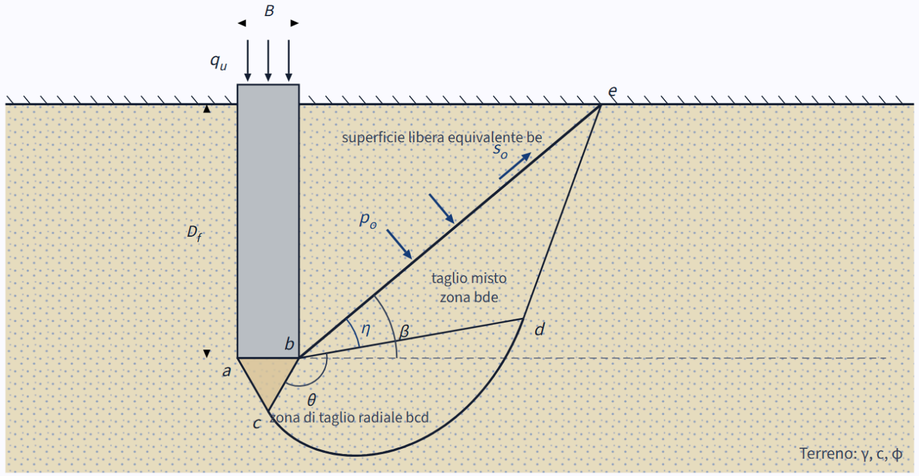
Presentazione didattica di geotecnica · Fondazioni

Capacità portante di Meyerhof: equazione generale

Lezione: dalla rete di linee di scorrimento di Meyerhof ai fattori di capacità portante, dalle correzioni di forma, profondità e inclinazione alla falda freatica; per ogni argomento un esempio di calcolo.

- Rete di linee di scorrimento
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Forma · profondità · inclinazione
- Falda freatica
- Esempi di calcolo



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- Riconoscere i tre termini dell'**equazione generale della capacità portante** e i fattori di forma, profondità e inclinazione di ciascun termine
- Seguire la **rete di linee di scorrimento** di Meyerhof, la superficie libera equivalente e come si ottengono i coefficienti N_c, N_q
- Come calcolare i coefficienti di **Reissner (N_q), Prandtl (N_c)** e Vesic (N_γ) per una fondazione superficiale
- Applicare i fattori di **forma di De Beer**, di **profondità di Hansen** e di **inclinazione di Meyerhof**
- Come trattare il caso non drenato ($\varphi = 0$) e i tre casi di **falda freatica**
- Determinare e **verificare** la pressione ammissibile lorda e netta

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Fondazione di esempio, il modello con cui si apre il modulo: una fondazione quadrata di 1.2 m × 1.2 m in sabbia, D_f = 1 m, falda freatica a 0.5 m, carico inclinato di 10° rispetto alla verticale.

Tre termini, ciascuno con i propri coefficienti

TEORIA

Il modulo calcola la **equazione generale della capacità portante**: i tre termini dell'equazione di Terzaghi (coesione, sovraccarico, peso proprio) e, per ciascun termine, un coefficiente per la **forma della fondazione**, la **profondità** e l'**inclinazione del carico**:

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c e N_q derivano dalla teoria di Meyerhof (1951); questa pagina la deduce **passaggio per passaggio**. Per N_γ si descrive un metodo per tentativi, mentre il modulo utilizza la forma chiusa di Vesic.

Il piano di posa della fondazione è **ruvido**; il terreno sottostante è omogeneo e molto profondo; la resistenza è $s = c + \sigma'\tan\varphi$. Il carico è centrato; i carichi inclinati sono trattati con i fattori di inclinazione.

La differenza rispetto a Terzaghi: non vale solo per fondazioni superficiali; il terreno al di sopra del piano di posa entra nel meccanismo attraverso una **superficie libera equivalente**. Nell'equazione ciò compare come **fattori di profondità**: il modulo non impone alcun limite a D_f/B.

NOTAZIONI

c: coesione, φ′: angolo di attrito interno

q = γ D_f: sovraccarico al livello del piano di posa

γ: peso dell'unità di volume del terreno sotto la base

B: lato corto della fondazione, L: lato lungo

$F_{.s}$ forma, $F_{.d}$ profondità, $F_{.i}$ inclinazione

Cuneo 45° + φ/2, zona radiale e zona mista

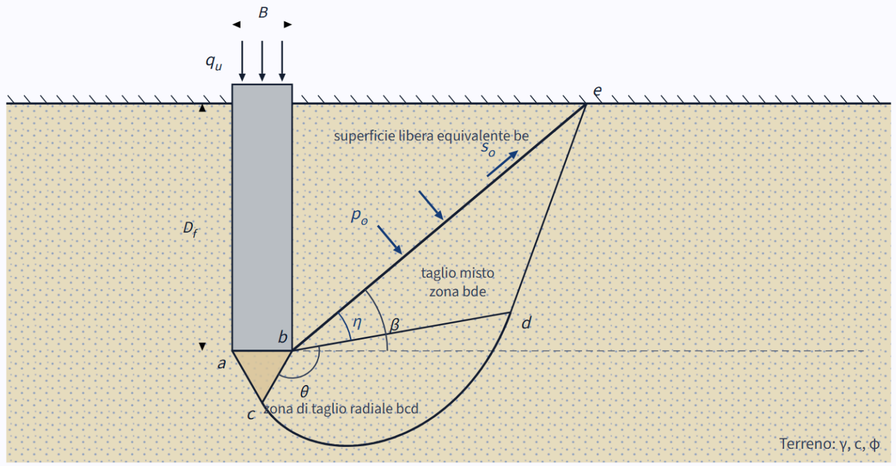
TEORIA

Meyerhof (1951) adottò la superficie di rottura riportata in Figura. Sotto la fondazione è presente un **cuneo elastico abc**, come mostrano anche le prove sperimentali; i suoi lati sono inclinati di **45° + φ/2** e non di φ (Terzaghi aveva adottato φ). Accanto ad esso si trova la **zona radiale bcd**, delimitata dalla spirale logaritmica $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$; oltre di essa, al posto della zona passiva di Rankine di Terzaghi, si ha la **zona mista bde**, in cui lo scorrimento è intermedio tra radiale e piano.

Il terreno al di sopra della zona bde non è trascurato: il suo effetto è rappresentato dalle tensioni sulla **superficie libera equivalente** nel piano be, p_o (normale) e s_o (tangenziale). Il piano è inclinato di β rispetto all'orizzontale; bd si trova a η al di sotto di esso.

La capacità portante è ancora costruita per **sovrapposizione**: il contributo di c e p_o' (N_c, N_q) e il contributo di γ (N_γ):

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



Mobilitazione parziale m e cerchio di Mohr

TEORIA

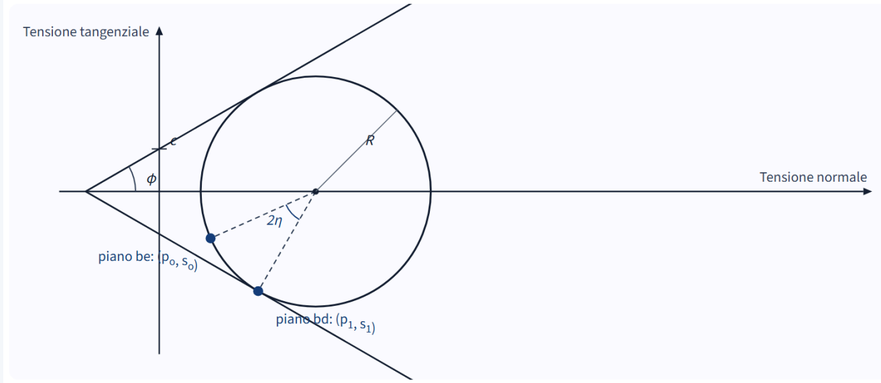
Sulla superficie libera equivalente la resistenza al taglio è mobilitata solo **parzialmente**: Meyerhof ha espresso la tensione tangenziale come una frazione della resistenza. Nella zona lineare bde, invece, il terreno è in equilibrio plastico: sul piano bd è mobilitata l'intera resistenza:

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

Lo stato tensionale nella regione bde è **un unico cerchio di Mohr** (a lato): il punto bd giace sull'inviluppo, il punto be è avanzato sul cerchio di 2η. Ciò lega l'angolo η con m.

Due limiti: **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0, **η = 45° − φ/2**; **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ, **η = 0**.



Come si ricavano N_c e N_q?

TEORIA

Sulla faccia bc anche la zona radiale è in rottura: $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. Dai momenti rispetto al polo b (restano solo le tensioni normali sulla spirale e la coesione):

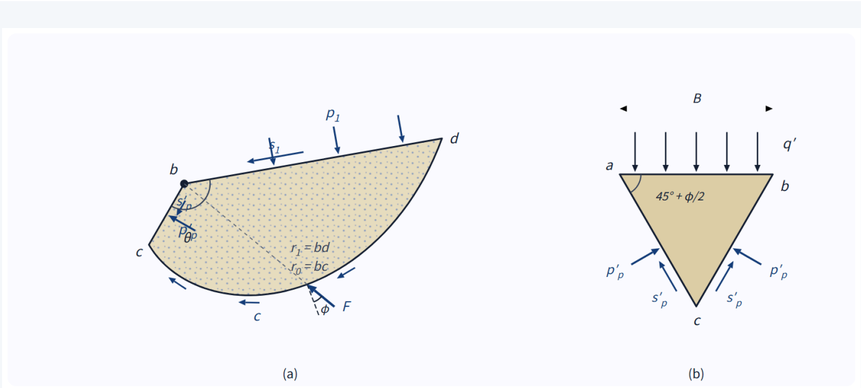
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

Poi l'equilibrio verticale del cuneo abc (ciascuna faccia di lunghezza B/2 / cos(45° + φ/2)):

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Combinando tutto si separano i termini c e p_o:

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



In che modo i coefficienti β e m la incrementano?

TEORIA

I coefficienti dipendono da φ′, da η tramite m e, tramite l'inclinazione β della superficie libera equivalente, dall'**angolo θ** spazzato dalla spirale (geometria della Figura 1):

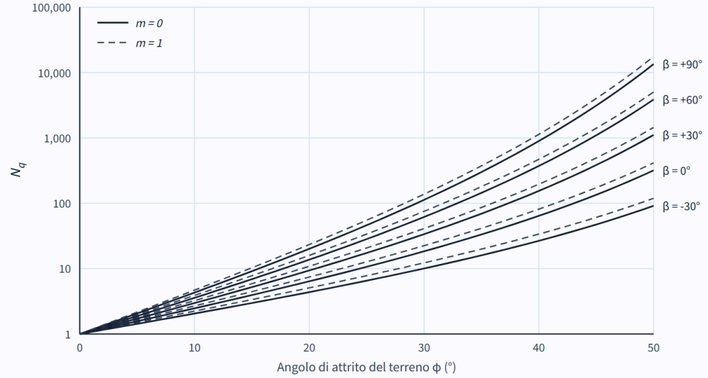
$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

$$m = 0: \ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1: \ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

La superficie libera equivalente di una fondazione profonda è più ripida, β è maggiore; i coefficienti aumentano rapidamente con essa (a lato).

Fondazione in superficie (la condizione nella derivazione di Terzaghi): β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 e sin(2η + φ) = 1:

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$



Si tratta della **N_q di Reissner (1924)** e della **N_c di Prandtl (1921)**; il modulo utilizza queste espressioni. Assumendo $p_o = \gamma D_f = q$, i termini c e q diventano $cN_c + qN_q$; il terreno sopra il piano di posa entra nel calcolo tramite i **fattori di profondità** anziché β e m. Per φ → 0 risulta $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
Casi	**(a) fondazione superficiale: β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
Formule	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\quad N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

RICHIESTO

Per ciascun caso determinare i valori di **η, θ, N_q** e N_c. In superficie N_q concorda con la forma chiusa di Reissner?

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 (a) Fondazione in superficie: m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30°; θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90° (coincide con il valore $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ di Reissner)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

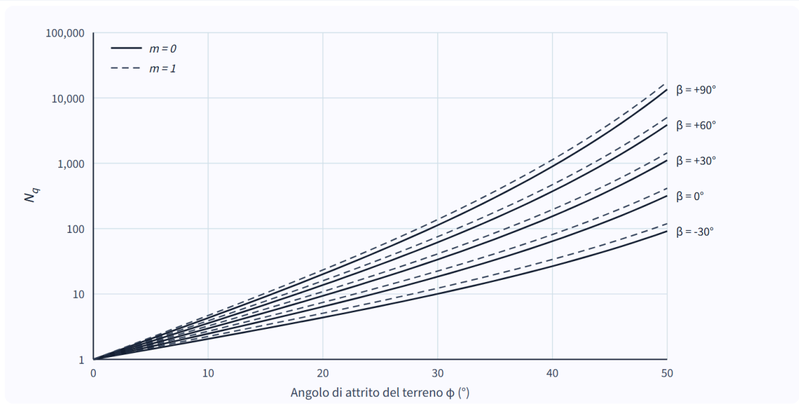
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

Condizione	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

La fondazione superficiale è **la stessa** della forma chiusa (18.40). Al crescere di β e della mobilitazione i coefficienti **aumentano rapidamente**: da (a) a (c) N_q di 1.65 volte. Il modulo tiene conto di questo aumento non attraverso il meccanismo, ma mediante i **fattori di profondità** (nelle sezioni successive).



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

N_γ: metodo per tentativi, Meyerhof 1963 e Vesic

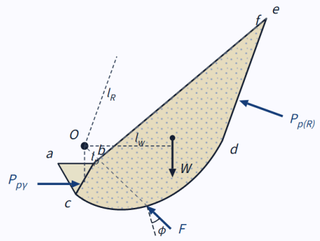
TEORIA

Come in Terzaghi, non esiste una forma chiusa per N_γ; esso si determina **per tentativi**: si scelgono φ, β e m; si trova θ; si traccia la spirale logaritmica dal centro di tentativo O; per il corpo bcdf si considerano il peso W e la spinta passiva di Rankine $P_{p(R)}$ su df; dai momenti intorno a O si ricava la spinta passiva su bc:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

Variando O si trova il minimo $P_{p\gamma}$; insieme al peso proprio del cuneo abc:

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) \quad \text{(Meyerhof 1963)}$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi \quad \text{(Vesic 1973, \textbf{qui})}$$

N_c, N_q, N_γ dipendono solo da φ′

TEORIA

Le due fonti sono **identiche** per N_c e N_q; differiscono per N_γ: N_γ è il coefficiente più dipendente dall'ipotesi sulla forma del cuneo. Per φ = 30°, Vesic fornisce 22.40, Meyerhof (1963) 15.67. Con N_γ di Meyerhof il termine di peso proprio, e quindi q_u del terreno attritivo, risulterebbe inferiore.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

COEFFICIENTI

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**
Metodo	**Reissner, Prandtl, Vesic; per confronto, Meyerhof (1963)**

RICHIESTO

Determinare i valori di $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$, $\mathbf{N_\gamma}$ con espressioni in forma chiusa; confrontare N_γ di Vesic con Meyerhof (1963).

Soluzione

SOLUZIONE

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 Vesic N_γ (utilizzato dal modulo) e Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

L'N_γ di Vesic è **37%** maggiore di quello di Meyerhof (φ′ = 32°). Coerente con i valori tabellari: N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

De Beer: fondazione non continua

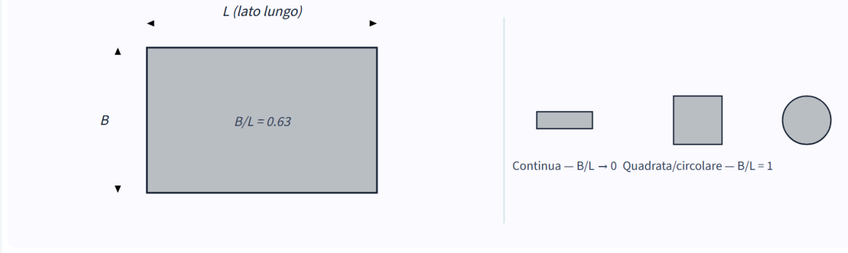
TEORIA

La derivazione è riferita a una fondazione continua (a striscia) (deformazione piana). Per una fondazione rettangolare la rottura è tridimensionale: il terreno può muoversi anche dalle estremità del cuneo e dai lati. **De Beer** (1970) corregge ciascun termine con il rapporto tra il lato corto e il lato lungo, B/L:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

Per la fondazione continua (B/L → 0) tutti e tre i coefficienti valgono 1; l'equazione si riduce alla forma di deformazione piana.

Per una fondazione quadrata B/L = 1: il termine N_γ si riduce del 40% ($F_{\gamma s}$ = 0.6), mentre i termini q e c aumentano.



Traccia

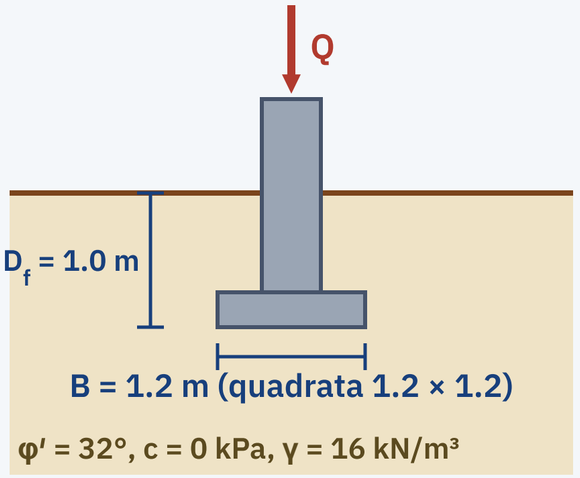
ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(Esempio 2)**
Fondazione	**quadrata B = L = 1.2 m; confronto: B/L = 0.5 e fondazione continua**

RICHIESTO

Determinare i valori F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ per una fondazione quadrata; determinare gli stessi fattori anche per B/L = 0.5.



Soluzione

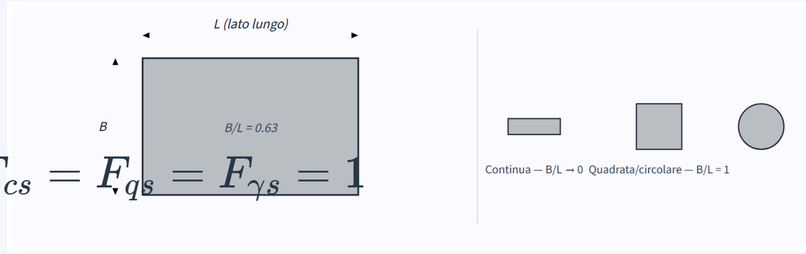
SOLUZIONE

1 Fondazione quadrata (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 e fondazione continua

$$B/L = 0.5: \; F_{cs} = 1.327,\; F_{qs} = 1.312,\; F_{\gamma s} = 0.800 \qquad \text{striscia}: \; F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$$



Nella fondazione quadrata il termine q aumenta del **62%**, il termine del peso proprio diminuisce del 40%. Al diminuire di B/L i coefficienti tendono al valore della fondazione continua (1).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Hansen: contributo del terreno sopra la base

TEORIA

Terzaghi considera il terreno sopra il piano di posa soltanto come **carico permanente**. Nella teoria di Meyerhof, invece, esso **offre anche resistenza** attraverso una superficie libera equivalente; nell'equazione generale ciò è tenuto in conto mediante i **fattori di profondità di Hansen (1970)**, che crescono con D_f/B:

$$D_f/B \le 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2 \frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2 \tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c \tan\varphi} \; (\varphi > 0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k \; (\varphi = 0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1) oppure $\tan^{-1}(D_f/B)$ (> 1, radianti). Oltre $D_f/B = 1$ l'arcotangente continua ad aumentare lentamente i coefficienti: **a differenza di quella di Terzaghi, questa equazione non richiede un limite di profondità**.

Traccia

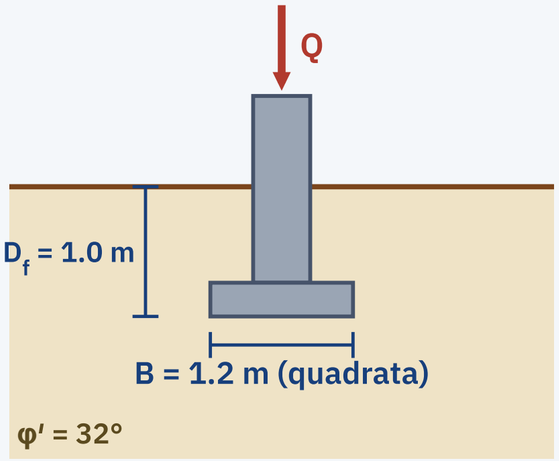
ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
Fondazione	**B = 1.2 m; D_f = 1.0 m (esempio) e confronto D_f = 2.4 m**
Non drenato	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

RICHIESTO

Determinare i valori di **F_{qd}, F_{cd}** e $F_{\gamma d}$ per ciascun caso.



Soluzione

SOLUZIONE

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \leq 1$ (forma lineare)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (arcotangente: $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 Non drenato ($\varphi = 0$): $F_{qd} = 1$; $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B da 0.83 a 2: F_{qd} da 1.230 a 1.306; il contributo della profondità aumenta ma **rallenta progressivamente**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Meyerhof: carico inclinato

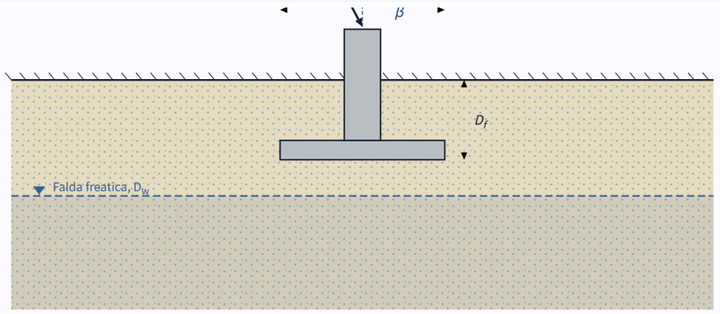
TEORIA

Un carico inclinato di un angolo β rispetto alla verticale mobilita una resistenza verticale minore di un carico verticale: una parte del carico spinge lateralmente la fondazione. L'equazione fornisce la capacità portante solo per la **componente verticale** del carico. I fattori di inclinazione di **Meyerhof** (1963) riducono ogni termine:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

Per β = 0 tutti e tre valgono 1. $F_{\gamma i}$ si annulla per β = φ e ivi **rimane**: il modulo non consente che $(1 - \beta/\varphi)^2$ ricresca. β è accettato **fino a 89°**, al di sotto del punto in cui $(1 - \beta/90°)^2$ ricomincerebbe a crescere.

Il carico inclinato riduce la capacità portante, in particolare attraverso il termine del peso proprio.



L'equazione restituisce la capacità portante ultima unicamente per la componente VERTICALE di un carico inclinato.

Traccia

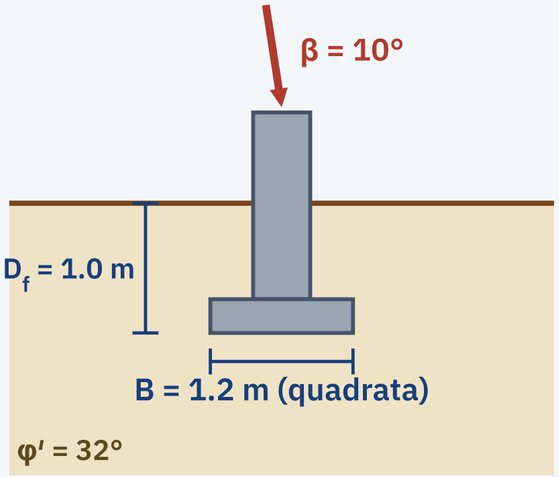
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.2 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	**sabbia:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sopra),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto la falda freatica)**
Carico	**β = 10° rispetto alla verticale (integrazione: 20°, 30°, 32°)**

RICHIESTO

Determinare i valori di F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ per β = 10°; che cosa accade all'aumentare di β?



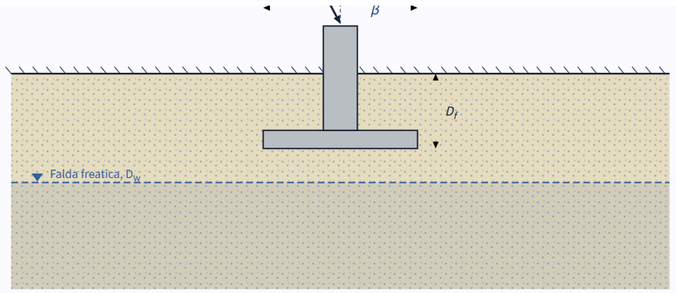
Soluzione

SOLUZIONE

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ; \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



L'equazione restituisce la capacità portante ultima unicamente per la componente VERTICALE di un carico inclinato.

Un carico inclinato di 10° riduce i termini q e c del **21%** e il termine di peso proprio del **53%**; per β = φ′ = 32° il termine di peso proprio si annulla completamente.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Equazione generale e caso non drenato

TEORIA

L'equazione generale si completa con i coefficienti del §5–10. Sotto carico verticale, su una **fondazione continua** al livello del piano di posa tutti i coefficienti di correzione valgono 1 e l'equazione assume la forma di quella di Terzaghi: soltanto, al posto dei coefficienti di Terzaghi, compaiono N_q di Reissner, N_c di Prandtl e N_γ di Vesic.

Carico non drenato ($\varphi = 0$, $c = c_u$): $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

La falda freatica entra nell'equazione come in Terzaghi (§12): attraverso q e il peso dell'unità di volume del terzo termine, **mai attraverso i coefficienti**.

Traccia

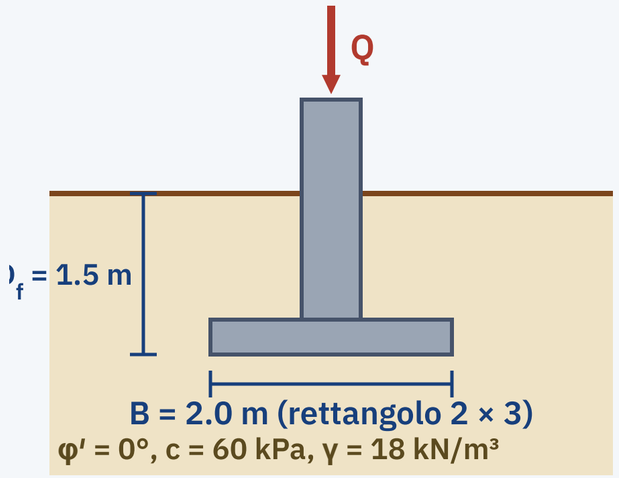
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**rettangolare 2 m × 3 m, D_f = 1.5 m, carico verticale centrato**
Terreno	**argilla, $\varphi = 0,\ c_u = 60\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$; assenza di falda freatica**
Sicurezza	**FS = 3**

RICHIESTO

Determinare q_u, q_{all} lorda e la capacità portante netta.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Sovraccarico e coefficienti (φ = 0: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27\ \text{kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 Capacità portante ($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9}\ \text{kPa}$$

3 Pressione ammissibile lorda e netta

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0\ \text{kPa}$$

Nell'argilla non drenata la capacità portante deriva quasi interamente dal **termine di coesione** (453 / 480 kPa): i coefficienti di forma (1.13) e di profondità (1.30) lo aumentano di circa il 47%; poiché per φ = 0 si ha $N_\gamma = 0$, il termine di peso proprio è assente.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Coefficienti invariati; q e γ variano

TEORIA

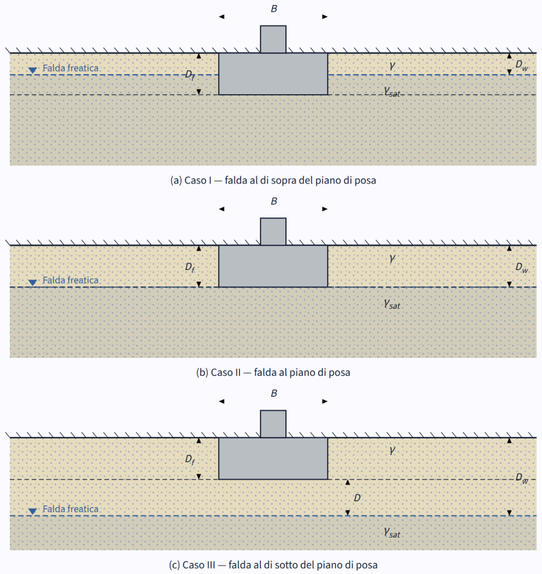
Al di sotto della falda freatica agisce il peso dell'unità di volume efficace $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_W$ ($\gamma_W = 9.81$). Il modulo distingue tre casi; D_W è la profondità della falda freatica dal piano di campagna:

$$\text{I } (D_w \leq D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (terzo termine)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \leq D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Il caso II ($D_W = D_f$) è un caso particolare del I: $q = \gamma D_f$, con γ' nel terzo termine.

L'acqua **non ha effetto** a profondità maggiore di una B sotto la base.



Traccia

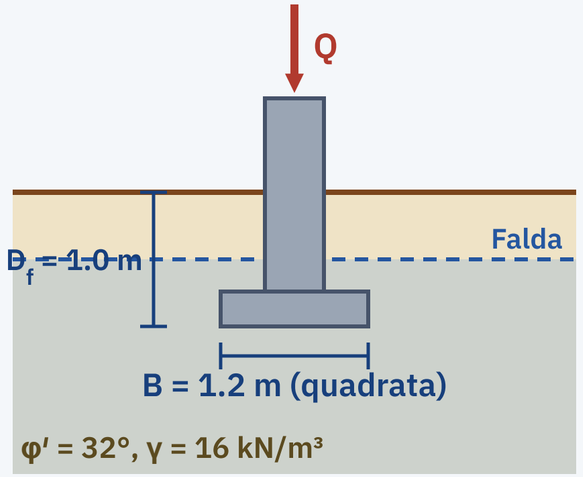
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.2 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	**sabbia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sopra),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto la falda freatica)**
Carico	**verticale, centrato; ε assente**

RICHIESTO

Determinare i valori di **q**, del peso dell'unità di volume nel terzo termine e di $\mathbf{q_u}$ per D_w della falda freatica pari a 0.5; 1.0; 1.5 e 2.6 m. (F_{qs} = 1,625; F_{qd} = 1,230; $F_{\gamma s}$ = 0.6; N_q = 23.18; N_γ = 30.21; nessuna inclinazione)



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Caso I ($D_W = 0.5 < D_f$) e $D_W = D_f$

$$D_w = 0.5: \;\; q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845\ \text{kPa},\;\; \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \;\; q = 16(1.0) = 16.0\ \text{kPa},\;\; \gamma' = 9.69$$

2 Caso III ($D_W = 1.5 \Rightarrow D = 0.5$ m $\leq B$) e acqua senza effetto ($D_W = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319\ \text{kN/m}^3\ ; \;\; q = 16\ \text{kPa}$$

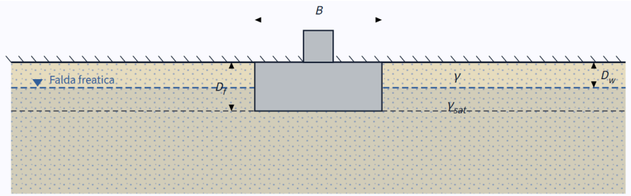
$$D_w = 2.6: \;\; q = 16,\;\; \gamma = 16$$

Soluzione (2/2)

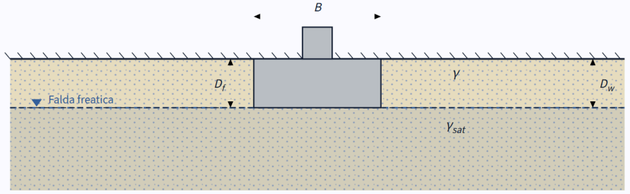
SOLUZIONE

D_w (m)	Condizione	q (kPa)	γ terzo termine	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	trascurabile	16.00	16.00	**667.9**

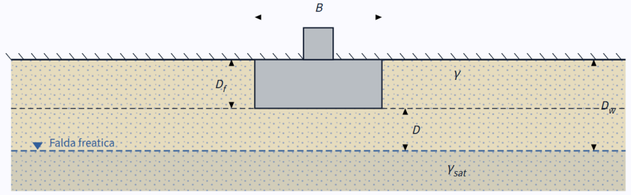
La falda freatica riduce la capacità portante in due modi: il sovraccarico q diminuisce e il termine di peso proprio è calcolato con γ′. Con acqua a 0.5 m, q_u = 520; con acqua profonda, 668 kPa (differenza del 22%). I coefficienti non cambiano mai: **l'acqua entra solo attraverso q e γ**.



(a) Caso I — falda al di sopra del piano di posa



(b) Caso II — falda al piano di posa



(c) Caso III — falda al di sotto del piano di posa

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

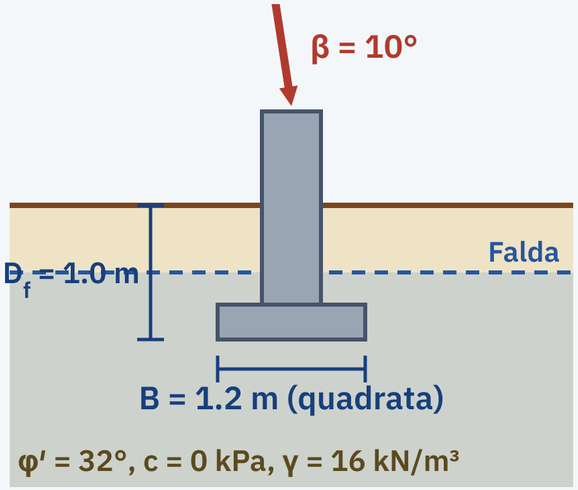
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.2 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	**sabbia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sopra),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto la falda freatica)**
Acqua sotterranea	**D_W = 0.5 m (caso I)**
Carico	**inclinata di β = 10° rispetto alla verticale**
Sicurezza	**FS = 3**

RICHIESTO

q_u, q_{all} lorda, carico verticale ammissibile e carico **risultante ammissibile**; quindi q_u per c = 5 kPa.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Coefficienti ($\varphi' = 32°$; $B/L = 1$; $D_f/B = 0.833$; $\beta = 10° < \varphi'$)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 Caso I: $q = 16(0.5) + (19.5 - 9.81)(0.5)$; $\gamma' = 9.69$ kN/m³ (nel terzo termine)

$$q = \mathbf{12.845}\ \mathrm{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \mathrm{kN/m^3}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Capacità portante (c = 0: termine di coesione assente)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473) = 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 Pressione ammissibile e carichi (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa: termine di coesione (F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \ \Rightarrow\ q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Lordo e netto, verticale e risultante

TEORIA

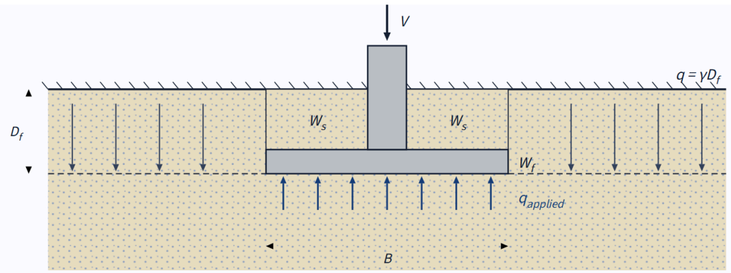
q_u è la pressione verticale al momento della rottura. Il modulo tratta separatamente la pressione **lorda** e quella **netta**:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La pressione applicata q_{app} è la **pressione verticale lorda** alla base sotto i carichi di esercizio, V/A; in presenza di carico eccentrico si ottiene dividendo la componente verticale, non la risultante, per l'area. La fondazione risulta accettabile alle seguenti condizioni:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

Carico verticale ammissibile $Q_{all} = q_{all,g}\,A$; la risultante ammissibile con inclinazione β è $Q_{all}/\cos\beta$. Se q_{app} non viene inserito, il modulo fornisce solo le capacità.



Traccia

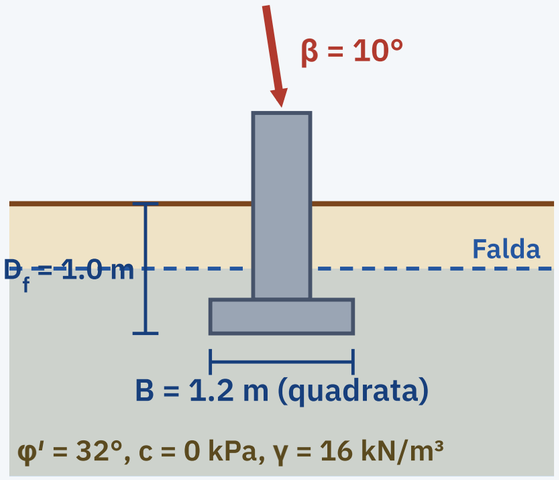
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.2 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	**sabbia:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sopra),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto la falda freatica)**
Falda freatica, inclinazione	**D_W = 0.5 m, β = 10° (Esempio 8)**
Applicato	**$q_{applicata}$ = 150 kPa (verticale, lorda)**
Risultato (Esempio 8)	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

RICHIESTO

Verificare le tre condizioni (lorda, FS_{reale}, netta).



Soluzione

SOLUZIONE

1 Pressione ammissibile lorda

$$q_{apply} = 150\ \text{kPa} \leq q_{all,g} = 173.33\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{valido}$$

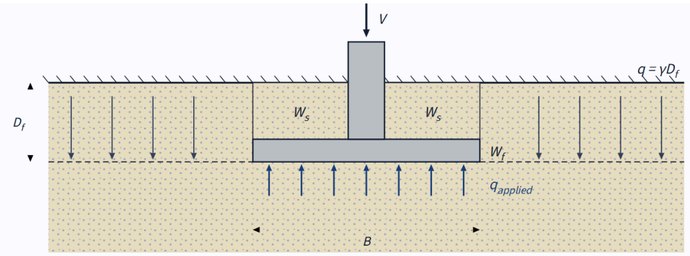
2 Fattore di sicurezza effettivo

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47}\ \geq 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2\ \text{kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{valido}$$



La fondazione risulta accettabile in tutte e tre le condizioni. Carico verticale V = 150 × 1.44 = 216 kN; risultante 216/cos10° = 219.3 kN ≤ risultante ammissibile 253.4 kN.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.2 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	**sabbia:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sopra),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto la falda freatica)**
Falda freatica, inclinazione	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
Confronto	**Vesic N_γ = 30.21 e Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

RICHIESTO

Che cosa diventerebbero q_u e q_{all} lorda dell'Esempio 8 con il N_γ di Meyerhof?

Soluzione

SOLUZIONE

1 Cambia solo il terzo termine

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u e q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

Per questa fondazione la differenza è solo del **2.6%** (520 → 506 kPa): il termine di peso proprio è circa il 10% di q_u. **Per una fondazione larga** e con sovraccarico modesto, il termine di peso proprio diventa dominante e la scelta di N_γ modifica sensibilmente il risultato.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

Equazione generale: $q_u = cN_cF_c. + qN_qF_q. + ½\gamma BN_\gamma F_\gamma.$; con i fattori di forma (s), profondità (d) e inclinazione (i)

Teoria di Meyerhof: cuneo a 45° + φ/2, zona radiale, zona mista; rappresentata mediante una superficie libera equivalente sopra la base (p_o, s_o, m, η, β)

Fondazione superficiale: $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner), $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl); $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

Fattori di forma di **De Beer**, di profondità di **Hansen**, di inclinazione di **Meyerhof**; per $\varphi = 0$, $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$

La **falda freatica** modifica solo q e γ (3 casi), non i coefficienti

Verifica: $q_{applicata} \leq q_{all,g}$, FS_{reale} e netta; con carico inclinato la risultante sicura $Q_{all}/\cos\beta$

Bibliografia

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — Sezioni 2.4–2.5; questa pagina segue l'ordine della sua derivazione; “la fonte” nel testo di questa pagina.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — l'equazione generale della capacità portante e i relativi fattori; “la seconda fonte” nel testo di questa pagina.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

Le figure sono ricavate dal meccanismo stesso; il diagramma di Nq è calcolato a partire dalle equazioni riportate in questa pagina.

NOTA

Le figure di questa presentazione sono tratte dalla pagina Teoria di GeoTerva; tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con la libreria di calcolo del modulo stesso, e il modulo restituisce gli stessi valori.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Calcolare passo per passo in GeoTerva la fondazione dell'esempio di questa lezione: il modulo si apre con questo modello.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com