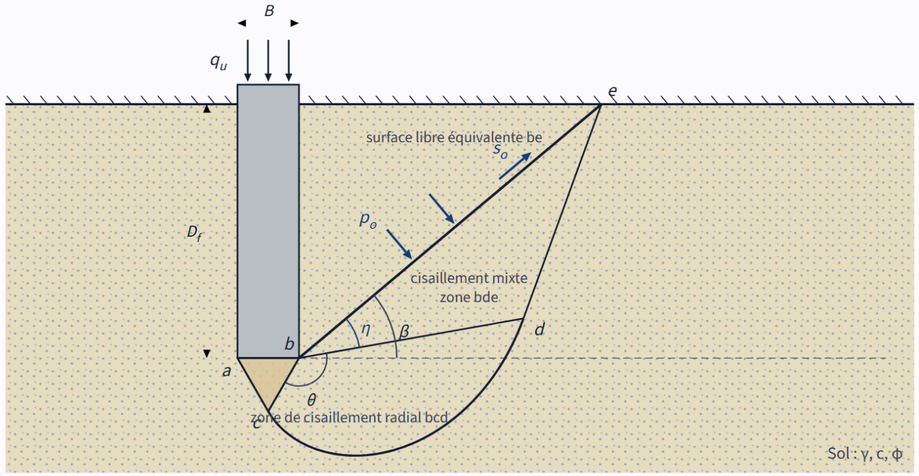
Présentation de cours de géotechnique · Fondations

Capacité portante selon Meyerhof : équation générale

Cours : du réseau de lignes de glissement de Meyerhof aux facteurs de capacité portante, des corrections de forme, de profondeur et d'inclinaison à la nappe phréatique ; un exemple de calcul pour chaque thème.

- Réseau de lignes de glissement
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Forme · profondeur · inclinaison
- Nappe phréatique
- Exemples de calcul



Que verrons-nous dans ce cours ?

- Reconnaître les trois termes de l'**équation générale de capacité portante** ainsi que les facteurs de forme, de profondeur et d'inclinaison de chaque terme
- Suivre le **réseau de lignes de glissement** de Meyerhof, la surface libre équivalente et la manière dont les coefficients N_c, N_q en résultent
- Le calcul des coefficients **de Reissner (N_q), de Prandtl (N_c)** et de Vesic (N_γ) pour une semelle posée en surface
- Appliquer les facteurs de **forme de De Beer**, de **profondeur de Hansen** et d'**inclinaison de Meyerhof**
- Comment traiter le cas non drainé ($\varphi = 0$) et les trois cas de **nappe phréatique**
- De déterminer et de **vérifier** la contrainte admissible brute et nette

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Fondation de l'exemple, modèle avec lequel le module s'ouvre : fondation carrée de 1.2 m × 1.2 m dans du sable, D_f = 1 m, nappe à 0.5 m, charge inclinée de 10° par rapport à la verticale.

Trois termes, chacun avec ses propres coefficients

THÉORIE

Le module calcule l'**équation générale de capacité portante** : les trois termes de l'équation de Terzaghi (cohésion, surcharge, poids propre) et, pour chaque terme, un coefficient de **forme de la fondation**, de **profondeur** et d'**inclinaison de la charge** :

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c, N_q proviennent de la théorie de Meyerhof (1951) ; cette page la dérive **pas à pas**. Pour N_γ, une méthode par essais successifs est décrite, tandis que le module utilise la forme fermée de Vesic.

La semelle est **rugueuse** ; le sol sous la semelle est homogène et très épais ; résistance $s = c + \sigma' \tan\varphi$. La charge est centrée ; les charges inclinées sont traitées au moyen de facteurs d'inclinaison.

Différence par rapport à Terzaghi : elle ne concerne pas seulement les fondations superficielles ; le sol situé au-dessus du niveau de la base participe au mécanisme par l'intermédiaire d'une **surface libre équivalente**. Dans l'équation, cela apparaît sous forme de **facteurs de profondeur** : le module n'impose aucune limite à D_f/B.

NOTATIONS

c : cohésion, φ′ : angle de frottement interne

$q = \gamma D_f$: surcharge au niveau de la base

γ : poids volumique du sol sous la base

B : petit côté de la semelle, L : grand côté

$F_{.s}$ forme, $F_{.d}$ profondeur, $F_{.i}$ inclinaison

Coin à 45° + φ/2, zone radiale et zone mixte

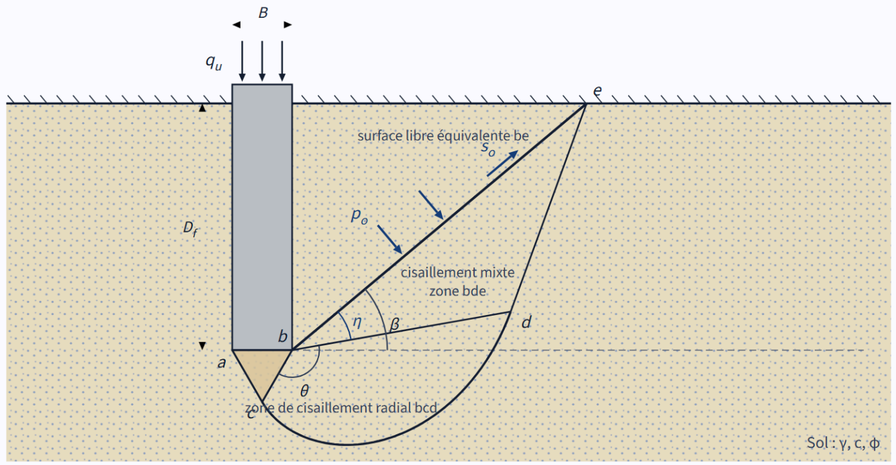
THÉORIE

Meyerhof (1951) a retenu la surface de rupture de la Figure. Sous la semelle se trouve un **coin élastique abc**, comme les essais le montrent aussi ; ses côtés sont inclinés de **45° + φ/2** et non de φ (Terzaghi avait pris φ). À côté se trouve la **zone radiale bcd**, limitée par l'arc de spirale logarithmique $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$; au-delà, à la place de la zone de Rankine passive de Terzaghi, se trouve la **zone mixte bde**, où le glissement est intermédiaire entre radial et plan.

Le sol situé au-dessus de la zone bde n'est pas négligé : son effet est représenté par les contraintes de **surface libre équivalente** p_o (normale) et s_o (de cisaillement) sur le plan be. Le plan est incliné de β sur l'horizontale ; bd fait l'angle η sous ce plan.

La capacité portante est de nouveau établie par **superposition** : contribution de c et de p_o (N_c, N_q) et contribution de γ (N_γ) :

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



Mobilisation partielle m et cercle de Mohr

THÉORIE

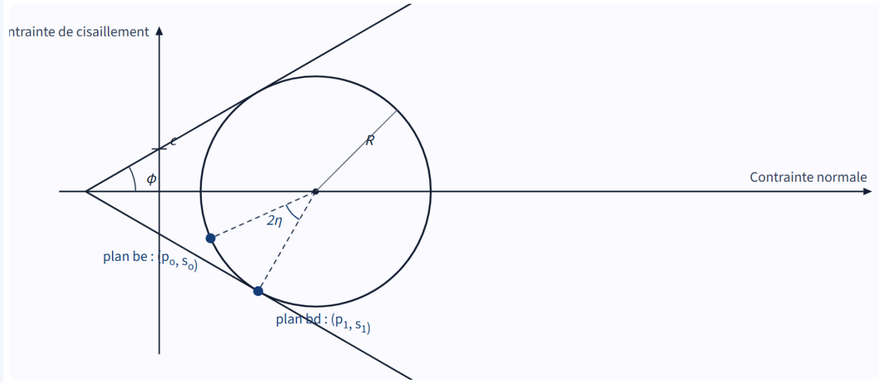
Sur la surface libre équivalente, la résistance au cisaillement n'est mobilisée que **partiellement** : Meyerhof a écrit la contrainte de cisaillement comme une fraction de la résistance. Dans la zone linéaire bde, en revanche, le sol est en équilibre plastique : sur le plan bd, la totalité de la résistance est mobilisée :

$$0 \le m \le 1 : \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

L'état de contraintes dans la région bde est **un seul cercle de Mohr** (ci-contre) : le point bd est sur l'enveloppe, le point be est en avance de 2η sur le cercle. Cela relie l'angle η à m.

Deux limites : **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0, **η = 45° − φ/2** ; **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ, **η = 0**.



Comment obtient-on N_c et N_q ?

THÉORIE

Sur la face bc, la zone radiale est elle aussi en rupture : $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. À partir des moments autour du pôle b (seules subsistent les contraintes normales sur la spirale et la cohésion) :

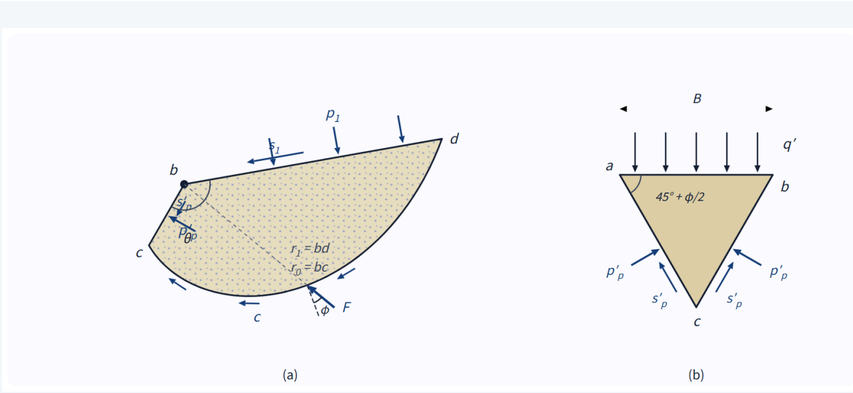
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

Puis l'équilibre vertical du coin abc (chaque face a pour longueur B/2 / cos(45° + φ/2)) :

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

La combinaison de l'ensemble sépare les termes c et p_o :

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



Comment les coefficients β et m l'augmentent-ils ?

THÉORIE

Les coefficients dépendent de φ′, de η par l'intermédiaire de m, et, par l'inclinaison β de la surface libre équivalente, de l'**angle θ** balayé par la spirale (géométrie de la Figure 1) :

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

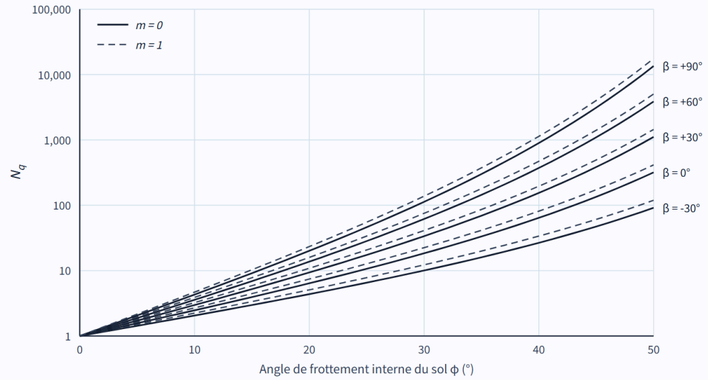
$$m = 0 :\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1 :\ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

La surface libre équivalente d'une fondation profonde est plus raide, β est plus grand ; les coefficients augmentent rapidement avec β (ci-contre).

Semelle en surface (condition de la démonstration de Terzaghi) : β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 et sin(2η + φ) = 1 :

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Il s'agit du **N_q de Reissner (1924)** et du **N_c de Prandtl (1921)** ; le module les utilise. Avec $p_o = \gamma D_f = q$, les termes en c et q deviennent $cN_c + qN_q$; le sol situé au-dessus de la base intervient **par les facteurs de profondeur** à la place de β et m. Quand φ → 0, $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.



Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
Cas	**(a) semelle en surface : β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
Formules	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\quad N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

À DÉTERMINER

Déterminer, pour chaque cas, les valeurs de **η, θ, N_q** et N_c. Pour une semelle en surface, N_q concorde-t-il avec la forme fermée de Reissner ?

Solution (1/2)

SOLUTION

1 (a) Semelle en surface : m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30° ; θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90° (identique à la valeur de Reissner $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

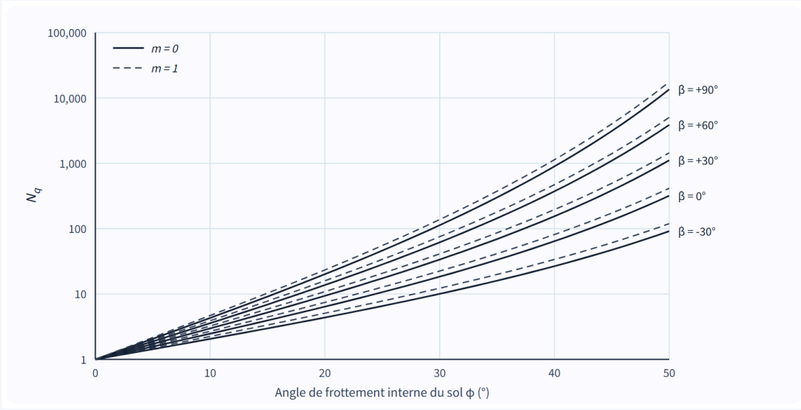
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

État	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

La fondation en surface est **identique** à la forme fermée (18.40). Lorsque β et la mobilisation augmentent, les coefficients **croissent rapidement** : (a) → (c) N_q est multiplié par 1.65. Le module prend en compte cette augmentation non pas par le mécanisme, mais par les **facteurs de profondeur** (sections suivantes).



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

N_γ : méthode par essais, Meyerhof 1963 et Vesic

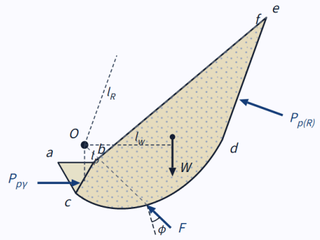
THÉORIE

Comme chez Terzaghi, N_γ n'a pas de forme analytique ; il est déterminé par **essais successifs** : φ, β et m sont choisis ; θ est déterminé ; une spirale logarithmique est tracée à partir du centre d'essai O ; pour le corps bcdf, le poids W et la force de butée de Rankine $P_{p(R)}$ sur df ; à partir des moments par rapport à O, la force de butée sur bc :

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

En faisant varier O, on trouve le plus petit $P_{p\gamma}$; avec le poids propre du coin abc :

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) \quad \text{(Meyerhof 1963)}$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi \quad \text{(Vesic 1973, \textbf{ici})}$$

N_c, N_q, N_γ dépendent uniquement de φ′

THÉORIE

Les deux sources sont **identiques** pour N_c et N_q ; elles diffèrent pour N_γ : N_γ est le coefficient qui dépend le plus de l'hypothèse sur la forme du coin. Pour φ = 30°, Vesic donne 22.40 et Meyerhof (1963) 15.67. Avec le N_γ de Meyerhof, le terme de poids propre, et donc q_u du sol frottant, serait plus faible.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

COEFFICIENTS

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 32°$ **(tan 32° = 0.6249)**
Méthode	**Reissner, Prandtl, Vesic ; pour comparaison, Meyerhof (1963)**

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs de $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$, $\mathbf{N_\gamma}$ à l'aide des expressions en forme fermée ; comparer N_γ de Vesic à celui de Meyerhof (1963).

Solution

SOLUTION

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 N_c de Prandtl

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 Vesic N_γ (utilisé par le module) et Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

N_γ de Vesic est supérieur de **37 %** à celui de Meyerhof (φ′ = 32°). Identique aux valeurs du tableau : N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

De Beer : semelle non filante

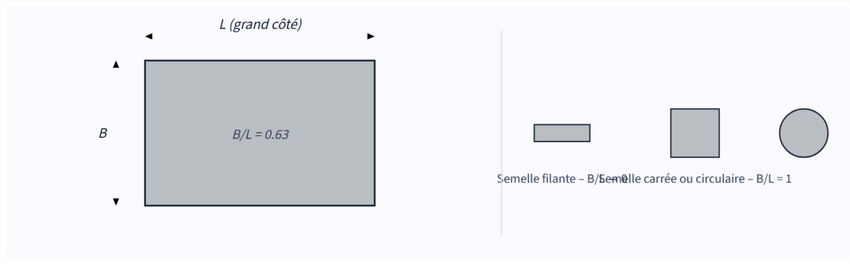
THÉORIE

La démonstration concerne une semelle filante (déformation plane). Pour une semelle rectangulaire, la rupture est tridimensionnelle : le sol peut aussi se déplacer par les extrémités du coin et par les côtés. **De Beer** (1970) corrige chaque terme par le rapport du petit côté au grand côté, B/L :

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

Pour une semelle filante (B/L → 0), les trois coefficients valent 1 ; l'équation se ramène à la forme en déformation plane.

Pour une semelle carrée, B/L = 1 : le terme en N_γ diminue de 40 % ($F_{\gamma s}$ = 0.6), tandis que les termes en q et en c augmentent.



Énoncé

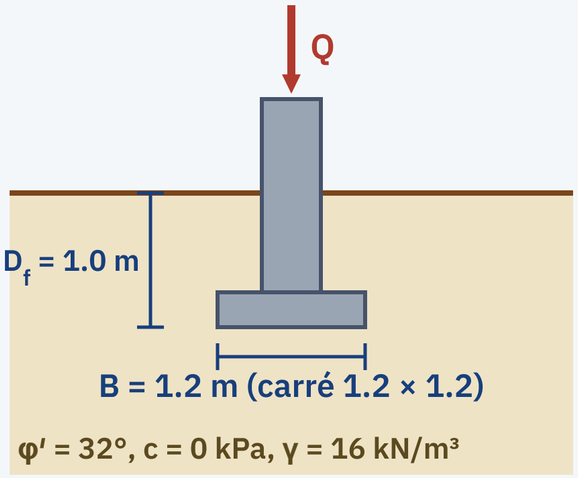
EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 32^\circ$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(Exemple 2)**
Fondation	**carré B = L = 1.2 m ; comparaison : B/L = 0.5 et semelle filante**

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs de F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ pour une semelle carrée ; déterminer les mêmes coefficients pour B/L = 0.5.



Solution

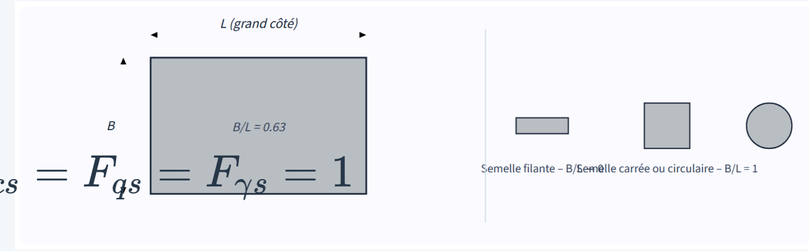
SOLUTION

1 Semelle carrée (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 et semelle filante

$B/L = 0.5 :\ F_{cs} = 1.327,\ F_{qs} = 1.312,\ F_{\gamma s} = 0.800$ bande : $F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$



Pour une semelle carrée, le terme en q augmente de **62 %** et le terme de poids propre diminue de 40 %. Lorsque B/L diminue, les coefficients tendent vers la valeur de la semelle filante (1).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Hansen : contribution des terres au-dessus de la base

THÉORIE

Terzaghi ne considère le sol situé au-dessus de la base que comme un simple **poids mort**. Dans la théorie de Meyerhof, en revanche, il **offre aussi une résistance** par l'intermédiaire d'une surface libre équivalente ; dans l'équation générale, cela est pris en compte par les **facteurs de profondeur de Hansen (1970)**, qui croissent avec D_f/B :

$$D_f/B \le 1 : \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2 \frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1 : \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2 \tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c \tan\varphi} \; (\varphi > 0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k \; (\varphi = 0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1) ou $\tan^{-1}(D_f/B)$ (> 1, en radians). Au-delà de $D_f/B = 1$, l'arc tangente continue d'augmenter lentement les coefficients : **contrairement à celle de Terzaghi, cette équation n'exige pas de limite de profondeur**.

Énoncé

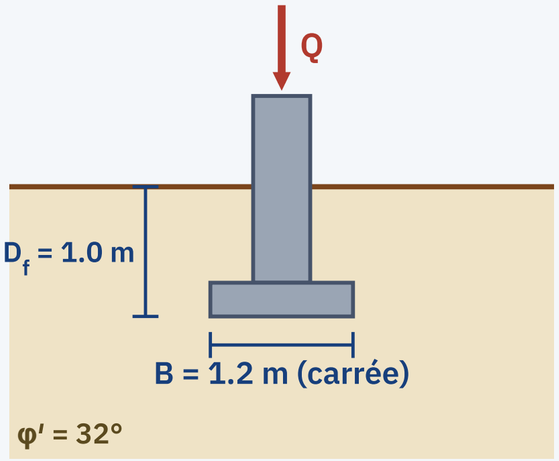
EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
Fondation	**B = 1.2 m ; D_f = 1.0 m (exemple) et comparaison avec D_f = 2.4 m**
Non drainé	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs de **F_{qd}**, **F_{cd}** et $F_{γd}$ pour chaque cas.



Solution

SOLUTION

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \leq 1$ (forme linéaire)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (arc tangente : $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 Non drainé ($\varphi = 0$) : $F_{qd} = 1$; $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B de 0.83 → 2 : F_{qd} de 1.230 → 1.306 ; la contribution de la profondeur augmente, mais **de plus en plus lentement**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Meyerhof : charge inclinée

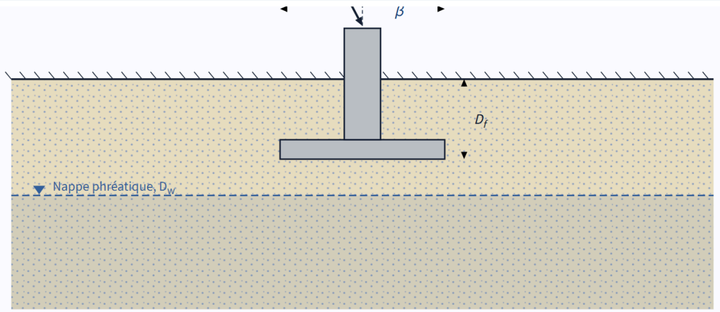
THÉORIE

Une charge faisant un angle β avec la verticale mobilise une résistance verticale moindre qu'une charge verticale : une partie de la charge pousse la fondation latéralement. L'équation ne donne la capacité portante que pour la **composante verticale** de la charge. Les facteurs d'inclinaison de la charge de **Meyerhof** (1963) réduisent chaque terme :

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

Pour β = 0, les trois valent 1. $F_{\gamma i}$ atteint zéro à β = φ et **y reste** : le module ne permet pas à $(1 - \beta/\varphi)^2$ de croître de nouveau. β est admis **jusqu'à 89°**, en dessous du point où $(1 - \beta/90°)^2$ recommencerait à croître.

La charge inclinée réduit la capacité portante, en particulier par le terme dû au poids propre.



L'équation ne fournit la capacité ultime que pour la composante VERTICALE d'une charge inclinée.

Énoncé

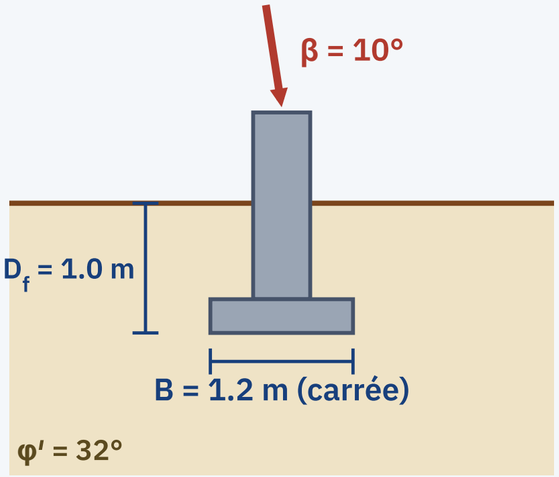
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.2 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	**sable :** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Poids volumique	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(au-dessus),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sous le niveau de la nappe)**
Charge	**β = 10° par rapport à la verticale (complément : 20°, 30°, 32°)**

À DÉTERMINER

Déterminer F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ pour β = 10° ; que se passe-t-il lorsque β augmente ?



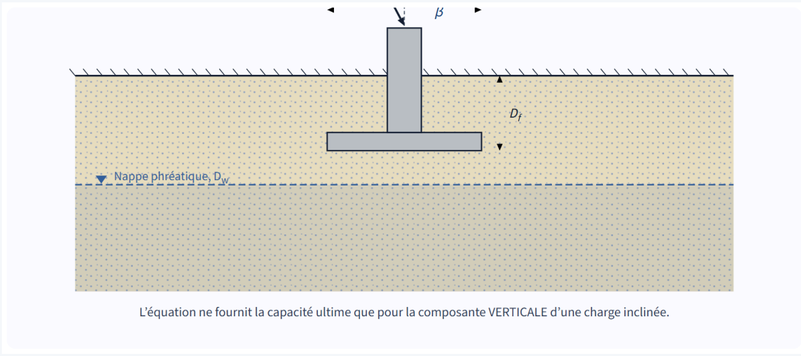
Solution

SOLUTION

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ;\quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



L'équation ne fournit la capacité ultime que pour la composante VERTICALE d'une charge inclinée.

Une charge inclinée de 10° réduit les termes q et c de **21 %** et le terme de poids propre de **53 %** ; pour β = φ′ = 32°, le terme de poids propre disparaît entièrement.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Équation générale et cas non drainé

THÉORIE

L'équation générale est complétée par les coefficients des §5–10. Sous charge verticale, pour une **semelle filante** au niveau de la base, tous les coefficients correcteurs valent 1 et l'équation prend la forme de celle de Terzaghi : seuls changent les coefficients, Reissner N_q, Prandtl N_c et Vesic N_γ remplaçant ceux de Terzaghi.

Chargement non drainé ($\varphi = 0$, $c = c_u$) : $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

La nappe phréatique intervient dans l'équation comme chez Terzaghi (§12) : par l'intermédiaire de q et du poids volumique du troisième terme, **jamais par les coefficients**.

Énoncé

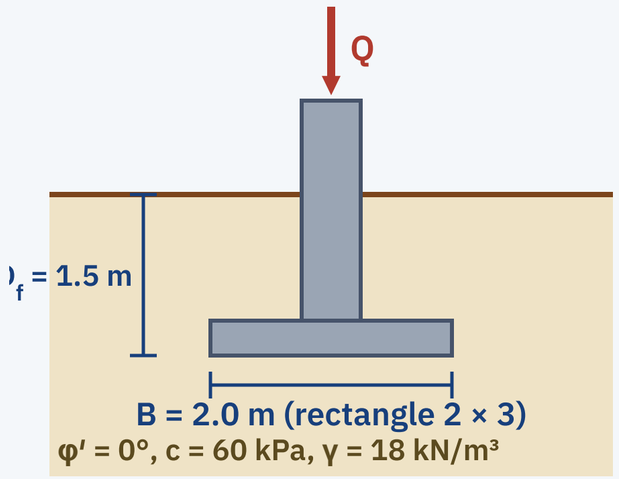
EXEMPLE

Données

Fondation	**rectangulaire 2 m × 3 m, D_f = 1.5 m, charge verticale centrée**
Sol	**argile, $\varphi = 0,\ c_u = 60\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$; pas de nappe phréatique**
Sécurité	**FS = 3**

À DÉTERMINER

Déterminer q_u, la contrainte admissible brute q_{all} et la capacité portante nette.



Solution

SOLUTION

1 Surcharge et coefficients ($\varphi = 0$: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27\ \text{kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 Capacité portante ($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9}\ \text{kPa}$$

3 Contrainte admissible brute et nette

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0\ \text{kPa}$$

Dans une argile non drainée, la capacité portante provient presque entièrement du **terme de cohésion** (453 / 480 kPa) : les facteurs de forme (1.13) et de profondeur (1.30) l'augmentent d'environ 47 % ; N_γ étant nul pour $\varphi = 0$, il n'y a pas de terme de poids propre.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Coefficients inchangés ; q et γ varient

THÉORIE

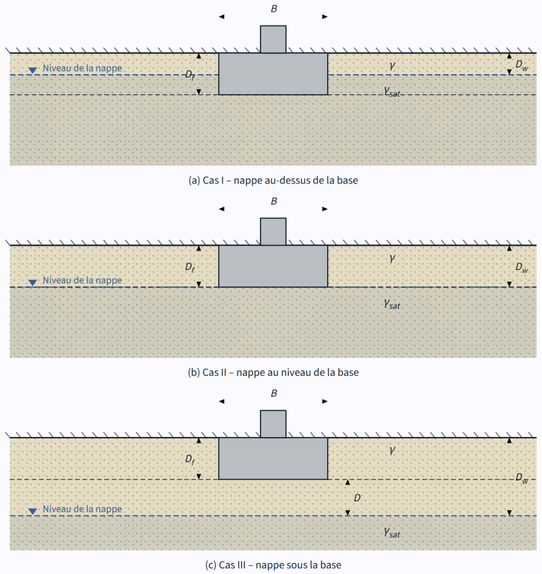
Sous le niveau de la nappe, c'est le poids volumique déjaugé γ′ = γ_{sat} − γ_w (γ_w = 9.81) qui agit. Le module distingue trois cas ; D_w est la profondeur de la nappe à partir de la surface :

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (troisième terme)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Le cas II ($D_w = D_f$) est un cas particulier du cas I : q = γ D_f, avec γ′ dans le troisième terme.

L'eau **n'a aucun effet** au-delà d'une profondeur B sous la base.



Énoncé

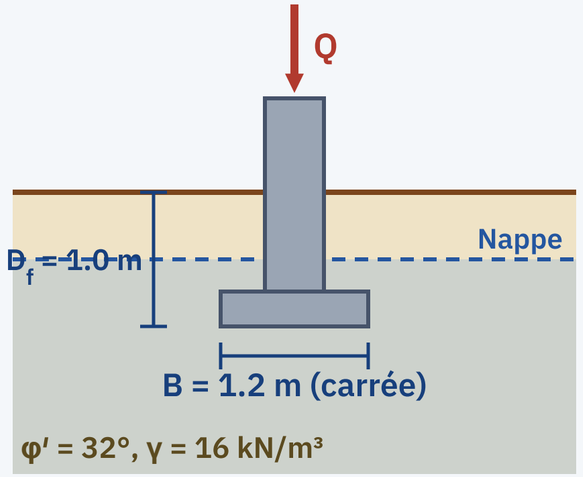
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.2 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	**sable : $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$**
Poids volumique	**$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ (au-dessus), $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ (sous le niveau de la nappe)**
Charge	**verticale, centrée ; pas de ε**

À DÉTERMINER

Pour un niveau de la nappe D_W = 0.5 ; 1.0 ; 1.5 et 2.6 m, déterminer **q**, le poids volumique dans le troisième terme et **q_u**. (F_{qs} = 1.625 ; F_{qd} = 1.230 ; $F_{\gamma s}$ = 0.6 ; N_q = 23.18 ; N_γ = 30.21 ; pas d'inclinaison)



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Cas I ($D_w = 0.5 < D_f$) et $D_w = D_f$

$$D_w = 0.5 : \ q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0 : \ q = 16(1.0) = 16.0\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.69$$

2 Cas III ($D_w = 1.5 \Rightarrow D = 0.5$ m $\leq B$) et eau sans effet ($D_w = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319\ \text{kN/m}^3\ ; \quad q = 16\ \text{kPa}$$

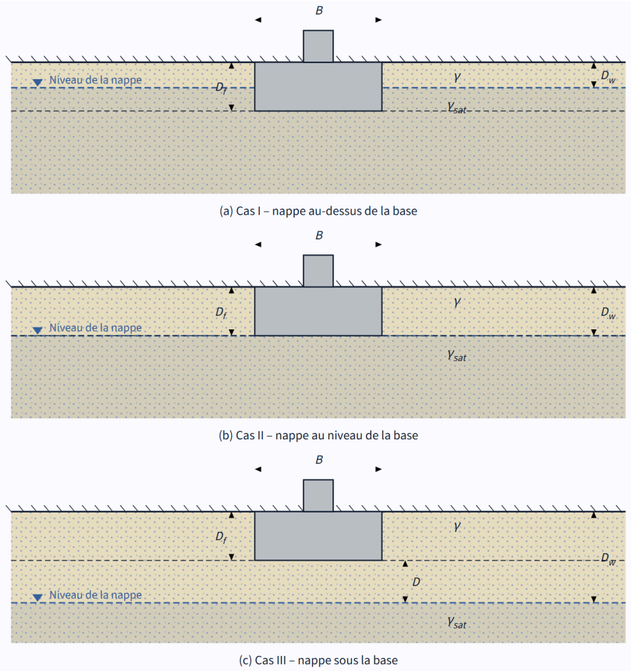
$$D_w = 2.6 : \ q = 16,\ \gamma = 16$$

Solution (2/2)

SOLUTION

D_w (m)	État	q (kPa)	troisième terme γ	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	négligeable	16.00	16.00	**667.9**

La nappe réduit la capacité portante de deux manières : la surcharge q diminue et le terme de poids propre est calculé avec γ′. Avec la nappe à 0.5 m, q_u = 520 ; avec la nappe en profondeur, 668 kPa (écart de 22 %). Les facteurs ne changent jamais : **l'eau n'intervient que par q et γ**.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

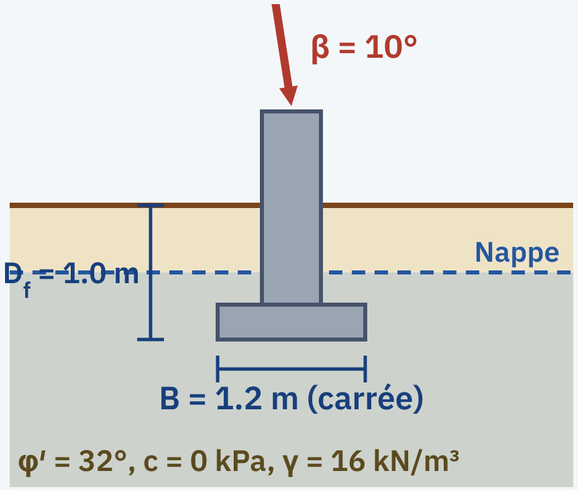
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.2 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	**sable :** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Poids volumique	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(au-dessus),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sous le niveau de la nappe)**
Nappe phréatique	**D_W = 0.5 m (cas I)**
Charge	**incliné de β = 10° par rapport à la verticale**
Sécurité	**FS = 3**

À DÉTERMINER

q_u, **q_{all}** brute, charge verticale admissible et charge **résultante admissible** ; puis q_u pour c = 5 kPa.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Coefficients ($\varphi' = 32°$; $B/L = 1$; $D_f/B = 0.833$; $\beta = 10° < \varphi'$)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 Cas I : $q = 16(0.5) + (19.5 - 9.81)(0.5)$; $\gamma' = 9.69$ kN/m³ (dans le troisième terme)

$$q = \mathbf{12.845}\ \mathrm{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \mathrm{kN/m^3}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Capacité portante (c = 0 : pas de terme de cohésion)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473)$$
$$= 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 Contrainte admissible et charges (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa : terme de cohésion (F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \Rightarrow q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Brute et nette, verticale et résultante

THÉORIE

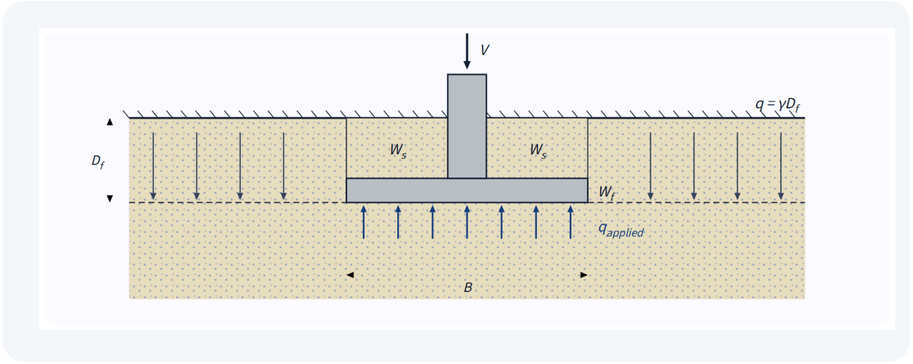
q_u est la contrainte verticale au moment de la rupture. Le module distingue la pression **brute** et la pression **nette** :

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La contrainte appliquée q_{app} est la **contrainte verticale brute** à la base sous les charges de service, V/A ; en cas de charge inclinée, on divise la composante verticale, et non la résultante, par l'aire. La semelle est vérifiée dans les conditions suivantes :

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Charge verticale admissible $Q_{all} = q_{all,g}\,A$; la résultante admissible pour une inclinaison β est $Q_{all}/\cos\beta$. Si q_{app} n'est pas saisie, le module ne donne que les capacités.



Énoncé

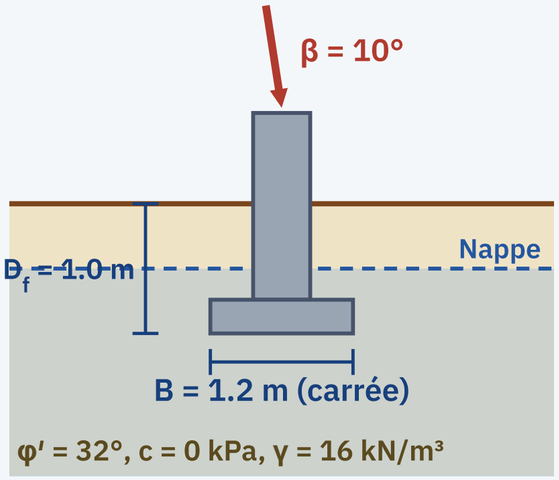
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.2 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	**sable : $\varphi' = 32°,\ c = 0$**
Poids volumique	**$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ (au-dessus), $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ (sous le niveau de la nappe)**
Nappe phréatique, pente	**D_W = 0.5 m, β = 10° (exemple 8)**
Appliquée	**$q_{appliquée}$ = 150 kPa (verticale, brute)**
Résultat (Exemple 8)	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

À DÉTERMINER

Vérifier les trois conditions (brute, $FS_{réel}$, nette).



Solution

SOLUTION

1 Contrainte admissible brute

$$q_{apply} = 150\ \text{kPa} \leq q_{all,g} = 173.33\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{valable}$$

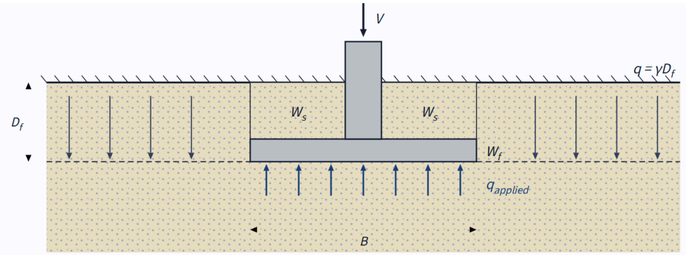
2 Coefficient de sécurité réel

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47}\ \geq 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2\ \text{kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{valable}$$



La fondation est vérifiée dans les trois conditions. Charge verticale V = 150 × 1.44 = 216 kN ; résultante 216/cos10° = 219.3 kN ≤ résultante admissible 253.4 kN.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.2 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	**sable : $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$**
Poids volumique	**$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ (au-dessus), $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ (sous le niveau de la nappe)**
Nappe phréatique, pente	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
Comparaison	**Vesic N_γ = 30.21 et Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

À DÉTERMINER

Que deviendraient, avec le N_γ de Meyerhof, q_u et q_{all} brute de l'Exemple 8 ?

Solution

SOLUTION

1 Seul le troisième terme change

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic} : 49.82)$$

2 q_u et q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

Pour cette semelle, l'écart n'est que de **2.6 %** (520 → 506 kPa) : le terme de poids propre représente environ 10 % de q_u. **Pour une semelle large** et une faible surcharge, le terme de poids propre devient prépondérant et le choix de N_γ modifie nettement le résultat.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

Équation générale : $q_u = cN_cF_c. + qN_qF_q. + ½\gamma BN_\gamma F_\gamma.$; avec les facteurs de forme (s), de profondeur (d) et d'inclinaison (i)

Théorie de Meyerhof : coin à 45° + φ/2, zone radiale, zone mixte ; représentée par une surface libre équivalente au-dessus de la base (p_o, s_o, m, η, β)

Fondation superficielle : $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner), $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl) ; $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

Facteurs de forme de **De Beer**, de profondeur de **Hansen**, d'inclinaison de **Meyerhof** ; pour $\varphi = 0$, $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$

La **nappe phréatique** ne modifie que q et γ (3 cas), pas les coefficients

Vérification : $q_{app} \leq q_{all,g}$, $FS_{réel}$ et net ; sous charge inclinée, résultante admissible $Q_{all}/\cos\beta$

Références bibliographiques

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — sections 2.4–2.5 ; cette page suit l'ordre de son développement ; « la source » dans le texte de cette page.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — l'équation générale de capacité portante et ses facteurs ; « la seconde source » dans le texte de cette page.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

Les figures sont tracées à partir du mécanisme lui-même ; le diagramme de Nq est calculé à partir des équations de cette page.

REMARQUE

Les figures de cette présentation sont issues de la page de théorie de GeoTerva ; tous les exemples numériques ont été produits avec la bibliothèque de calcul propre au module, et le module donne les mêmes valeurs.

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Calculer pas à pas dans GeoTerva la fondation de l'exemple de cette présentation : le module s'ouvre avec ce modèle.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com