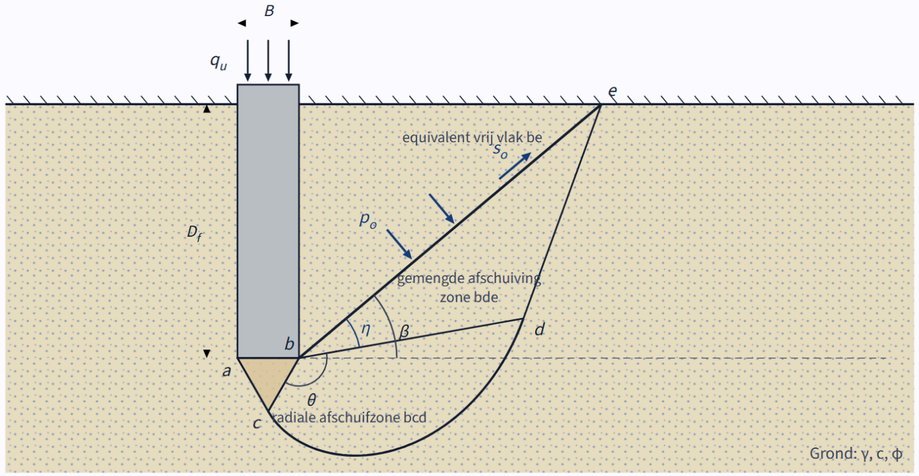
Geotechnische hoorcollegepresentatie · Funderingen

Draagvermogen volgens Meyerhof: algemene vergelijking

College: van het glijlijnennet van Meyerhof naar draagvermogensfactoren, van vorm-, diepte- en hellingscorrecties naar de grondwaterstand; bij elk onderwerp een rekenvoorbeeld.

Glijvlaktnet | $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ | Vorm · diepte · helling | Grondwater | Rekenvoorbeelden



Wat leren we in dit college?

De drie termen van de **algemene vergelijking voor het draagvermogen** herkennen, evenals de vorm-, diepte- en hellingsfactoren van elke term

Om het **glijlijnennet** van Meyerhof te volgen, het equivalente vrije oppervlak en hoe de coëfficiënten N_c en N_q eruit volgen

De coëfficiënten **Reissner (N_q), Prandtl (N_c)** en Vesic (N_γ) voor een fundering op maaiveld berekenen

De vormfactoren volgens **De Beer**, de dieptefactoren volgens **Hansen** en de belastingshellingsfactoren volgens **Meyerhof** toe te passen

Het ongedraineerde geval ($\varphi = 0$) en de drie gevallen van de **grondwaterstand** behandelen

De bruto en netto toelaatbare gronddruk bepalen en **toetsen**

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: wat is de regel, waarom is dat zo?

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeldfundering, het model dat in de module wordt geopend: een vierkante fundering van 1.2 m × 1.2 m in zand, D_f = 1 m, grondwater op 0.5 m, belasting 10° uit de verticaal hellend.

Drie termen, elk met zijn eigen coëfficiënten

THEORIE

De module berekent de **algemene draagvermogensvergelijking**: de drie termen van de vergelijking van Terzaghi (cohesie, deklaagdruk, eigen gewicht) en voor elke term een coëfficiënt voor **vorm van de fundering**, **aanlegdiepte** en **belastingshelling**:

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c, N_q komen uit de theorie van Meyerhof (1951); deze pagina leidt die **stap voor stap** af. Voor N_γ wordt een iteratiemethode beschreven, terwijl de module de gesloten vorm van Vesic gebruikt.

Het funderingsvlak is **ruw**; de grond eronder is homogeen en zeer diep; sterkte s = c + σ′tanφ. De belasting is centrisch; schuine belastingen worden met hellingsfactoren behandeld.

Verschil met Terzaghi: niet alleen voor ondiepe funderingen; de grond boven het niveau van het funderingsvlak wordt via een **equivalente vrije oppervlakte** in het mechanisme betrokken. In de vergelijking komt dit tot uiting als **dieptefactoren**: de module legt geen grens op aan D_f/B.

NOTATIES

c: cohesie, φ′: wrijvingshoek

q = γ D_f: deklaagdruk ter hoogte van het stichtingsvlak

γ: volumiek gewicht van de grond onder het stichtingsvlak

B: korte zijde van de fundering, L: lange zijde

$F_{.s}$ vorm, $F_{.d}$ diepte, $F_{.i}$ helling

Wig 45° + φ/2, radiale zone en gemengde zone

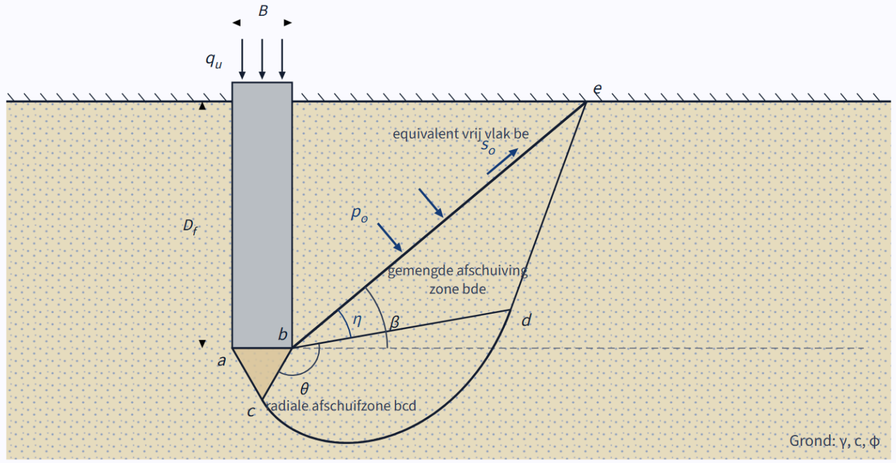
THEORIE

Meyerhof (1951) nam het in de figuur weergegeven bezwijkvlak aan. Onder de fundering bevindt zich een **elastische wig abc**, zoals ook uit proeven blijkt; de zijden hellen onder **45° + φ/2** in plaats van φ (Terzaghi nam φ). Daarnaast ligt de **radiale zone bcd**, begrensd door de logaritmische spiraal $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$; verder ligt, in plaats van de passieve Rankine-zone van Terzaghi, een **gemengde zone bde** waarin het glijden tussen radiaal en vlak ligt.

De grond boven de zone bde wordt niet verwaarloosd: de invloed ervan wordt weergegeven door de spanningen op het **equivalente vrije oppervlak** in het vlak be, p_o (normaal) en s_o (schuif). Het vlak helt onder een hoek β met de horizontaal; bd ligt op een afstand η daaronder.

Het draagvermogen wordt opnieuw door **superpositie** opgebouwd: de bijdrage van c en p_o' (N_c, N_q) en de bijdrage van γ (N_γ):

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



Gedeeltelijke mobilisatie m en Mohr-cirkel

THEORIE

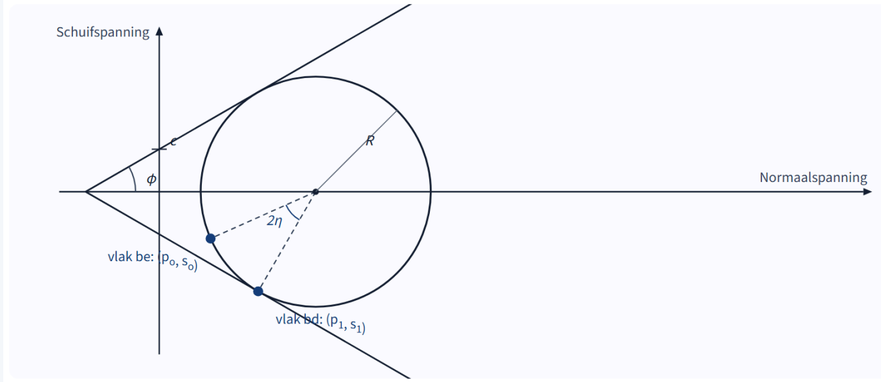
Op het equivalente vrije vlak wordt de schuifsterkte slechts **gedeeltelijk** gemobiliseerd: Meyerhof schreef de schuifspanning als een fractie van de sterkte. In de lineaire bde-zone verkeert de grond echter in plastisch evenwicht: op het bd-vlak wordt de volledige sterkte gemobiliseerd:

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

De spanningstoestand in het gebied bde is **één enkele Mohr-cirkel** (ernaast): punt bd ligt op de omhullende en punt be ligt 2η verder op de cirkel. Dit verbindt de hoek η met m.

Twee grenzen: **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0, **η = 45° − φ/2**; **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ, **η = 0**.



Hoe worden N_c en N_q afgeleid?

THEORIE

Op vlak bc bevindt ook de radiale zone zich in bezwijken: $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. Uit de momenten om pool b (alleen de normaalspanningen op de spiraal en de cohesie blijven over):

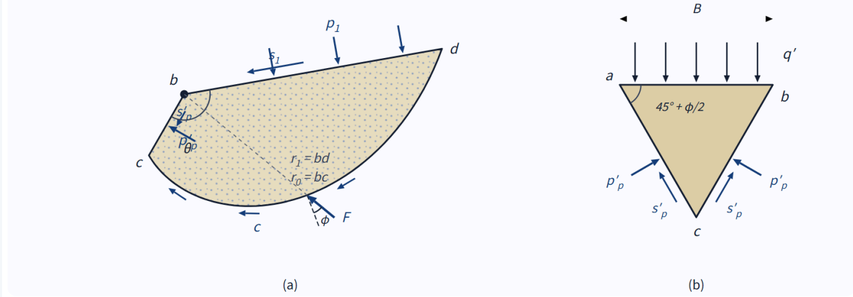
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

Vervolgens het verticale evenwicht van wig abc (elk vlak met lengte B/2 / cos(45° + φ/2)):

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Alles samenvoegen scheidt de termen met c en p_o:

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



Hoe vergroten de coëfficiënten β en m dit?

THEORIE

De coëfficiënten hangen af van φ′, van η via m, en via de helling β van het equivalente vrije oppervlak van de **hoek θ** die de spiraal doorloopt (geometrie van figuur 1):

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

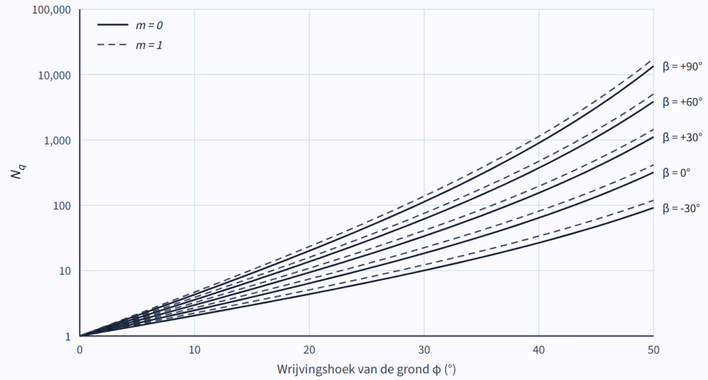
$$m = 0:\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1:\ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

Het equivalente vrije oppervlak van een diepe fundering is steiler, β is groter; de factoren nemen daarmee snel toe (zie nevenfiguur).

Fundering aan het oppervlak (de voorwaarde in de afleiding van Terzaghi): β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 en sin(2η + φ) = 1:

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Dit zijn **Reissners (1924) N_q** en **Prandtls (1921) N_c**; de module gebruikt deze. Met $p_o = \gamma D_f = q$ worden de termen met c en q gelijk aan $cN_c + qN_q$; de grond boven de zool komt in de berekening via **dieptefactoren** in plaats van β en m. Voor φ → 0 geldt $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.



Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
Gevallen	**(a) fundering aan het maaiveld: β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
Formules	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\quad N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

GEVRAAGD

Bepaal voor elk geval de waarden van **η, θ, N_q** en N_c. Komt N_q aan het maaiveld overeen met de gesloten vorm van Reissner?

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 (a) Fundering op maaiveld: m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30°; θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90° (gelijk aan Reissners waarde $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

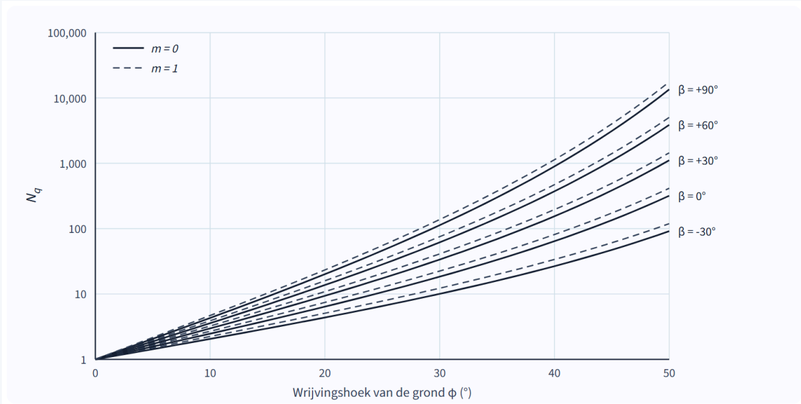
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

Toestand	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

De fundering aan het maaiveld is **gelijk** aan de gesloten vorm (18.40). Naarmate β groter wordt en de mobilisatie toeneemt, **stijgen de coëfficiënten snel**: (a) → (c) N_q met een factor 1.65. De module verrekent deze toename niet via het mechanisme, maar via de **dieptefactoren** (latere paragrafen).



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

N_γ: proefmethode, Meyerhof 1963 en Vesic

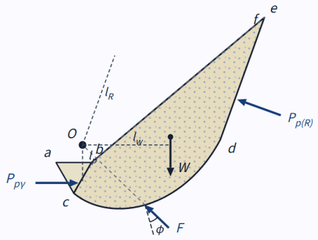
THEORIE

Zoals bij Terzaghi bestaat er geen gesloten vorm voor N_γ; zij wordt door **beproeving** gevonden: φ, β en m worden gekozen; θ wordt bepaald; vanuit het gekozen middelpunt O wordt een logaritmische spiraal getekend; voor het lichaam bcdf het gewicht W en de passieve Rankine-kracht $P_{p(R)}$ op df; uit de momenten om O de passieve kracht op bc:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

Door O te variëren wordt de kleinste $P_{p\gamma}$ gevonden; samen met het eigen gewicht van wig abc:

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) \quad \text{(Meyerhof 1963)}$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi \quad \text{(Vesic 1973, } \textbf{hier}\text{)}$$

N_c, N_q, N_γ zijn uitsluitend afhankelijk van φ′

THEORIE

De twee bronnen zijn **gelijk** voor N_c en N_q; ze verschillen voor N_γ: N_γ is de factor die het sterkst afhangt van de aanname van de wigvorm. Bij φ = 30° geeft Vesic 22.40, Meyerhof (1963) 15.67. Met de N_γ van Meyerhof zou de term voor het eigen gewicht, en daarmee q_u van de wrijvingsgrond, lager uitvallen.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

COËFFICIËNTEN

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**
Methode	**Reissner, Prandtl, Vesic; ter vergelijking Meyerhof (1963)**

GEVRAAGD

Bepaal de waarden van **N_q, N_c, N_γ** met gesloten vormen; vergelijk de N_γ van Vesic met Meyerhof (1963).

Oplossing

OPLOSSING

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 Vesic N_γ (die de module gebruikt) en Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

De N_γ van Vesic is **37%** groter dan die van Meyerhof (φ′ = 32°). In overeenstemming met de tabelwaarden: N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

De Beer: niet-strookfundering

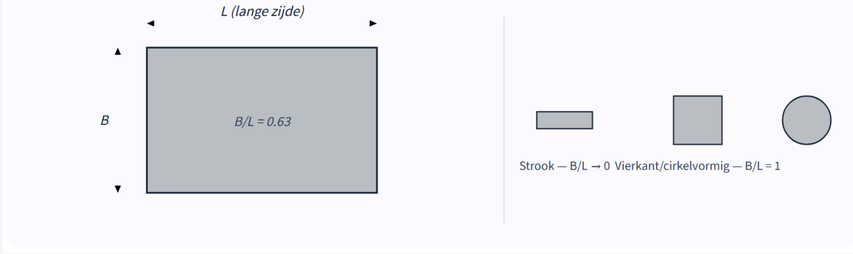
THEORIE

De afleiding geldt voor een continue (strook)fundering (vlakke vervormingstoestand). Bij een rechthoekige fundering is het bezwijken driedimensionaal: de grond kan ook vanaf de uiteinden van de wig en vanaf de zijkanten bewegen. **De Beer** (1970) corrigeert elke term met de verhouding van de korte zijde tot de lange zijde, B/L:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

Bij een strookfundering (B/L → 0) zijn alle drie de coëfficiënten gelijk aan 1; de vergelijking reduceert tot de vorm voor vlakke vervorming.

Bij een vierkante fundering B/L = 1: de N_γ-term neemt met 40% af ($F_{\gamma s}$ = 0.6), terwijl de q- en c-termen toenemen.



Opgave

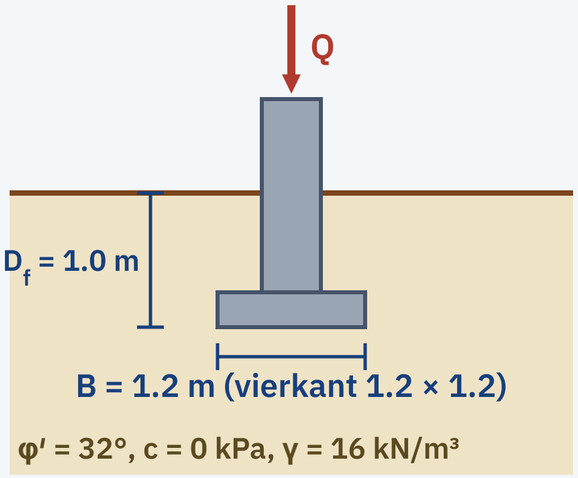
VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(Voorbeeld 2)**
Fundering	**vierkant B = L = 1.2 m; vergelijking: B/L = 0.5 en strook**

GEVRAAGD

Bepaal de waarden F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ voor een vierkante fundering; bepaal dezelfde factoren ook voor B/L = 0.5.



Oplossing

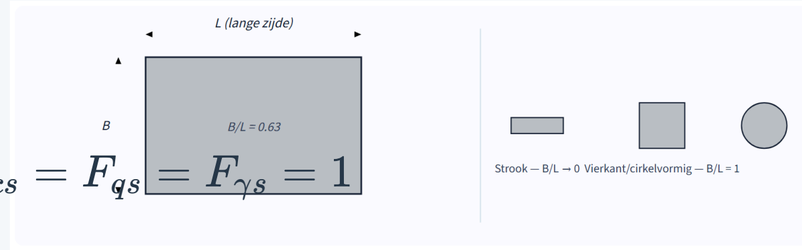
OPLOSSING

1 Vierkante fundering (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 en strook

$$B/L = 0.5: \; F_{cs} = 1.327,\; F_{qs} = 1.312,\; F_{\gamma s} = 0.800 \qquad \text{strook}: \; F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$$



Bij een vierkante fundering neemt de q-term met **62%** toe, de term van het eigen gewicht neemt met 40% af. Naarmate B/L kleiner wordt, naderen de coëfficiënten de strookwaarde (1).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Hansen: bijdrage van de grond boven het funderingsvlak

THEORIE

Terzaghi beschouwt de grond boven de zool alleen als **dode last**. In de theorie van Meyerhof **biedt zij echter ook weerstand** via een equivalent vrij oppervlak; in de algemene vergelijking wordt dit in rekening gebracht met de **dieptefactoren van Hansen (1970)**, die toenemen met D_f/B:

$$D_f/B \le 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c\tan\varphi}\;(\varphi>0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k\;(\varphi=0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1) of $\tan^{-1}(D_f/B)$ (> 1, radialen). Voorbij $D_f/B = 1$ blijft de arctangens de coëfficiënten langzaam vergroten: **anders dan bij Terzaghi vereist deze vergelijking geen dieptegrens**.

Opgave

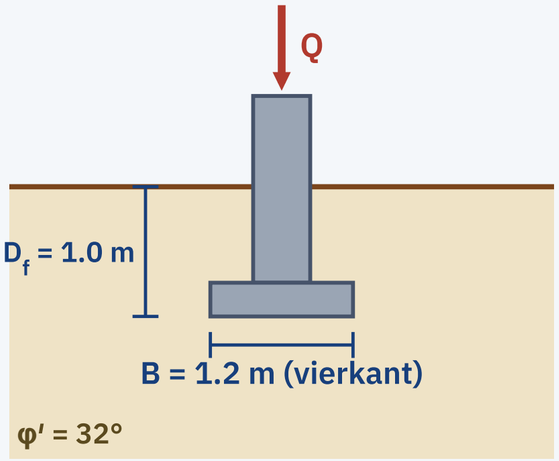
VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
Fundering	**B = 1.2 m; D_f = 1.0 m (voorbeeld) en ter vergelijking D_f = 2.4 m**
Ongedraineerd	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

GEVRAAGD

Bepaal de waarden van **F_{qd}, F_{cd}** en $F_{\gamma d}$ voor elke situatie.



Oplossing

OPLOSSING

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \le 1$ (lineaire vorm)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (arctangens: $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 Ongedraineerd ($\varphi = 0$): $F_{qd} = 1$; $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B 0.83 → 2: F_{qd} 1.230 → 1.306; de dieptebijdrage neemt toe maar **vlakt geleidelijk af**.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Meyerhof: schuine belasting

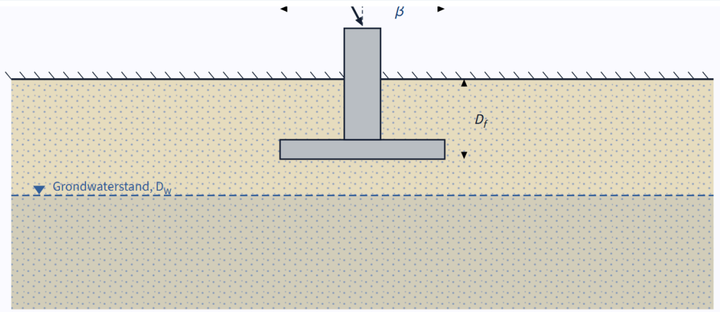
THEORIE

Een belasting onder een hoek β met de verticaal wekt minder verticale weerstand op dan een verticale belasting: een deel van de belasting duwt de fundering zijwaarts. De vergelijking geeft het draagvermogen alleen voor de **verticale component** van de belasting. De hellingsfactoren van **Meyerhof** (1963) verkleinen elke term:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

Bij β = 0 zijn alle drie gelijk aan 1. $F_{\gamma i}$ bereikt nul bij β = φ en **blijft** daar: de module staat niet toe dat $(1 - \beta/\varphi)^2$ weer toeneemt. β wordt aanvaard **tot 89°**, onder het punt waarop $(1 - \beta/90°)^2$ weer zou beginnen toe te nemen.

Een schuine belasting verlaagt het draagvermogen, met name via de term voor het eigen gewicht.



De vergelijking geeft uitsluitend het uiterste draagvermogen voor de VERTICALE component van een schuine belasting.

Opgave

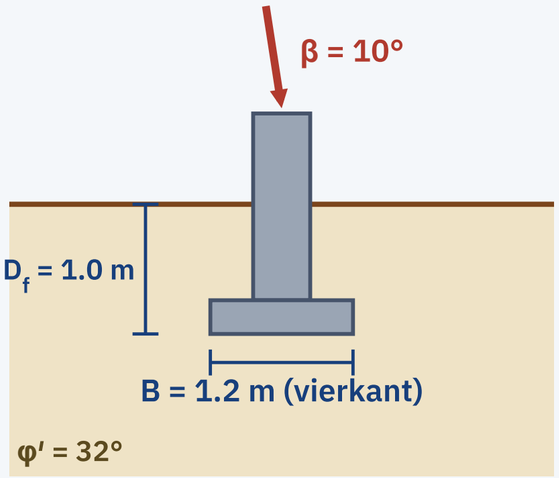
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.2 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	**zand:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Volumiek gewicht	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(onder de grondwaterstand)**
Belasting	**β = 10° met de verticaal (aanvulling: 20°, 30°, 32°)**

GEVRAAGD

Bepaal de waarden van F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ voor β = 10°; wat gebeurt er als β toeneemt?



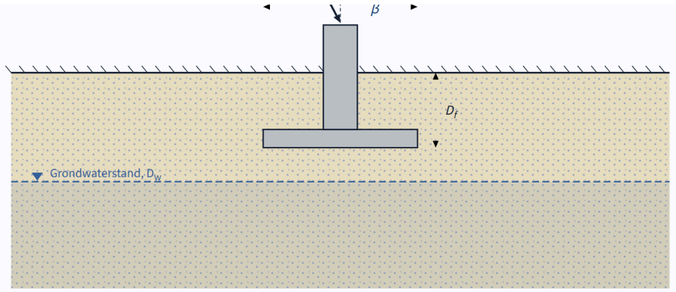
Oplossing

OPLOSSING

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ; \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



De vergelijking geeft uitsluitend het uiterste draagvermogen voor de VERTICALE component van een schuine belasting.

Een belasting onder 10° verlaagt de q- en c-termen met **21%** en de eigen-gewichtsterm met **53%**; bij β = φ′ = 32° verdwijnt de eigen-gewichtsterm volledig.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Algemene vergelijking en ongedraineerd geval

THEORIE

Met de coëfficiënten uit §5–10 wordt de algemene vergelijking compleet gemaakt. Onder verticale belasting zijn bij een **strookfundering** op het niveau van het funderingsvlak alle correctiecoëfficiënten gelijk aan 1 en krijgt de vergelijking de vorm van Terzaghi: alleen staan er in plaats van de coëfficiënten van Terzaghi de waarden Reissner N_q, Prandtl N_c en Vesic N_γ.

Ongedraineerde belasting ($\varphi = 0$, $c = c_u$): $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

Grondwater komt in de vergelijking zoals bij Terzaghi (§12): via q en het volumiek gewicht van de derde term, **nooit via de coëfficiënten**.

Opgave

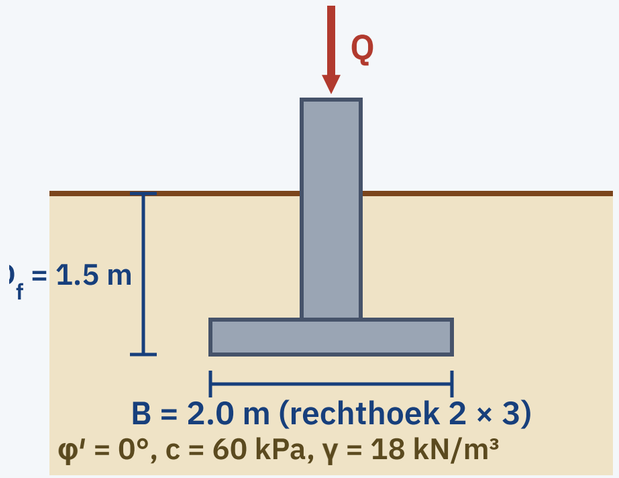
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**rechthoekig 2 m × 3 m, D_f = 1.5 m, centrale verticale belasting**
Grond	**klei, $\varphi = 0,\ c_u = 60\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$; geen grondwater**
Veiligheid	**FS = 3**

GEVRAAGD

Bepaal q_u, de bruto q_{all} en het netto draagvermogen.



Oplossing

OPLOSSING

1 Bovenbelasting en coëfficiënten ($\varphi = 0$: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27\ \text{kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 Draagvermogen ($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9}\ \text{kPa}$$

3 Bruto en netto toelaatbare gronddruk

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0\ \text{kPa}$$

In ongedraineerde klei komt het draagvermogen vrijwel volledig uit de **cohesieterm** (453 / 480 kPa): de vormcoëfficiënt (1.13) en de dieptecoëfficiënt (1.30) vergroten het met ongeveer 47%; omdat bij $\varphi = 0$ geldt $N_\gamma = 0$, is er geen term voor het eigen gewicht.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Coëfficiënten ongewijzigd; q en γ veranderen

THEORIE

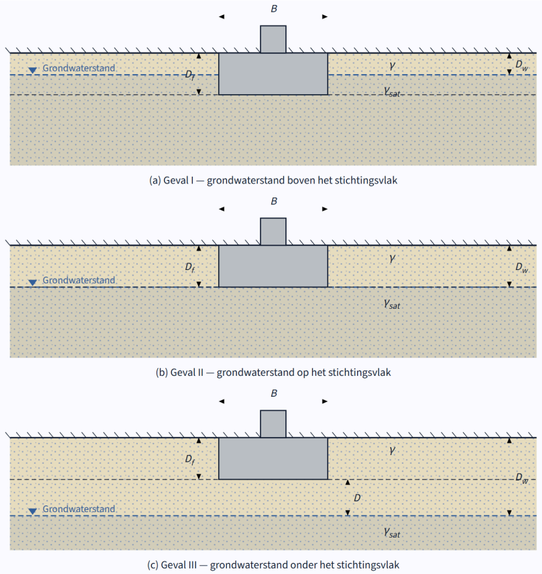
Onder de grondwaterstand werkt het effectieve volumieke gewicht γ′ = γ_{sat} − γ_w (γ_w = 9.81). De module onderscheidt drie gevallen; D_w is de diepte van de grondwaterstand vanaf het maaiveld:

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (derde term)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Geval II ($D_w = D_f$) is een speciaal geval van I: q = γ D_f, met γ′ in de derde term.

Dieper dan één B onder de funderingszool heeft water **geen invloed**.



(a) Geval I — grondwaterstand boven het stichtingsvlak

(b) Geval II — grondwaterstand op het stichtingsvlak

(c) Geval III — grondwaterstand onder het stichtingsvlak

Opgave

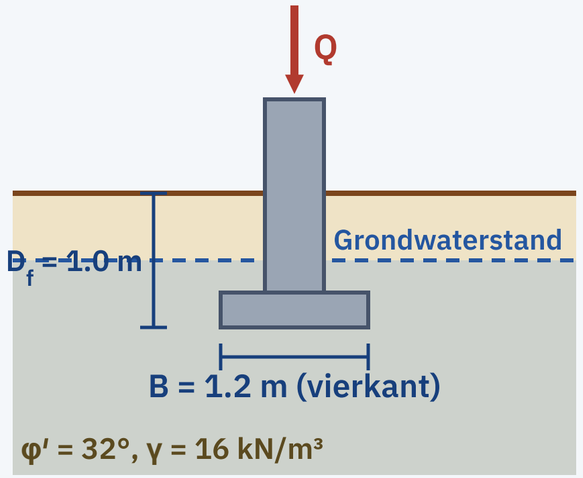
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.2 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	**zand:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Volumiek gewicht	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(onder de grondwaterstand)**
Belasting	**verticaal, centrisch; geen ε**

GEVRAAGD

Bepaal **q**, het volumiek gewicht in de derde term en $\mathbf{q_u}$ voor grondwaterstand D_W = 0.5; 1.0; 1.5 en 2.6 m. (F_{qs} = 1.625; F_{qd} = 1.230; $F_{\gamma s}$ = 0.6; N_q = 23.18; N_γ = 30.21; geen helling)



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Geval I ($D_w = 0.5 < D_f$) en $D_w = D_f$

$$D_w = 0.5: \;\; q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845\ \text{kPa},\;\; \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \;\; q = 16(1.0) = 16.0\ \text{kPa},\;\; \gamma' = 9.69$$

2 Geval III ($D_w = 1.5 \Rightarrow D = 0.5\ \text{m} \leq B$) en water zonder invloed ($D_w = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319\ \text{kN/m}^3\ ;\;\; q = 16\ \text{kPa}$$

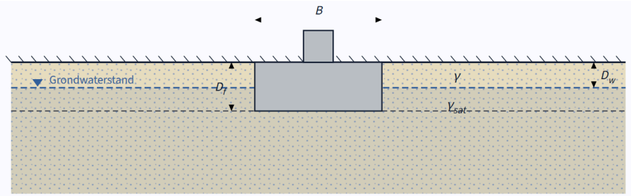
$$D_w = 2.6: \;\; q = 16,\;\; \gamma = 16$$

Oplossing (2/2)

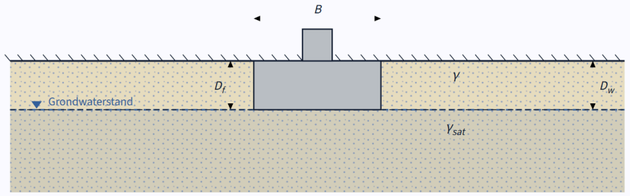
OPLOSSING

D_w (m)	Toestand	q (kPa)	γ derde term	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	verwaarloosbaar	16.00	16.00	**667.9**

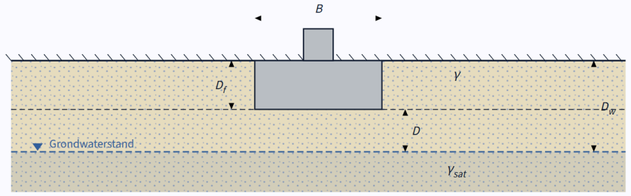
Grondwater verlaagt het draagvermogen op twee manieren: de bovenbelasting q neemt af en de term voor het eigen gewicht wordt met γ′ berekend. Bij water op 0.5 m is q_u = 520, bij diep water 668 kPa (22% verschil). De factoren veranderen nooit: **water komt alleen via q en γ binnen**.



(a) Geval I — grondwaterstand boven het stichtingsvlak



(b) Geval II — grondwaterstand op het stichtingsvlak



(c) Geval III — grondwaterstand onder het stichtingsvlak

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

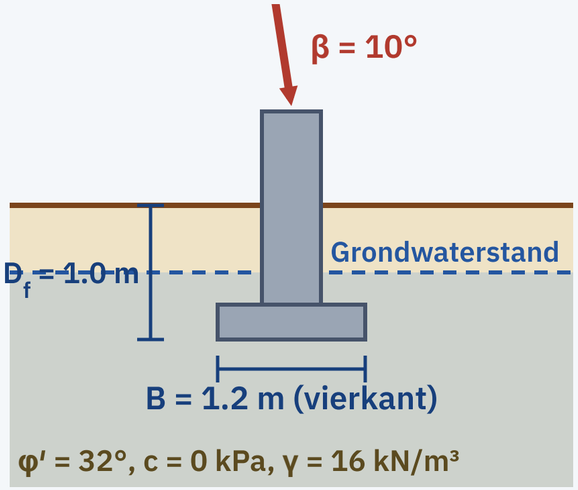
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.2 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	**zand:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Volumiek gewicht	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(onder de grondwaterstand)**
Grondwater	**D_w = 0.5 m (geval I)**
Belasting	**onder β = 10° ten opzichte van de verticaal**
Veiligheid	**FS = 3**

GEVRAAGD

q_u, bruto **q_{all}**, toelaatbare verticale belasting en **toelaatbare resultante** belasting; vervolgens q_u voor c = 5 kPa.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënten ($\varphi' = 32°$; $B/L = 1$; $D_f/B = 0.833$; $\beta = 10° < \varphi'$)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 Geval I: $q = 16(0.5) + (19.5 - 9.81)(0.5)$; $\gamma' = 9.69$ kN/m³ (in de derde term)

$$q = \mathbf{12.845}\ \mathrm{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \mathrm{kN/m^3}$$

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Draagvermogen (c = 0: geen cohesieterm)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473)$$
$$= 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 Toelaatbare gronddruk en belastingen (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa: cohesieterm (F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \Rightarrow q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Bruto en netto, verticaal en resultante

THEORIE

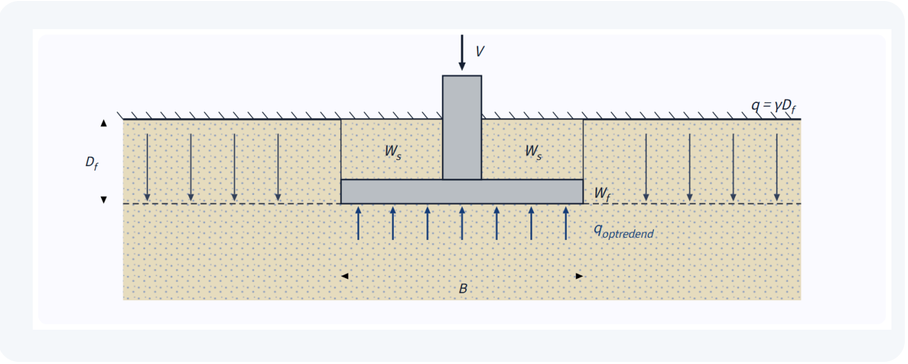
q_u is de verticale druk op het moment van bezwijken. De module behandelt de **bruto** en de **netto** druk afzonderlijk:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

De aangebrachte druk q_{app} is de **verticale bruto druk** aan de onderzijde onder gebruiksbelastingen, V/A; bij excentrische belasting wordt de verticale component, niet de resultante, door de oppervlakte gedeeld. De fundering voldoet onder de volgende voorwaarden:

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Toelaatbare verticale belasting $Q_{all} = q_{all,g}$ A; de toelaatbare resultante onder helling β is $Q_{all}/\cos\beta$. Als q_{uyg} niet wordt ingevoerd, geeft de module alleen de capaciteiten.



Opgave

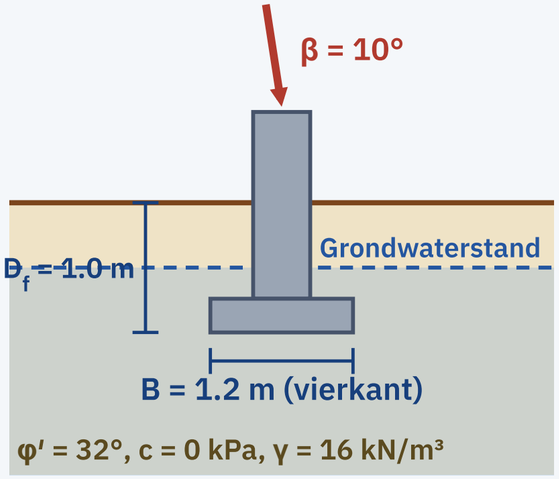
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.2 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	**zand:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Volumiek gewicht	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(onder de grondwaterstand)**
Grondwater, helling	**D_W = 0.5 m, β = 10° (Voorbeeld 8)**
Aangebracht	**$q_{applied}$ = 150 kPa (verticaal, bruto)**
Resultaat (Voorbeeld 8)	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

GEVRAAGD

Controleer de drie voorwaarden (bruto, $FS_{werkelijk}$, netto).



Oplossing

OPLOSSING

1 Bruto toelaatbare gronddruk

$$q_{apply} = 150\ \text{kPa} \leq q_{all,g} = 173.33\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{geldig}$$

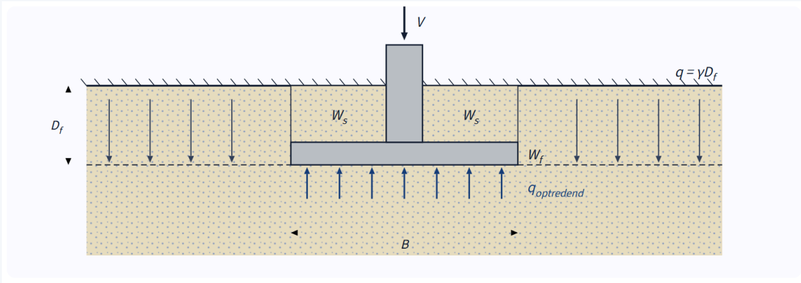
2 Werkelijke veiligheidsfactor

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47} \ \geq 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2\ \text{kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{geldig}$$



De fundering voldoet in alle drie de gevallen. Verticale belasting V = 150 × 1.44 = 216 kN; resultante 216/cos10° = 219.3 kN ≤ toelaatbare resultante 253.4 kN.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.2 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	**zand:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Volumiek gewicht	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(onder de grondwaterstand)**
Grondwater, helling	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
Vergelijking	**Vesic N_γ = 30.21 en Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

GEVRAAGD

Wat zouden q_u en de bruto q_{all} uit Voorbeeld 8 worden met de N_γ van Meyerhof?

Oplossing

OPLOSSING

1 Alleen de derde term verandert

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u en q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

Voor deze fundering is het verschil slechts **2.6%** (520 → 506 kPa): de term voor het eigen gewicht is ongeveer 10% van q_u. **Bij een brede fundering** en een lage bovenbelasting wordt de term voor het eigen gewicht dominant en verandert de keuze van N_γ het resultaat duidelijk.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

Algemene vergelijking: $q_u = cN_cF_c. + qN_qF_q. + ½\gamma BN_\gamma F_\gamma.$; met vormfactoren (s), dieptefactoren (d) en hellingsfactoren (i)

Theorie van Meyerhof: wig onder 45° + φ/2, radiale zone, gemengde zone; weergegeven door een equivalente vrije oppervlak boven de basis (p_o, s_o, m, η, β)

Fundering op staal: $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner), $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl); $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

De Beer vormfactoren, **Hansen** dieptefactoren, **Meyerhof** hellingsfactoren; bij φ = 0 geldt $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$

Grondwater verandert alleen q en γ (3 gevallen), niet de factoren

Toets: $q_{opgelegd} \leq q_{all,g}$, $FS_{werkelijk}$ en netto; bij een schuine belasting de veilige resultante $Q_{all}/\cos\beta$

Literatuur

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — paragrafen 2.4–2.5; deze pagina volgt de volgorde van de afleiding; "de bron" in de tekst op deze pagina.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — de algemene draagvermogensvergelijking en haar factoren; "de tweede bron" in de tekst op deze pagina.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

De figuren zijn afgeleid uit het bezwijkmechanisme zelf; het diagram van Nq is berekend met de vergelijkingen op deze pagina.

OPMERKING

De figuren in deze presentatie zijn overgenomen van de Theoriepagina van GeoTerva; alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsbibliotheek van de module, en de module geeft dezelfde waarden.

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Bereken de voorbeeldfundering uit dit college stap voor stap in GeoTerva: de module opent met dit model.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.