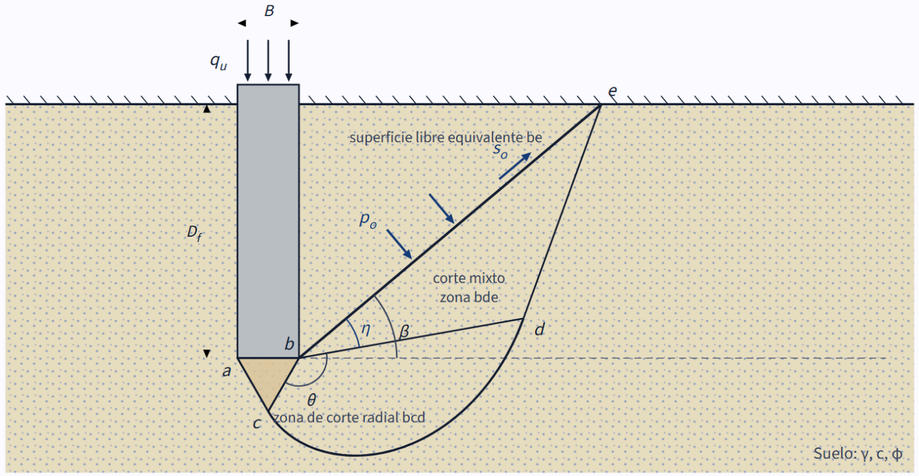
Presentación de clase de geotecnia · Cimentaciones

Capacidad portante de Meyerhof: ecuación general

Clase: desde la red de líneas de deslizamiento de Meyerhof hasta los factores de capacidad portante, y desde las correcciones por forma, profundidad e inclinación hasta el agua subterránea; un ejemplo resuelto en cada tema.

- Red de líneas de deslizamiento
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Forma · profundidad · inclinación
- Agua subterránea
- Ejemplos resueltos



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

- Reconocer los tres términos de la **ecuación general de capacidad portante** y los factores de forma, de profundidad y de inclinación de cada término
- Seguir la **red de líneas de deslizamiento** de Meyerhof, la superficie libre equivalente y cómo resultan los coeficientes N_c, N_q
- El cálculo de los coeficientes de **Reissner (N_q), Prandtl (N_c)** y Vesic (N_γ) para una zapata situada en la superficie
- Aplicar los coeficientes de **forma de De Beer**, de **profundidad de Hansen** y de **inclinación de Meyerhof**
- Abordar el caso sin drenaje ($\varphi = 0$) y los tres casos del **agua subterránea**
- Determinar y **comprobar** la presión admisible bruta y neta

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Cimentación del ejemplo, el modelo con el que se abre el módulo: zapata cuadrada de 1.2 m × 1.2 m en arena, D_f = 1 m, nivel freático a 0.5 m, carga inclinada 10° respecto de la vertical.

Tres términos, cada uno con sus propios coeficientes

TEORÍA

El módulo calcula la **ecuación general de capacidad portante**: los tres términos de la ecuación de Terzaghi (cohesión, sobrecarga, peso propio) y, para cada término, un factor de **forma de la zapata**, de **profundidad** y de **inclinación de la carga**:

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

N_c, N_q proceden de la teoría de Meyerhof (1951); esta página la deduce **paso a paso**. Para N_γ se describe el método de tanteos, mientras que el módulo utiliza la forma cerrada de Vesic.

La base de la cimentación es **rugosa**; el terreno bajo ella es homogéneo y muy profundo; resistencia s = c + σ′tanφ. La carga es centrada; las cargas inclinadas se tratan con factores de inclinación.

Diferencia respecto a Terzaghi: no solo para cimentaciones superficiales; el suelo por encima del nivel de la base interviene en el mecanismo mediante una **superficie libre equivalente**. En la ecuación esto aparece como **factores de profundidad**: el módulo no impone ningún límite a D_f/B.

NOTACIÓN

c: cohesión, φ′: ángulo de rozamiento interno

q = γ D_f: sobrecarga a nivel de la base

γ: peso específico del suelo bajo la base

B: lado corto de la zapata, L: lado largo

$F_{.s}$ forma, $F_{.d}$ profundidad, $F_{.i}$ inclinación

Cuña 45° + φ/2, zona radial y zona mixta

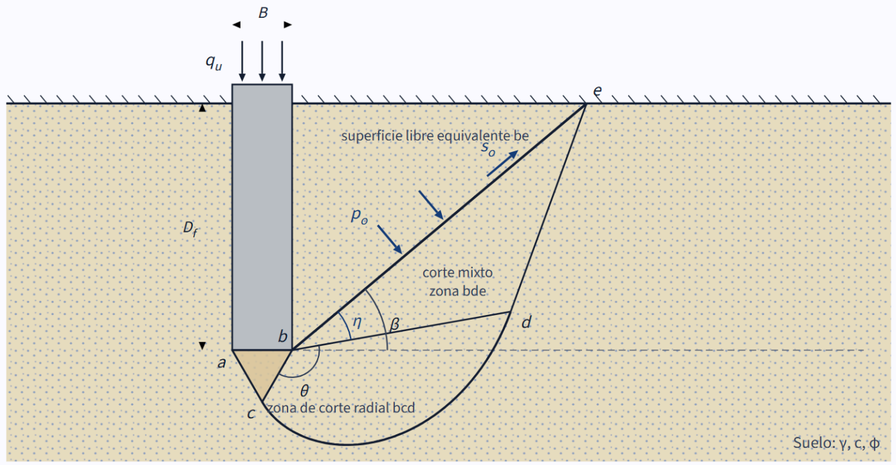
TEORÍA

Meyerhof (1951) adoptó la superficie de rotura de la Figura. Bajo la zapata hay una **cuña elástica abc**, como también muestran los ensayos; sus lados están inclinados **45° + φ/2** y no φ (Terzaghi tomó φ). Junto a ella se encuentra la **zona radial bcd**, limitada por el arco de espiral logarítmica $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$; más allá, en lugar de la zona pasiva de Rankine de Terzaghi, se halla la **zona mixta bde**, en la que el deslizamiento es intermedio entre radial y plano.

El terreno situado sobre la zona bde no se desprecia: su efecto se representa mediante las tensiones **equivalentes de superficie libre** p_o (normal) y s_o (tangencial) en el plano be. El plano está inclinado un ángulo β respecto a la horizontal; bd queda a un ángulo η por debajo de él.

La capacidad portante se plantea de nuevo por **superposición**: la contribución de c y p_o (N_c, N_q) y la de γ (N_γ):

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



Movilización parcial m y círculo de Mohr

TEORÍA

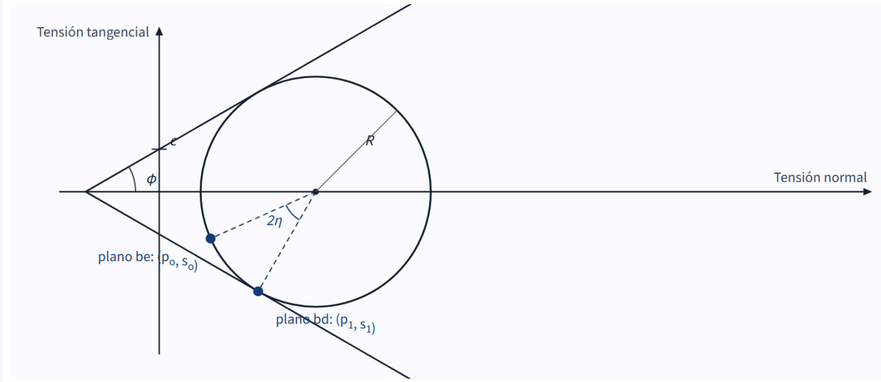
En la superficie libre equivalente la resistencia al corte se moviliza solo **parcialmente**: Meyerhof expresó la tensión tangencial como una fracción de la resistencia. En cambio, en la zona lineal bde el suelo está en equilibrio plástico: en el plano bd se moviliza la resistencia completa:

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

El estado tensional en la región bde es **un único círculo de Mohr** (al lado): el punto bd está sobre la envolvente y el punto be está por delante en el círculo en 2η. Esto relaciona el ángulo η con m.

Dos límites: **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0, **η = 45° − φ/2**; **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ, **η = 0**.



¿Cómo se obtienen N_c y N_q?

TEORÍA

En la cara bc la zona radial también está en rotura: $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. A partir de los momentos respecto al polo b (solo permanecen las tensiones normales sobre la espiral y la cohesión):

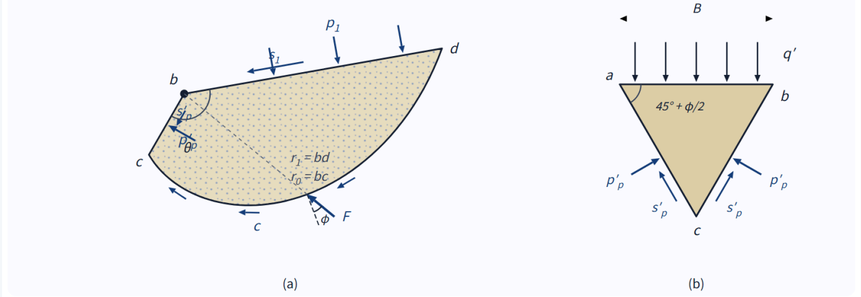
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

Después, el equilibrio vertical de la cuña abc (cada cara de longitud B/2 / cos(45° + φ/2)):

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Al combinarlo todo se separan los términos en c y p_o:

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



¿Cómo lo aumentan los coeficientes β y m?

TEORÍA

Los coeficientes dependen de φ′, de η a través de m y, a través de la inclinación β de la superficie libre equivalente, del **ángulo θ** que barre la espiral (geometría de la Figura 1):

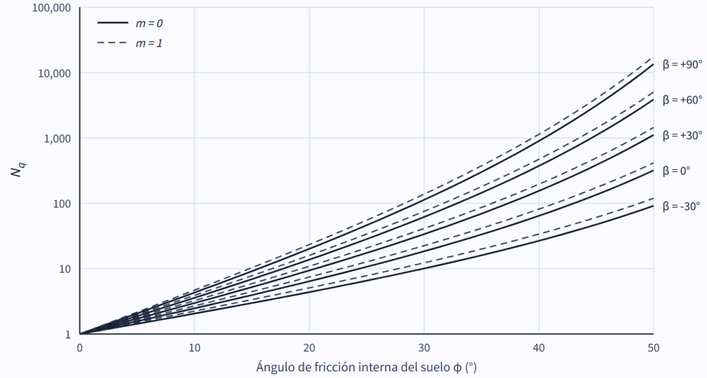
$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

$$m = 0:\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1:\ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

La superficie libre equivalente de una cimentación profunda es más empinada y β es mayor; los coeficientes aumentan rápidamente con él (al lado).

Zapata en superficie (la condición de la deducción de Terzaghi): β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 y sin(2η + φ) = 1:

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$



Estos son el **N_q de Reissner (1924)** y el **N_c de Prandtl (1921)**; el módulo los utiliza. Tomando $p_o = \gamma D_f = q$, los términos de c y q resultan $cN_c + qN_q$; el terreno situado sobre la base interviene en el cálculo mediante los **factores de profundidad**, en lugar de β y m. Cuando φ → 0, $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$
Casos	**(a) zapata en la superficie del terreno: β = 0, m = 0 · (b) β = 15°, m = 0 · (c) β = 15°, m = 1**
Fórmulas	$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\ \ N_q = \frac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

SE PIDE

Determinar en cada caso **η, θ, N_q** y N_c. En una cimentación apoyada en la superficie del terreno, ¿concuerda N_q con la forma cerrada de Reissner?

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 (a) Cimentación en superficie: m = 0 ⇒ η = 45° − φ/2 = 30°; θ = 135° + 0 − 30° − 15° = 90° (igual al valor de Reissner $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) β = 15°, m = 0: η = 30°; θ = 135° + 15° − 30° − 15° = 105°; sin(2η + φ) = 1

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) β = 15°, m = 1: η = 0; θ = 135° + 15° − 0 − 15° = 135°; sin(2η + φ) = sin30° = 0.5

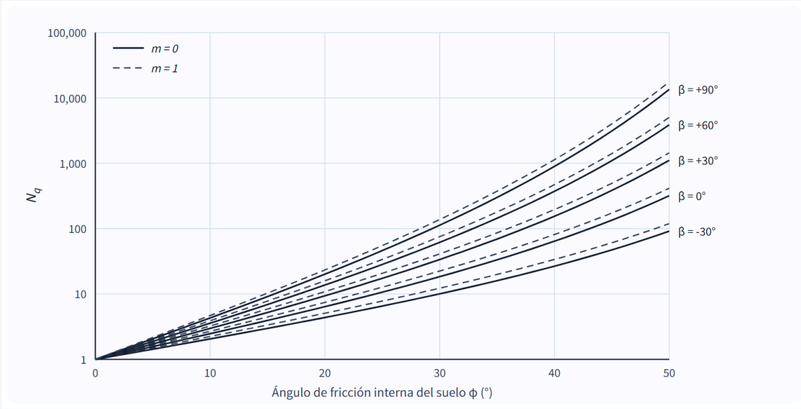
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

Situación	η (°)	θ (°)	N_q	N_c
(a) β = 0, m = 0 (Reissner/Prandtl)	30	90	18.40	30.14
(b) β = 15°, m = 0	30	105	24.90	41.39
(c) β = 15°, m = 1	0	135	30.38	50.89

La zapata en superficie es **igual** a la forma cerrada (18.40). A medida que β crece y aumenta la movilización, los coeficientes **aumentan rápidamente**: (a) → (c) N_q 1.65 veces. El módulo tiene en cuenta este aumento no mediante el mecanismo, sino mediante los **factores de profundidad** (secciones posteriores).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

N_γ: método de tanteo, Meyerhof 1963 y Vesic

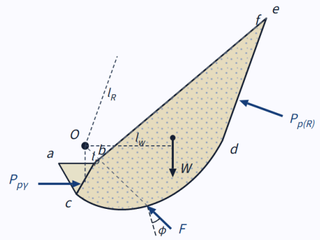
TEORÍA

Como en Terzaghi, N_γ no tiene forma cerrada; se obtiene por **tanteos**: se eligen φ, β y m; se halla θ; se traza una espiral logarítmica desde el centro de tanteo O; para el cuerpo bcdf, el peso W y la fuerza pasiva de Rankine $P_{p(R)}$ sobre df; a partir de los momentos respecto de O, la fuerza pasiva sobre bc:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

Variando O se obtiene el menor $P_{p\gamma}$; junto con el peso propio de la cuña abc:

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) \text{ (Meyerhof 1963)}$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi \text{ (Vesic 1973, **aquí**)}$$

N_c, N_q, N_γ dependen únicamente de φ'

TEORÍA

Las dos fuentes **coinciden** en N_c y N_q; difieren en N_γ: N_γ es el factor que más depende de la hipótesis sobre la forma de la cuña. Para $\varphi = 30°$, Vesic da 22.40 y Meyerhof (1963), 15.67. Con el N_γ de Meyerhof, el término del peso propio y, por tanto, el q_u del suelo con fricción serían menores.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

COEFICIENTES

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**
Método	**Reissner, Prandtl, Vesic; Meyerhof (1963) a efectos de comparación**

SE PIDE

Determinar los valores de $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$, $\mathbf{N_\gamma}$ mediante expresiones cerradas; comparar N_γ de Vesic con el de Meyerhof (1963).

Solución

SOLUCIÓN

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 N_γ de Vesic (el que utiliza el módulo) y de Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

El N_γ de Vesic es un **37 %** mayor que el de Meyerhof (φ′ = 32°). Coincide con los valores de la tabla: N_c = 35.49, N_q = 23.18, N_γ = 30.21.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

De Beer: zapata no corrida

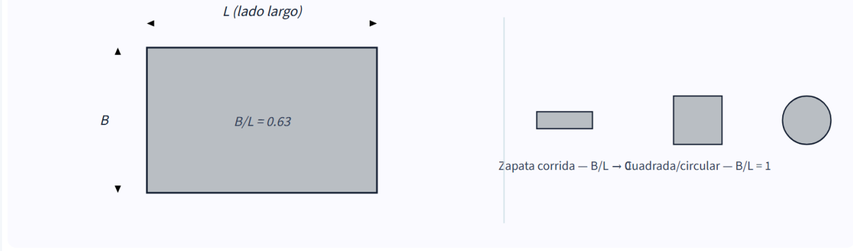
TEORÍA

La deducción corresponde a una zapata corrida (deformación plana). En una zapata rectangular la rotura es tridimensional: el suelo puede desplazarse también por los extremos de la cuña y por los lados. **De Beer** (1970) corrige cada término con la relación entre el lado corto y el largo, B/L:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\,\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

En la zapata corrida (B/L → 0) los tres coeficientes valen 1; la ecuación vuelve a la forma de deformación plana.

En una zapata cuadrada, B/L = 1: el término N_γ disminuye un 40 % ($F_{\gamma s}$ = 0.6), mientras que los términos q y c aumentan.



Enunciado

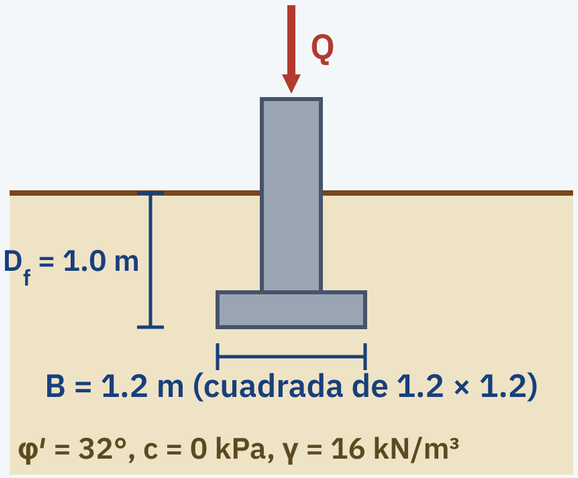
EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(Ejemplo 2)**
Cimentación	**cuadrada B = L = 1.2 m; comparación: B/L = 0.5 y corrida**

SE PIDE

Determinar los valores de F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ para una zapata cuadrada y los mismos coeficientes para B/L = 0.5.



Solución

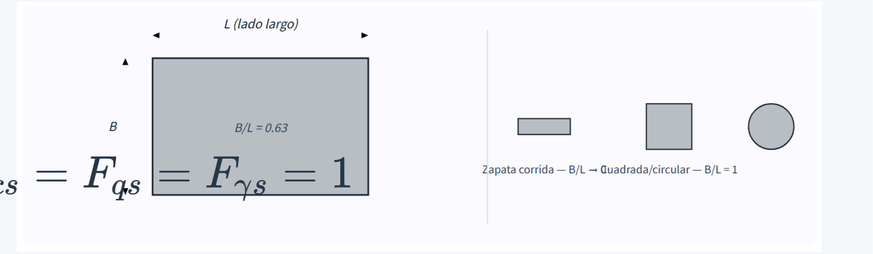
SOLUCIÓN

1 Zapata cuadrada (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 y zapata corrida

$$B/L = 0.5: \; F_{cs} = 1.327,\; F_{qs} = 1.312,\; F_{\gamma s} = 0.800 \qquad \text{franja}: \; F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$$



En una zapata cuadrada el término q aumenta un **62 %** y el término del peso propio disminuye un 40 %. A medida que B/L disminuye, los coeficientes tienden al valor de la zapata corrida (1).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Hansen: contribución del suelo por encima de la base

TEORÍA

Terzaghi considera el suelo situado sobre la base únicamente como **carga muerta**. En la teoría de Meyerhof, en cambio, mediante una superficie libre equivalente **también ofrece resistencia**; en la ecuación general esto se tiene en cuenta con los **factores de profundidad de Hansen (1970)**, que crecen con D_f/B:

$$D_f/B \le 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1: \; F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c\tan\varphi}\;(\varphi>0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k\;(\varphi=0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

k = D_f/B (≤ 1) o $\tan^{-1}(D_f/B)$ (> 1, en radianes). Más allá de $D_f/B = 1$, la arcotangente sigue aumentando lentamente los coeficientes: **a diferencia de la ecuación de Terzaghi, esta no requiere un límite de profundidad**.

Enunciado

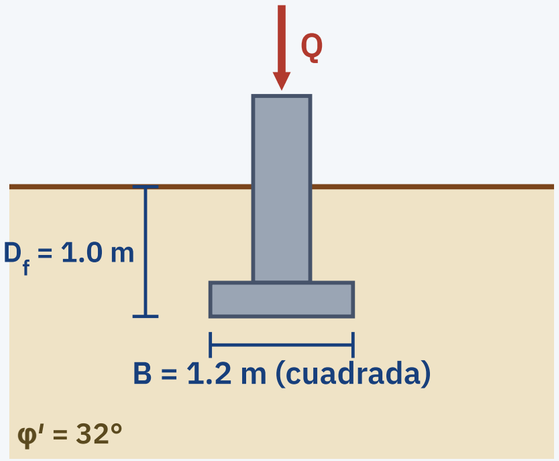
EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 32°$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32°)^2 = 0.2210$
Cimentación	**B = 1.2 m; D_f = 1.0 m (ejemplo) y comparación con D_f = 2.4 m**
Sin drenaje	**φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m**

SE PIDE

Determinar los valores de **F_{qd}, F_{cd}** y $F_{\gamma d}$ para cada caso.



Solución

SOLUCIÓN

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \leq 1$ (forma lineal)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (arcotangente: $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 Sin drenaje ($\varphi = 0$): $F_{qd} = 1$; $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B 0.83 → 2: F_{qd} 1.230 → 1.306; la contribución de la profundidad aumenta, pero **cada vez más lentamente**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Meyerhof: carga inclinada

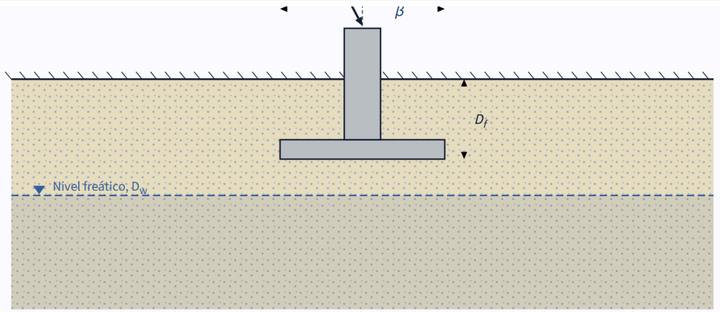
TEORÍA

Una carga que forma un ángulo β con la vertical moviliza menos resistencia vertical que una carga vertical: parte de la carga empuja la zapata lateralmente. La ecuación da la capacidad portante solo para la **componente vertical** de la carga. Los factores de inclinación de **Meyerhof** (1963) reducen cada término:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

Para β = 0, los tres valen 1. $F_{\gamma i}$ llega a cero en β = φ y **permanece** allí: el módulo no permite que $(1 - \beta/\varphi)^2$ vuelva a crecer. Se admite β **hasta 89°**, por debajo del punto en el que $(1 - \beta/90°)^2$ empezaría a crecer de nuevo.

La carga inclinada reduce la capacidad portante, sobre todo a través del término del peso propio.



La ecuación da la capacidad última únicamente para la componente VERTICAL de una carga inclinada.

Enunciado

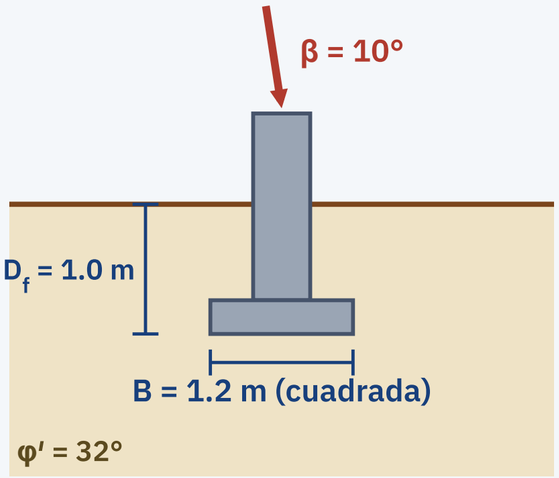
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.2 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	**arena:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(por debajo del nivel freático)**
Carga	**β = 10° respecto a la vertical (adicional: 20°, 30°, 32°)**

SE PIDE

Determinar los valores de F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ para β = 10°; ¿qué ocurre si β aumenta?



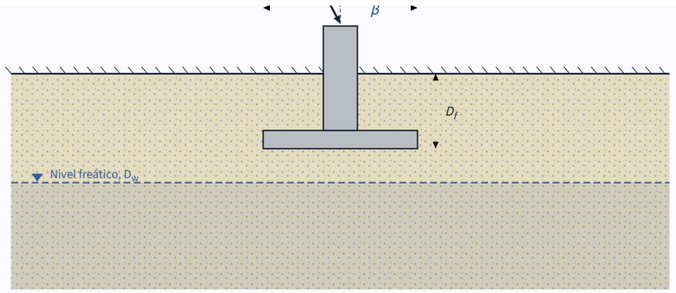
Solución

SOLUCIÓN

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ; \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

β (°)	$F_{ci} = F_{qi}$	$F_{\gamma i}$
0	1.000	1.000
10	0.790	0.473
20	0.605	0.141
30	0.444	0.004



La ecuación da la capacidad última únicamente para la componente VERTICAL de una carga inclinada.

Una carga inclinada 10° reduce los términos q y c un **21%** y el término del peso propio un **53%**; para β = φ′ = 32°, el término del peso propio desaparece por completo.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Ecuación general y caso sin drenaje

TEORÍA

Con los factores de §5–10 se completa la ecuación general. Bajo carga vertical, en una **zapata corrida** a nivel de la base, todos los factores de corrección valen 1 y la ecuación adopta la forma de Terzaghi: solo que, en lugar de los factores de Terzaghi, aparecen N_q de Reissner, N_c de Prandtl y N_γ de Vesic.

Carga sin drenaje ($\varphi = 0$, $c = c_u$): $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

El agua freática entra en la ecuación como en Terzaghi (§12): a través de q y del peso específico del tercer término, **nunca a través de los coeficientes**.

Enunciado

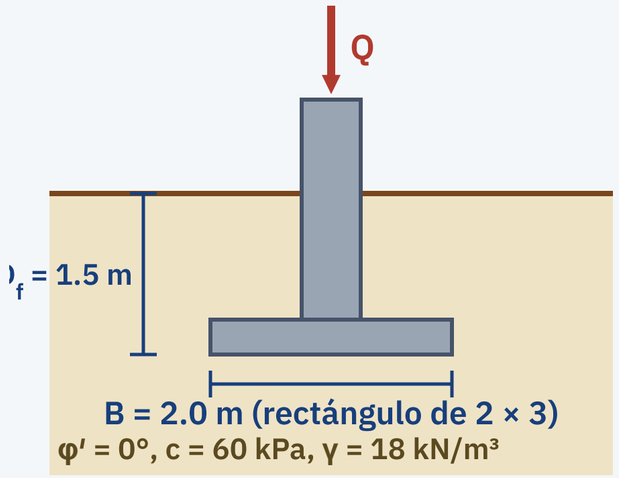
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**rectángulo de 2 m × 3 m, D_f = 1.5 m, carga vertical centrada**
Suelo	**arcilla, $\varphi = 0,\ c_u = 60\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$; sin nivel freático**
Seguridad	**FS = 3**

SE PIDE

Obtener q_u, q_{all} bruta y la capacidad portante neta.



Solución

SOLUCIÓN

1 Sobrecarga y coeficientes (φ = 0: $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27\ \text{kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 Capacidad portante ($F_{ci} = F_{qi} = 1$; $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9}\ \text{kPa}$$

3 Presión admisible bruta y neta

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0\ \text{kPa}$$

En arcilla sin drenaje, la capacidad portante procede casi por completo del **término de cohesión** (453 / 480 kPa): los factores de forma (1.13) y de profundidad (1.30) lo aumentan alrededor de un 47 %; como $N_\gamma = 0$ para φ = 0, no hay término de peso propio.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Los coeficientes no cambian; cambian q y γ

TEORÍA

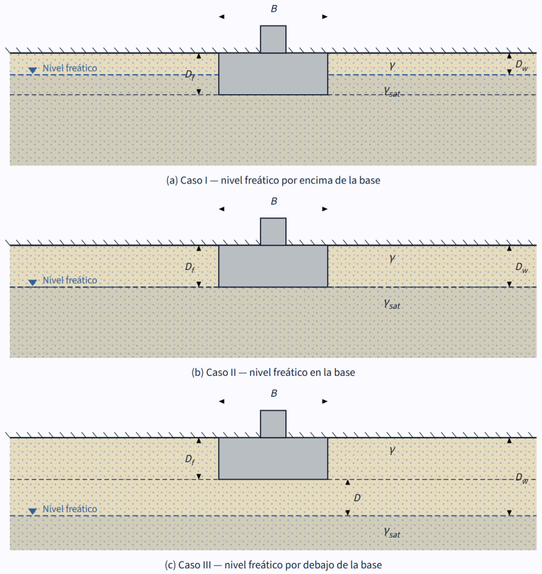
Por debajo del nivel freático actúa el peso específico efectivo γ′ = γ_{sat} − γ_w (γ_w = 9.81). El módulo distingue tres casos; D_w es la profundidad del nivel freático desde la superficie:

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (tercer término)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

El caso II ($D_w = D_f$) es un caso particular del I: q = γ D_f, con γ′ en el tercer término.

A una profundidad mayor que B bajo la base, el agua **carece de efecto**.



Enunciado

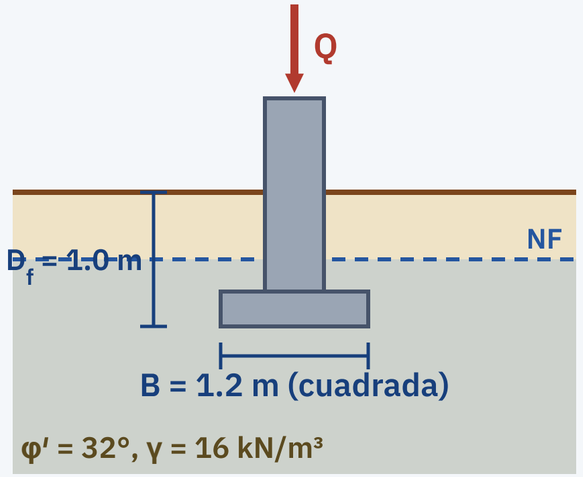
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.2 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	**arena:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(por debajo del nivel freático)**
Carga	**vertical, centrada; sin ε**

SE PIDE

Para una profundidad del nivel freático D_w = 0.5; 1.0; 1.5 y 2.6 m, determinar **q**, el peso específico del tercer término y $\mathbf{q_u}$. (F_{qs} = 1.625; F_{qd} = 1.230; $F_{\gamma s}$ = 0.6; N_q = 23.18; N_γ = 30.21; sin inclinación)



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Caso I ($D_w = 0.5 < D_f$) y $D_w = D_f$

$$D_w = 0.5: \ q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \ q = 16(1.0) = 16.0\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.69$$

2 Caso III ($D_w = 1.5 \Rightarrow D = 0.5\ \text{m} \leq B$) y agua sin efecto ($D_w = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319\ \text{kN/m}^3\ ; \ \ q = 16\ \text{kPa}$$

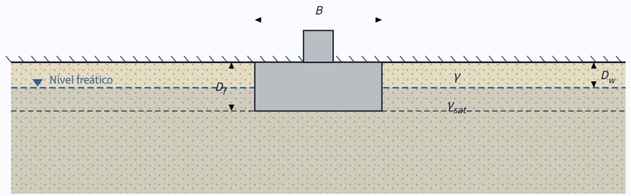
$$D_w = 2.6: \ q = 16,\ \gamma = 16$$

Solución (2/2)

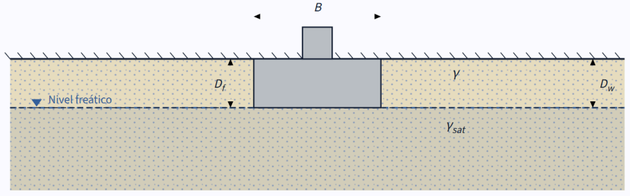
SOLUCIÓN

D_w (m)	Situación	q (kPa)	tercer término de γ	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	despreciable	16.00	16.00	**667.9**

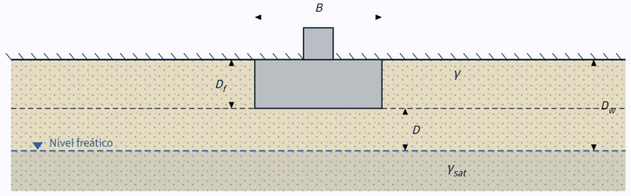
El nivel freático reduce la capacidad portante de dos maneras: la sobrecarga q disminuye y el término del peso propio se calcula con γ′. Con el agua a 0.5 m, q_u = 520; con el agua profunda, 668 kPa (22% de diferencia). Los coeficientes no cambian en absoluto: **el agua interviene solo a través de q y γ**.



(a) Caso I — nivel freático por encima de la base



(b) Caso II — nivel freático en la base



(c) Caso III — nivel freático por debajo de la base

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

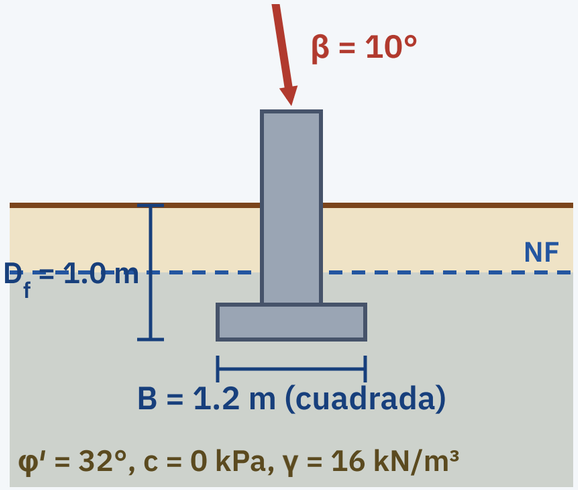
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.2 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	**arena:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(por debajo del nivel freático)**
Agua subterránea	**D_W = 0.5 m (caso I)**
Carga	**inclinada β = 10° respecto a la vertical**
Seguridad	**FS = 3**

SE PIDE

q_u, q_{all} bruta, carga vertical admisible y carga **resultante admisible**; después q_u para c = 5 kPa.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Coeficientes (φ′ = 32°; B/L = 1; D_f/B = 0.833; β = 10° < φ′)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 Caso I: q = 16(0.5) + (19.5 – 9.81)(0.5); γ′ = 9.69 kN/m³ (en el tercer término)

$$q = \mathbf{12.845}\ \mathrm{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \mathrm{kN/m^3}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Capacidad portante (c = 0: sin término de cohesión)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473)$$
$$= 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 Presión admisible y cargas (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 c = 5 kPa: término de cohesión (F_{cd} = 1.241, F_{cs} = 1.653, F_{ci} = 0.790)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \ \Rightarrow\ q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Bruta y neta, vertical y resultante

TEORÍA

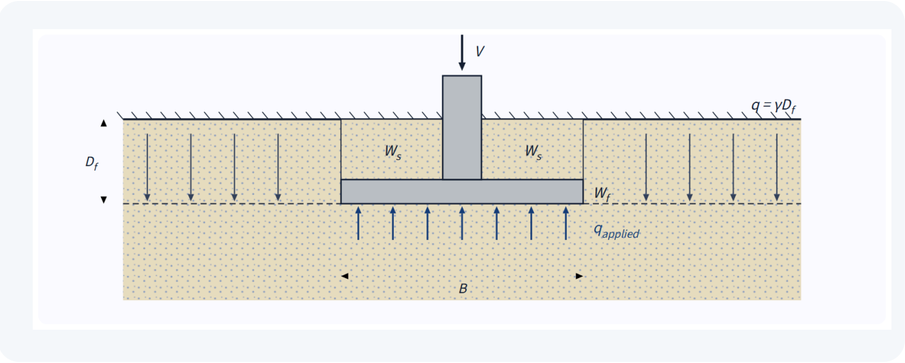
q_u es la presión vertical en el momento de la rotura. El módulo trata por separado la presión **bruta** y la **neta**:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La presión aplicada q_{apl} es la **presión bruta vertical** en la base bajo cargas de servicio, V/A; en carga inclinada se obtiene dividiendo por el área la componente vertical, no la resultante. La cimentación resulta aceptable cuando:

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Carga vertical admisible $Q_{all} = q_{all,g}\,A$; la resultante admisible con inclinación β es $Q_{all}/\cos\beta$. Si no se introduce q_{apl}, el módulo da únicamente las capacidades.



Enunciado

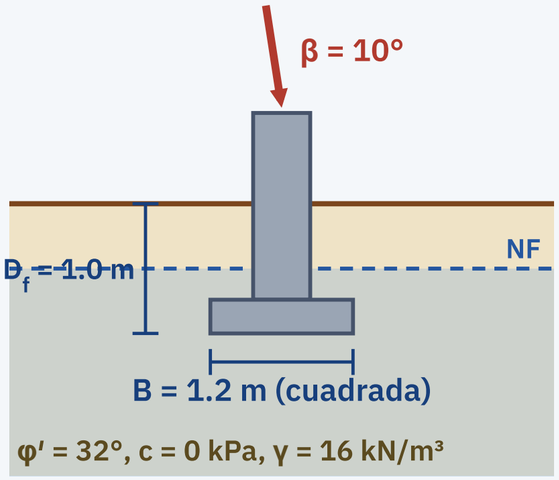
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.2 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	**arena:** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(por debajo del nivel freático)**
Nivel freático, pendiente	**D_W = 0.5 m, β = 10° (Ejemplo 8)**
Aplicado	**q_{apl} = 150 kPa (vertical, bruta)**
Resultado (Ejemplo 8)	**q_u = 519.99 kPa, q = 12.845 kPa, FS = 3**

SE PIDE

Comprobar las tres condiciones (bruta, FS_{real}, neta).



Solución

SOLUCIÓN

1 Presión admisible bruta

$$q_{apply} = 150\ \text{kPa} \leq q_{all,g} = 173.33\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{válido}$$

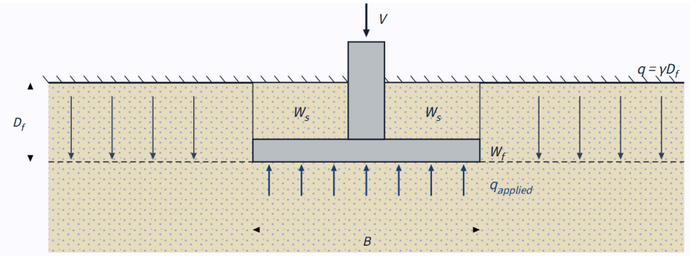
2 Factor de seguridad real

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47}\ \geq 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2\ \text{kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ \text{válido}$$



La cimentación cumple las tres condiciones. Carga vertical V = 150 × 1.44 = 216 kN; resultante 216/cos10° = 219.3 kN ≤ resultante admisible 253.4 kN.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.2 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	**arena:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(por debajo del nivel freático)**
Nivel freático, pendiente	**D_w = 0.5 m, β = 10°**
Comparación	**Vesic N_γ = 30.21 y Meyerhof (1963) N_γ = 22.02**

SE PIDE

¿Qué valores tendrían q_u y la q_{all} bruta del Ejemplo 8 con el N_γ de Meyerhof?

Solución

SOLUCIÓN

1 Solo cambia el tercer término

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u y q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

En esta cimentación la diferencia es solo del **2.6 %** (520 → 506 kPa): el término de peso propio es alrededor del 10 % de q_u. **En una cimentación ancha** y con baja sobrecarga, el término de peso propio pasa a ser dominante y la elección de N_γ modifica el resultado de forma apreciable.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Ecuación general: $q_u = cN_cF_c. + qN_qF_q. + ½\gamma BN_\gamma F_\gamma.$; con los factores de forma (s), profundidad (d) e inclinación (i)

Teoría de Meyerhof: cuña a $45° + \varphi/2$, zona radial, zona mixta; se representa mediante una superficie libre equivalente sobre la base (p_o, s_o, m, η, β)

Cimentación superficial: $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner), $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl); $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

Factores de forma de **De Beer**, de profundidad de **Hansen** y de inclinación de **Meyerhof**; para $\varphi = 0$, $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$

El **agua subterránea** solo modifica q y γ (3 casos), no los coeficientes

Comprobación: $q_{apl} \leq q_{all,g}$, FS_{real} y neto; con carga inclinada, resultante admisible $Q_{all}/\cos\beta$

Referencias bibliográficas

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — Secciones 2.4–2.5; esta página sigue el orden de su desarrollo; «la fuente» en el texto de esta página.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — la ecuación general de capacidad portante y sus factores; «la segunda fuente» en el texto de esta página.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

Las figuras se dibujan a partir del propio mecanismo; el gráfico de Nq se calcula con las ecuaciones de esta página.

NOTA

Las figuras de esta presentación proceden de la página de teoría de GeoTerva; todos los ejemplos numéricos se han obtenido con la propia biblioteca de cálculo del módulo, y el módulo da los mismos valores.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Calcular paso a paso en GeoTerva la cimentación de ejemplo de esta presentación: el módulo se abre con este modelo.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com