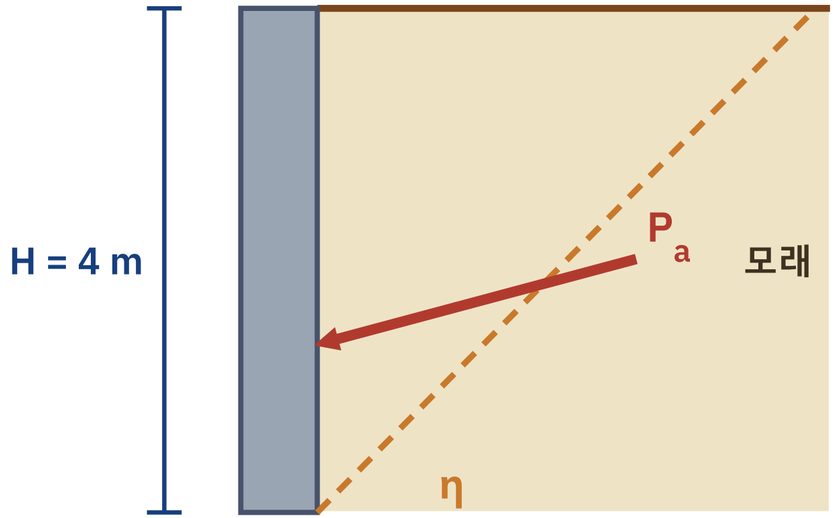
GeoTerva

지반공학 강의 자료 · 측방토압

Mononobe–Okabe 지진 시 토압

강의: 지진 시 벽체 배면 쐐기에 작용하는 의사정적 수평력과 연직력, Mononobe–Okabe 주동토압계수, 평형 한계, 작용선; 상재하중과 지하수; 주제별 계산 예제.

의사정적 쐐기 | $\psi = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$ | Seed – Whitman | 상재하중 · 물 | 한계 평형



개요

이 강의에서 다루는 내용

- 지진을 **의사정적** 수평력(k_hW)과 연직력(k_vW)으로 나타내기
- **지진각** ψ와 Mononobe–Okabe 계수 $\mathbf{K'_a}$; $P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K'_a$
- **평형 한계**: $k_{h,cr} = (1 - k_v)\tan\varphi'$ 값을 초과하면 어떤 쐐기도 평형을 유지하지 못한다
- 힘의 **위치**를 Seed–Whitman 방법으로 구하기: $P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$, ΔP_{ae}는 0.6H 위치에 작용
- 상재하중과 **지하수**(지반과 함께 움직이는 경우와 그렇지 않은 경우)를 계산에 반영하기
- k_h, k_v 및 기하 조건이 변할 때 힘이 어떻게 변하는지 확인하기

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 규칙은 무엇이며 왜 그러한가?

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

힘은 옹벽 단위 길이당 값이다(kN/m); k_h, k_v는 가속도와 g의 비이며, k_v는 상향이 양(+)이다.

Okabe (1926), Mononobe–Matsuo (1929)

이론

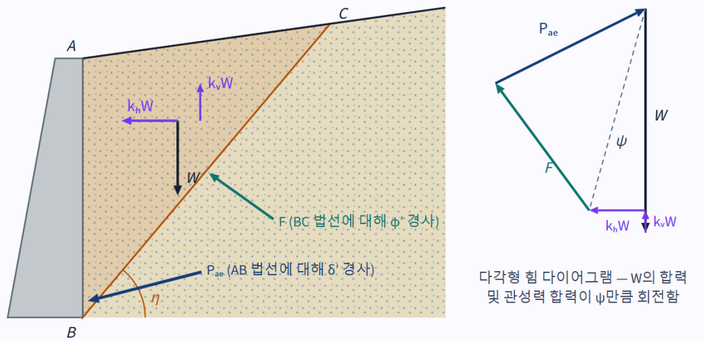
지진 시 벽체 뒤의 쐐기가 가속된다. 의사정적 방법은 진동을 Coulomb 쐐기에 작용하는 두 개의 **강체력**으로 나타낸다:

- **$k_h W$**: 수평, 벽체 쪽으로 (k_h = 수평가속도 / g)
- **$k_v W$**: 연직 (여기서는 위쪽; 무게를 감소시킨다)
- W, F (φ′만큼 기울어짐) 및 P_{ae} (δ′만큼 기울어짐)는 Coulomb에서와 같다.

W, $k_h W$, $k_v W$의 합은 연직에서 지진각 **ψ**만큼 회전한 힘이다. 즉 지진 시 쐐기는 중력이 ψ만큼 회전한 Coulomb 쐐기이다(벽면 θ + ψ, 뒤채움 α + ψ):

$$\psi = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad W' = \frac{W(1-k_v)}{\cos\psi}$$

주동력은 이번에도 시행쐐기 중 **최댓값**이다.



다각형 힘 다이어그램 — W의 합력 및 관성력 합력이 ψ만큼 회전함

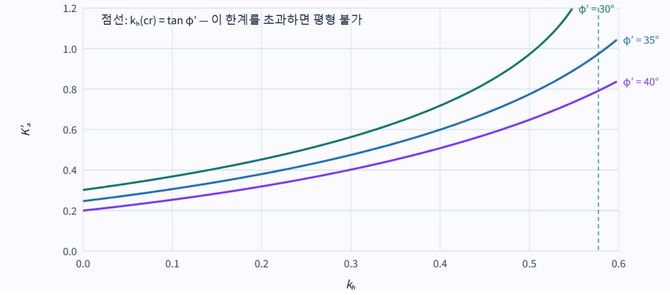
동적 주동력

이론

$$P_{ae} = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 (1 - k_v) K'_a$$

$$K'_a = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta - \psi)}{\cos\psi \cos^2\theta \cos(\delta' + \theta + \psi)\left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin(\varphi' + \delta')\sin(\varphi' - \alpha - \psi)}{\cos(\delta' + \theta + \psi)\cos(\theta - \alpha)}}\right]^2}$$

k_h	φ′ = 28°	30°	35°	40°	45°
0.1	0.396	0.368	0.306	0.253	0.207
0.2	0.485	0.452	0.380	0.319	0.267
0.3	0.604	0.563	0.474	0.402	0.340
0.4	0.778	0.718	0.599	0.508	0.433
0.5	1.115	0.972	0.774	0.648	0.552



$k_h = k_v = 0$이면 $\psi = 0$이고 K'_a는 Coulomb K_a와 같다. 표: $\theta = \alpha = 0$, $\delta' = \varphi'/2$.

K'_a는 k_h에 따라 급격히 증가하며, 한계에 가까워질수록 무한히 커진다.

문제

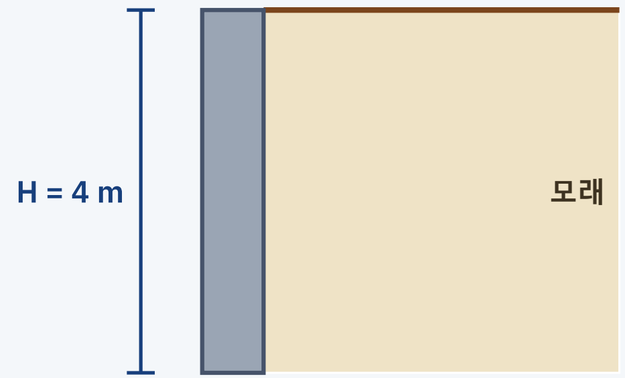
예제

구하는 값

ψ, K′a, Pae와 위험 쐐기; 정적 Coulomb 해와의 비교. 모듈의 초기 모델은 이 옹벽이다.

조건

벽체	$H = 4$ m, 연직; 수평 뒤채움; 상재하중 없음
지반	건조 모래: $\gamma = 15.5$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$
지진	$k_h = 0.2$, $k_v = 0$



γ = 15.5 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.2

풀이 (1/2)

풀이

1 지진각

$$\psi = \tan^{-1}\frac{0.2}{1-0} = \mathbf{11.31^\circ}$$

2 Mononobe–Okabe 계수 (θ = α = 0)

$$\cos^2(30^\circ - 11.31^\circ) = 0.8973 \qquad \cos\psi = 0.9806 \qquad \cos(15^\circ + 11.31^\circ) = 0.8964$$

$$\sqrt{\frac{\sin 45^\circ \sin(30^\circ - 11.31^\circ)}{\cos(15^\circ + 11.31^\circ)}} = \sqrt{0.2528} = 0.5028$$

$$K'_a = \frac{0.8973}{0.9806(0.8964)(1+0.5028)^2} = \mathbf{0.4520}$$

풀이 (2/2)

풀이

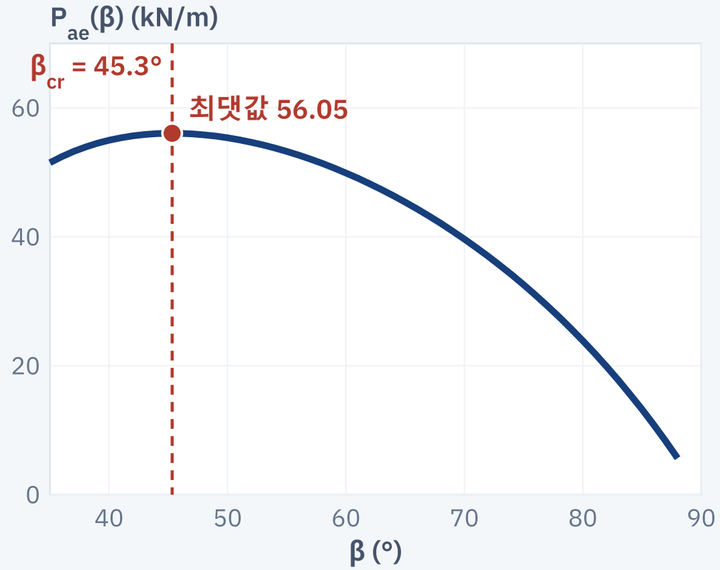
3 동적 힘

$$P_{ae} = \tfrac{1}{2}\gamma H^2(1-k_v)K'_a$$
$$= \tfrac{1}{2}(15.5)(4)^2(1-0)(0.4520) = \mathbf{56.05}\ \text{kN/m}$$

4 위험 쐐기 (시행쐐기의 정점)

$$\beta_{cr} = \mathbf{45.3}^\circ \text{ (수평면 기준)}$$

P_{ae} = **56.05 kN/m**; 정적 Coulomb 힘(K_a = 0.3014)은 37.38 kN/m였으며, 지진 시 힘이 이를 **50% 증가시켰다**. 임계 쐐기는 수평면과 45.3°를 이룬다.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

임계 수평가속도

이론

제곱근 안의 $\sin(\varphi' - \alpha - \psi)$는 $\varphi' - \alpha - \psi < 0$이면 실수가 아니다: 벽체의 거동과 무관하게 **평형을 이루는 쐐기는 존재할 수 없다**. 뒤채움은 다음 조건에서만 안정하다:

$$\alpha \le \varphi' - \psi$$

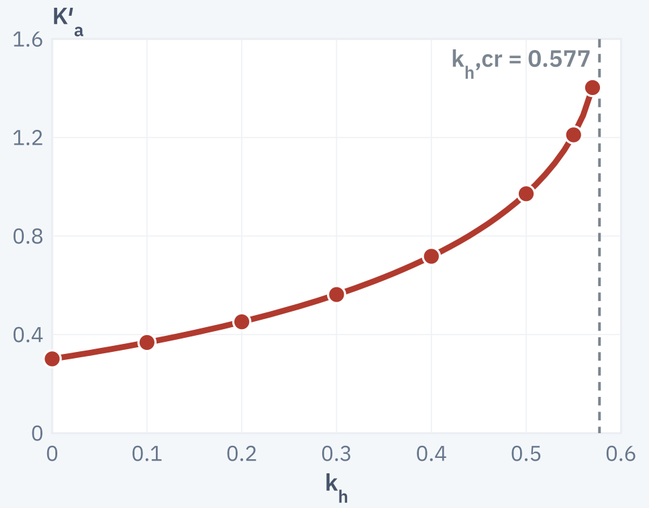
수평한 뒤채움의 경우 $\psi \le \varphi'$가 요구되며, 따라서 수평가속도는 다음 값을 초과할 수 없다:

$$k_{h(cr)} = (1 - k_v)\tan\varphi' \qquad (\alpha \neq 0:\ \tan(\varphi' - \alpha))$$

한계에 접근할수록 K'_a가 매우 빠르게 증가한다($\varphi' = 30°$일 때 $k_{h,cr} = 0.577$).

모듈은 k_h가 한계값을 넘으면 메시지와 함께 계산을 중단한다.

$K'_a - k_h$ ($\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$)



문제

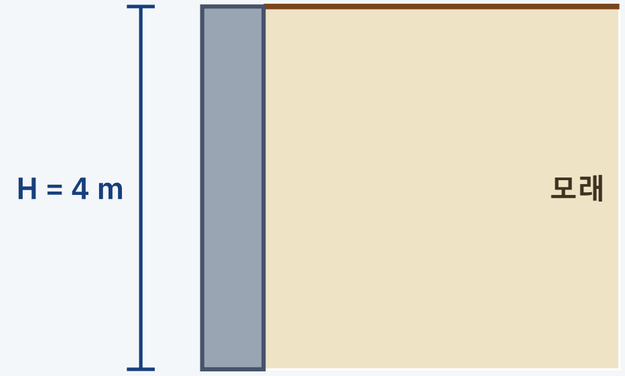
예제

구하는 값

각 k_h에 대해 **ψ**, **K′a**, **Pae**; 임계 k_h; k_h = 0.6일 때의 결과.

조건

벽체와 지반	**예제 1의 벽체:** $H = 4$ m, $\gamma = 15.5$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$, $k_v = 0$
변수	$k_h = 0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.5;\ 0.55;\ 0.57$



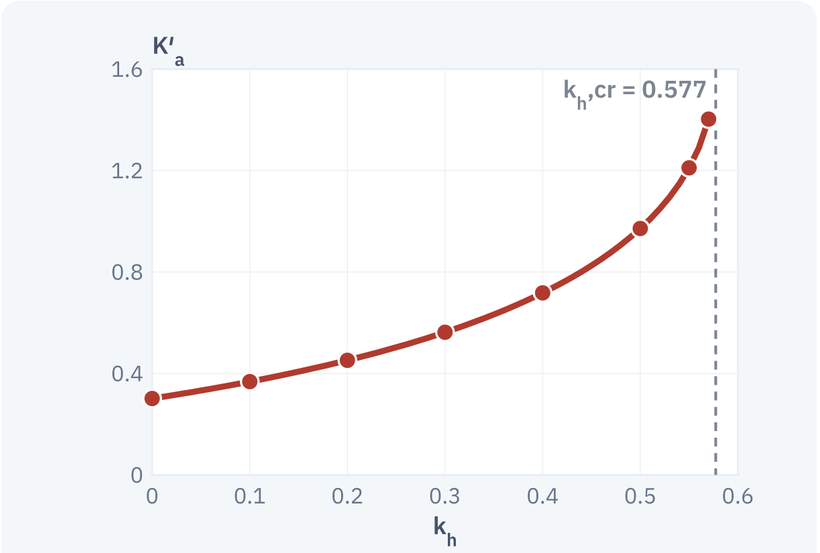
γ = 15.5 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15°

풀이

풀이

1 $\psi = \tan^{-1} k_h$; $k_{h,cr} = \tan 30° = 0.577$

k_h	ψ (°)	K'_a	P_{ae} (kN/m)
0.00	0.0	0.301	37.4
0.10	5.7	0.368	45.6
0.20	11.3	0.452	56.1
0.30	16.7	0.563	69.8
0.40	21.8	0.718	89.0
0.50	26.6	0.972	120.5
0.55	28.8	1.211	150.1
0.57	29.7	1.403	174.0



k_h = 0에서 0.2로 증가하면 P_{ae}는 37.4 → 56.1 kN/m(50%)로, 0.5에서는 120.5 kN/m(3.2배)로 증가한다; k_h가 0.57에 가까워지면 K'_a는 한없이 커진다. **k_h = 0.6 > 0.577**: 제곱근이 실수가 아니며, 평형을 이루는 쐐기가 없다: 모듈은 계산을 중단한다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

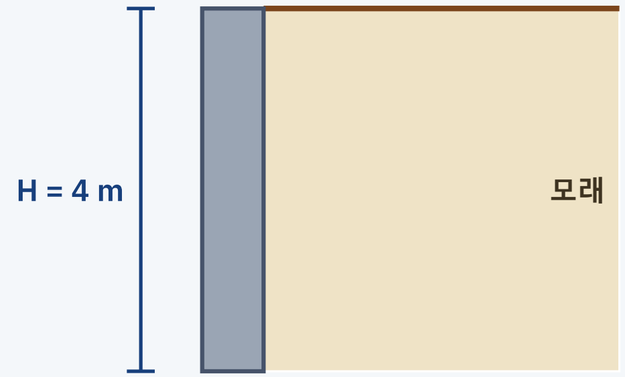
예제

조건

벽체와 지반	**예제 1의 벽체와 지반;** $k_h = 0.2$
변수	$k_v = -0.1$ **(하향),** 0**,** $+0.1$**,** $+0.2$ **(상향)**

구하는 값

각 k_v에 대해 **ψ**, **K′a**, **(1 − kv)**, **Pae**; 어느 방향이 더 불리한가?



$k_h = 0.2$; $k_v = -0.1 \ldots +0.2$

풀이

풀이

1 $\psi = \tan^{-1}[k_h/(1 - k_v)]$; $P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K'_a = 124\,(1 - k_v)\,K'_a$

k_v	ψ (°)	K'_a	$1 - k_v$	P_{ae} (kN/m)
-0.1	10.30	0.4351	1.1	59.35
0.0	11.31	0.4520	1.0	56.05
0.1	12.53	0.4739	0.9	52.89
0.2	14.04	0.5032	0.8	49.92

하향 k_v (−0.1)일 때 힘은 59.3 kN/m로 증가하고(+6%), 상향 k_v = 0.2일 때 49.9 kN/m로 감소한다. ψ는 상향 k_v에 따라 증가하지만 $(1 - k_v)$ 계수의 영향이 지배적이다. 실무에서는 $k_v = \pm 0.5\,k_h$를 적용하여 힘이 크게 나오는 방향을 선택한다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

Seed와 Whitman (1970)

이론

Mononobe–Okabe 해석은 힘의 크기와 방향을 주지만 **어디에 작용하는지는 주지 않는다**. Seed와 Whitman은 이 힘을 정적 Coulomb 힘과 지진에 의한 증분으로 나눈다:

$$P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$$

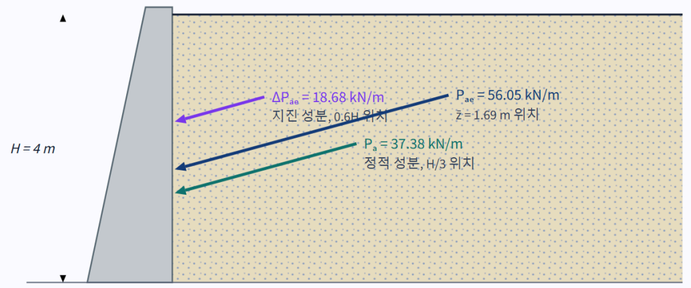
$$\bar{z} = \frac{P_a \dfrac{H}{3} + \Delta P_{ae}\,(0.6H)}{P_{ae}}$$

P_a(동일한 δ', θ, α로 $\tfrac{1}{2}K_a\gamma H^2$)는 저면으로부터 **H/3** 위에 작용하고; ΔP_{ae}는 **0.6H**에 작용한다(삼각형 분포도는 저면으로 갈수록 좁아지는 역삼각형이다).

합력은 이번에도 벽면의 법선에서 δ'만큼 기울어져 있다.

증분은 경우에 따라 중간 높이에서 취하기도 하나, 0.6H가 더 큰 전도모멘트를 주므로 이를 채택한다.

정적 + 지진 증분



문제

예제

조건

옹벽과 지진

예제 1의 벽체: $H = 4\ \text{m}$, $\gamma = 15.5\ \text{kN/m}^3$, $\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$, $k_h = 0.2$

구하는 값

$\mathbf{P_a}$, $\mathbf{\Delta P_{ae}}$ 및 $\bar{\mathbf{z}}$; ΔP_{ae}를 높이의 절반 위치에 작용시키는 경우의 $\bar{z}$.

풀이

풀이

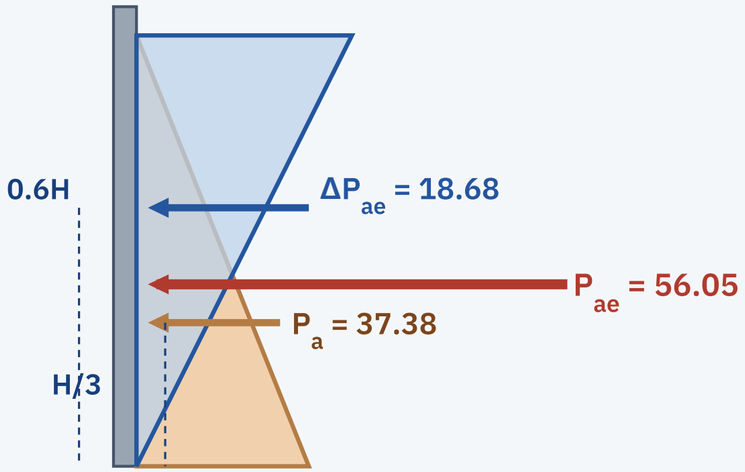
1 정적 힘 (K_a = 0.3014)과 지진 증분

$$P_a = \tfrac{1}{2}(15.5)(4)^2(0.3014) = 37.38 \text{ kN/m}$$

$$\Delta P_{ae} = P_{ae} - P_a = 56.05 - 37.38 = \mathbf{18.68} \text{ kN/m}$$

2 작용 높이 (저면 기준)

$$\bar{z} = \frac{37.38(4/3) + 18.68(2.4)}{56.05} = \mathbf{1.69} \text{ m}$$



$\bar{z}$ = **1.69 m**(정적인 경우에는 1.33 m였다). 증가분을 높이의 절반(2.0 m)에서 취했다면 $\bar{z}$ = 1.56 m가 되었을 것이다: 0.6H 가정은 힘을 위로 옮겨 **전도모멘트를 증가시킨다**.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

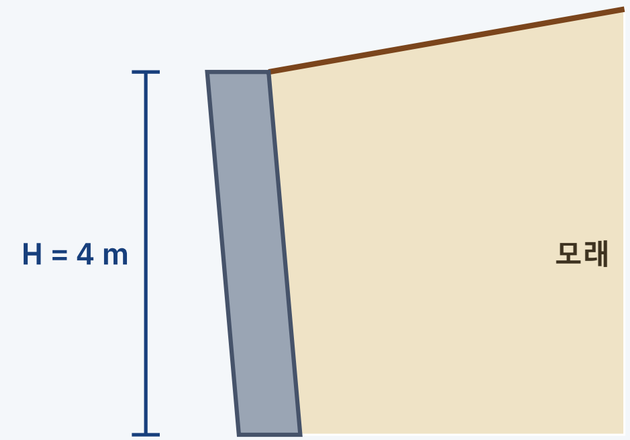
예제

조건

벽체	$H = 4$ m; **벽면이 연직에서** $\theta = 5^\circ$ **경사**
매립토	**지표 경사** $\alpha = 10^\circ$; $\gamma = 15$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$
지진	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$

구하는 값

ψ, **K′a**, **Pae**, ΔPae, **z̄**; 평형 한계 검토.



γ = 15, φ′ = 30°, δ′ = 15°, k_h = 0.15

풀이

풀이

1 지진 각과 평형 한계

$$\psi = \tan^{-1} 0.15 = \mathbf{8.53}^\circ \qquad k_{h(cr)} = \tan 20^\circ = 0.364 > 0.15$$

2 계수 및 힘 (정적 $K_a = 0.3872$)

$$K'_a(\theta = 5^\circ, \alpha = 10^\circ, \psi = 8.53^\circ) = \mathbf{0.5435}$$

$$P_{ae} = \tfrac{1}{2}(15)(4)^2(0.5435) = \mathbf{65.22}\ \text{kN/m} \qquad P_a = 46.46\ \text{kN/m}$$

3 하중 작용 높이

$$\Delta P_{ae} = 18.76\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \frac{46.46(1.33) + 18.76(2.4)}{65.22} = \mathbf{1.64}\ \text{m}$$

P_{ae} = **65.22 kN/m**, 저면으로부터 1.64 m 위; 위험 쐐기 44.2°; 지진력으로 인해 40% 증가하였다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

모듈 확장

이론

상재하중 q도 자중과 함께 각 쐐기의 관성력에 더해지며, 임계 쐐기는 변하지 않는다:

$$q_e = q\frac{\cos\theta}{\cos(\theta-\alpha)} \qquad P_{ae} = (1-k_v)K'_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + q_e H\right)$$

지하수 중에서 간극수는 지반과 함께 움직이거나(**구속**, 세립질 뒤채움) 움직이지 않는다(**자유**, k > 5·10⁻⁴ m/s). 관성은 포화 또는 건조 질량이, 응력은 수중 중량이 부담하며, 수중에서는 지진각이 커진다:

$$\tan\psi_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat}-\gamma_w}\frac{k_h}{1-k_v}\ \text{(구속)} \qquad \tan\psi_w = \frac{\gamma_d}{\gamma_{sat}-\gamma_w}\frac{k_h}{1-k_v}\ \text{(자유)}$$

$$p_{wd} = \tfrac{7}{8}k_h\gamma_w\sqrt{d_w z'} \qquad P_{wd} = \tfrac{7}{12}k_h\gamma_w d_w^2\ (0{,}4\,d_w\ \text{높이에서, Westergaard})$$

자유수에서는 Westergaard 동수압이 추가된다. 층상 뒤채움에서는 각 층이 자체 K'_a에 따라 $\sigma' = (1-k_v)K'_{a,i}\sigma'_v\cos\theta$를 갖고, 정적 부분과 ΔP_{ae} (0.6H)는 따로 합산한다.

물이 중요한 이유

물은 지진각을 크게 하며($\psi_w > \psi$)

정수압에 더하여 **(자유 상태에서) 동수압**을 유발한다.

문제

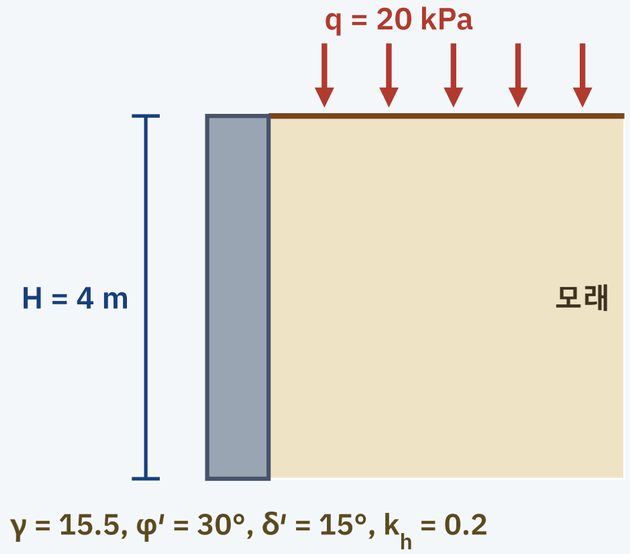
예제

조건

벽체와 지반	**예제 1의 옹벽과 지반 ($k_h = 0.2$)**
상재하중	**$q = 20$ kPa (수평 지표면에서)**

구하는 값

총 P_{ae}, 정적 성분, 지진 증분 및 $\bar{z}$.



풀이

풀이

1 등가 응력과 힘 ($K'_a = 0.4520$)

$$q_e = q\cos 0^\circ / \cos 0^\circ = 20 \text{ kPa}$$

$$P_{ae} = K'_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + q_e H\right) = 0.4520(124 + 80) = 0.4520(204) = \mathbf{92.21} \text{ kN/m}$$

2 정적 성분 (Coulomb $K_a = 0.3014$)과 증분

$$P_a = K_a(204) = 61.49 \text{ kN/m} \qquad \Delta P_{ae} = 30.73 \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{(37.38)(1.33) + (24.11)(2.0) + (30.73)(2.4)}{92.21} = \mathbf{1.86} \text{ m}$$

P_{ae} = **92.21 kN/m**(상재하중 없이 56.05); $\bar{z}$ = **1.86 m**. 상재하중의 정적 분담분은 H/2에서, 지진 시 증가분은 0.6H에서 작용한다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

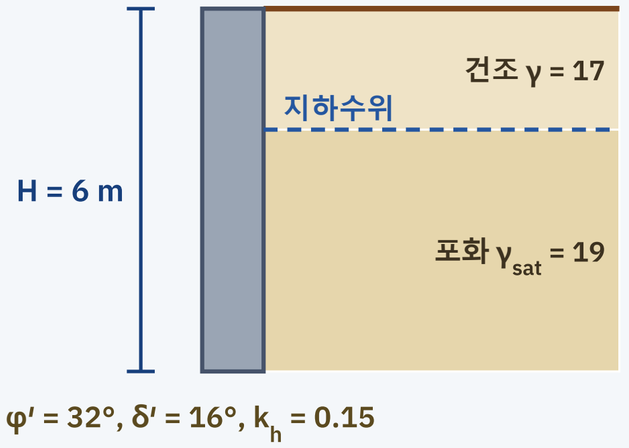
예제

구하는 값

물이 지반과 함께 움직이는 경우(**구속**)와 그렇지 않은 경우(**자유**)의 전체 **P**와 **z̄**; 정적 값과의 비교.

조건

벽체	$H = 6$ **m, 연직; 수평 뒤채움; 상재하중 없음**
지반	$\gamma = 17$ kN/m^3 **(건조, 0–2 m),** $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3 **(2–6 m);** $\varphi' = 32°,\ \delta' = 16°$
지진	$k_h = 0.15,\ k_v = 0$**; 지하수위 2 m (dw = 4 m)**



풀이 (1/2)

풀이

1 수중에서의 등가 k_h 및 ψ_w

$$\text{구속: } k_{h,w} = \frac{19}{19-9.81}(0.15) = 0.3101 \;\Rightarrow\; \psi_w = 17.23^\circ$$

$$\text{자유: } k_{h,w} = \frac{17}{19-9.81}(0.15) = 0.2775 \;\Rightarrow\; \psi_w = 15.51^\circ$$

2 계수 (건조 영역 $\psi = 8.53^\circ$)

$$K'_a(\text{건조}) = 0.3792 \qquad K'_a(\text{구속, 수중}) = 0.5372 \qquad K'_a(\text{자유, 수중}) = 0.4991$$

풀이 (2/2)

풀이

3 힘(kN/m); $P_{wd} = (7/12)(0.15)(9.81)(4)^2 = 13.73$ kN/m, 위로 $0.4 \cdot d_w = 1.6$ m

	지반 P_{ae}	정수압	동수압 (Westergaard)	총 P	z̄ (m)
정적 ($k_h = 0$)	67.74	78.48	–	144.80	1.71
구속된 물	125.46	78.48	–	202.06	2.24
자유로운 물	117.47	78.48	13.73	207.67	2.15

지진 시 총 힘은 정적 값에 비해 구속 조건에서 **40%**, 자유 조건에서 **43%** 증가하였다; z̄는 1.71 → 2.24 m로 상승하였다. 구속 조건에서는 지반 힘이 더 크고(ψ_w가 크다), 자유 조건에서는 동수압이 추가된다; 총합은 매우 가깝다(202.1 및 207.7 kN/m).

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

풀이의 범위

이론

의사정적: 지진을 일정한 k_h, k_v로 나타내며, 가속도가 시간과 벽체의 움직임에 따라 달라지는 효과(Newmark 활동변위, 동적 해석)는 고려하지 않는다.

평면 쐐기, 비점성 건조 뒤채움(Mononobe–Okabe); 층상 경우는 모듈의 확장이며(닫힌 형태의 층상 해는 없다), 단일 층에서는 닫힌 형태의 해로, $k_h = k_v = 0$에서는 층상 Coulomb 해로 귀결된다.

물: 구속수(세립질) 또는 자유수($k > 5 \cdot 10^{-4}$ m/s); 자유수에서는 Westergaard 동수압이 추가된다.

작용 위치 Seed–Whitman: P_a는 H/3 지점, ΔP_{ae}는 0.6H 지점이며, 물은 자체 모멘트 팔을 갖는다.

수동 압력은 지진 시 수동토압 (Subba Rao–Choudhury) 모듈을 참조한다.

요약

핵심 정리

의사정적: $k_h W$, $k_v W$; $\psi = \tan^{-1}[k_h/(1 - k_v)]$; 지진 쐐기는 ψ만큼 회전한 Coulomb 쐐기이다

$P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K'_a$; K'_a는 k_h에 따라 급격히 증가하며, $k_h = k_v = 0$에서는 Coulomb 값이 된다

평형 한계: $k_{h,cr} = (1 - k_v)\tan\varphi'$ (경사지에서는 $\tan(\varphi' - \alpha)$); 초과하면 해가 존재하지 않는다

k_v: 하향 힘을 증가시킨다; 실무에서는 $\pm 0.5 k_h$ 중 불리한 값을 택한다

작용 위치: $P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$; P_a는 $H/3$ 위치에, ΔP_{ae}는 $0.6H$ 위치에 작용; $\bar{z} = [P_a(H/3) + \Delta P_{ae}(0.6H)]/P_{ae}$

상재하중 $q_e = q\cos\theta/\cos(\theta - \alpha)$가 더해지며, **물** 아래에서는 ψ_w가 커지고(구속수: γ_{sat}/γ', 자유수: γ_d/γ') 자유수에서는 동수압 $(7/12)k_h\gamma_w d_w^2$이 더해진다

참고문헌

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. Proceedings, World Engineering Congress, Tokyo, 9, 177–185.

Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Seed, H.B. and Whitman, R.V. (1970). Design of earth retaining structures for dynamic loads. Specialty Conference on Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, ASCE, 103–147.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions ASCE, 98, 418–433.

참고

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈이 동일한 값을 제공한다. 모듈의 초기 예제는 예제 1의 옹벽($k_h = 0.2$, $\delta' = 15°$)이다.

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

자신의 벽체, 지진계수 k_h, k_v, 상재하중, 지층, 지하수를 GeoTerva에 입력하면 모듈이 P_{ae}, 작용점 높이, 임계 쐐기를 함께 제공한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

스마트폰으로 열기

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.

강의에서 사용하려면: info@geoterva.com