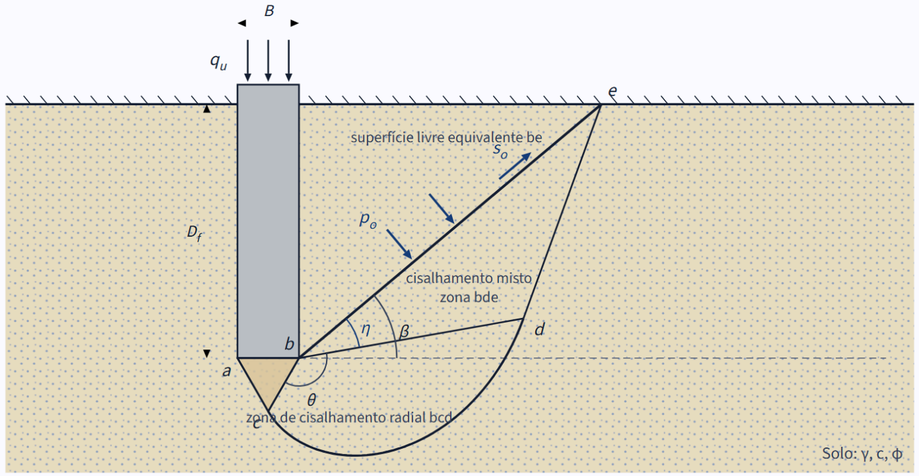
Apresentação de aula de geotecnia · Fundações

Capacidade de carga de Meyerhof: equação geral

Aula: da rede de linhas de ruptura de Meyerhof aos fatores de capacidade de carga, das correções de forma, profundidade e inclinação ao lençol freático; exemplo resolvido em cada tópico.

- Rede de linhas de ruptura
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Forma · profundidade · inclinação
- Lençol freático
- Exemplos resolvidos



Introdução

O que veremos nesta aula?

- Reconhecer os três termos da **equação geral de capacidade de carga** e os fatores de forma, profundidade e inclinação de cada termo
- Acompanhar a **rede de linhas de deslizamento** de Meyerhof, a superfície livre equivalente e a obtenção dos fatores N_c, N_q
- Calcular os fatores de capacidade de carga de **Reissner (N_q), Prandtl (N_c)** e de Vesic (N_γ) para uma sapata na superfície do terreno
- Aplicar os fatores de **forma de De Beer**, de **profundidade de Hansen** e de **inclinação de Meyerhof**
- Tratar o caso não drenado ($\varphi = 0$) e os três casos de **lençol freático**
- Determinar e **verificar** as tensões admissíveis bruta e líquida

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: qual é a regra e por que é assim?

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Sapata do exemplo, o modelo inicial do módulo: sapata quadrada de 1.2 m × 1.2 m em areia, D_f = 1 m, lençol freático a 0.5 m, carga inclinada de 10° em relação à vertical.

Três termos, cada um com seus próprios coeficientes

TEORIA

O módulo calcula a **equação geral de capacidade de carga**: os três termos da equação de Terzaghi (coesão, sobrecarga, peso próprio) e, para cada termo, um coeficiente de **forma da sapata**, de **profundidade** e de **inclinação da carga**:

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c, N_q provêm da teoria de Meyerhof (1951); esta página a deduz **passo a passo**. Para N_γ descreve-se o método de tentativas, enquanto o módulo utiliza a forma fechada de Vesic.

A base da sapata é **rugosa**; o solo abaixo dela é homogêneo e muito profundo; resistência $s = c + \sigma'\tan\varphi$. A carga é centrada; cargas inclinadas são tratadas com fatores de inclinação.

Diferença em relação a Terzaghi: não se restringe a fundações superficiais; o solo acima do nível da base participa do mecanismo por meio de uma **superfície livre equivalente**. Na equação, isso aparece como **fatores de profundidade**: o módulo não impõe limite para D_f/B.

NOTAÇÕES

c: coesão, φ′: ângulo de atrito

q = γ D_f: sobrecarga no nível da base

γ: peso específico do solo abaixo da base

B: lado menor da sapata, L: lado maior

$F_{.s}$ forma, $F_{.d}$ profundidade, $F_{.i}$ inclinação

Cunha 45° + φ/2, zona radial e zona mista

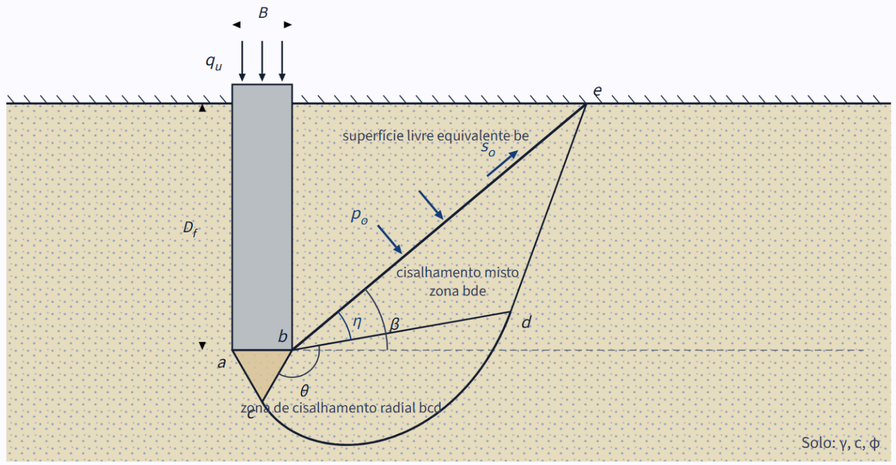
TEORIA

Meyerhof (1951) adotou a superfície de ruptura da figura. Sob a sapata há uma **cunha elástica abc**, como também mostram os ensaios; seus lados são inclinados de **45° + φ/2** e não de φ (Terzaghi adotara φ). Junto a ela fica a **zona radial bcd**, limitada pelo arco da espiral logarítmica $r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi}$; além dela, no lugar da zona passiva de Rankine de Terzaghi, encontra-se a **zona mista bde**, na qual o deslizamento é intermediário entre o radial e o planar.

O solo acima da zona bde não é desprezado: o seu efeito é representado pelas tensões de **superfície livre equivalente** p_o (normal) e s_o (cisalhante) no plano be. O plano é inclinado de β em relação à horizontal; bd situa-se a η abaixo dele.

A capacidade de carga é novamente construída por **superposição**: a contribuição de c e p_o (N_c, N_q) e a contribuição de γ (N_γ):

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



Mobilização parcial m e círculo de Mohr

TEORIA

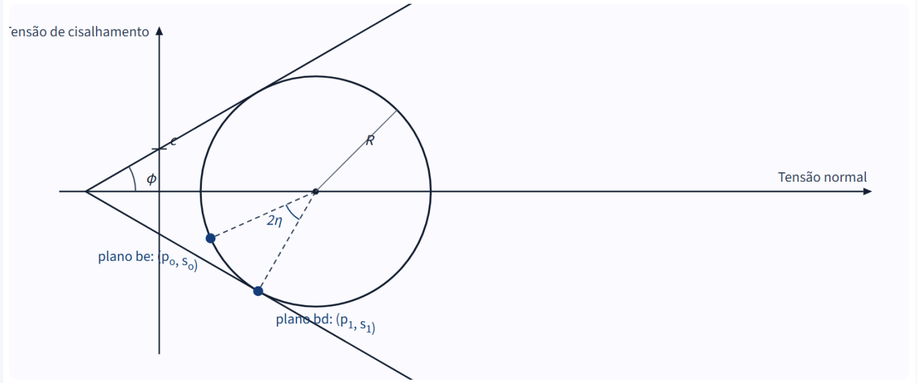
Na superfície livre equivalente, a resistência ao cisalhamento é mobilizada apenas **parcialmente**: Meyerhof escreveu a tensão cisalhante como uma fração da resistência. Já na zona linear bde, o solo está em equilíbrio plástico: no plano bd, mobiliza-se toda a resistência:

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

O estado de tensão na região bde é **um único círculo de Mohr** (ao lado): o ponto bd está sobre a envoltória, e o ponto be está adiante no círculo, de 2η. Isso relaciona o ângulo η a m.

Dois limites: **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0, **η = 45° − φ/2**; **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ, **η = 0**.



Como se obtêm N_c e N_q?

TEORIA

Na face bc, a zona radial também está em ruptura: $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. A partir dos momentos em torno do polo b (permanecem apenas as tensões normais sobre a espiral e a coesão):

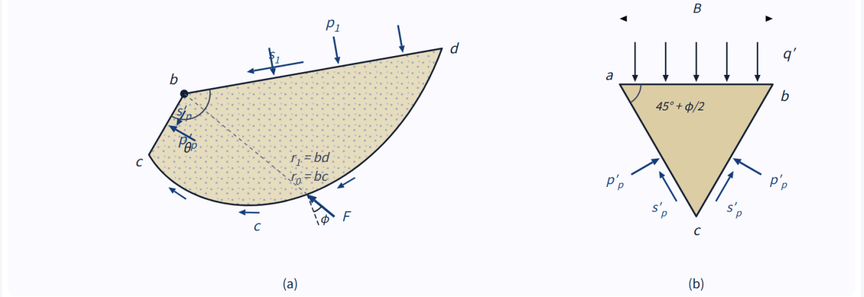
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

Em seguida, o equilíbrio vertical da cunha abc (cada face com comprimento B/2 / cos(45° + φ/2)):

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Combinando-se tudo, separam-se os termos em c e em p_o:

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



Como os coeficientes β e m majoram o valor?

TEORIA

Os coeficientes dependem de φ′, de η por meio de m e, por meio da inclinação β da superfície livre equivalente, do **ângulo θ** varrido pela espiral (geometria da Figura 1):

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

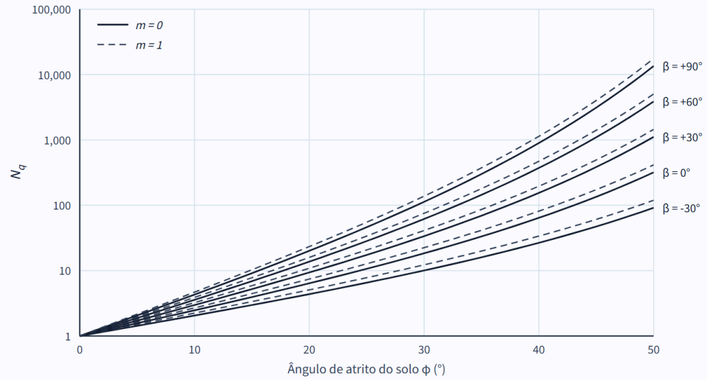
$$m = 0:\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1:\ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

A superfície livre equivalente de uma fundação profunda é mais inclinada, e β é maior; os fatores aumentam rapidamente com ele (ao lado).

Sapata na superfície (condição da dedução de Terzaghi): β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 e sin(2η + φ) = 1:

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Estes são o **N_q de Reissner (1924)** e o **N_c de Prandtl (1921)**; o módulo os utiliza. Tomando $p_o = \gamma D_f = q$, os termos de c e q tornam-se $cN_c + qN_q$; o solo acima da base entra no cálculo por meio dos **fatores de profundidade**, em vez de β e m. Quando φ → 0, $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.



Enunciado

EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
Casos	**(a) sapata na superfície: β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
Fórmulas	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\ \ N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

PEDE-SE

Determinar os valores de **η, θ, N_q** e N_c para cada caso. Na sapata à superfície do terreno, N_q coincide com a forma fechada de Reissner?

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 (a) Sapata na superfície: m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30°; θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90° (igual ao valor de Reissner, $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

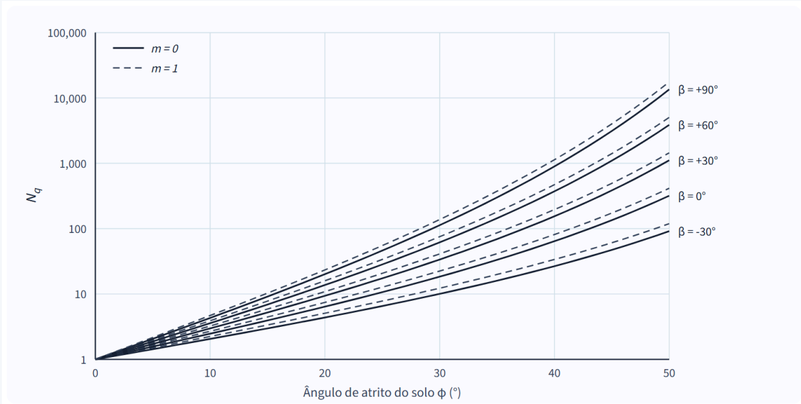
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

Situação	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

A sapata na superfície é **igual** à forma fechada (18.40). À medida que β e a mobilização aumentam, os coeficientes **crescem rapidamente**: (a) → (c) N_q aumenta 1.65 vez. O módulo leva em conta esse aumento não pelo mecanismo, mas pelos **fatores de profundidade** (seções seguintes).



Verificar a solução no GeoTerva ↗

N_γ: método de tentativas, Meyerhof 1963 e Vesic

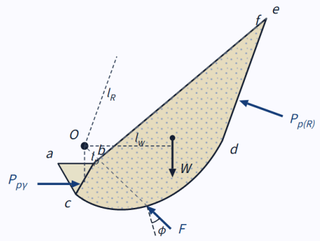
TEORIA

Como em Terzaghi, N_γ não tem forma fechada; é obtido por **tentativas**: escolhem-se φ, β e m; determina-se θ; traça-se uma espiral logarítmica a partir do centro de tentativa O; para o corpo bcdf, o peso W e a força passiva de Rankine $P_{p(R)}$ sobre df; dos momentos em relação a O, obtém-se a força passiva sobre bc:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

Variando O, obtém-se o menor $P_{p\gamma}$; juntamente com o peso próprio da cunha abc:

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) \quad \text{(Meyerhof 1963)}$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi \quad \text{(Vesic 1973, } \textbf{aqui}\text{)}$$

N_c, N_q, N_γ dependem apenas de φ′

TEORIA

As duas fontes são **iguais** para N_c e N_q; diferem para N_γ: N_γ é o fator que mais depende da forma admitida para a cunha. Para φ = 30°, Vesic fornece 22.40 e Meyerhof (1963), 15.67. Com o N_γ de Meyerhof, o termo do peso próprio e, portanto, o q_u do solo com atrito seriam menores.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

COEFICIENTES

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**
Método	**Reissner, Prandtl, Vesic; para comparação, Meyerhof (1963)**

PEDE-SE

Determinar os valores de $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$, $\mathbf{N_\gamma}$ por meio de expressões de forma fechada; comparar o N_γ de Vesic com o de Meyerhof (1963).

Solução

SOLUÇÃO

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 N_γ de Vesic (o utilizado pelo módulo) e de Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

O N_γ de Vesic é **37%** maior que o de Meyerhof (φ′ = 32°). Em concordância com os valores da tabela: N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

De Beer: sapata não corrida

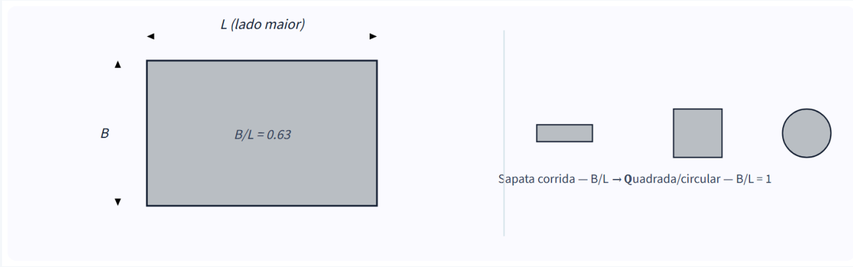
TEORIA

A dedução refere-se a uma sapata corrida (estado plano de deformação). Em uma sapata retangular, a ruptura é tridimensional: o solo também pode escapar pelas extremidades da cunha e pelas laterais. **De Beer** (1970) corrige cada termo com a razão entre o lado menor e o lado maior, B/L:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

Na sapata corrida (B/L → 0), os três coeficientes valem 1; a equação se reduz à forma de estado plano de deformação.

Na sapata quadrada, B/L = 1: o termo N_γ diminui 40% ($F_{\gamma s}$ = 0.6), e os termos q e c aumentam.



Enunciado

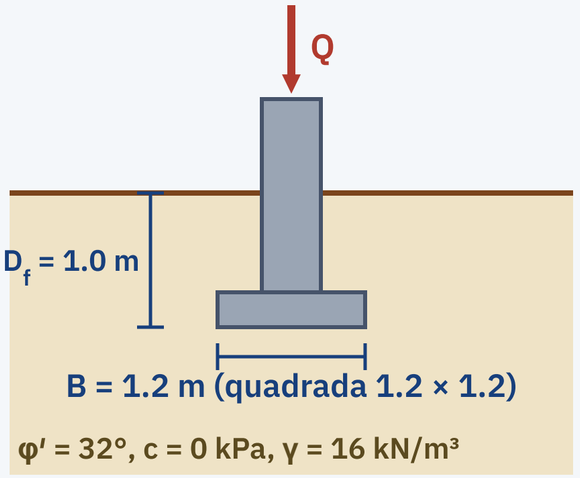
EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(Exemplo 2)**
Fundação	**quadrada B = L = 1.2 m; comparação: B/L = 0.5 e corrida**

PEDE-SE

Determinar os valores de F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ para uma sapata quadrada; determinar também os mesmos coeficientes para B/L = 0.5.



Solução

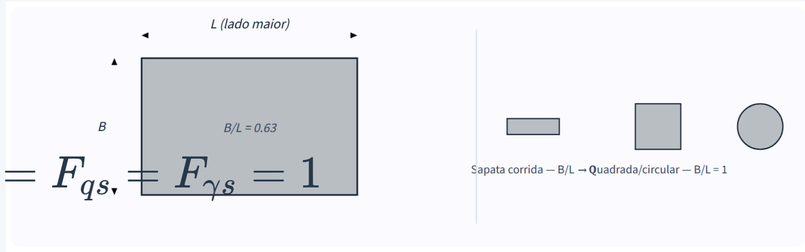
SOLUÇÃO

1 Sapata quadrada (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 e sapata corrida

$$B/L = 0.5: \; F_{cs} = 1.327, \; F_{qs} = 1.312, \; F_{\gamma s} = 0.800 \qquad \text{faixa}: \; F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$$



Na sapata quadrada, o termo em q aumenta **62%** e o termo do peso próprio diminui 40%. À medida que B/L diminui, os coeficientes tendem ao valor da sapata corrida (1).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Hansen: contribuição do solo acima da base

TEORIA

Terzaghi considera o solo acima da base apenas como **carga morta**. Na teoria de Meyerhof, porém, ele **também oferece resistência** por meio de uma superfície livre equivalente; na equação geral, isso é levado em conta pelos **fatores de profundidade de Hansen (1970)**, que crescem com D_f/B:

$$D_f/B \le 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c\tan\varphi}\;(\varphi>0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k\;(\varphi=0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1) ou $\tan^{-1}(D_f/B)$ (> 1, em radianos). Além de $D_f/B = 1$, a arco-tangente continua a aumentar lentamente os coeficientes: **diferentemente de Terzaghi, esta equação não exige limite de profundidade**.

Enunciado

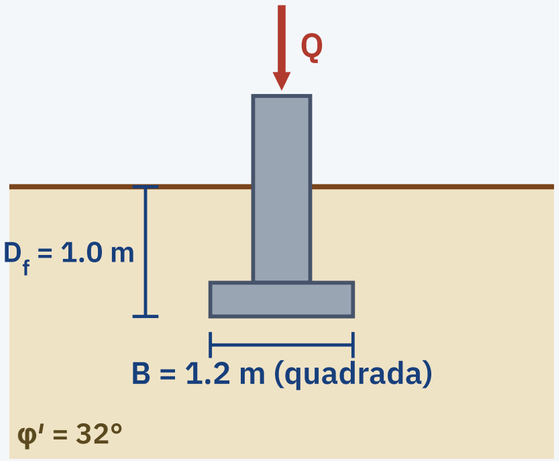
EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
Fundação	**B = 1.2 m; D_f = 1.0 m (exemplo) e comparação com D_f = 2.4 m**
Não drenado	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

PEDE-SE

Determinar os valores de **F_{qd}, F_{cd}** e $F_{\gamma d}$ para cada caso.



Solução

SOLUÇÃO

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \leq 1$ (forma linear)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (arcotangente: $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 Não drenado ($\varphi = 0$): $F_{qd} = 1$; $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B de 0.83 → 2: F_{qd} de 1.230 → 1.306; a contribuição da profundidade aumenta, mas **cada vez mais devagar**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Meyerhof: carga inclinada

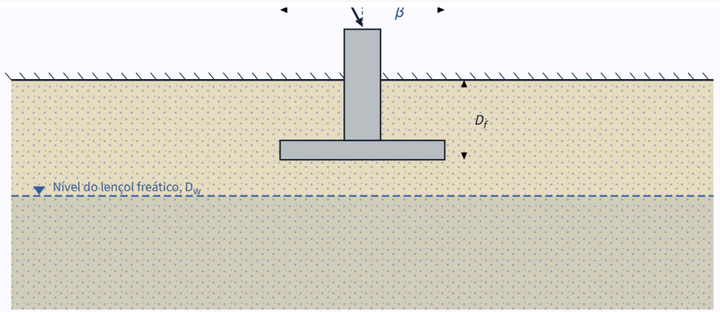
TEORIA

Uma carga que forma o ângulo β com a vertical mobiliza menos resistência vertical do que uma carga vertical: parte da carga empurra a sapata lateralmente. A equação fornece a capacidade de carga apenas para a **componente vertical** da carga. Os fatores de inclinação de **Meyerhof** (1963) reduzem cada termo:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

Em β = 0, os três valem 1. $F_{\gamma i}$ chega a zero em β = φ e **permanece** aí: o módulo não permite que $(1 - \beta/\varphi)^2$ volte a crescer. β é aceito **até 89°**, abaixo do ponto em que $(1 - \beta/90°)^2$ voltaria a crescer.

A carga inclinada reduz a capacidade de carga, especialmente por meio do termo do peso próprio.



A equação fornece a capacidade de carga última apenas para a componente VERTICAL de uma carga inclinada.

Enunciado

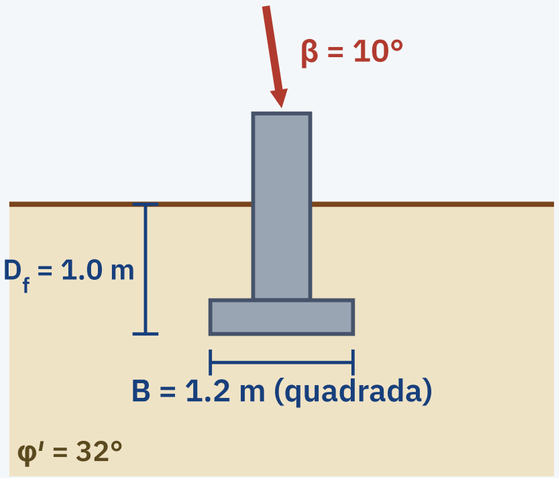
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Carga	**β = 10° em relação à vertical (adicionais: 20°, 30°, 32°)**

PEDE-SE

Determinar os valores de F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ para β = 10°; o que acontece quando β aumenta?



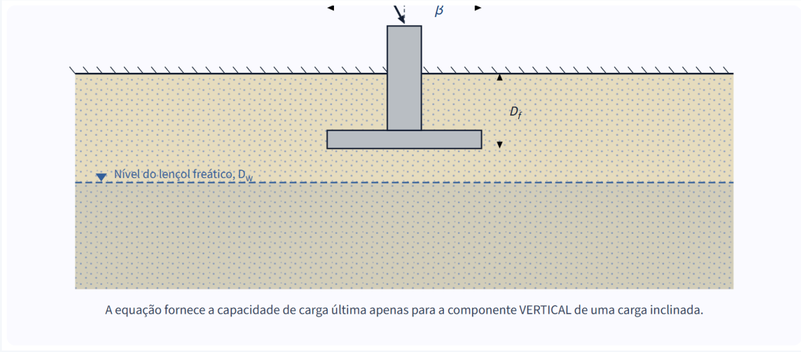
Solução

SOLUÇÃO

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ; \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



A equação fornece a capacidade de carga última apenas para a componente VERTICAL de uma carga inclinada.

Uma carga inclinada de 10° reduz os termos q e c em **21%** e o termo do peso próprio em **53%**; em β = φ′ = 32°, o termo do peso próprio desaparece por completo.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Equação geral e caso não drenado

TEORIA

A equação geral é completada com os fatores de §5–10. Sob carga vertical, em uma **sapata corrida** ao nível da base, todos os fatores de correção são iguais a 1 e a equação assume a forma de Terzaghi: apenas, no lugar dos fatores de Terzaghi, aparecem N_q de Reissner, N_c de Prandtl e N_γ de Vesic.

Carregamento não drenado ($\varphi = 0$, $c = c_u$): $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

O lençol freático entra na equação como em Terzaghi (§12): por meio de q e do peso específico do terceiro termo, **nunca por meio dos fatores**.

Enunciado

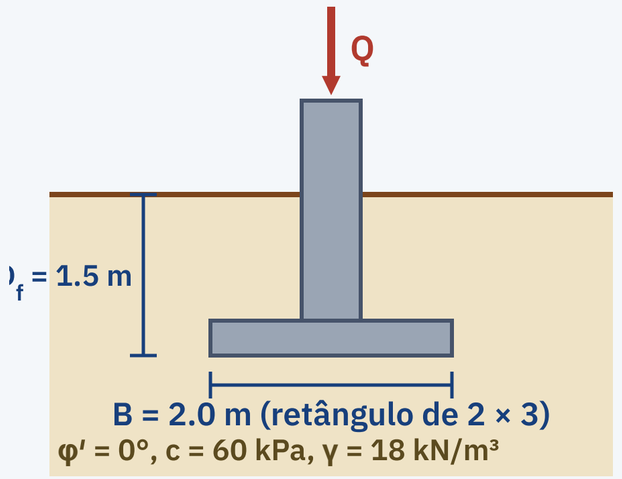
EXEMPLO

Dados

Fundação	**retângulo de 2 m × 3 m, D_f = 1.5 m, carga vertical centrada**
Solo	**argila,** $\varphi = 0,\ c_u = 60\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; sem lençol freático**
Segurança	**FS = 3**

PEDE-SE

Determinar q_u, a tensão admissível bruta q_{all} e a capacidade de carga líquida.



Solução

SOLUÇÃO

1 Sobrecarga e fatores ($\varphi = 0$: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27\ \text{kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 Capacidade de carga ($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9}\ \text{kPa}$$

3 Tensão admissível bruta e líquida

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0\ \text{kPa}$$

Em argila não drenada, a capacidade de carga provém quase inteiramente do **termo de coesão** (453 / 480 kPa): os fatores de forma (1.13) e de profundidade (1.30) aumentam-no em cerca de 47%; como $N_\gamma = 0$ para $\varphi = 0$, não há termo de peso próprio.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Os coeficientes não mudam; q e γ mudam

TEORIA

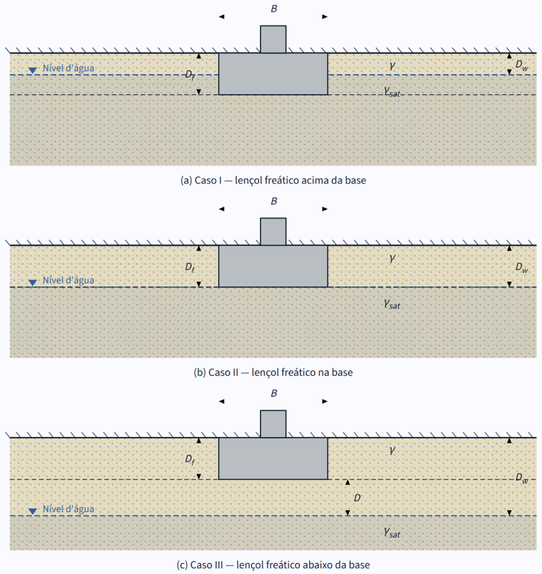
Abaixo do nível do lençol freático, atua o peso específico submerso γ′ = $\gamma_{sat} - \gamma_w$ (γ_w = 9.81). O módulo distingue três casos; D_W é a profundidade do lençol freático a partir da superfície:

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (terceiro termo)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

O caso II ($D_W = D_f$) é um caso particular do I: q = γ D_f, com γ′ no terceiro termo.

Abaixo da base, a água **não tem efeito** além da profundidade B.



Enunciado

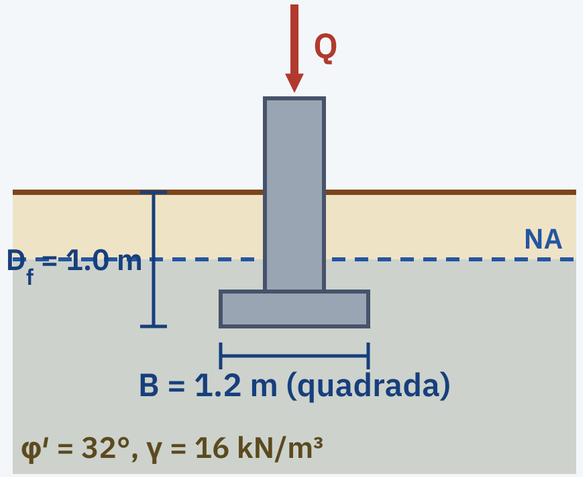
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Carga	**vertical, centrada; sem ε**

PEDE-SE

Determinar **q**, o peso específico do terceiro termo e $\mathbf{q_u}$ para o nível do lençol freático D_W = 0.5; 1.0; 1.5 e 2.6 m. (F_{qs} = 1.625; F_{qd} = 1.230; $F_{\gamma s}$ = 0.6; N_q = 23.18; N_γ = 30.21; sem inclinação)



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Caso I ($D_w = 0.5 < D_f$) e $D_w = D_f$

$$D_w = 0.5: \;\; q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845\ \text{kPa},\;\; \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \;\; q = 16(1.0) = 16.0\ \text{kPa},\;\; \gamma' = 9.69$$

2 Caso III ($D_w = 1.5 \Rightarrow D = 0.5\ \text{m} \leq B$) e água sem efeito ($D_w = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319\ \text{kN/m}^3\ ; \;\; q = 16\ \text{kPa}$$

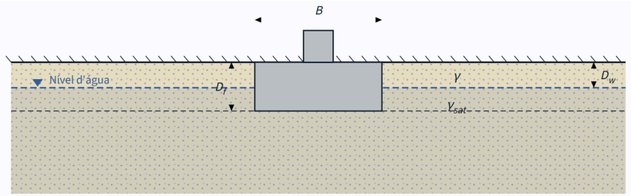
$$D_w = 2.6: \;\; q = 16,\;\; \gamma = 16$$

Solução (2/2)

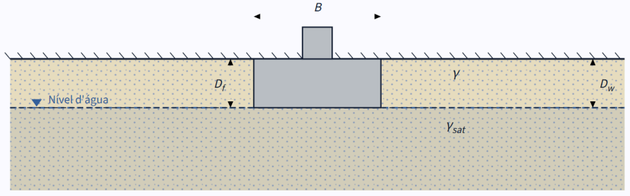
SOLUÇÃO

D_w (m)	Situação	q (kPa)	terceiro termo (γ)	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	desprezível	16.00	16.00	**667.9**

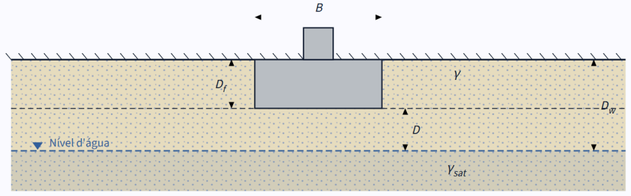
O lençol freático reduz a capacidade de carga de duas maneiras: a sobrecarga q diminui e o termo do peso próprio é calculado com γ′. Com a água a 0.5 m, q_u = 520; com a água profunda, 668 kPa (diferença de 22%). Os coeficientes não mudam em nada: **a água entra apenas por meio de q e γ**.



(a) Caso I — lençol freático acima da base



(b) Caso II — lençol freático na base



(c) Caso III — lençol freático abaixo da base

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

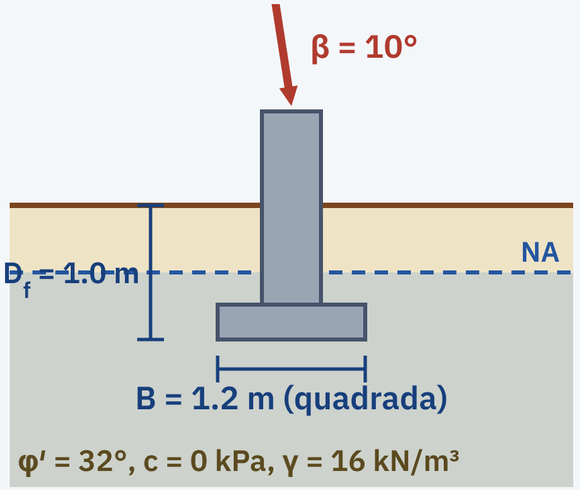
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Água subterrânea	**D_W = 0.5 m (caso I)**
Carga	**inclinada β = 10° em relação à vertical**
Segurança	**FS = 3**

PEDE-SE

q_u, q_{all} bruta, carga vertical admissível e carga **resultante admissível**; em seguida, q_u para c = 5 kPa.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficientes (φ′ = 32°; B/L = 1; D_f/B = 0.833; β = 10° < φ′)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 Caso I: q = 16(0.5) + (19.5 – 9.81)(0.5); γ′ = 9.69 kN/m³ (no terceiro termo)

$$q = \mathbf{12.845}\ \mathrm{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \mathrm{kN/m^3}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Capacidade de carga (c = 0: sem termo de coesão)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473) = 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 Tensão admissível e cargas (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa: termo de coesão (F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \Rightarrow q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Bruta e líquida, vertical e resultante

TEORIA

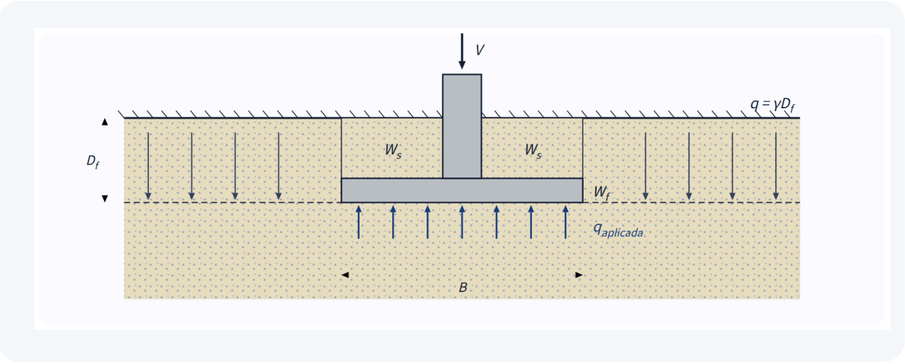
q_u é a tensão vertical no instante da ruptura. O módulo mantém separadas a tensão **bruta** e a **líquida**:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

A pressão aplicada q_{app} é a **pressão bruta vertical** na base sob as cargas de serviço, V/A; em carga inclinada, obtém-se dividindo pela área a componente vertical, e não a resultante. A fundação é aprovada nas seguintes condições:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

Carga vertical admissível $Q_{all} = q_{all,g}\,A$; a resultante admissível com inclinação β é $Q_{all}/\cos\beta$. Se q_{app} não for informado, o módulo fornece apenas as capacidades.



Enunciado

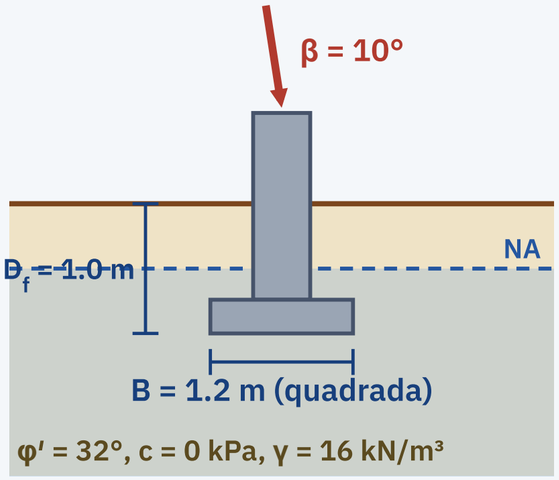
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Lençol freático, inclinação	**D_W = 0.5 m, β = 10° (Exemplo 8)**
Aplicado	**$q_{applied}$ = 150 kPa (vertical, bruta)**
Resultado (Exemplo 8)	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

PEDE-SE

Verificar as três condições (bruta, FS_{actual}, líquida).



Solução

SOLUÇÃO

1 Tensão admissível bruta

$$q_{apply} = 150\ \text{kPa} \leq q_{all,g} = 173.33\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{atende}$$

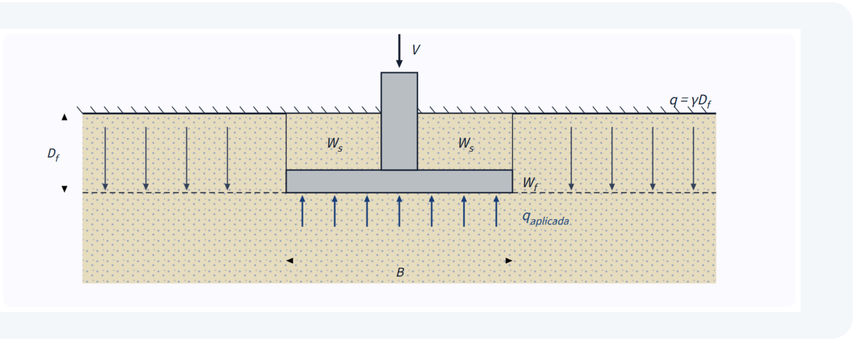
2 Fator de segurança real

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47} \ \geq 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2\ \text{kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{atende}$$



A sapata atende nas três condições. Carga vertical V = 150 × 1.44 = 216 kN; resultante 216/cos10° = 219.3 kN ≤ resultante admissível 253.4 kN.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Lençol freático, inclinação	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
Comparação	**Vesic N_γ = 30.21 e Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

PEDE-SE

Que valores assumiriam q_u e q_{all} bruta do Exemplo 8 com o N_γ de Meyerhof?

Solução

SOLUÇÃO

1 Apenas o terceiro termo muda

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u e q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

Nesta sapata, a diferença é de apenas **2.6%** (520 → 506 kPa): o termo de peso próprio é cerca de 10% de q_u. **Em sapata larga** e com baixa sobrecarga, o termo de peso próprio torna-se dominante e a escolha de N_γ altera o resultado de forma marcante.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

Equação geral: $q_u = cN_cF_c. + qN_qF_q. + ½\gamma BN_\gamma F_\gamma.$; com os fatores de forma (s), de profundidade (d) e de inclinação (i)

Teoria de Meyerhof: cunha a 45° + φ/2, zona radial, zona mista; representada por uma superfície livre equivalente acima da base (p_o, s_o, m, η, β)

Fundação superficial: $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner), $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl); $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

Fatores de forma (**De Beer**), de profundidade (**Hansen**) e de inclinação (**Meyerhof**); para $\varphi = 0$, $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$

O **lençol freático** altera apenas q e γ (3 casos), não os coeficientes

Verificação: $q_{applied} \leq q_{all,g}$, FS_{actual} e líquido; sob carga inclinada, a resultante admissível $Q_{all}/\cos\beta$

Referências bibliográficas

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — Seções 2.4–2.5; esta página segue a ordem de sua dedução; “a fonte” no texto desta página.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — a equação geral da capacidade de carga e seus fatores; “a segunda fonte” no texto desta página.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

As figuras foram elaboradas a partir do próprio mecanismo; o gráfico de Nq é calculado com base nas equações desta página.

NOTA

As figuras desta apresentação foram extraídas da página de Teoria do GeoTerva; todos os exemplos numéricos foram gerados com a própria biblioteca de cálculo do módulo, e o módulo fornece os mesmos valores.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Calcular passo a passo, no GeoTerva, a fundação do exemplo desta apresentação: o módulo abre com este modelo.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.