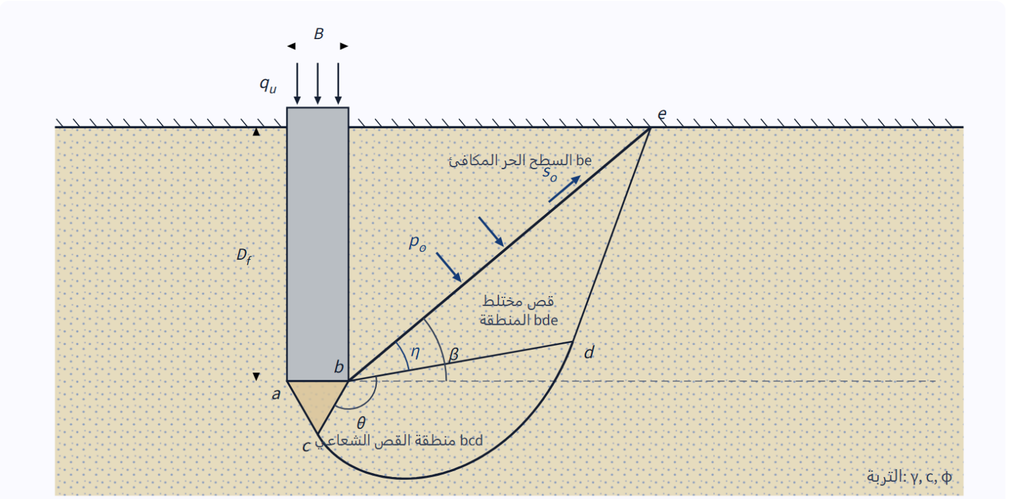
GeoTerva



شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الأساسات

قدرة التحمل وفق Meyerhof: المعادلة العامة

المحاضرة: من شبكة خطوط الانزلاق عند Meyerhof إلى معاملات قدرة التحمل، ومن تصحيحات الشكل والعمق والميل إلى المياه الجوفية؛ مع مثال محلول في كل موضوع.

شبكة خطوط الانزلاق

$N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$

الشكل · العمق · الميل

المياه الجوفية

أمثلة محلولة

يستند إلى صفحة النظرية في GeoTerva · geoterva.com

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- **التعرف على الحدود الثلاثة لمعادلة قدرة التحمل العامة** ومعاملات الشكل والعمق والميل لكل حد
- تتبع **شبكة خطوط الانزلاق** عند Meyerhof والسطح الحر المكافئ وكيفية استنتاج المعاملين N_c و N_q
- حساب معاملات **Reissner (N_q) و Prandtl (N_c)** و Vesic (N_γ) للقاعدة السطحية
- **تطبيق معاملات الشكل De Beer والعمق Hansen وميل الحمل Meyerhof**
- معالجة الحالة غير المصرفة ($\varphi = 0$) وحالات **المياه الجوفية** الثلاث
- إيجاد إجهاد التحمل المسموح به الإجمالي والصافي و**التحقق** منه

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: ما القاعدة، ولماذا هي كذلك؟

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

قاعدة المثال، وهي النموذج الابتدائي للوحدة: قاعدة مربعة 1.2 m × 1.2 m في رمل، D_f = 1 m، المياه الجوفية عند 0.5 m، والحمل مائل بزاوية 10° عن الرأسي.

ثلاثة حدود، لكل منها معاملاته الخاصة

النظرية

تحسب الوحدة **معادلة قدرة التحمل العامة**: الحدود الثلاثة لمعادلة Terzaghi (التماسك، والحمل الإضافي، والوزن الذاتي) ولكل حد معامل لـ **شكل القاعدة** و**عمقها** و**ميل الحمل**:

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}F_{ci} + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}F_{qi} + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}$$

تأتي N_c و N_q من نظرية Meyerhof (1951)؛ وتشتقها هذه الصفحة **خطوة بخطوة**. أما N_γ فتشرح له طريقة المحاولة، بينما تستخدم الوحدة الصيغة المغلقة لـ Vesic.

قاع القاعدة **خشن**؛ والتربة تحتها متجانسة وعميقة جداً؛ مقاومة القص $s = c + \sigma' \tan\varphi$. الحمل مركزي؛ ويعالج الحمل المائل بمعاملات الميل.

الفرق عن Terzaghi: فالطريقة ليست خاصة بالأساسات السطحية فقط؛ إذ تدخل التربة الواقعة فوق منسوب القاع في الآلية بواسطة **سطح حر مكافئ**. وتظهر هذه في المعادلة على هيئة **معاملات العمق**: ولا تفرض الوحدة حداً على النسبة D_f/B.

الرموز

c: التماسك، φ': زاوية الاحتكاك الداخلي

$q = \gamma\, D_f$: الحمل الإضافي عند منسوب قاع القاعدة

γ: الوزن الحجمي للتربة تحت القاعدة

B: الضلع القصير للقاعدة، L: الضلع الطويل

$F_{.s}$ للشكل، $F_{.d}$ للعمق، $F_{.i}$ للميل

إسفين 45° + φ/2، المنطقة القطرية والمنطقة المختلطة

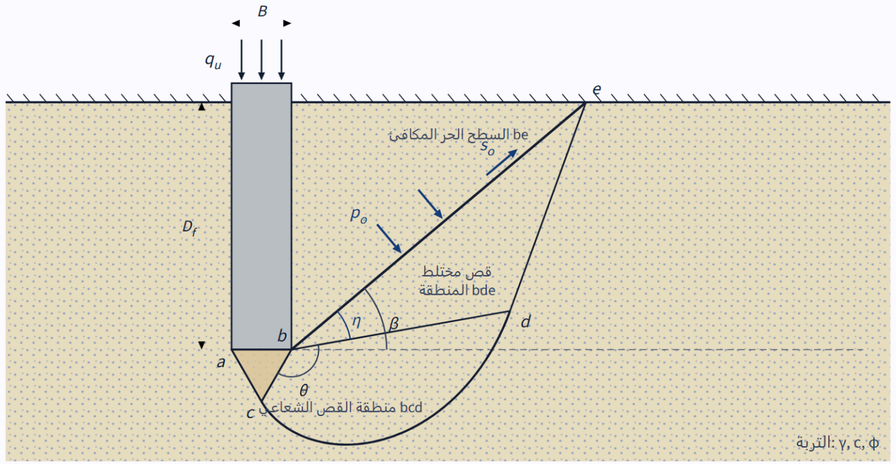
النظرية

اعتمد Meyerhof (1951) سطح الانهيار الموضح في الشكل. ويوجد تحت القاعدة، كما تبين التجارب أيضاً، **إسفين مرن abc**؛ وتميل أضلاعه بزاوية **45° + φ/2** لا بزاوية φ (أخذ Terzaghi الزاوية φ). وتجاوره **المنطقة الشعاعية bcd** التي يحدها قوس لولب لوغاريتمي $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$؛ وخلفها، بدلاً من منطقة Rankine المنفعلة عند Terzaghi، توجد **المنطقة المختلطة bde** التي يتوسط فيها الانزلاق بين الشعاعي والمستوي.

لا تهمل التربة فوق منطقة bde: يمثل أثرها بإجهادات **السطح الحر المكافئ** p_o (عمودي) و s_o (قص) على المستوى be. يميل المستوى على الأفقي بزاوية β؛ ويقع bd أسفله بزاوية η.

تبنى قدرة التحمل مرة أخرى بـ **التراكب**: إسهام c و p_o (N_c و N_q) وإسهام γ (N_γ):

$$q_u = c\,N_c + p_o\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$



التعبئة الجزئية m ودائرة Mohr

النظرية

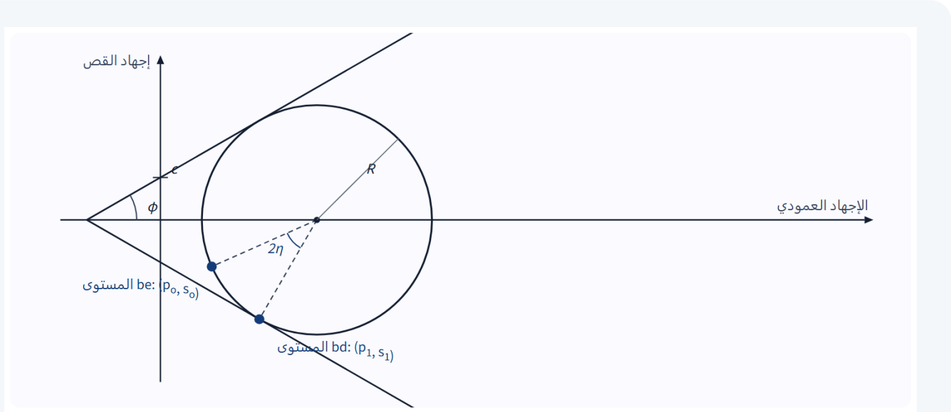
على السطح الحر المكافئ لا تتعبأ مقاومة القص إلا **جزئياً**: فقد كتب Meyerhof إجهاد القص على أنه جزء من المقاومة. أما في المنطقة الخطية bde فالتربة في حالة توازن لدن: وعلى المستوى bd تتعبأ المقاومة كاملة:

$$0 \le m \le 1: \quad s_o = m\,(c + p_o \tan\varphi) \qquad s_1 = c + p_1 \tan\varphi$$

$$R = \frac{c + p_1 \tan\varphi}{\cos\varphi} \qquad \cos(2\eta + \varphi) = \frac{m\,(c + p_o \tan\varphi)\cos\varphi}{c + p_1 \tan\varphi}$$

حالة الإجهاد في المنطقة bde هي **دائرة Mohr واحدة** (إلى الجانب): تقع النقطة bd على المغلف، وتتقدمها النقطة be على الدائرة بالزاوية 2η. وهذا يربط الزاوية η بالمقدار m.

حدان: **m = 1** ⇒ cos(2η + φ) = cosφ، **η = 45° − φ/2**؛ **m = 0** ⇒ cos(2η + φ) = 0، **η = 0**.



كيف نحصل على N_c وN_q؟

النظرية

على الوجه bc تكون المنطقة الشعاعية أيضاً في حالة الانهيار: $s'_p = c + p'_p \tan\varphi$. ومن العزوم حول القطب b (لا يبقى سوى الإجهادات العمودية على المنحنى الحلزوني والتماسك):

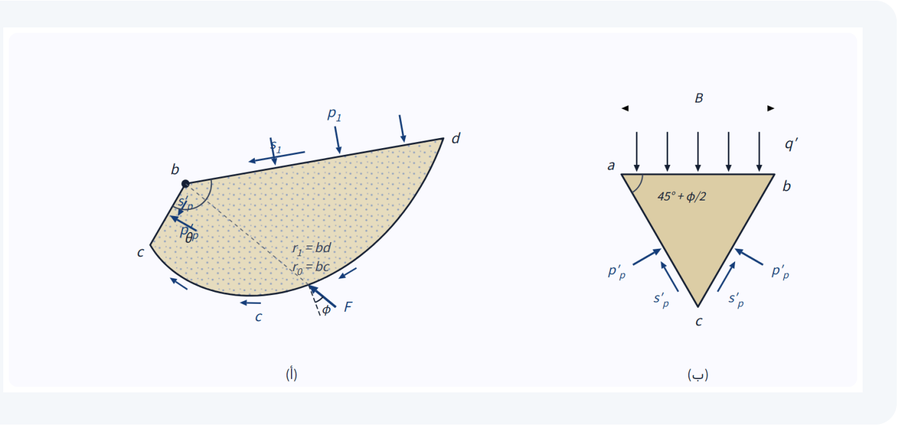
$$p'_p = p_1\, e^{2\theta \tan\varphi} + c \cot\varphi \left(e^{2\theta \tan\varphi} - 1\right)$$
$$s'_p = \left(c + p_1 \tan\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}$$

ثم الاتزان الرأسي للإسفين abc (طول كل وجه $B/2 \,/\, \cos(45° + \varphi/2)$):

$$q' = p'_p + s'_p \cot\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

يؤدي دمج جميع الحدود معاً إلى فصل الحدين c و p_o:

$$q' = c\, N_c + p_o\, N_q$$
$$N_q = \frac{\left(1 + \sin\varphi\right) e^{2\theta \tan\varphi}}{1 - \sin\varphi\, \sin(2\eta + \varphi)} \qquad N_c = \left(N_q - 1\right) \cot\varphi$$



النظرية

كيف يزيدها المعاملان β و m؟

تتوقف المعاملات على φ′، وعلى η من خلال m، وعلى **الزاوية θ** التي يمسحها اللولب من خلال ميل السطح الحر المكافئ β (هندسة الشكل 1):

$$\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \frac{\varphi}{2}$$

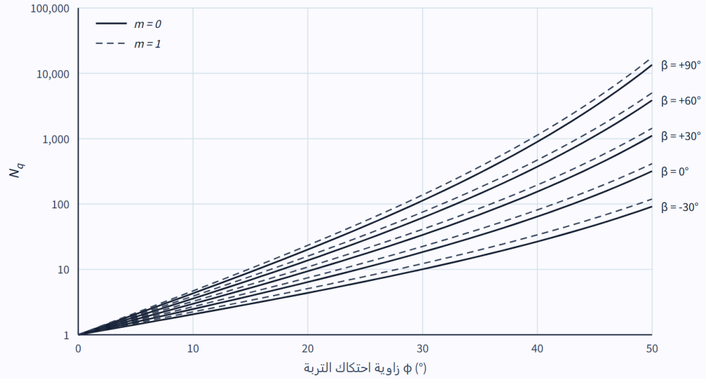
$$m = 0:\ \theta = 90^\circ + \beta \qquad m = 1:\ \theta = 135^\circ + \beta - \tfrac{\varphi}{2}$$

السطح الحر المكافئ للأساس العميق أشد انحداراً، وβ أكبر؛ وتزداد المعاملات معها بسرعة (في الشكل المجاور).

قاعدة على السطح (الشرط في اشتقاق Terzaghi): β = 0, m = 0 ⇒ θ = π/2 و sin(2η + φ) = 1:

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

هذان هما **معامل Reissner N_q (1924)** و**معامل Prandtl N_c (1921)**؛ وتستخدمهما الوحدة. وعند أخذ $p_o = \gamma D_f$ = q يصبح حدا c و q هما $cN_c + qN_q$؛ وتدخل التربة الواقعة فوق منسوب القاعدة في الحساب **بمعاملات العمق** بدلاً من β و m. وعندما φ → 0 فإن $N_c \to \pi + 2 = 5.14$.



المسألة

مثال

المعطيات

التربة: $\varphi' = 30^\circ,\ c = 0$

الحالات: **(أ) قاعدة سطحية: β = 0، m = 0 (ب) · β = 15°، m = 0 · (ج) β = 15°، m = 1**

المعادلات: $\theta = 135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2,\quad N_q = \dfrac{(1+\sin\varphi)e^{2\theta\tan\varphi}}{1-\sin\varphi\sin(2\eta+\varphi)}$

المطلوب

أوجد قيم **η, θ, N_q** و N_c لكل حالة. وهل تتفق N_q في القاعدة الموضوعة على سطح الأرض مع الصيغة المغلقة لـ Reissner؟

الحل (1/2)

الحل

1 (a) قاعدة موضوعة على السطح: $m = 0 \Rightarrow \eta = 45° - \varphi/2 = 30°$؛ $\theta = 135° + 0 - 30° - 15° = 90°$ (وهي مطابقة لقيمة Reissner: $e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$)

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(\pi/2)(0.5774)}}{1 - 0.5 \sin 90^\circ} = \frac{1.5(6.134)}{0.5} = \mathbf{18.40}$$

2 (b) $\beta = 15°$, $m = 0$: $\eta = 30°$؛ $\theta = 135° + 15° - 30° - 15° = 105°$؛ $\sin(2\eta + \varphi) = 1$

$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(1.8326)(0.5774)}}{0.5} = \mathbf{24.90} \qquad N_c = (24.90 - 1)\cot 30^\circ = \mathbf{41.39}$$

3 (c) $\beta = 15°$, $m = 1$: $\eta = 0$؛ $\theta = 135° + 15° - 0 - 15° = 135°$؛ $\sin(2\eta + \varphi) = \sin 30° = 0.5$

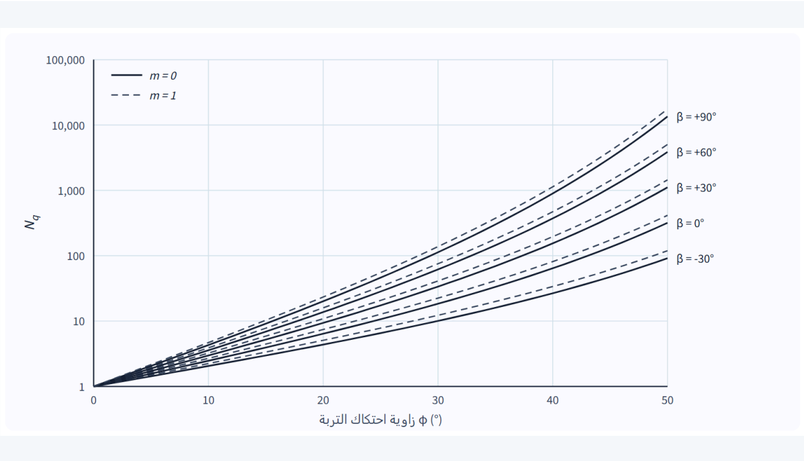
$$N_q = \frac{1.5\, e^{2(2.3562)(0.5774)}}{1 - 0.5(0.5)} = \frac{1.5(15.19)}{0.75} = \mathbf{30.38} \qquad N_c = \mathbf{50.89}$$

الحل (2/2)

الحل

N_c	N_q	θ (°)	η (°)	الحالة
30.14	18.40	90	30	β = 0، m = 0 (Reissner/Prandtl) (أ)
41.39	24.90	105	30	β = 15°, m = 0 (b)
50.89	30.38	135	0	β = 15°, m = 1 (c)

القاعدة السطحية **مطابقة** للصيغة المغلقة (18.40). وكلما زادت β وزادت التعبئة **ازدادت المعاملات بسرعة:** (a) → (c) تزداد N_q بمقدار 1.65 مرة. ولا تأخذ الوحدة هذه الزيادة في الحساب عن طريق الآلية، بل **بمعاملات العمق** (في الأقسام اللاحقة).



تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

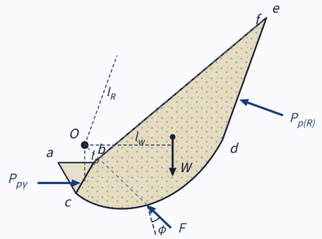
N_γ: طريقة التجربة، Meyerhof 1963 وVesic

كما في حل Terzaghi، لا توجد صيغة مغلقة للمعامل N_γ؛ بل يوجد **بالمحاولة**: تختار φ و β و m؛ ويحسب θ؛ ويرسم حلزون لوغاريتمي من مركز المحاولة O؛ وللجسم bcdf يعين الوزن W وقوة Rankine المنفعلة $P_{p(R)}$ على df؛ ومن العزوم حول O تحسب القوة المنفعلة على bc:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(R)}\, l_R}{l_p}$$

بتغيير O يُوجد أصغر $P_{p\gamma}$؛ مع الوزن الذاتي للإسفين abc:

$$q'' = \frac{\gamma B}{2}\left[\frac{4P_{p\gamma}\sin(45^\circ+\varphi/2)}{\gamma B^2} - \tfrac{1}{2}\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma$$



$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi)$$ (Meyerhof 1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$ (Vesic 1973, **هنا**)

تعتمد N_c و N_q و N_γ على φ فقط

النظرية

المصدران **متطابقان** بالنسبة إلى N_c و N_q؛ ويختلفان بالنسبة إلى N_γ: إذ إن N_γ هو المعامل الأكثر اعتماداً على الشكل المفترض للإسفين. عند φ = 30° يعطي Vesic القيمة 22.40، و Meyerhof (1963) القيمة 15.67. ومع N_γ عند Meyerhof كان حد الوزن الذاتي، ومن ثم q_u للتربة الاحتكاكية، أدنى.

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \qquad N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$$

المعاملات

φ (°)	N_c	N_q	N_γ	N_γ (M63)
0	5.14	1.00	0.00	0.00
10	8.34	2.47	1.22	0.37
20	14.83	6.40	5.39	2.87
26	22.25	11.85	12.54	8.00
30	30.14	18.40	22.40	15.67
32	35.49	23.18	30.21	22.02
35	46.12	33.30	48.03	37.15
40	75.31	64.20	109.41	93.69

المسألة

مثال

المعطيات

التربة $\varphi' = 32^\circ$ **(tan 32° = 0.6249)**

الطريقة **Reissner، Prandtl، Vesic؛ وللمقارنة Meyerhof (1963)**

المطلوب

أوجد قيم $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$, $\mathbf{N_\gamma}$ بالصيغ المغلقة؛ وقارن قيمة N_γ عند Vesic بقيمتها عند Meyerhof (1963).

الحل

الحل

1 Reissner N_q

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = e^{1.9631}(3.2546) = \mathbf{23.18}$$

2 Prandtl N_c

$$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = \mathbf{35.49}$$

3 Vesic N_γ (الذي تستخدمه الوحدة) و Meyerhof (1963)

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

$$N_\gamma^{M63} = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) = (23.18 - 1)\tan 44.8^\circ = 22.02$$

قيمة N_γ عند Vesic أكبر منها عند Meyerhof بنسبة **%37** ($\varphi' = 32°$). وهي متفقة مع قيم الجدول: N_c = 35.49، N_q = 23.18، N_γ = 30.21.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

De Beer: قاعدة غير شريطية

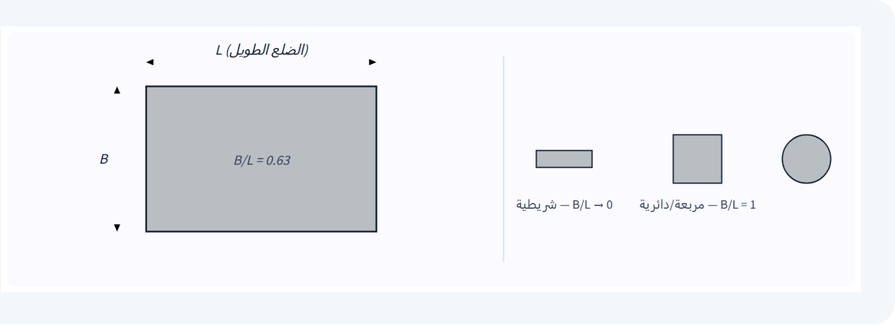
النظرية

الاشتقاق خاص بالقاعدة المستمرة (الشريطية) (حالة الانفعال المستوي). أما في القاعدة المستطيلة فالانهيار ثلاثي الأبعاد: إذ يمكن للتربة أن تتحرك أيضاً من طرفي الإسفين ومن الجانبين. ويصحح **De Beer** (1970) كل حد بنسبة الضلع القصير إلى الضلع الطويل B/L:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad F_{qs} = 1 + \frac{B}{L}\tan\varphi \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

في القاعدة الشريطية (B/L → 0) تساوي المعاملات الثلاثة 1؛ وتتحول المعادلة إلى صيغة الانفعال المستوي.

في القاعدة المربعة B/L = 1: يقل الحد N_γ بنسبة 40% ($F_{\gamma S} = 0.6$)، بينما يزداد الحدان q و c.



المسألة

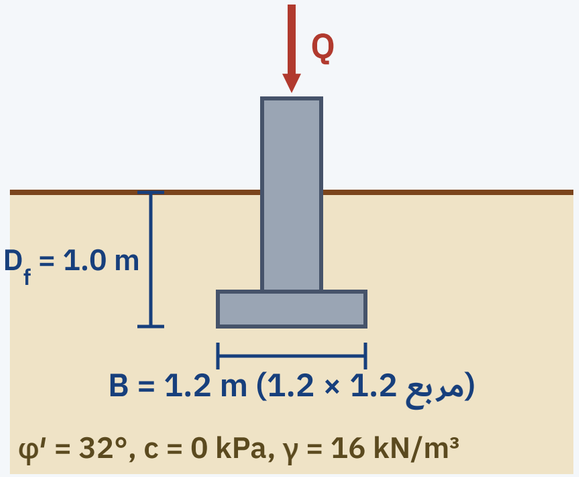
مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 32^\circ$: $N_c = 35.49,\ N_q = 23.18$ **(المثال 2)**
الأساس	**قاعدة مربعة B = L = 1.2 m؛ للمقارنة: B/L = 0.5 وقاعدة شريطية**

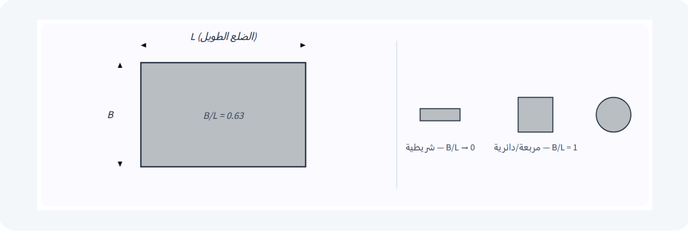
المطلوب

أوجد قيم F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$ للقاعدة المربعة؛ وأوجد المعاملات نفسها عند B/L = 0.5 أيضاً.



الحل

الحل



1 قاعدة مربعة (B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + (1)\frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653}$$
$$F_{qs} = 1 + (1)\tan 32^\circ = \mathbf{1.625}$$
$$F_{\gamma s} = 1 - 0.4(1) = \mathbf{0.600}$$

2 B/L = 0.5 وشريطية

شريطية : $F_{cs} = F_{qs} = F_{\gamma s} = 1$ $\quad B/L = 0.5 :\ F_{cs} = 1.327,\ F_{qs} = 1.312,\ F_{\gamma s} = 0.800$

في القاعدة المربعة يزداد حد q بنسبة **62%** ويقل حد الوزن الذاتي بنسبة 40%. وكلما صغرت B/L اقتربت المعاملات من قيمة القاعدة الشريطية (1).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

Hansen: مساهمة التربة الواقعة فوق قاع القاعدة

النظرية

يعد Terzaghi التربة الواقعة فوق قاع القاعدة **حملا ميتا** فقط. أما في نظرية Meyerhof فإن هذه التربة **تبدي مقاومة أيضا** عبر السطح الحر المكافئ؛ ويؤخذ ذلك في المعادلة العامة بالحسبان من خلال **معاملات العمق وفق Hansen (1970)** التي تزداد بزيادة D_f/B:

$$D_f/B \le 1:\ F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\frac{D_f}{B} \qquad D_f/B > 1:\ F_{qd} = 1 + 2\tan\varphi(1-\sin\varphi)^2\tan^{-1}\frac{D_f}{B}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1-F_{qd}}{N_c\tan\varphi}\ (\varphi>0) \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\,k\ (\varphi=0) \qquad F_{\gamma d} = 1$$

$k = D_f/B$ (≤ 1) أو $\tan^{-1}(D_f/B)$ (< 1، بالراديان). وبعد $D_f/B = 1$ يواصل قوس الظل زيادة المعاملات ببطء: **خلافاً لمعادلة Terzaghi لا تحتاج هذه المعادلة إلى حد أقصى للعمق.**

المسألة

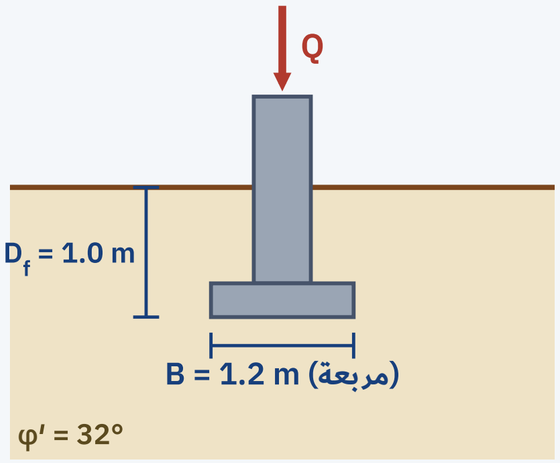
مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 32^\circ$: $N_c = 35.49$, $\tan\varphi' = 0.6249$, $(1 - \sin 32^\circ)^2 = 0.2210$
الأساس	B = 1.2 m؛ D_f = 1.0 m (المثال) ومقارنةً D_f = 2.4 m
غير مصّرف	φ = 0: B = 2 m, D_f = 1.5 m

المطلوب

أوجد قيم F_{qd} وF_{cd} و$F_{\gamma d}$ لكل حالة.



الحل

الحل

1 $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \le 1$ (الصيغة الخطية)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230}$$

$$F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan\varphi} = 1.230 + \frac{0.230}{(35.49)(0.6249)} = \mathbf{1.241}$$

2 $D_f/B = 2.4/1.2 = 2 > 1$ (قوس الظل: $\tan^{-1} 2 = 1.1071$ rad)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(1.1071) = \mathbf{1.306} \qquad F_{cd} = 1.306 + \frac{0.306}{22.18} = \mathbf{1.320}$$

3 غير مصّرف ($\varphi = 0$): $F_{qd} = 1$؛ $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$F_{cd} = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \qquad F_{qd} = 1$$

D_f/B من 0.83 إلى 2: F_{qd} من 1.230 إلى 1.306؛ إسهام العمق يتزايد لكنه **يتباطأ تدريجياً**.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

Meyerhof: الحمل المائل

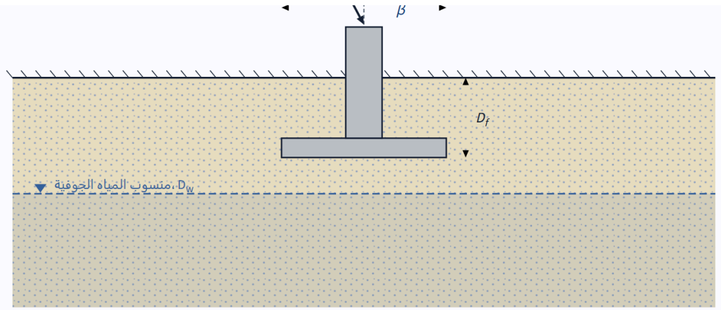
النظرية

يعبئ الحمل الذي يصنع زاوية β مع الرأسي مقاومة رأسية أقل مما يعبئه الحمل الرأسي: إذ يدفع جزء من الحمل القاعدة جانبياً. وتعطي المعادلة قدرة التحمل بالنسبة إلى **المركبة الرأسية** للحمل فقط. وتخفض معاملات ميل الحمل التي اقترحها **Meyerhof** (1963) كل حد من الحدود:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ}\right)^2 \qquad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \ (\beta < \varphi) \ ; \ F_{\gamma i} = 0 \ (\beta \geq \varphi)$$

عند β = 0 تساوي الثلاثة جميعاً 1. وتبلغ $F_{\gamma i}$ الصفر عند β = φ ثم **تبقى** عندها: فلا تسمح الوحدة بأن تعود $(1 - \beta/\varphi)^2$ إلى الزيادة. وتقبل β **حتى 89°**، أي دون النقطة التي تبدأ عندها $(1 - \beta/90^\circ)^2$ بالزيادة من جديد.

يقلل الحمل المائل قدرة التحمل، ولا سيما عبر حد الوزن الذاتي.



تعطي المعادلة قدرة التحمل القصوى للمركبة الرأسية فقط للحمل المائل.

المسألة

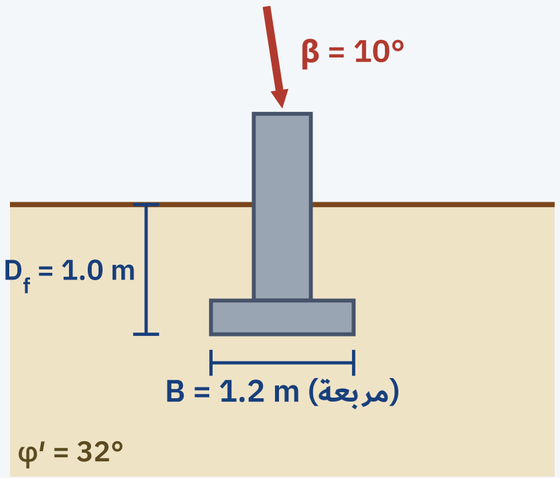
مثال

المعطيات

الأساس	مربعة، $B = L = 1.2$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m
التربة	رمل: $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
الوزن الحجمي	$\gamma = 16$ kN/m^3 (في الأعلى)، $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 (تحت منسوب المياه الجوفية)
الحمل	$\beta = 10^\circ$ عن الخط العمودي (إضافة: 20°، 30°، 32°)

المطلوب

أوجد قيم F_{ci}, F_{qi}, $F_{\gamma i}$ عند $\beta = 10^\circ$؛ ماذا يحدث إذا زادت β؟



الحل

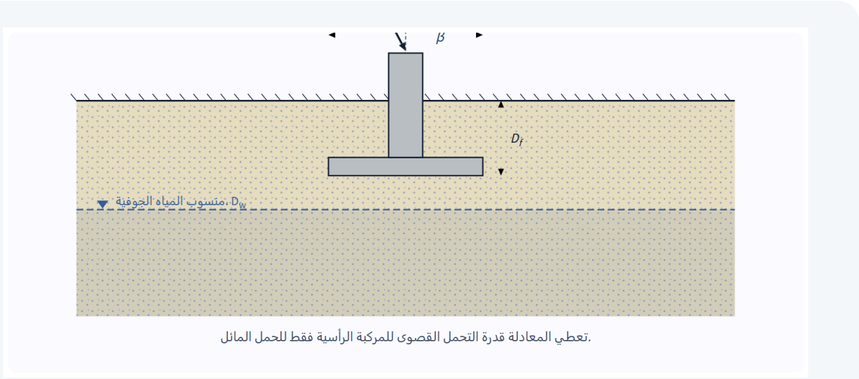
الحل

1 β = 10°, φ′ = 32° (β < φ)

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{10}{90}\right)^2 = \mathbf{0.790}\ ; \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{10}{32}\right)^2 = \mathbf{0.473}$$

$F_{\gamma i}$	$F_{ci} = F_{qi}$	(°) β
1.000	1.000	0
0.473	0.790	10
0.141	0.605	20
0.004	0.444	30

الحمل المائل بزاوية 10° يخفض حدي q و c بنسبة **21%** وحد الوزن الذاتي بنسبة **53%**؛ وعند β = φ′ = 32° يختفي حد الوزن الذاتي كلياً.



تعطي المعادلة قدرة التحمل القصوى للمركبة الرأسية فقط للحمل المائل.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المعادلة العامة والحالة غير المصّرفة

النظرية

تكتمل المعادلة العامة بالمعاملات الواردة في §5–10. وتحت حمل رأسي، في **قاعدة شريطية** عند منسوب القاع، تساوي جميع معاملات التصحيح 1 وتتخذ المعادلة صيغة Terzaghi: والفرق الوحيد أنه بدلاً من معاملات Terzaghi تظهر N_q الخاصة بـ Reissner وN_c الخاصة بـ Prandtl وN_γ الخاصة بـ Vesic.

التحميل غير المصّرف ($\varphi = 0$, $c = c_u$): $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = 5.14\, c_u\, F_{cs} F_{cd} F_{ci} + q\, F_{qs} F_{qd} F_{qi}$$

تدخل المياه الجوفية في المعادلة كما في Terzaghi (§12): عن طريق q والوزن الحجمي للحد الثالث، و**لا تدخل أبداً عبر المعاملات**.

المسألة

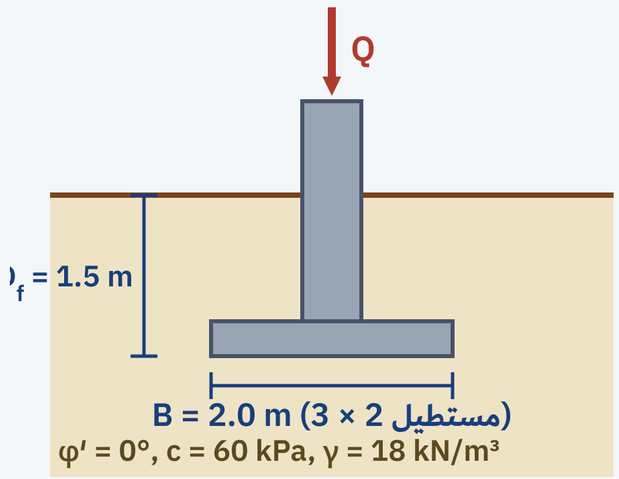
مثال

المعطيات

الأساس	مستطيل $D_f = 1.5$ m، 2 m × 3 m، حمل رأسي مركزي
التربة	طين، $\varphi = 0,\ c_u = 60$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3؛ لا توجد مياه جوفية
الأمان	FS = 3

المطلوب

أوجد q_u و q_{all} الإجمالي وقدرة التحمل الصافية.



الحل

الحل

1 الحمل الإضافي السطحي والمعاملات ($\varphi = 0$: $N_c = 5.14$، $N_q = 1$، $N_\gamma = 0$)

$$q = \gamma D_f = 18(1.5) = 27 \text{ kPa} \qquad F_{cs} = 1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5.14} = 1.130 \qquad F_{cd} = 1 + 0.4\frac{1.5}{2} = 1.300$$

2 قدرة التحمل ($F_{ci} = F_{qi} = 1$؛ $F_{qs} = F_{qd} = 1$)

$$q_u = 5.14(60)(1.130)(1.300) + 27(1) = 452.9 + 27 = \mathbf{479.9} \text{ kPa}$$

3 إجهاد التحمل المسموح به الإجمالي والصافي

$$q_{all,g} = \frac{479.9}{3} = \mathbf{160.0} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{q_u - q}{3} = \frac{452.9}{3} = 151.0 \text{ kPa}$$

في الطين غير المصرف تأتي قدرة التحمل تقريباً بالكامل من **حد التماسك** (453 / 480 kPa): فمعاملا الشكل (1.13) والعمق (1.30) يزيدانه بنحو 47%؛ ولأن $N_\gamma = 0$ عند $\varphi = 0$ فلا يوجد حد الوزن الذاتي.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المعاملات لا تتغير؛ q و γ يتغيران

النظرية

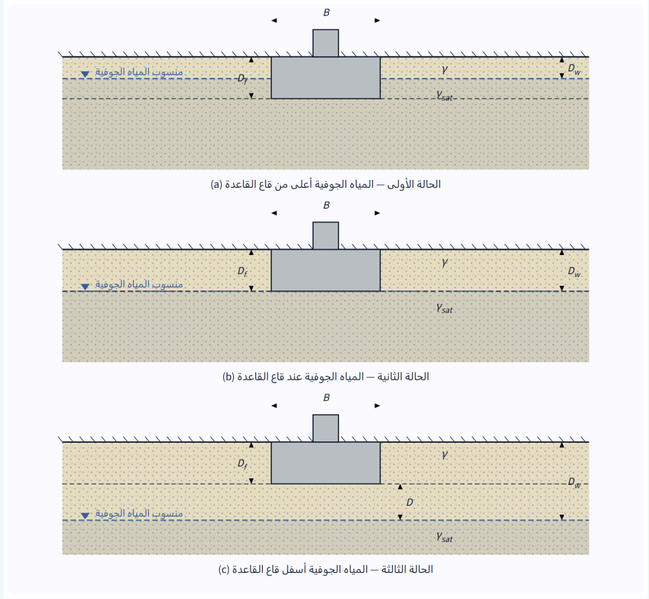
تحت منسوب المياه الجوفية يؤثر الوزن الحجمي الفعال ($\gamma_w = 9.81$) $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$. وتميز الوحدة بين ثلاث حالات؛ حيث D_w هو عمق المياه الجوفية من السطح:

I ($D_w \le D_f$): $q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w)$, $\gamma \to \gamma'$ (الحد الثالث)

III ($D_f < D_w \le D_f + B$): $q = \gamma D_f$, $\bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right]$, $D = D_w - D_f$

الحالة II ($D_w = D_f$) هي حالة خاصة من الحالة I: $q = \gamma D_f$، مع γ' في الحد الثالث.

لا يؤثر الماء على عمق يزيد عن B واحد أسفل قاع القاعدة.



الحالة الأولى – المياه الجوفية أعلى من قاع القاعدة (a)

الحالة الثانية – المياه الجوفية عند قاع القاعدة (b)

الحالة الثالثة – المياه الجوفية أسفل قاع القاعدة (c)

المسألة

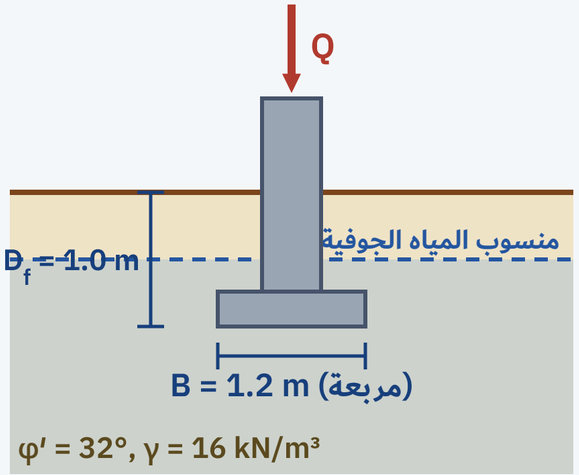
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 1.2$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m**
التربة	**رمل:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
الوزن الحجمي	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(في الأعلى)**، $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(تحت منسوب المياه الجوفية)**
الحمل	**رأسي، مركزي؛ بدون ε**

المطلوب

أوجد قيم **q** والوزن الحجمي في الحد الثالث و q_u عندما يكون منسوب المياه الجوفية $D_W = 0.5$ و 1.0 و 1.5 و 2.6 m. ($F_{qs} = 1.625$؛ $F_{qd} = 1.230$؛ $F_{\gamma s} = 0.6$؛ N_q = 23.18؛ N_γ = 30.21؛ بلا ميل)



الحل (1/2)

الحل

1 الحالة I ($D_w = 0.5 < D_f$ و $D_w = D_f$)

$$D_w = 0.5: \quad q = 16(0.5) + 9.69(0.5) = 12.845 \text{ kPa}, \quad \gamma' = 9.69$$

$$D_w = 1.0: \quad q = 16(1.0) = 16.0 \text{ kPa}, \quad \gamma' = 9.69$$

2 الحالة III ($D_w = 1.5 \Rightarrow D = 0.5 \text{ m} \le B$) ولا تأثير للماء ($D_w = 2.6 \Rightarrow D = 1.6 > B$)

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{1.2}\left[16(0.5) + 9.69(0.7)\right] = 12.319 \text{ kN/m}^3; \quad q = 16 \text{ kPa}$$

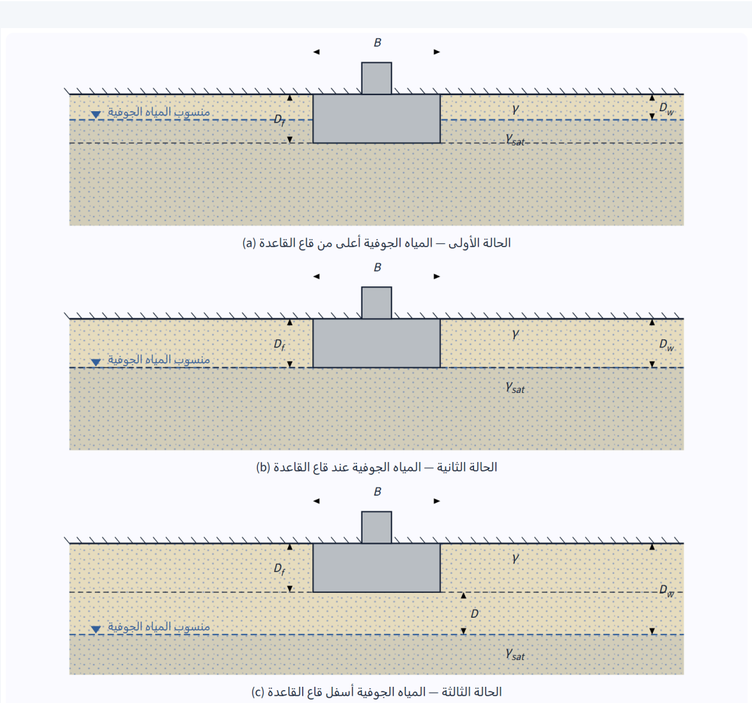
$$D_w = 2.6: \quad q = 16, \quad \gamma = 16$$

الحل (2/2)

الحل

D_w (m)	الحالة	q (kPa)	الحد الثالث γ	q_u (kPa)
0.5	I	12.84	9.69	**520.0**
1.0	I	16.00	9.69	**635.5**
1.5	III	16.00	12.32	**649.0**
2.6	مهمل	16.00	16.00	**667.9**

تخفض المياه الجوفية قدرة التحمل من طريقين: ينخفض الحمل الإضافي q ويحسب حد الوزن الذاتي بالوزن الحجمي المغمور γ′. فعندما يكون الماء عند عمق 0.5 m تكون q_u = 520، وعندما يكون الماء عميقاً تكون 668 kPa (فرق 22%). ولا تتغير المعاملات إطلاقاً: **فالماء لا يدخل في الحساب إلا من خلال q و γ.**



الحالة الأولى — المياه الجوفية أعلى من قاع القاعدة (a)

الحالة الثانية — المياه الجوفية عند قاع القاعدة (b)

الحالة الثالثة — المياه الجوفية أسفل قاع القاعدة (c)

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

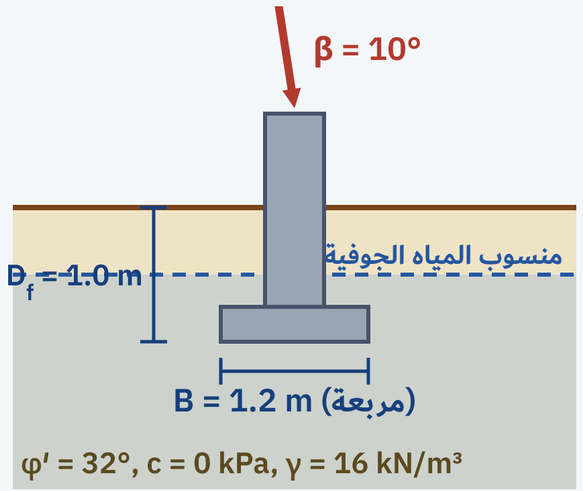
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 1.2$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m**
التربة	**رمل:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
الوزن الحجمي	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(في الأعلى)**، $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(تحت منسوب المياه الجوفية)**
المياه الجوفية	**$D_W = 0.5$ m (الحالة I)**
الحمل	**مائل عن الرأسي بزاوية $\beta = 10^\circ$**
الأمان	**$FS = 3$**

المطلوب

q_u، و q_{all} الإجمالي، والحمل الرأسي المسموح به، و **الحمل المحصل المسموح به**؛ ثم q_u عند $c = 5$ kPa.



الحل (1/2)

الحل

1 المعاملات ($\varphi' = 32°$؛ $B/L = 1$؛ $D_f/B = 0.833$؛ $\beta = 10° < \varphi'$)

$$N_c = 35.49,\ N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21$$

$$F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.600,\ F_{qd} = 1.230,\ F_{qi} = 0.790,\ F_{\gamma i} = 0.473$$

2 الحالة I: $q = 16(0.5) + (19.5 - 9.81)(0.5)$؛ $\gamma' = 9.69$ kN/m³ (في الحد الثالث)

$$q = \mathbf{12.845}\ \text{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \text{kN/m}^3$$

الحل (2/2)

الحل

3 قدرة التحمل (c = 0: لا يوجد حد التماسك)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.790) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.600)(1)(0.473)$$
$$= 470.17 + 49.82 = \mathbf{519.99}\ \text{kPa}$$

4 إجهاد التحمل المسموح به والأحمال ($A = 1.2^2 = 1.44\ m^2$)

$$q_{all,g} = \frac{519.99}{3} = 173.33\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 173.33(1.44) = \mathbf{249.59}\ \text{kN} \qquad \frac{Q_{all}}{\cos 10^\circ} = \mathbf{253.44}\ \text{kN}$$

5 $c = 5$ kPa: حد التماسك ($F_{cd} = 1.241$, $F_{cs} = 1.653$, $F_{ci} = 0.790$)

$$c\,N_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} = 5(35.49)(1.653)(1.241)(0.790) = 287.51 \Rightarrow q_u = \mathbf{807.50}\ \text{kPa}$$

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

الإجمالي والصافي، الرأسي والمحصلة

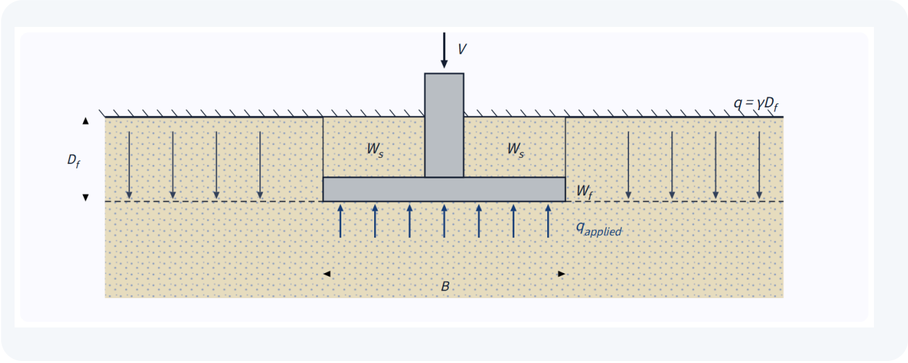
q_u هو الضغط الرأسي عند لحظة الانهيار. تتعامل الوحدة مع الضغط **الإجمالي** و**الصافي** بشكل منفصل:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

الإجهاد المطبق q_{app} هو **الإجهاد الرأسي الإجمالي** عند القاعدة تحت أحمال الخدمة، V/A؛ وفي حالة الحمل المائل يؤخذ بقسمة المركبة الرأسية، لا المحصلة، على المساحة. وتحقق القاعدة الشرط عند تحقق ما يلي:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

الحمل الرأسي المسموح به $Q_{all} = q_{all,g}\,A$؛ والمحصلة المسموح بها عند ميل β هي $Q_{all}/\cos\beta$. وإذا لم تُدخل q_{app} فلا تعطي الوحدة سوى قدرات التحمل.



المسألة

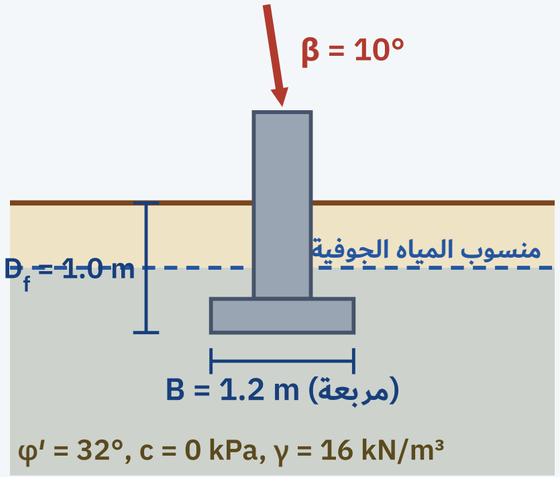
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 1.2$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m**
التربة	**رمل:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
الوزن الحجمي	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(في الأعلى)**، $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(تحت منسوب المياه الجوفية)**
المياه الجوفية، الميل	**$D_w = 0.5$ m، $\beta = 10^\circ$ (مثال 8)**
المطبق	**$q_{applied} = 150$ kPa (رأسي، إجمالي)**
النتيجة (مثال 8)	**$q_u = 519.99$ kPa, $q = 12.845$ kPa, FS = 3**

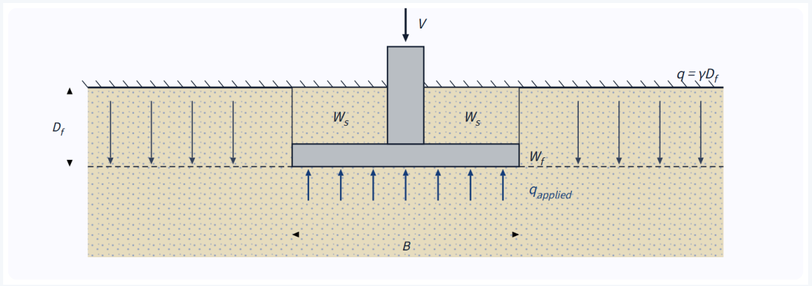
المطلوب

تحقق من الشروط الثلاثة (الإجمالي، FS_{actual}، الصافي).



الحل

الحل



1 إجهاد التحمل المسموح به الإجمالي

$$q_{apply} = 150 \text{ kPa} \leq q_{all,g} = 173.33 \text{ kPa} \Rightarrow \text{صالح}$$

2 معامل الأمان الفعلي

$$FS_{actual} = \frac{q_u}{q_{apply}} = \frac{519.99}{150} = \mathbf{3.47} \geq 3$$

3 Net

$$q_{apply} - q = 150 - 12.845 = 137.2 \text{ kPa}$$

$$q_{all,n} = \frac{519.99 - 12.845}{3} = 169.0 \text{ kPa} \Rightarrow \text{صالح}$$

تجتاز القاعدة الشروط الثلاثة جميعها. الحمل الرأسي V = 150 × 1.44 = 216 kN؛ والمحصلة 219.3 kN/216 = cos10° ≥ المحصلة المسموح بها 253.4 kN.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 1.2$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m**
التربة	**رمل:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
الوزن الحجمي	$\gamma = 16$ kN/m^3 **(في الأعلى)**، $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3 **(تحت منسوب المياه الجوفية)**
المياه الجوفية، الميل	**$D_w = 0.5$ m, $\beta = 10^\circ$**
المقارنة	**Vesic $N_\gamma = 30.21$ و Meyerhof (1963) $N_\gamma = 22.02$**

المطلوب

ماذا ستكون عليه قيمتا q_u وq_{all} الإجمالية في المثال 8 باستخدام N_γ وفق Meyerhof؟

الحل

الحل

1 يتغير الحد الثالث فقط

$$\tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(22.02)(0.600)(0.473) = \mathbf{36.31}\ \text{kPa} \quad (\text{Vesic: } 49.82)$$

2 q_u و q_{all}

$$q_u = 470.17 + 36.31 = \mathbf{506.48}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = 168.83\ \text{kPa}$$

في هذه القاعدة لا يتجاوز الفرق **2.6%** (506 kPa → 520): فحد الوزن الذاتي نحو 10% من q_u. أما في **القاعدة العريضة** مع حمل إضافي منخفض فيصبح حد الوزن الذاتي مهيمناً، ويغير اختيار N_γ النتيجة تغييراً واضحاً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

المعادلة العامة: $q_u = cN_cF_c. + qN_qF_q. + ½\gamma BN_\gamma F_\gamma$؛ بمعاملات الشكل (s) والعمق (d) والميل (i).

نظرية Meyerhof: الإسفين بزاوية $45° + \varphi/2$، والمنطقة الشعاعية، والمنطقة المختلطة؛ ويمثل ما فوق القاعدة بسطح حر مكافئ (p_o، s_o، m، η، β).

الأساس السطحي: $N_q = e^{\pi \tan\varphi}\tan^2(45° + \varphi/2)$ (Reissner)، $N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$ (Prandtl)؛ $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$ (Vesic)

معاملات الشكل حسب **De Beer**، ومعاملات العمق حسب **Hansen**، ومعاملات الميل حسب **Meyerhof**؛ عند $\varphi = 0$: $N_c = 5.14$، $N_q = 1$، $N_\gamma = 0$

المياه الجوفية تغير q و γ فقط (3 حالات)، وليس المعاملات

التحقق: $q_{applied} \le q_{all,g}$ و FS_{actual} والقيمة الصافية؛ وفي الحمل المائل تكون المحصلة المسموح بها $Q_{all}/\cos\beta$

المراجع

Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, 2(4), 301–332.

Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16–26.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press — الأقسام 2.4–2.5؛ تتبع هذه الصفحة ترتيب الاشتقاق الخاص به؛ يُشار إليه بـ "المصدر" في نص هذه الصفحة.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage — معادلة قدرة التحمل العامة والمعاملات الخاصة بها؛ يُشار إليه بـ "المصدر الثاني" في نص هذه الصفحة.

Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc. 1st Int. Congress of Applied Mechanics, Delft, 295–311.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. JSMFD, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique, 20(4), 387–411.

Hansen, J.B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin 28.

رُسمت الأشكال بناءً على آلية الانهيار نفسها؛ بينما يُحسب مخطط Nq من المعادلات الموضحة في هذه الصفحة.

ملاحظة

الأشكال الواردة في هذا العرض مأخوذة من صفحة النظرية في GeoTerva؛ وجميع الأمثلة العددية ناتجة عن مكتبة الحساب الخاصة بالوحدة، وتعطي الوحدة القيم نفسها.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

احسب قاعدة المثال الواردة في هذا العرض خطوة بخطوة في GeoTerva: تفتح الوحدة بهذا النموذج.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com