşağı),** 0**,** $+0{,}1$**,** $+0{,}2$ **(yukarı)**



Çözüm

ÇÖZÜM

1 $\psi = \tan^{-1}[k_h/(1 - k_v)]$; $P_{ae} = \tfrac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K'_a = 124\,(1 - k_v)\,K'_a$

k_v	ψ (°)	K'_a	$1 - k_v$	P_{ae} (kN/m)
-0,1	10,30	0,4351	1,1	59,35
0,0	11,31	0,4520	1,0	56,05
0,1	12,53	0,4739	0,9	52,89
0,2	14,04	0,5032	0,8	49,92

Aşağı yönlü k_v (–0,1) kuvveti 59,3 kN/m'ye çıkarır (+%6), yukarı yönlü k_v = 0,2 49,9 kN/m'ye düşürür. ψ yukarı k_v ile artsa da $(1 - k_v)$ çarpanı baskın olur. Pratikte $k_v = \pm 0{,}5\,k_h$ ile kuvveti büyük çıkaran yön seçilir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Seed ve Whitman (1970)

KURAM

Mononobe–Okabe analizi kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu verir, **nerede etkidiğini vermez**. Seed ve Whitman kuvveti statik Coulomb kuvveti ile sismik artışa ayırır:

$$P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$$

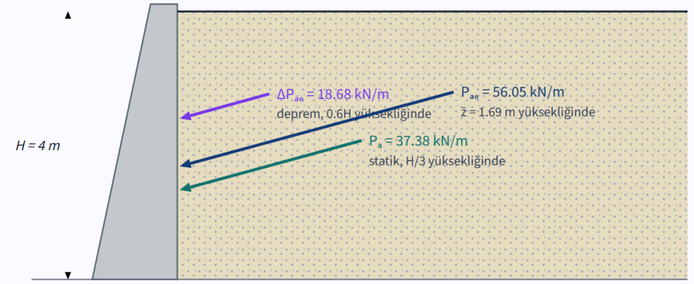
$$\bar{z} = \frac{P_a \dfrac{H}{3} + \Delta P_{ae}\,(0{,}6H)}{P_{ae}}$$

P_a (aynı δ′, θ, α ile $\tfrac{1}{2}K_a\gamma H^2$) tabandan **H/3** yukarıda; ΔP_{ae} **0,6H**'de (üçgen diyagram tabana doğru daralan ters üçgendir).

Bileşke yine duvar yüzünün normalinden δ′ eğimlidir.

Artış bazen yarı yükseklikte alınır; 0,6H daha büyük devrilme momenti verir ve esas alınır.

STATİK + SİSMİK ARTIŞ



Soru

SORU

Verilenler

Duvar ve deprem

Örnek 1'deki duvar: $H = 4$ **m,** $\gamma = 15{,}5\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$, $k_h = 0{,}2$

İSTENEN

P_a, ΔP_{ae} ve **$\bar{z}$**; ΔP_{ae} yarı yükseklikte alınırsa $\bar{z}$.

Çözüm

ÇÖZÜM

1 Statik kuvvet (K_a = 0,3014) ve sismik artış

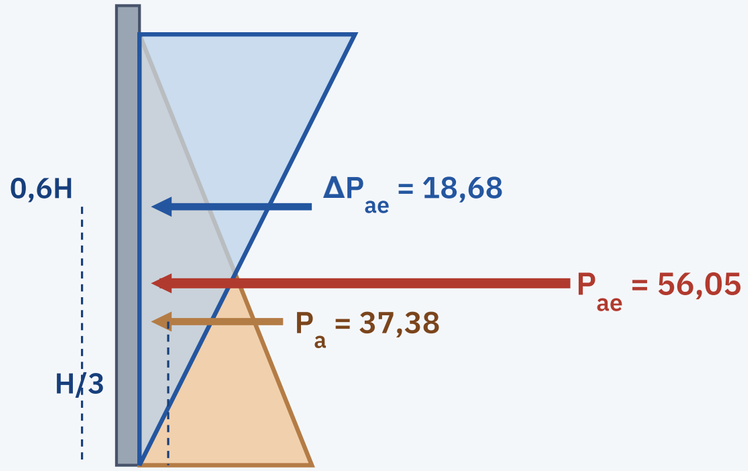
$$P_a = \tfrac{1}{2}(15{,}5)(4)^2(0{,}3014) = 37{,}38\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{ae} = P_{ae} - P_a = 56{,}05 - 37{,}38 = \mathbf{18{,}68}\ \text{kN/m}$$

2 Etkime yüksekliği (tabandan)

$$\bar{z} = \frac{37{,}38(4/3) + 18{,}68(2{,}4)}{56{,}05} = \mathbf{1{,}69}\ \text{m}$$

z̄ = **1,69 m** (statikte 1,33 m idi). Artış yarı yükseklikte (2,0 m) alınsaydı z̄ = 1,56 m çıkardı: 0,6H varsayımı kuvveti yukarı taşır, **devrilme momentini büyütür**.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

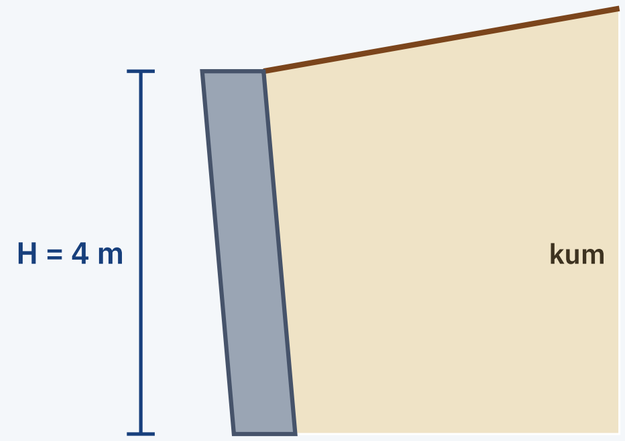
SORU

İSTENEN

ψ, **K′a**, **Pae**, ΔP_{ae}, **z̄**; denge sınırı kontrolü.

Verilenler

Duvar	$H = 4$ **m; yüzü düşeyden** $\theta = 5^\circ$ **eğik**
Dolgu	**yüzey eğimi** $\alpha = 10^\circ$**;** $\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ,\ \delta' = 15^\circ$
Deprem	$k_h = 0{,}15,\ k_v = 0$



γ = 15, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0,15

Çözüm

ÇÖZÜM

1 Sismik açı ve denge sınırı

$$\psi = \tan^{-1} 0{,}15 = \mathbf{8{,}53^\circ} \qquad k_{h(cr)} = \tan 20^\circ = 0{,}364 > 0{,}15$$

2 Katsayı ve kuvvet (statik K_a = 0,3872)

$$K'_a(\theta = 5^\circ, \alpha = 10^\circ, \psi = 8{,}53^\circ) = \mathbf{0{,}5435}$$

$$P_{ae} = \tfrac{1}{2}(15)(4)^2(0{,}5435) = \mathbf{65{,}22}\ \mathrm{kN/m} \qquad P_a = 46{,}46\ \mathrm{kN/m}$$

3 Etkime yüksekliği

$$\Delta P_{ae} = 18{,}76\ \mathrm{kN/m} \qquad \bar{z} = \frac{46{,}46(1{,}33) + 18{,}76(2{,}4)}{65{,}22} = \mathbf{1{,}64}\ \mathrm{m}$$

P_{ae} = **65,22 kN/m**, tabandan 1,64 m yukarıda; kritik kama 44,2°; deprem kuvveti %40 artırdı.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Modül uzantısı

KURAM

Sürşarj q her kamanın ağırlığıyla birlikte eylemsizliğine de eklenir; kritik kama değişmez:

$$q_e = q\frac{\cos\theta}{\cos(\theta-\alpha)} \qquad P_{ae} = (1-k_v)K'_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + q_e H\right)$$

Yeraltı suyunda boşluk suyu zeminle birlikte hareket eder (**kısıtlı**, ince daneli dolgu) ya da hareket etmez (**serbest**, k > 5·10⁻⁴ m/s). Eylemsizlik doygun ya da kuru kütleyle, gerilme batık ağırlıkla taşınır; su altında sismik açı büyür:

$$\tan\psi_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat}-\gamma_w}\frac{k_h}{1-k_v}\ (\text{kısıtlı}) \qquad \tan\psi_w = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat}-\gamma_w}\frac{k_h}{1-k_v}\ (\text{serbest})$$

$$p_{wd} = \tfrac{7}{8}k_h\gamma_w\sqrt{d_w z'} \qquad P_{wd} = \tfrac{7}{12}k_h\gamma_w d_w^2\ (0{,}4\,d_w\ \text{yükseklikte, Westergaard})$$

Serbest suda Westergaard hidrodinamik basıncı eklenir. Tabakalı dolguda her tabaka kendi K'_a ile $\sigma' = (1 - k_v)K'_{a,i}\sigma'_v\cos\theta$ alır; statik kısım ve ΔP_{ae} (0,6H) ayrı toplanır.

NEDEN SU ÖNEMLİ?

Su, sismik açıyı büyütür ($\psi_W > \psi$) ve hidrostatik basınca ek olarak **(serbest durumda) hidrodinamik basınç** getirir.

Soru

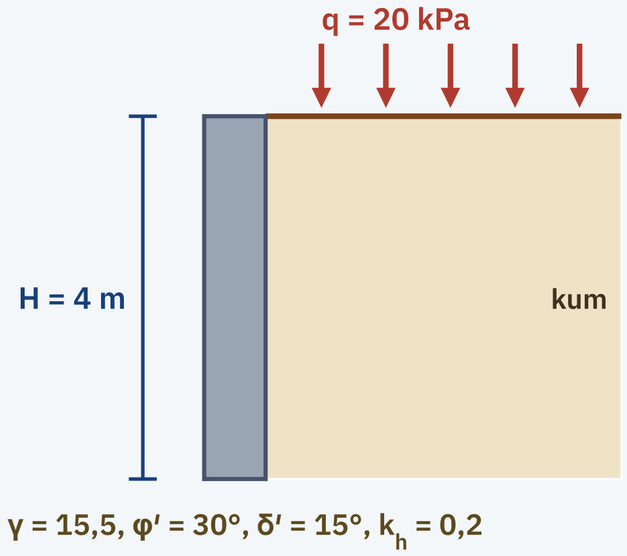
SORU

İSTENEN

Toplam $\mathbf{P_{ae}}$, statik kısım, sismik artış ve $\bar{\mathbf{z}}$.

Verilenler

Duvar ve zemin	**Örnek 1'deki duvar ve zemin ($k_h = 0{,}2$)**
Sürşarj	**$q = 20$ kPa (yatay yüzeyde)**



Çözüm

ÇÖZÜM

1 Eşdeğer gerilme ve kuvvetler (K'_a = 0,4520)

$$q_e = q\cos 0^\circ / \cos 0^\circ = 20\ \text{kPa}$$

$$P_{ae} = K'_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + q_e H\right) = 0{,}4520(124 + 80) = 0{,}4520(204) = \mathbf{92{,}21}\ \text{kN/m}$$

2 Statik kısım (Coulomb K_a = 0,3014) ve artış

$$P_a = K_a(204) = 61{,}49\ \text{kN/m} \qquad \Delta P_{ae} = 30{,}73\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{(37{,}38)(1{,}33) + (24{,}11)(2{,}0) + (30{,}73)(2{,}4)}{92{,}21} = \mathbf{1{,}86}\ \text{m}$$

P_{ae} = **92,21 kN/m** (sürşarjsız 56,05); $\bar{z}$ = **1,86 m**. Sürşarjın statik payı H/2'de, sismik artışı 0,6H'de etkir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

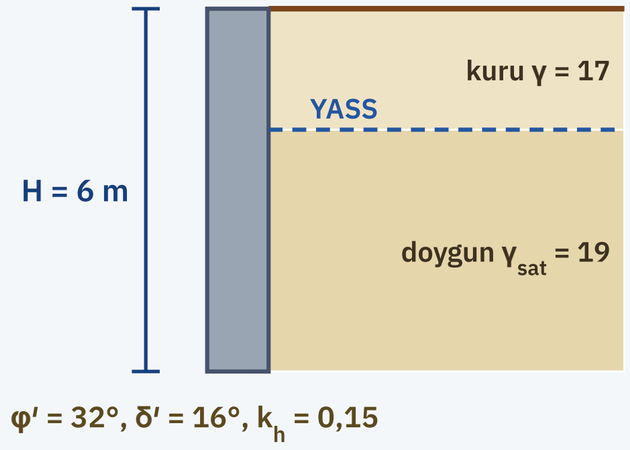
SORU

Verilenler

Duvar	$H = 6$ **m, düşey; yatay dolgu; sürşarj yok**
Zemin	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3}$ **(kuru, 0–2 m),** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **(2–6 m);** $\varphi' = 32^\circ,\ \delta' = 16^\circ$
Deprem	$k_h = 0{,}15,\ k_v = 0$**; yeraltı su seviyesi 2 m (dw = 4 m)**

İSTENEN

Suyun zeminle birlikte hareket ettiği (**kısıtlı**) ve etmediği (**serbest**) durumda toplam **P** ve **z̄**; statik değerle karşılaştırma.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Su altında eşdeğer k_h ve ψ_w

$$\text{kısıtlı: } k_{h,w} = \frac{19}{19-9{,}81}(0{,}15) = 0{,}3101 \;\Rightarrow\; \psi_w = 17{,}23^\circ$$

$$\text{serbest: } k_{h,w} = \frac{17}{19-9{,}81}(0{,}15) = 0{,}2775 \;\Rightarrow\; \psi_w = 15{,}51^\circ$$

2 Katsayılar (kuru bölge ψ = 8,53°)

$$K'_a(\text{kuru}) = 0{,}3792 \qquad K'_a(\text{kısıtlı, su altı}) = 0{,}5372 \qquad K'_a(\text{serbest, su altı}) = 0{,}4991$$

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Kuvvetler (kN/m); $P_{wd} = (7/12)(0{,}15)(9{,}81)(4)^2 = 13{,}73$ kN/m, $0{,}4 \cdot d_W = 1{,}6$ m yukarıda

	Zemin P_{ae}	Hidrostatik su	Hidrodinamik (Westergaard)	Toplam P	$\bar{z}$ (m)
Statik ($k_h = 0$)	67,74	78,48	–	144,80	1,71
Kısıtlı su	125,46	78,48	–	202,06	2,24
Serbest su	117,47	78,48	13,73	207,67	2,15

Deprem toplam kuvveti statiğe göre **%40** (kısıtlı) ve **%43** (serbest) artırdı; $\bar{z}$ 1,71 → 2,24 m yükseldi. Kısıtlı durumda zemin kuvveti daha büyüktür (ψ_W büyük), serbestte hidrodinamik basınç eklenir; toplam çok yakındır (202,1 ve 207,7 kN/m).

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Çözümün kapsamı

KURAM

Pseudo-statik: deprem sabit k_h, k_v ile temsil edilir; ivmenin zamana ve duvarın hareketine bağlılığı (Newmark kayması, dinamik analiz) yoktur.

Düzlemsel kama, kohezyonsuz kuru dolgu (Mononobe–Okabe); tabakalı hâl modülün uzantısıdır (kapalı bir tabakalı çözüm yok), tek tabakada kapalı çözüme, $k_h = k_v = 0$'da tabakalı Coulomb'a indirgenir.

Su: kısıtlı (ince daneli) ya da serbest ($k > 5 \cdot 10^{-4}$ m/s); serbest suda Westergaard hidrodinamik basıncı eklenir.

Etkime yeri Seed–Whitman: P_a H/3'te, ΔP_{ae} 0,6H'de; su kendi koluyla.

Pasif basınç için Depremde pasif (Subba Rao–Choudhury) modülüne bakın.

Özet

Akılda kalacak noktalar

Pseudo-statik: $k_h W$, $k_v W$; $\psi = \tan^{-1}[k_h/(1 - k_v)]$; sismik kama = ψ kadar dönmüş Coulomb kamasıdır

$P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K'_a$; K'_a k_h ile hızla artar; $k_h = k_v = 0$'da Coulomb

Denge sınırı: $k_{h,cr} = (1 - k_v) \tan \varphi'$ (eğimde $\tan(\varphi' - \alpha)$); aşılırsa çözüm yok

k_v: aşağı yönlü kuvveti artırır; pratikte $\pm 0{,}5 k_h$'nin kötüsü seçilir

Yer: $P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$; P_a H/3'te, ΔP_{ae} 0,6H'de; $\bar{z} = [P_a(H/3) + \Delta P_{ae}(0{,}6H)]/P_{ae}$

Sürşarj $q_e = q \cos\theta/\cos(\theta - \alpha)$ ile eklenir; **su** altında ψ_w büyür (kısıtlı: γ_{sat}/γ', serbest: γ_d/γ') ve serbest suda hidrodinamik basınç $(7/12)k_h\gamma_w d_w^2$ eklenir

Kaynaklar

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. Proceedings, World Engineering Congress, Tokyo, 9, 177–185.

Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Seed, H.B. and Whitman, R.V. (1970). Design of earth retaining structures for dynamic loads. Specialty Conference on Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, ASCE, 103–147.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modül Örnek 1'deki duvarla (k_h = 0,2, δ′ = 15°) açılır.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Kendi duvarınızı, deprem katsayılarını k_h, k_v, sürşarjı, tabakaları ve yeraltı suyunu GeoTerva'da girin; modül P_{ae}'yi, etkime yüksekliğini ve kritik kamayı birlikte verir.

Modülü açın → | **Teori sayfası →**

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.

Derslerinizde kullanmak isterseniz: info@geoterva.com