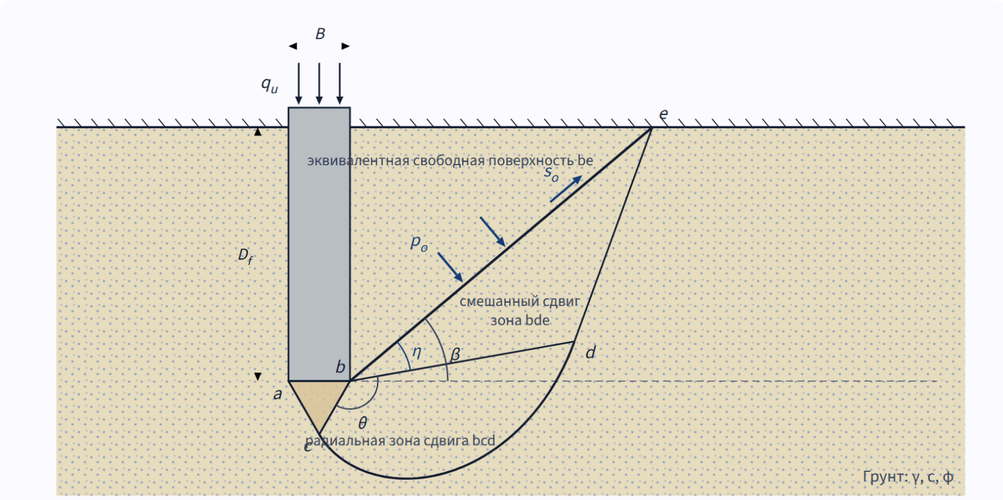
GeoTerva

Презентация лекции по геотехнике · Фундаменты

Несущая способность по Meyerhof: общее уравнение

Лекция: от сетки линий скольжения Meyerhof до коэффициентов несущей способности, от поправок на форму, глубину и наклон до учёта грунтовых вод; по каждой теме — пример расчёта.



- Сетка линий скольжения
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Форма · глубина · наклон
- Грунтовые воды
- Примеры расчёта

Что мы изучим на этой лекции?

- Знание трёх членов **общего уравнения несущей способности** и коэффициентов формы, глубины и наклона для каждого члена
- Проследить **сетку линий скольжения** Meyerhof, эквивалентную свободную поверхность и вывод коэффициентов N_c, N_q
- Вычисление коэффициентов **Reissner (N_q), Prandtl (N_c)** и Vesic (N_γ) для фундамента на поверхности
- Применение коэффициентов **формы по De Beer**, **глубины по Hansen** и **наклона по Meyerhof**
- Рассмотрение недренированного случая ($\varphi = 0$) и трёх случаев **грунтовых вод**
- Определение и **проверку** допускаемого давления брутто и нетто

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример фундамента, модель, с которой открывается модуль: квадратный фундамент 1.2 m × 1.2 m в песке, D_f = 1 m, грунтовые воды на глубине 0.5 m, нагрузка наклонена на 10° к вертикали.

Три слагаемых, каждое со своими коэффициентами

ТЕОРИЯ

Модуль вычисляет **общее уравнение несущей способности**: три члена уравнения Terzaghi (сцепление, пригрузка, собственный вес) и для каждого члена коэффициент **формы фундамента**, **глубины** и **наклона нагрузки**:

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c, N_q следуют из теории Meyerhof (1951); на этой странице она выводится **шаг за шагом**. Для N_γ описывается метод проб, а в модуле используется замкнутая форма Vesic.

Подошва фундамента **шероховатая**; грунт под ней однороден и очень глубок; прочность s = c + σ′tanφ. Нагрузка центральная; наклонные нагрузки учитываются коэффициентами наклона.

Отличие от Terzaghi: не только для фундаментов мелкого заложения; грунт выше уровня подошвы включается в механизм через **эквивалентную свободную поверхность**. В уравнении это проявляется как **коэффициенты глубины**: модуль не накладывает ограничения на D_f/B.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

c: сцепление, φ′: угол внутреннего трения

q = γ D_f: пригрузка на уровне подошвы

γ: удельный вес грунта под подошвой

B: короткая сторона фундамента, L: длинная сторона

$F_{.s}$ — форма, $F_{.d}$ — глубина, $F_{.i}$ — наклон

Клин 45° + φ/2, радиальная зона и смешанная зона

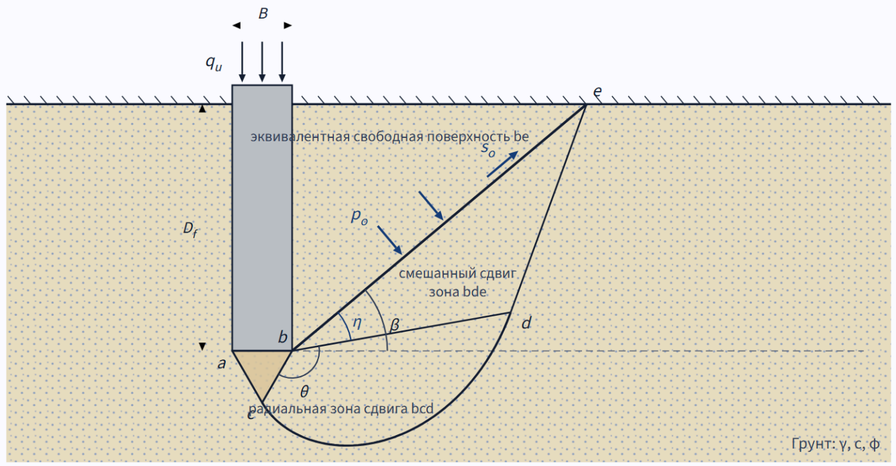
ТЕОРИЯ

Meyerhof (1951) принял поверхность разрушения, показанную на рисунке. Под фундаментом находится **упругий клин abc**, что подтверждается и опытами; его стороны наклонены под углом **45° + φ/2**, а не φ (Terzaghi принимал φ). К нему примыкает **радиальная зона bcd**, ограниченная дугой логарифмической спирали $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$; далее вместо пассивной зоны Rankine по Terzaghi располагается **смешанная зона bde**, в которой скольжение является промежуточным между радиальным и плоским.

Грунт над зоной bde не отбрасывается: его влияние представляется **эквивалентными напряжениями на свободной поверхности** p_o (нормальное) и s_o (касательное) на плоскости be. Плоскость наклонена к горизонту под углом β; bd лежит под углом η ниже неё.

Несущая способность вновь строится **суперпозицией**: вклад c и p_o (N_c, N_q) и вклад γ (N_γ):

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



Частичная мобилизация m и круг Mohr

ТЕОРИЯ

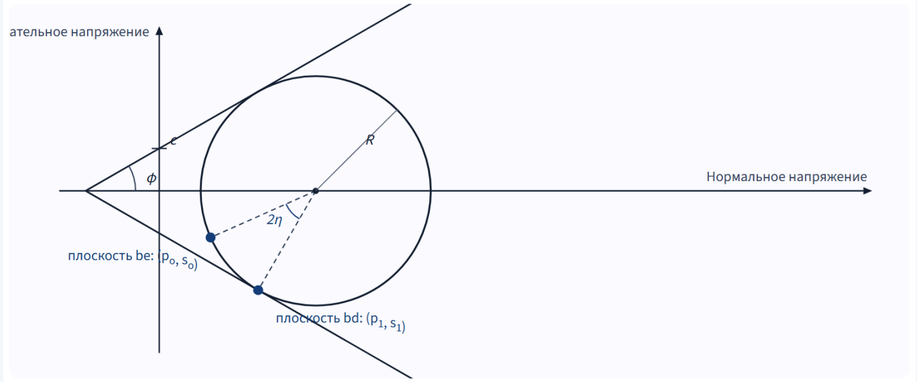
На эквивалентной свободной поверхности сопротивление сдвигу мобилизуется лишь **частично**: Meyerhof записал касательное напряжение как долю прочности. В линейной зоне bde, напротив, грунт находится в пластическом равновесии: на плоскости bd мобилизуется вся прочность:

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

Напряжённое состояние в области bde представляется **одним кругом Mohr** (сбоку): точка bd лежит на огибающей, а точка be смещена вперёд по кругу на 2η. Это связывает угол η с m.

Два предельных случая: **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0, **η = 45° − φ/2**; **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ, **η = 0**.



Как получаются N_c и N_q?

ТЕОРИЯ

На грани bc радиальная зона также находится в состоянии разрушения: $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. Из моментов относительно полюса b (остаются лишь нормальные напряжения на спирали и сцепление):

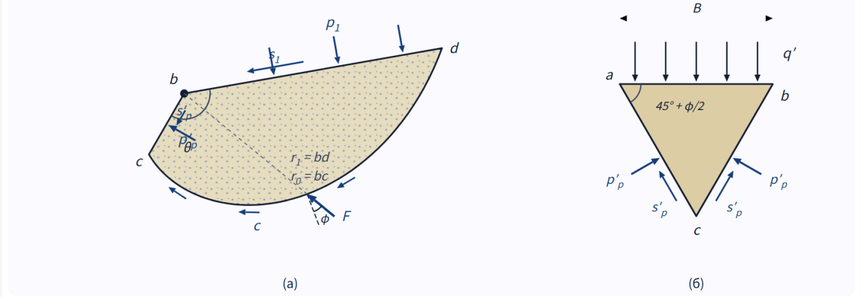
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

Затем вертикальное равновесие призмы abc (длина каждой грани B/2 / cos(45° + φ/2)):

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Объединение всех слагаемых выделяет слагаемые c и p_o:

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



Как коэффициенты β и m увеличивают значение?

ТЕОРИЯ

Коэффициенты зависят от φ, от η через m и, через наклон β эквивалентной свободной поверхности, от **угла θ**, описываемого спиралью (геометрия рис. 1):

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

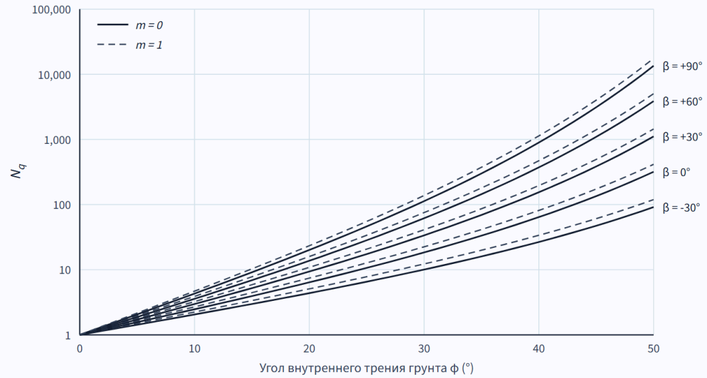
$$m = 0:\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1:\ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

Эквивалентная свободная поверхность глубокого фундамента круче, β больше; коэффициенты при этом быстро растут (рядом).

Фундамент на поверхности (условие в выводе Terzaghi): β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 и sin(2η + φ) = 1:

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Это **N_q по Reissner (1924)** и **N_c по Prandtl (1921)**; модуль использует их. При $p_o = \gamma D_f = q$ члены с c и q принимают вид $cN_c + qN_q$; грунт выше подошвы учитывается не через β и m, а **через коэффициенты глубины**. При φ → 0 $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.



Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
Случаи	**(a) фундамент на поверхности грунта: β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
Формулы	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\quad N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого случая найти значения **η, θ, N_q** и N_c. Совпадает ли N_q для фундамента на поверхности грунта с замкнутой формулой Reissner?

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 (a) Поверхностный фундамент: m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30°; θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90° (то же, что по значению Reissner $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

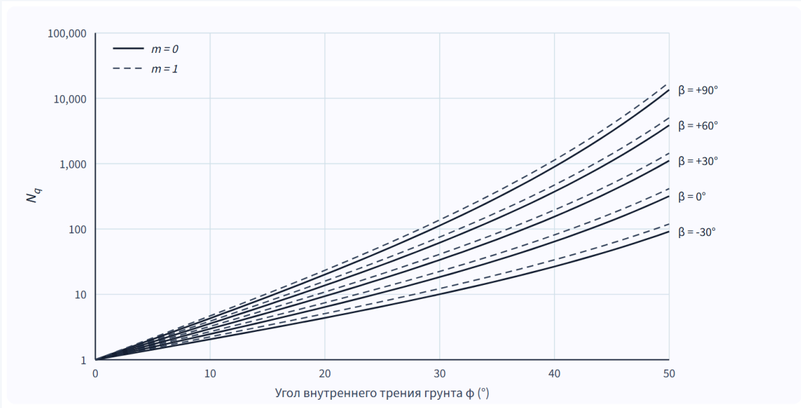
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

Состояние	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

Для фундамента на поверхности значение **то же**, что и по замкнутой формуле (18.40). С ростом β и степени мобилизации коэффициенты **быстро растут**: (a) → (c) N_q в 1.65 раза. Модуль учитывает этот рост не через механизм, а через **коэффициенты глубины** (последующие разделы).



Проверить решение в GeoTerva ↗

N_γ: метод подбора, Meyerhof 1963 и Vesic

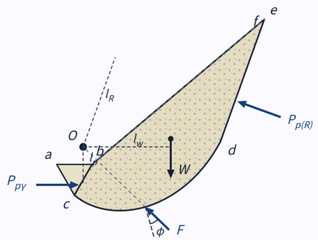
ТЕОРИЯ

Как и у Terzaghi, замкнутого выражения для N_γ нет; оно находится **подбором**: принимаются φ, β и m; определяется θ; из пробного центра O строится логарифмическая спираль; для тела bcdf определяются вес W и пассивная сила по Rankine $P_{p(R)}$ на грани df; из моментов относительно O находится пассивная сила на грани bc:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

При варьировании O находится наименьшее $P_{p\gamma}$; вместе с собственным весом призмы abc:

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi)$ (Meyerhof 1963)

$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic 1973, **здесь**)

N_c, N_q, N_γ зависят только от φ′

ТЕОРИЯ

Два источника **совпадают** по N_c и N_q; для N_γ они различаются: N_γ — коэффициент, наиболее зависящий от принятой формы клина. При φ = 30° по Vesic получается 22.40, по Meyerhof (1963) — 15.67. При N_γ по Meyerhof член собственного веса, а значит, и q_u фрикционного грунта были бы ниже.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**
Метод	**Reissner, Prandtl, Vesic; для сравнения Meyerhof (1963)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти значения $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$, $\mathbf{N_\gamma}$ по замкнутым формулам; сравнить N_γ по Vesic со значением по Meyerhof (1963).

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 Vesic N_γ (используется в модуле) и Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

N_γ по Vesic на **37%** больше, чем по Meyerhof (φ′ = 32°). Совпадает с табличными значениями: N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21.

Проверить решение в GeoTerva ↗

De Beer: нелентoчный фундамент

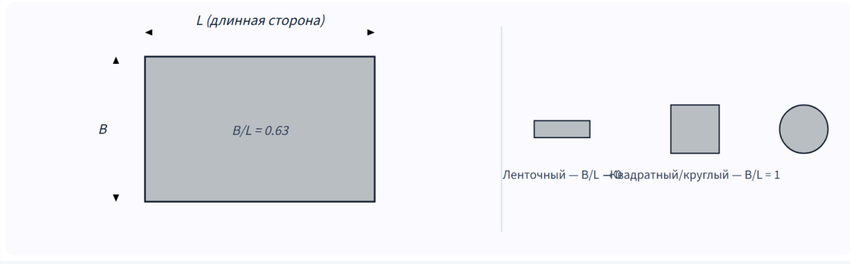
ТЕОРИЯ

Вывод выполнен для ленточного фундамента (плоская деформация). Для прямоугольного фундамента разрушение трёхмерно: грунт может перемещаться также из-под концов призмы и по бокам. **De Beer** (1970) корректирует каждый член отношением короткой стороны к длинной B/L:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

Для ленточного фундамента (B/L → 0) все три коэффициента равны 1; уравнение принимает вид для плоской деформации.

Для квадратного фундамента B/L = 1: слагаемое N_γ уменьшается на 40 % ($F_{\gamma S}$ = 0.6), слагаемые q и c возрастают.



Условие

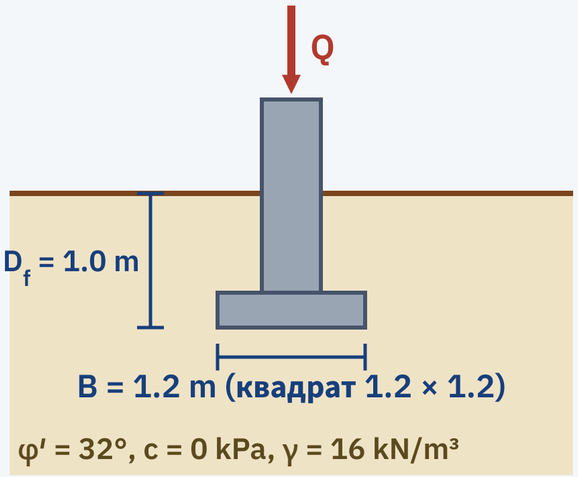
ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(Пример 2)**
Фундамент	**квадратный фундамент B = L = 1.2 m; сравнение: B/L = 0.5 и ленточный**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти значения F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ для квадратного фундамента; найти те же коэффициенты и для B/L = 0.5.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Квадратный фундамент (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$

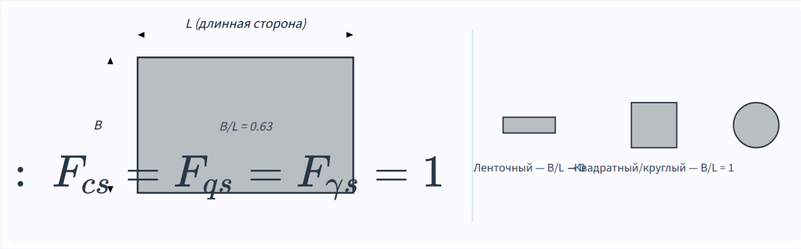
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$

$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 и ленточный

$$B/L = 0.5: \; F_{cs} = 1.327,\; F_{qs} = 1.312,\; F_{\gamma s} = 0.800$$

ленточный : $F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$



У квадратного фундамента слагаемое с q увеличивается на **62%**, слагаемое собственного веса уменьшается на 40%. С уменьшением B/L коэффициенты стремятся к значению для ленточного фундамента (1).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Hansen: вклад грунта выше подошвы

ТЕОРИЯ

Terzaghi рассматривает грунт выше подошвы только как **пригрузку**. В теории Meyerhof он **оказывает и сопротивление** через эквивалентную свободную поверхность; в общем уравнении это учитывается **коэффициентами глубины Hansen (1970)**, возрастающими с D_f/B:

$$D_f/B \le 1:\ F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1:\ F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c\tan\varphi}\ (\varphi > 0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k\ (\varphi = 0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1) или $\tan^{-1}(D_f/B)$ (> 1, в радианах). За пределом $D_f/B = 1$ арктангенс продолжает медленно увеличивать коэффициенты: **в отличие от Terzaghi, это уравнение не требует ограничения по глубине**.

Условие

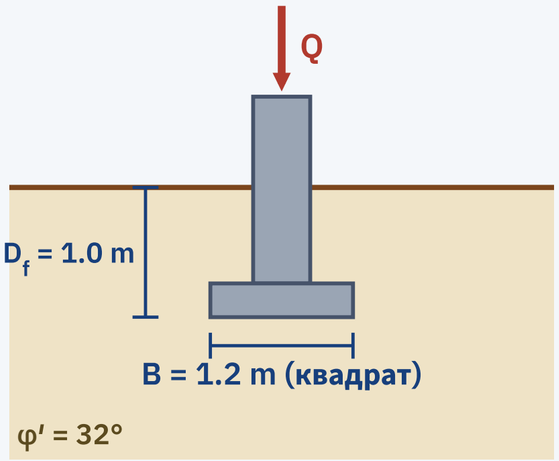
ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
Фундамент	**B = 1.2 m; D_f = 1.0 m (пример) и для сравнения D_f = 2.4 m**
Недренированный	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти значения **F_{qd}**, **F_{cd}** и $F_{\gamma d}$ для каждого случая.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \le 1$ (линейная форма)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (арктангенс: $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 Недренированное состояние ($\varphi = 0$): $F_{qd} = 1$; $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B 0.83 → 2: F_{qd} 1.230 → 1.306; вклад глубины растёт, но **всё медленнее**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Meyerhof: наклонная нагрузка

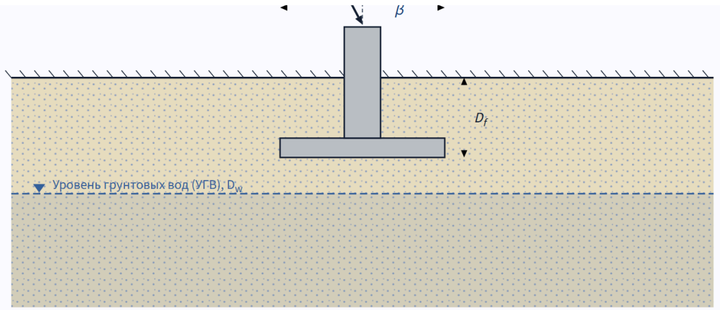
ТЕОРИЯ

Нагрузка, наклонённая к вертикали на угол β, мобилизует меньшее вертикальное сопротивление, чем вертикальная: часть нагрузки сдвигает фундамент в сторону. Уравнение даёт несущую способность только для **вертикальной составляющей** нагрузки. Коэффициенты наклона **Meyerhof** (1963) уменьшают каждый член:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

При β = 0 все три равны 1. $F_{\gamma i}$ достигает нуля при β = φ и там **остаётся**: модуль не допускает повторного роста $(1 - \beta/\varphi)^2$. Значение β принимается **до 89°**, ниже точки, где $(1 - \beta/90°)^2$ начал бы снова расти.

Наклонная нагрузка снижает несущую способность, прежде всего за счёт слагаемого собственного веса.



Уравнение вычисляет предельное сопротивление основанию только для ВЕРТИКАЛЬНОЙ составляющей наклонной нагрузки.

Условие

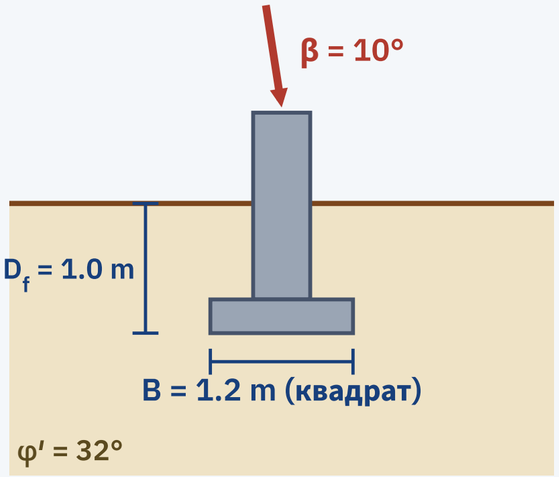
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.2 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	**песок:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Удельный вес	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(выше),** $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(ниже УГВ)**
Нагрузка	**угол β = 10° с вертикалью (дополнительно: 20°, 30°, 32°)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ при β = 10°; что произойдёт при увеличении β?



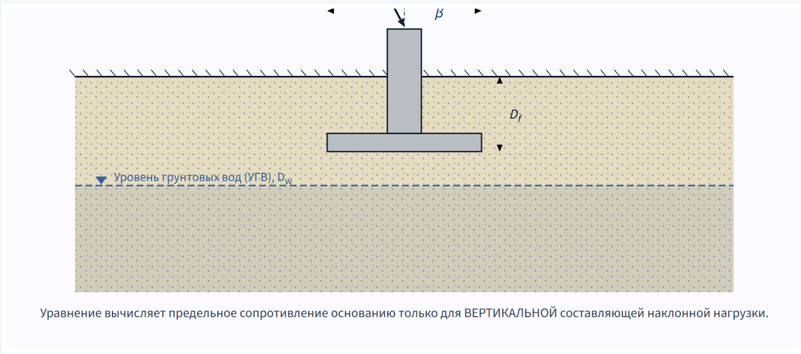
Решение

РЕШЕНИЕ

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ; \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



Уравнение вычисляет предельное сопротивление основанию только для ВЕРТИКАЛЬНОЙ составляющей наклонной нагрузки.

Нагрузка, наклонённая на 10°, снижает слагаемые q и c на **21%**, а слагаемое собственного веса — на **53%**; при β = φ′ = 32° слагаемое собственного веса полностью исчезает.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Общее уравнение и недренированный случай

ТЕОРИЯ

Общее уравнение дополняется коэффициентами из §5–10. При вертикальной нагрузке на **ленточный фундамент** на уровне подошвы все поправочные коэффициенты равны 1, и уравнение принимает вид уравнения Terzaghi: вместо коэффициентов Terzaghi используются только N_q по Reissner, N_c по Prandtl и N_γ по Vesic.

Недренированное нагружение ($\varphi = 0$, $c = c_u$): $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

Грунтовые воды входят в уравнение так же, как у Terzaghi (§12): через q и удельный вес третьего слагаемого, **но никогда через коэффициенты**.

Условие

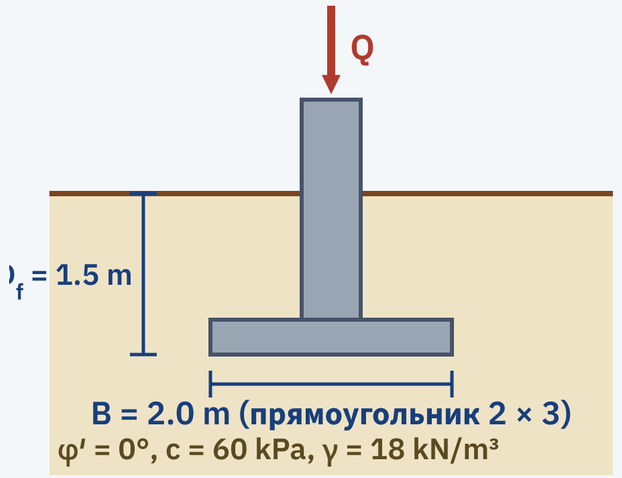
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**прямоугольник 2 m × 3 m, D_f = 1.5 m, центральная вертикальная нагрузка**
Грунт	**глина,** $\varphi = 0,\ c_u = 60$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3**; грунтовых вод нет**
Безопасность	**FS = 3**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Определить q_u, q_{all} брутто и несущую способность нетто.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Пригрузка и коэффициенты (φ = 0: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27 \text{ kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 Несущая способность ($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9} \text{ kPa}$$

3 Допускаемое давление брутто и нетто

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0 \text{ kPa}$$

В недренированной глине несущая способность почти полностью обусловлена **слагаемым сцепления** (453 / 480 kPa): коэффициенты формы (1.13) и глубины (1.30) увеличивают его примерно на 47%; поскольку при φ = 0 $N_\gamma = 0$, слагаемого собственного веса нет.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Коэффициенты не меняются; меняются q и γ

ТЕОРИЯ

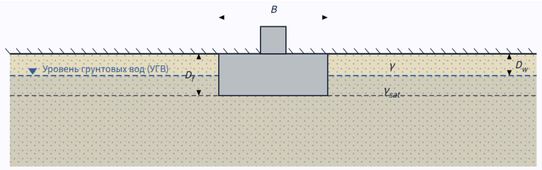
Ниже УГВ действует эффективный удельный вес $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ($\gamma_w = 9.81$). Модуль различает три случая; D_W — глубина уровня грунтовых вод от поверхности:

I ($D_w \le D_f$): $q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w)$, $\gamma \to \gamma'$ (третье слагаемое)

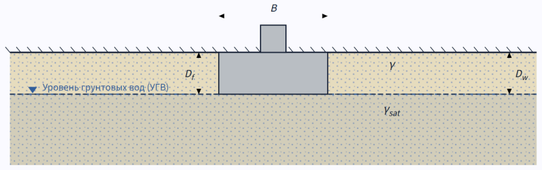
III ($D_f < D_w \le D_f + B$): $q = \gamma D_f$, $\bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right]$, $D = D_w - D_f$

Случай II ($D_W = D_f$) — частный случай I: $q = \gamma D_f$, в третьем слагаемом γ'.

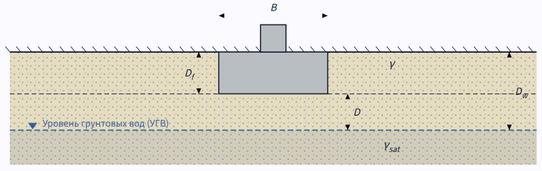
Вода на глубине более одного B ниже подошвы **не оказывает влияния**.



(a) Случай I — уровень грунтовых вод (УГВ) выше подошвы



(b) Случай II — уровень грунтовых вод (УГВ) на уровне подошвы



(c) Случай III — уровень грунтовых вод (УГВ) ниже подошвы

Условие

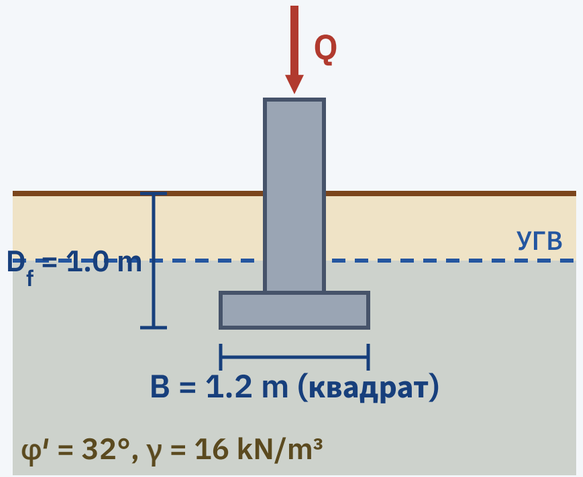
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.2 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	**песок:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Удельный вес	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(выше),** $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(ниже УГВ)**
Нагрузка	**вертикальная, центральная; ε отсутствует**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для УГВ на глубине D_w = 0.5; 1.0; 1.5 и 2.6 m определить **q**, удельный вес в третьем члене и значения $\mathbf{q_u}$. (F_{qs} = 1.625; F_{qd} = 1.230; $F_{\gamma s}$ = 0.6; N_q = 23.18; N_γ = 30.21; наклонов нет)



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Случай I ($D_w = 0.5 < D_f$) и $D_w = D_f$

$$D_w = 0.5: \;\; q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845 \text{ kPa}, \;\; \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \;\; q = 16(1.0) = 16.0 \text{ kPa}, \;\; \gamma' = 9.69$$

2 Случай III ($D_w = 1.5 \Rightarrow D = 0.5$ m $\leq B$) и вода не влияет ($D_w = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319 \text{ kN/m}^3; \;\; q = 16 \text{ kPa}$$

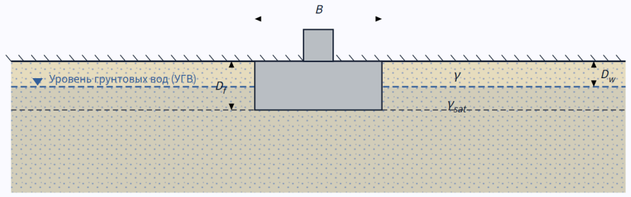
$$D_w = 2.6: \;\; q = 16, \;\; \gamma = 16$$

Решение (2/2)

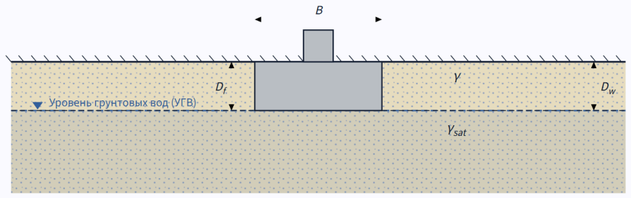
РЕШЕНИЕ

D_w (m)	Состояние	q (kPa)	γ, третье слагаемое	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	не влияет	16.00	16.00	**667.9**

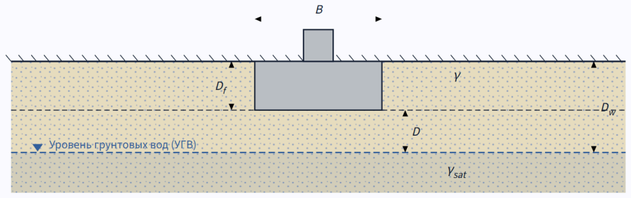
Грунтовые воды снижают несущую способность двумя путями: уменьшается пригрузка q, а член собственного веса вычисляется с γ′. При воде на глубине 0.5 m q_u = 520, при глубоком залегании воды — 668 kPa (разница 22 %). Коэффициенты не меняются вовсе: **вода входит только через q и γ**.



(a) Случай I — уровень грунтовых вод (УГВ) выше подошвы



(b) Случай II — уровень грунтовых вод (УГВ) на уровне подошвы



(c) Случай III — уровень грунтовых вод (УГВ) ниже подошвы

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

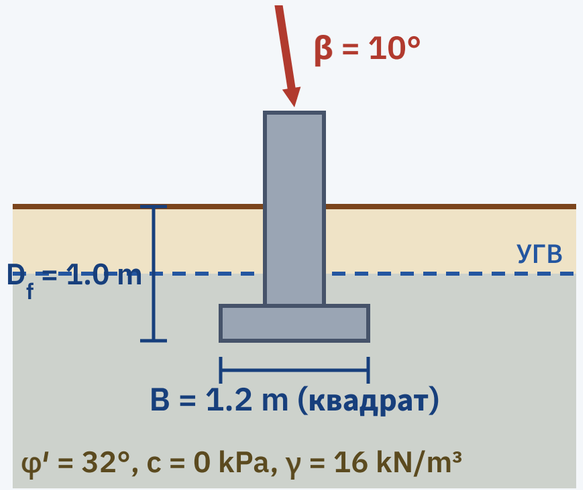
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.2 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	**песок:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Удельный вес	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(выше),** $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(ниже УГВ)**
Грунтовые воды	**D_W = 0.5 m (случай I)**
Нагрузка	**наклон к вертикали β = 10°**
Безопасность	**FS = 3**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

q_u, брутто **q_{all}**, допускаемая вертикальная нагрузка и допускаемая **равнодействующая** нагрузка; затем q_u для c = 5 kPa.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (φ′ = 32°; B/L = 1; D_f/B = 0.833; β = 10° < φ′)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 Случай I: q = 16(0.5) + (19.5 – 9.81)(0.5); γ′ = 9.69 kN/m³ (в третьем слагаемом)

$$q = \mathbf{12.845}\ \text{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \text{kN/m}^3$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Несущая способность (c = 0: слагаемое сцепления отсутствует)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473) = 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 Допускаемое давление и нагрузки (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa: слагаемое сцепления (F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \Rightarrow q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

Проверить решение в GeoTerva ↗

Брутто и нетто, вертикальная составляющая и равнодействующая

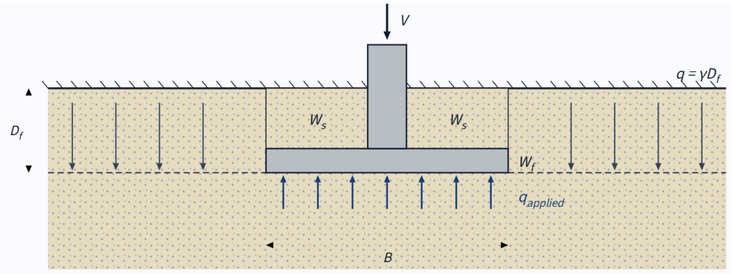
ТЕОРИЯ

q_u — вертикальное давление в момент разрушения. Модуль раздельно учитывает давление **брутто** и **нетто**:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

Приложенное давление q_{app} — это **вертикальное давление брутто** на подошве при эксплуатационных нагрузках, V/A; при наклонной нагрузке оно получается делением на площадь не равнодействующей, а её вертикальной составляющей. Фундамент удовлетворяет требованиям при следующих условиях:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$



Допускаемая вертикальная нагрузка $Q_{all} = q_{all,g} A$; допускаемая равнодействующая при наклоне β равна $Q_{all}/\cos \beta$. Если q_{app} не введено, модуль выдаёт только значения несущей способности.

Условие

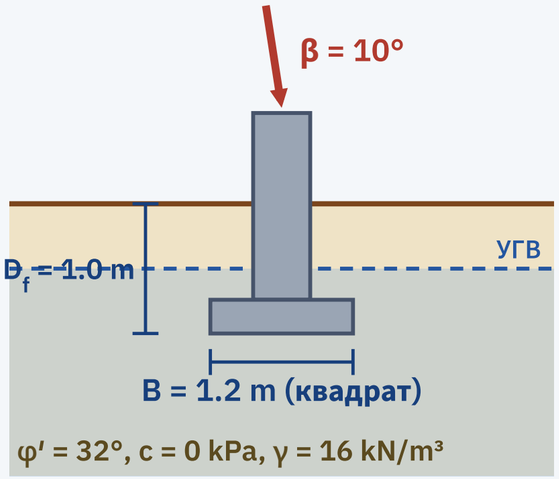
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.2 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	**песок:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Удельный вес	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(выше),** $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(ниже УГВ)**
Грунтовые воды, уклон	**D_W = 0.5 m, β = 10° (Пример 8)**
Приложенная	**$q_{applied}$ = 150 kPa (вертикальная, брутто)**
Результат (Пример 8)	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Проверить три условия (брутто, FS_{actual}, нетто).



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Допускаемое давление брутто

$$q_{apply} = 150 \text{ kPa} \le q_{all,g} = 173.33 \text{ kPa} \Rightarrow \text{выполняется}$$

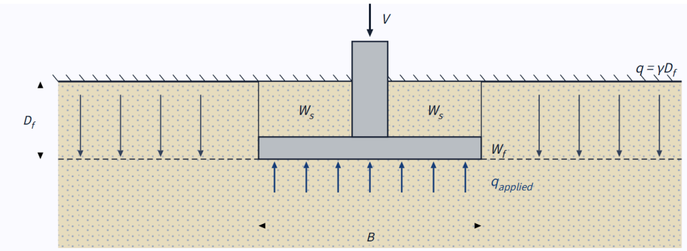
2 Фактический коэффициент запаса

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47} \ge 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2 \text{ kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0 \text{ kPa} \Rightarrow \text{выполняется}$$



Фундамент удовлетворяет всем трём условиям. Вертикальная нагрузка V = 150 × 1.44 = 216 kN; равнодействующая 216/cos10° = 219.3 kN ≤ допускаемая равнодействующая 253.4 kN.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.2 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	**песок:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Удельный вес	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(выше),** $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(ниже УГВ)**
Грунтовые воды, уклон	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
Сравнение	**Vesic N_γ = 30.21 и Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Каковы были бы q_u и q_{all} брутто в Примере 8 при использовании N_γ по Meyerhof?

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Изменяется только третье слагаемое

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u и q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

Для этого фундамента разница составляет всего **2.6%** (520 → 506 kPa): слагаемое собственного веса составляет около 10% от q_u. **Для широкого фундамента** и малой пригрузки слагаемое собственного веса становится преобладающим, и выбор N_γ заметно меняет результат.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

Общее уравнение: $q_u = cN_cF_{c.} + qN_qF_{q.} + ½\gamma BN_\gamma F_{\gamma.}$; с коэффициентами формы (s), глубины (d) и наклона (i)

Теория Meyerhof: клин 45° + φ/2, радиальная зона, смешанная зона; над подошвой представляется эквивалентной свободной поверхностью (p_o, s_o, m, η, β)

Поверхностный фундамент: $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner), $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl); $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

Коэффициенты формы по **De Beer**, глубины заложения по **Hansen**, наклона по **Meyerhof**; при $\varphi = 0$ $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$

Грунтовые воды изменяют только q и γ (3 случая), но не коэффициенты

Проверка: $q_{applied} \le q_{all,g}$, FS_{actual} и нетто; при наклонной нагрузке допустимая равнодействующая $Q_{all}/\cos\beta$

Список литературы

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — разделы 2.4–2.5; эта страница следует порядку его вывода; «первоисточник» в тексте настоящей страницы.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — общее уравнение несущей способности и его коэффициенты; «второй источник» в тексте настоящей страницы.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

Рисунки построены на основе самого механизма разрушения; график Nq рассчитан по уравнениям, приведенным на этой странице.

ПРИМЕЧАНИЕ

Рисунки в этой презентации взяты со страницы теории GeoTerva; все числовые примеры получены с помощью собственной расчётной библиотеки модуля, и модуль даёт те же значения.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Рассчитать фундамент из примера этой презентации в GeoTerva шаг за шагом: модуль открывается с этой моделью.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.