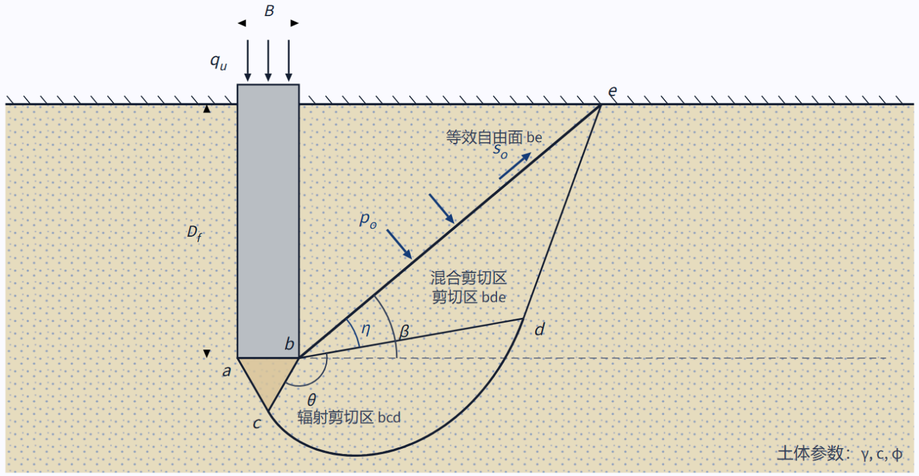
GeoTerva

岩土工程讲义 · 基础

Meyerhof承载力：一般方程

讲义：从Meyerhof的滑移线网到承载力系数，从形状、深度和倾斜修正到地下水；每个主题均配有工程算例。

滑移线网 | $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ | 形状 · 埋深 · 倾斜 | 地下水 | 工程算例



本讲内容

识别**地基承载力通用公式**的三项，以及每一项的形状系数、埋深系数和荷载倾斜系数

循着Meyerhof的**滑移线网**和等效自由表面，了解N_c、N_q系数的导出过程

计算地表基础的**Reissner (N_q)**、**Prandtl (N_c)**和Vesic (N_γ)系数

应用**De Beer形状**系数、**Hansen埋深**系数和**Meyerhof倾斜**系数

处理不排水($\varphi = 0$)情形及**地下水**的三种情形

求出总容许基底压力和净容许基底压力并进行**验算**

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

算例基础，即模块默认载入的模型：砂土中1.2 m × 1.2 m方形基础，D_f = 1 m，地下水位0.5 m，荷载与竖直方向成10°倾角。

三项，各项带有各自的系数

理论

模块计算**地基承载力通用公式**：Terzaghi公式的三项（黏聚力、超载、自重），以及每项对应的**基础形状**、**埋深**和**荷载倾斜**系数：

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c、N_q源自Meyerhof (1951)的理论；本页对其进行**逐步**推导。对于N_γ，介绍了试算法，而模块采用Vesic的封闭形式表达式。

基础底面**粗糙**；其下土体均匀且很深；抗剪强度$s = c + \sigma' \tan\varphi$。荷载作用于中心；倾斜荷载通过荷载倾斜系数考虑。

与Terzaghi的区别：不仅适用于浅基础；基底标高以上的土体通过**等效自由面**参与到破坏机构中。在方程中这表现为**深度系数**：模块不对D_f/B设限。

符号说明

c：黏聚力，φ′：内摩擦角

$q = \gamma D_f$：基底标高处的超载

γ：基底以下土的重度

B：基础短边，L：长边

$F_{\cdot s}$：形状，$F_{\cdot d}$：深度，$F_{\cdot i}$：倾斜

45° + φ/2土楔、径向区和混合区

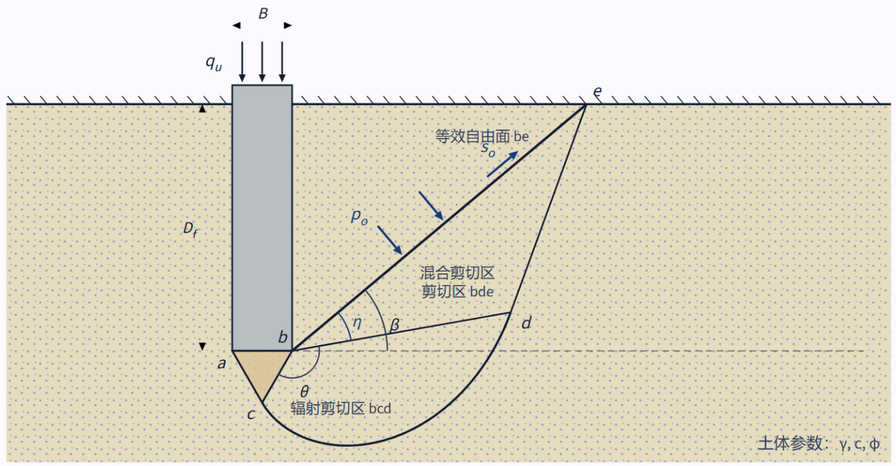
理论

Meyerhof (1951)采用了图中所示的破坏面。基础下方存在**弹性楔体abc**（试验也证实了这一点），其侧边的倾角为**45° + φ/2**，而非φ（Terzaghi取为φ）。紧邻其侧的是以对数螺旋线$r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$为界的**辐射区bcd**；再往外，不同于Terzaghi的被动Rankine区，此处为滑动介于辐射与平面之间的**混合区bde**。

bde区域以上的土体不被忽略：其作用由be平面上的**等效自由表面**应力p_o（法向）和s_o（剪切）表示。该平面与水平面的倾角为β；bd位于其下方η处。

承载力仍按**叠加原理**建立：c和p_o的贡献(N_c, N_q)与γ的贡献(N_γ)：

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



部分发挥度m与Mohr圆

理论

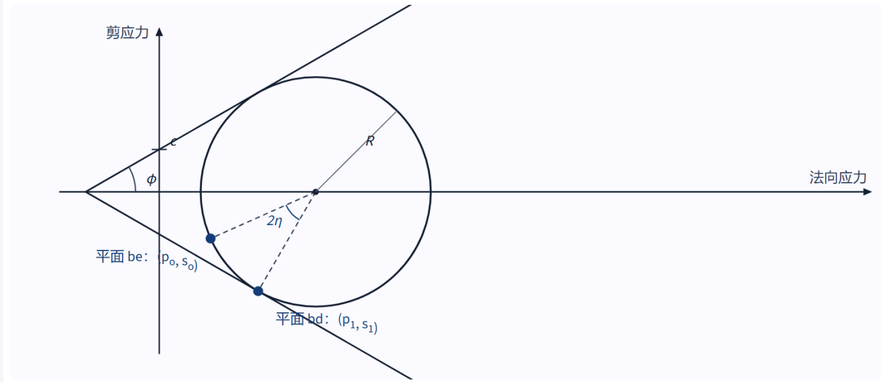
在等效自由面上，抗剪强度仅**部分**发挥：Meyerhof将剪应力表示为强度的一个比例。而在直线形bde区内，土体处于塑性平衡：在bd面上，全部强度均被发挥：

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

bde区域内的应力状态是**一个Mohr圆**（见旁图）：bd点位于包络线上，be点在圆上超前2η。这就把角η与m联系起来。

两个极限：**m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0，**η = 45° − φ/2**；**m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ，**η = 0**。



N_c与N_q是如何推导出来的?

理论

bc面上，径向区同样处于破坏状态：$s'_p = c + p'_p \tan\varphi$。对极点b取矩（仅剩螺旋线上的法向应力和黏聚力）：

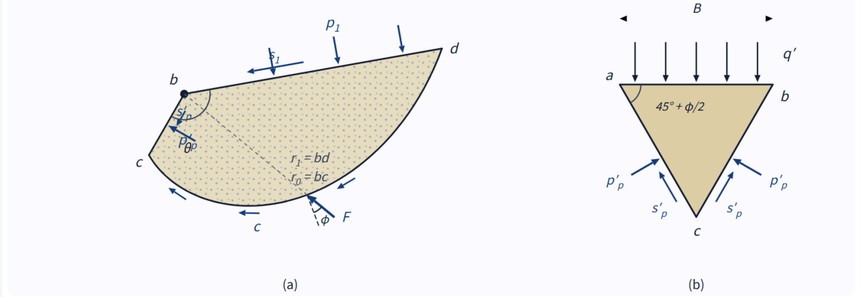
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta\tan\varphi} + c\cot\varphi\left(e^{2\theta\tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1\tan\varphi\right) e^{2\theta\tan\varphi}$$

然后是土楔abc的竖向平衡（每个面的长度为B/2 / cos(45° + φ/2)）：

$$q' = p'_p + s'_p\cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

将各项合并后，c项与p_o项即可分开：

$$q' = c\,N_c + p_o\,N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1+\sin\varphi\right)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\,\sin(2\eta+\varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right)\cot\varphi$$



系数β和m如何使其增大?

理论

各系数取决于φ、通过m而取决于η，以及通过等效自由面的倾角β而取决于螺旋线所扫过的**θ角**（图1的几何关系）：

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

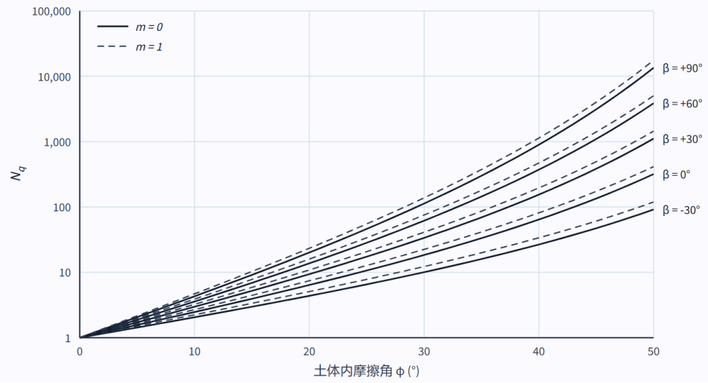
$$m = 0:\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1:\ \theta = 135^\circ + \beta - \frac{\varphi}{2}$$

深基础的等效自由面更陡，β更大；系数随β迅速增大（见旁图）。

地表基础（Terzaghi推导中的条件）：β = 0，m = 0 ⇒ θ = π/2且sin(2η + φ) = 1：

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

这些就是**Reissner(1924)的N_q**和**Prandtl(1921)的N_c**；模块采用这些公式。取$p_o = \gamma D_f = q$时，c项和q项成为$cN_c + qN_q$；基底以上的土体通过**埋深系数**而不是β和m进入计算。φ → 0时，$N_c \to \pi + 2 = 5.14$。



题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
工况	**(a)地表基础：β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
公式	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\quad N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

求

对每种情况求**η、θ、N_q**和N_c的值。对于地表基础，N_q是否与Reissner闭合解一致?

解答 (1/2)

解答

1 (a)地表基础：m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30°；θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90°（与Reissner的$e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$值相同）

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

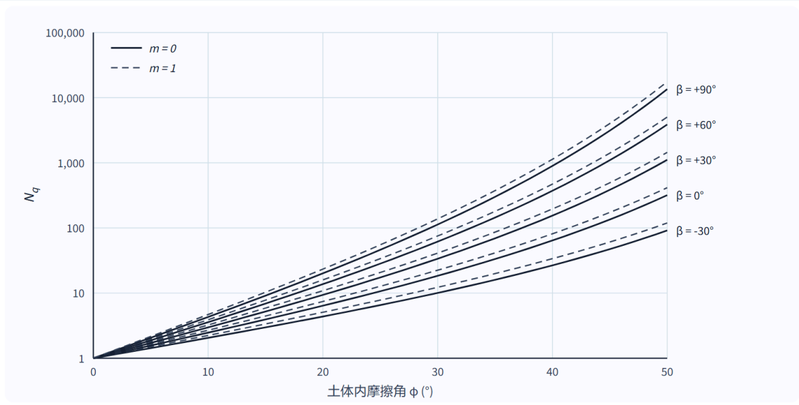
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

解答 (2/2)

解答

状态	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

对于地表基础，结果与闭式解**相同**(18.40)。随着β增大和强度发挥程度提高，系数**迅速增大**：(a) → (c)，N_q增大至1.65倍。模块并非通过破坏机构，而是通过**深度系数**来计入这一增大（见后续各节）。



在GeoTerva中验算解答 ↗

N_γ：试算法、Meyerhof 1963和Vesic

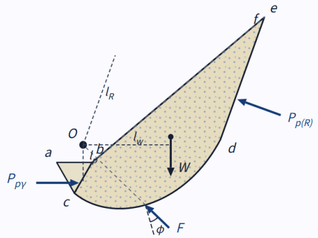
理论

与Terzaghi解一样，N_γ没有闭合形式的表达式；需通过**试算**确定：选取φ、β和m；求出θ；自试算中心O作对数螺旋线；对于土体bcdf，取其重力W以及df面上的Rankine被动土压力$P_{p(R)}$；由对O点的力矩求得bc面上的被动土压力：

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

改变O可求得最小的$P_{p\gamma}$；连同土楔abc的自重：

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi)$ (Meyerhof 1963)

$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic 1973, **此处**)

N_c、N_q、N_γ仅取决于φ′

理论

两种来源的N_c和N_q**相同**；N_γ则不同：N_γ是对所设楔体形状假定依赖性最强的系数。φ = 30°时，Vesic给出22.40，Meyerhof (1963)给出15.67。采用Meyerhof的N_γ时，自重项以及由此得到的摩擦性土的q_u将更低。

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \quad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

系数

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**
方法	**Reissner、Prandtl、Vesic；作为对比，Meyerhof (1963)**

求

用闭合公式求N_q、N_c、N_γ的值；将Vesic的N_γ与Meyerhof (1963)的值进行比较。

解答

解答

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 Vesic N_γ（模块采用）与Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

Vesic的N_γ比Meyerhof的大**37%**(φ′ = 32°)。这与表中数值一致：N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21。

在GeoTerva中验算解答 ↗

De Beer：非条形基础

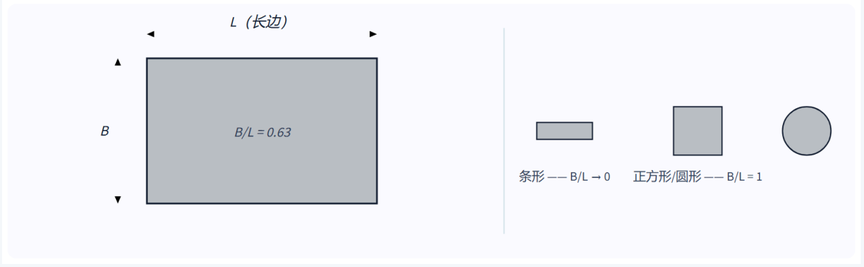
理论

该推导针对连续（条形）基础（平面应变）。对于矩形基础，破坏是三维的：土体还可能从楔体的两端和侧面移动。**De Beer** (1970)用短边与长边之比B/L对每一项加以修正：

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

条形基础(B/L → 0)的三个系数均为1；公式退化为平面应变形式。

正方形基础B/L = 1时：N_γ项减小40%($F_{\gamma s}$ = 0.6)，q项和c项增大。



题目

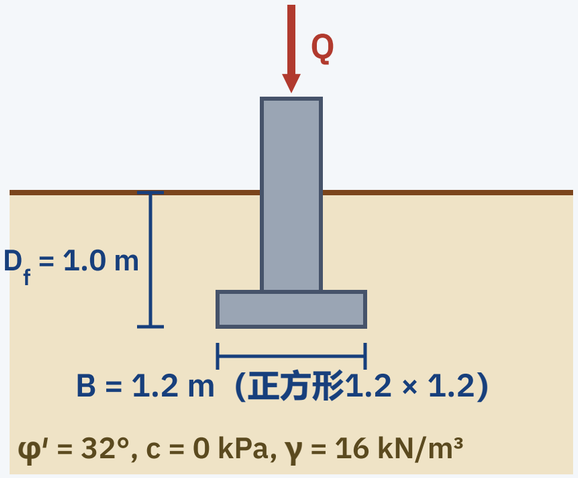
算例

已知条件

土	$\varphi' = 32°$：$N_c = 35.49$，$N_q = 23.18$（**算例2**）
基础	**正方形基础，B = L = 1.2 m；对比：B/L = 0.5及条形基础**

求

求正方形基础的F_{cs}、F_{qs}、$F_{\gamma s}$值；并求B/L = 0.5时的相同系数。



解答

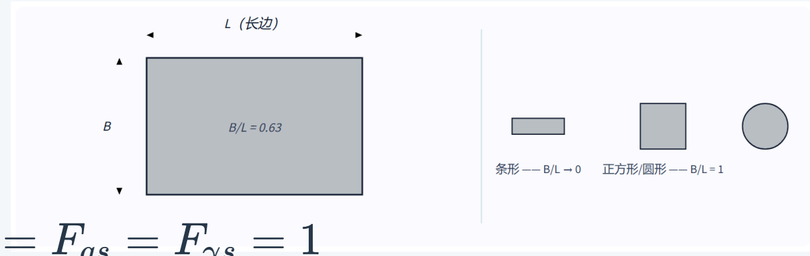
解答

1 正方形基础(B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5与条形基础

$B/L = 0.5$： $F_{cs} = 1.327,\ F_{qs} = 1.312,\ F_{\gamma s} = 0.800$　　条形： $F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$



正方形基础的q项增大**62%**，自重项减小40%。随着B/L减小，各系数趋近于条形基础的值(1)。

在GeoTerva中验算解答 ↗

Hansen：基底以上土体的贡献

理论

Terzaghi仅将基底以上的土体视为**死荷载**。而在Meyerhof理论中，基底以上土体通过等效自由表面**同样提供抗力**；在一般承载力公式中，这一作用由随D_f/B增大的**Hansen (1970)埋深系数**加以考虑：

$$D_f/B \le 1:\ F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1:\ F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c\tan\varphi}\ (\varphi > 0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k\ (\varphi = 0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1)或$\tan^{-1}(D_f/B)$（> 1，弧度）。超过D_f/B = 1后，反正切使系数继续缓慢增大：**与Terzaghi不同，该式不要求深度限值。**

题目

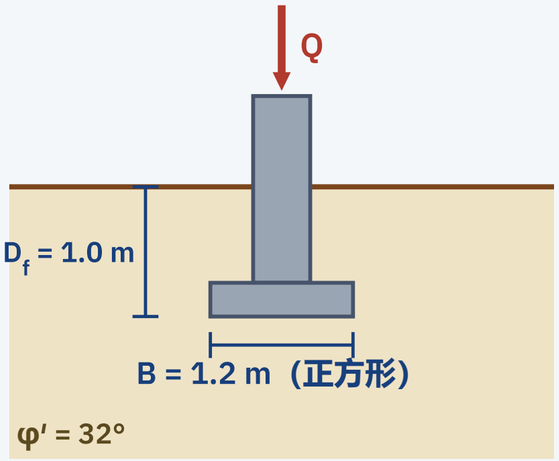
算例

已知条件

土	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
基础	**B = 1.2 m；D_f = 1.0 m（算例）及对比工况D_f = 2.4 m**
不排水	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

求

对每种情形求F_{qd}、F_{cd}和$F_{\gamma d}$的值。



解答

解答

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \le 1$（线性形式）

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$（反正切：$\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad）

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 不排水($\varphi = 0$)：$F_{qd} = 1$；$D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B由0.83增至2时，F_{qd}由1.230增至1.306；埋深的贡献在增大，但**增幅逐渐减小**。

在GeoTerva中验算解答 ↗

Meyerhof：倾斜荷载

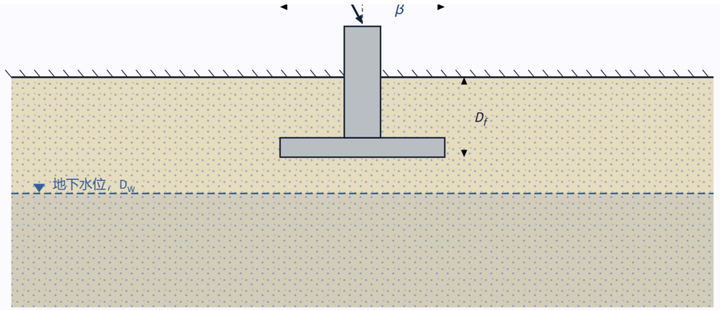
理论

与竖直方向成β角的荷载所发挥的竖向抗力小于竖直荷载：荷载的一部分将基础推向侧面。该方程给出的仅是荷载**竖向分量**的承载力。**Meyerhof** (1963)荷载倾斜系数对每一项均予以折减：

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

β = 0时三者均为1。$F_{\gamma i}$在β = φ处降至零，并**保持**为零：模块不允许$(1 - \beta/\varphi)^2$再次增大。β的取值限于$(1 - \beta/90°)^2$开始再次增大的点以下，**最大取至89°**。

倾斜荷载使承载力降低，尤其体现在自重项上。



该公式计算得到的极限承载力仅对应倾斜荷载的竖向分量。

题目

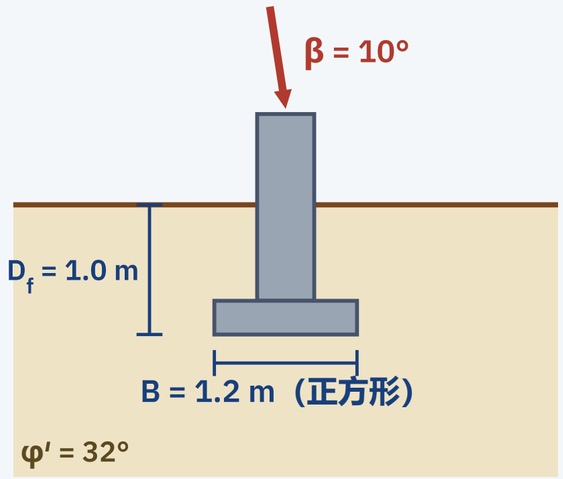
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.2 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	**砂土：$\varphi' = 32°,\ c = 0$**
重度	$\gamma = 16$ kN/m^3 **（上部），** $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **（地下水位以下）**
荷载	**与竖直方向成β = 10°（补充：20°、30°、32°）**

求

求β = 10°时的F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$值；β增大时会怎样?



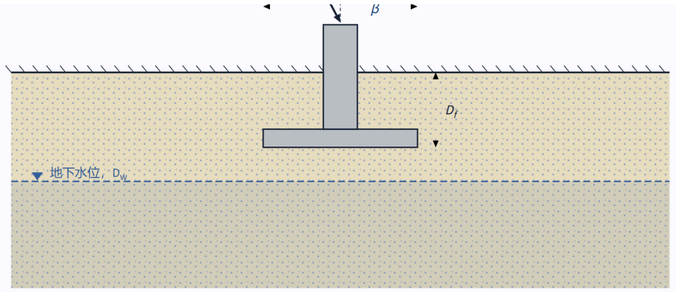
解答

解答

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ;\quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



该公式计算得到的极限承载力仅对应倾斜荷载的竖向分量。

10°的荷载倾角使q项和c项降低**21%**，使自重项降低**53%**；β = φ′ = 32°时，自重项完全消失。

在GeoTerva中验算解答 ↗

一般公式与不排水工况

理论

§5–10中的系数补全了一般承载力方程。在竖向荷载作用下，基底标高处的**条形基础**所有修正系数均为1，方程即取Terzaghi公式的形式：所不同的只是，以Reissner的N_q、Prandtl的N_c和Vesic的N_γ取代Terzaghi的系数。

不排水加载($\varphi = 0$, $c = c_u$)：$N_c = 5.14$，$N_q = 1$，$N_\gamma = 0$：

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

地下水进入方程的方式与Terzaghi法中相同(§12)：通过q和第三项的重度，**绝不通过系数。**

题目

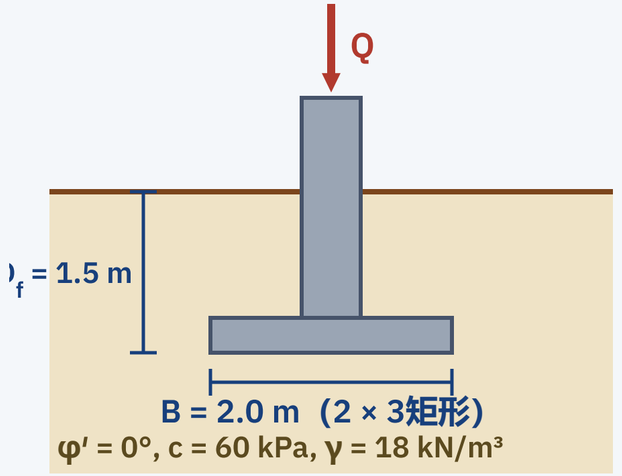
算例

已知条件

基础	**矩形2 m × 3 m，D_f = 1.5 m，中心竖向荷载**
土	**黏土，** $\varphi = 0,\ c_u = 60$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3**；无地下水**
安全性	**FS = 3**

求

求q_u、总q_{all}和净承载力。



解答

解答

1 超载与系数(φ = 0: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27 \text{ kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 地基承载力($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9} \text{ kPa}$$

3 总容许基底压力与净容许基底压力

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0 \text{ kPa}$$

不排水黏土中的地基承载力几乎完全来自**黏聚力项**(453 / 480 kPa)：形状系数(1.13)和埋深系数(1.30)使其增大约47%；φ = 0时$N_\gamma = 0$，故无自重项。

在GeoTerva中验算解答 ↗

系数不变：q与γ改变

理论

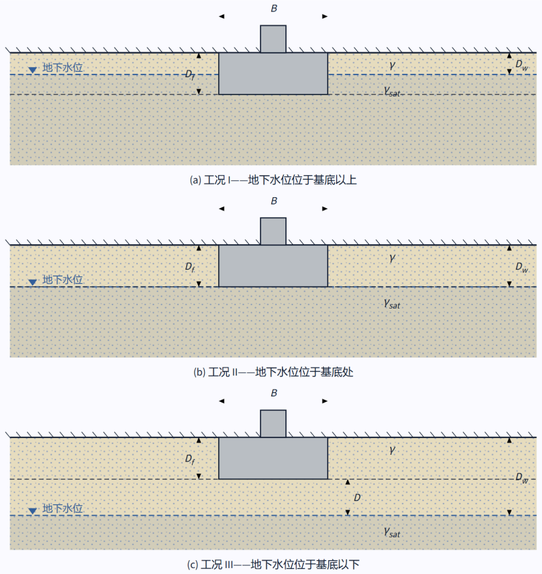
地下水位以下，有效重度γ′ = $\gamma_{sat} - \gamma_w$ (γ_w = 9.81)起作用。模块区分三种情形；D_w为地下水位距地表的深度：

I ($D_w \le D_f$)：$q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w)$，$\gamma \to \gamma'$ (第三项)

III ($D_f < D_w \le D_f + B$)：$q = \gamma D_f$，$\bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right]$，$D = D_w - D_f$

情形II($D_w = D_f$)是情形I的特例：q = γ D_f，第三项中采用γ′。

在基底以下超过一个B的深度处，水**无影响**。



(a) 工况 I——地下水位位于基底以上

(b) 工况 II——地下水位位于基底处

(c) 工况 III——地下水位位于基底以下

题目

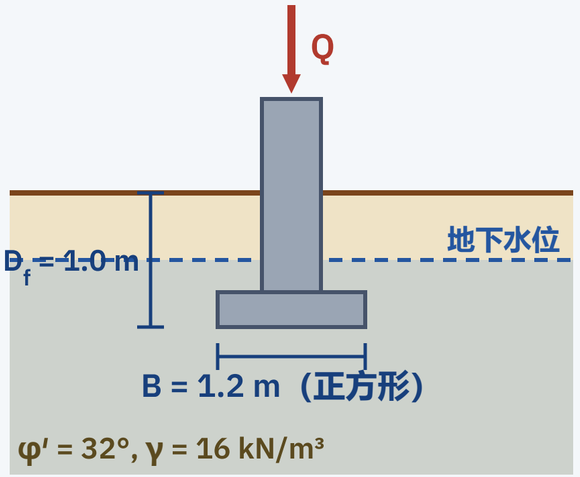
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.2 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	**砂土：$\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$**
重度	$\gamma = 16\ \text{kN/m}^3$**（上部），**$\gamma_{sat} = 19.5\ \text{kN/m}^3$**（地下水位以下）**
荷载	**竖向，中心荷载；无ε**

求

地下水位D_W = 0.5、1.0、1.5和2.6 m时，求**q**、第三项中的重度及$\mathbf{q_u}$之值。（F_{qs} = 1.625；F_{qd} = 1.230；$F_{\gamma s}$ = 0.6；N_q = 23.18；N_γ = 30.21；无倾斜）



解答 (1/2)

解答

1 情形I($D_W = 0.5 < D_f$)和$D_W = D_f$

$$D_w = 0.5: \ q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845 \text{ kPa}, \ \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \ q = 16(1.0) = 16.0 \text{ kPa}, \ \gamma' = 9.69$$

2 情形III ($D_W = 1.5 \Rightarrow D = 0.5$ m $\le B$)与水无影响的情形($D_W = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319 \text{ kN/m}^3; \ \ q = 16 \text{ kPa}$$

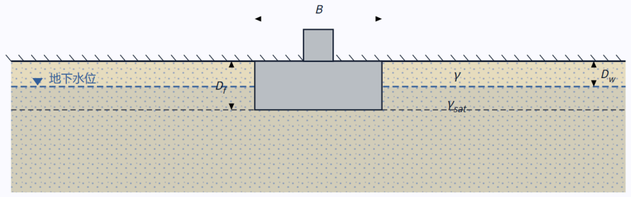
$$D_w = 2.6: \ q = 16, \ \gamma = 16$$

解答 (2/2)

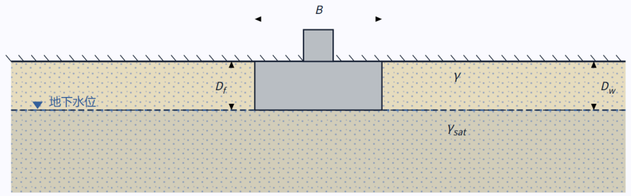
解答

D_w (m)	状态	q (kPa)	γ第三项	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	可忽略	16.00	16.00	**667.9**

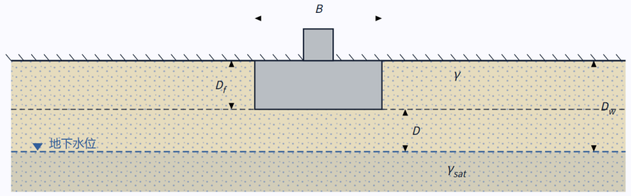
地下水从两个方面降低承载力：超载q减小，且自重项采用γ′计算。地下水位位于0.5 m深度时q_u = 520，水位很深时为668 kPa（相差22%）。各系数始终不变：**水仅通过q和γ进入计算。**



(a) 工况 I——地下水位位于基底以上



(b) 工况 II——地下水位位于基底处



(c) 工况 III——地下水位位于基底以下

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

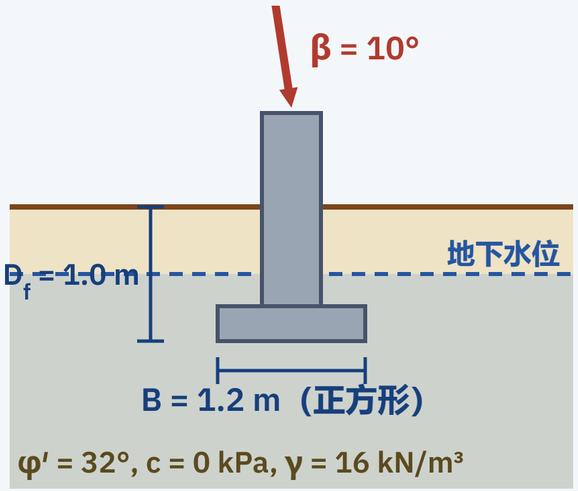
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.2 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	**砂土：$\varphi' = 32°,\ c = 0$**
重度	$\gamma = 16\ \text{kN/m}^3$**（上部）**，$\gamma_{sat} = 19.5\ \text{kN/m}^3$ **（地下水位以下）**
地下水	**D_W = 0.5 m（工况I）**
荷载	**相对竖直方向倾斜β = 10°**
安全性	**FS = 3**

求

q_u、总q_{all}、容许竖向荷载及**容许合力**荷载；再求c = 5 kPa时的q_u。



解答 (1/2)

解答

1 系数(φ′ = 32°; B/L = 1; D_f/B = 0.833; β = 10° < φ′)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 情形I：q = 16(0.5) + (19.5 – 9.81)(0.5)；γ′ = 9.69 kN/m³（用于第三项）

$$q = \mathbf{12.845}\ \text{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \text{kN/m}^3$$

解答 (2/2)

解答

3 地基承载力（c = 0：无黏聚力项）

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473)$$
$$= 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 容许基底压力和荷载(A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa：黏聚力项(F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \Rightarrow q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

在GeoTerva中验算解答 ↗

总值与净值，竖向与合力

理论

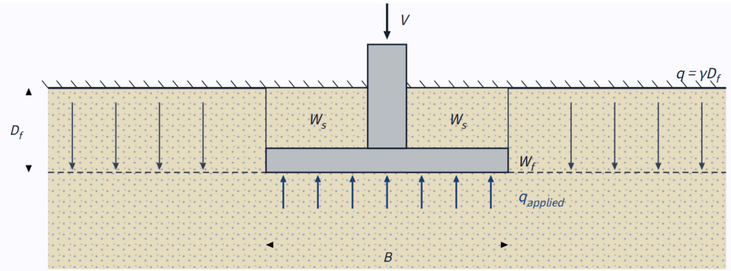
q_u为破坏时的竖向压力。模块将**总**压力与**净**压力分开处理：

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

施加压力q_{app}为使用荷载下基底处的**竖向总压力**V/A；荷载倾斜时，以竖向分量（而非合力）除以面积求得。基础在下列条件下满足要求：

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

> 容许竖向荷载$Q_{all} = q_{all,g}\,A$；倾角为β时的容许合力为$Q_{all}/\cos\beta$。若未输入q_{app}，模块仅给出承载力。



题目

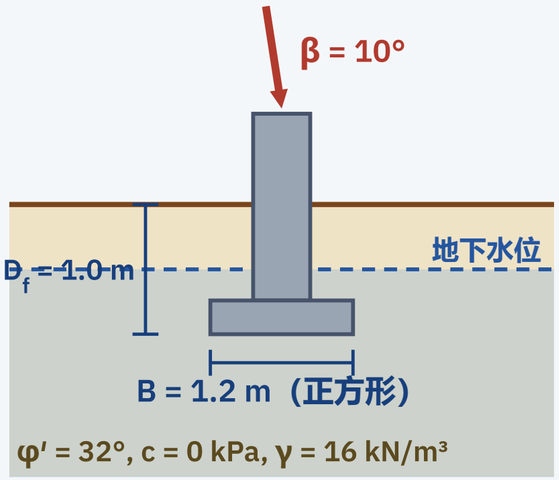
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.2 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	**砂土：$\varphi' = 32°,\ c = 0$**
重度	$\gamma = 16\ \text{kN/m}^3$**（上部），**$\gamma_{sat} = 19.5\ \text{kN/m}^3$**（地下水位以下）**
地下水，坡度	**D_w = 0.5 m，β = 10°（算例8）**
施加值	**$q_{applied}$ = 150 kPa（竖向，总压力）**
结果（算例8）	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

求

验算三项条件（总值、FS_{actual}、净值）。



解答

解答

1 总容许基底压力

$$q_{apply} = 150 \text{ kPa} \le q_{all,g} = 173.33 \text{ kPa} \Rightarrow \text{满足}$$

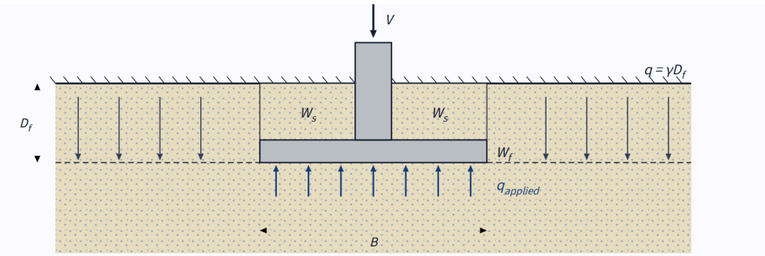
2 实际安全系数

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47} \ge 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2 \text{ kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0 \text{ kPa} \Rightarrow \text{满足}$$



基础在三个条件下均满足要求。竖向荷载V = 150 × 1.44 = 216 kN；合力216/cos10° = 219.3 kN ≤ 253.4 kN（容许合力）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.2 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	**砂土：$\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$**
重度	$\gamma = 16$ kN/m^3 **（上部）**，$\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **（地下水位以下）**
地下水，坡度	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
对比	**Vesic N_γ = 30.21与Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

求

采用Meyerhof的N_γ时，算例8中的q_u和总q_{all}各为多少?

解答

解答

1 仅第三项变化

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u与q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

对该基础，差异仅为**2.6%**(520 → 506 kPa)：自重项约占q_u的10%。**对于宽基础**且超载较小时，自重项起主导作用，N_γ的选取会明显改变结果。

小结

要点回顾

一般方程：$q_u = cN_cF_{c.} + qN_qF_{q.} + ½\gamma BN_\gamma F_{\gamma.}$；含形状系数(s)、深度系数(d)和倾斜系数(i)

Meyerhof理论：楔体角45° + φ/2，辐射区，混合区；基底以上土体用等效自由面(p_o, s_o, m, η, β)表示

地表基础：$N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner)，$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl)；$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

De Beer形状系数、**Hansen**埋深系数、**Meyerhof**荷载倾斜系数；φ = 0时，$N_c = 5.14$，$N_q = 1$，$N_\gamma = 0$

地下水仅改变q和γ（3种情形），不改变系数

验算：$q_{applied} \le q_{all,g}$，$FS_{actual}$及净值；荷载倾斜时，容许合力为$Q_{all}/\cos\beta$

参考文献

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — 第 2.4–2.5 节；本页面遵循其推导顺序；正文中称为“主参考文献”。

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — 通用地基承载力公式及其系数；正文中称为“第二参考文献”。

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

图示根据破坏机构本身绘制；Nq 曲线图根据本页面的公式计算得到。

注

本课件中的图件取自GeoTerva理论页面；所有数值算例均由模块自带的计算库生成，模块给出的数值与之相同。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中逐步计算本讲义中的算例基础：模块将以该模型打开。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。