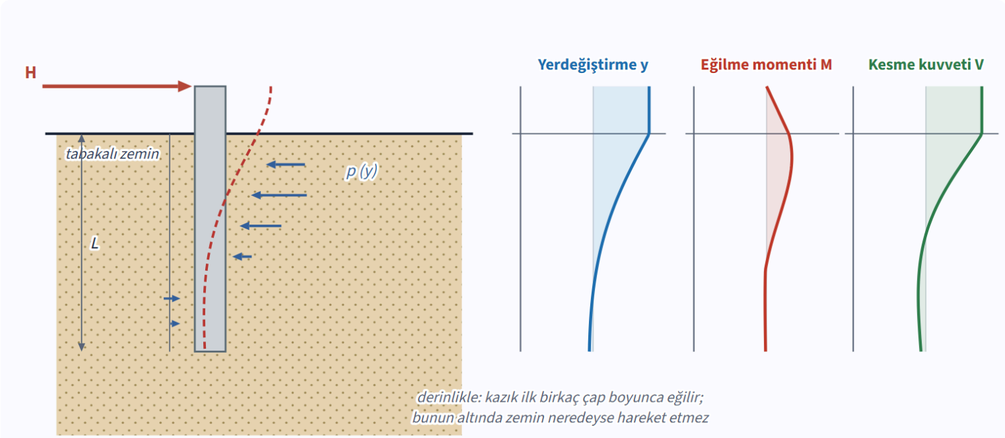
GeoTerva

Geoteknik ders sunumu · Kazıklar

# Yanal yüklü kazık: p–y yöntemi

Ders anlatımı: yanal yük altındaki kazığın yaylar üzerinde kiriş olarak çözümü, kum ve kil p–y eğrileri, çevrimsel yük, eksenel yük ve baş koşulları; her konuda çözümlü örnek.

- Yaylar üzerinde kiriş
- Kum ve kil p–y eğrileri
- Çevrimsel yük
- Baş koşulları
- Çözümlü örnekler



Giriş

# Bu derste neler öğreneceğiz?

- Yanal yüklü kazığı **yaylar üzerinde kiriş** olarak kurmayı: denklem, işaretler, uç koşulları
- **Elastik çözümleri** (Matlock–Reese: kum, $n_h$; Hetényi: kil, k) elle hesaplamayı
- **Kum** için API (Reese–Cox–Koop) ve **kil** için Matlock p–y eğrilerini, statik ve çevrimsel, noktası noktasına kurmayı
- Sayısal çözümün (sonlu elemanlar, Newton) **ne yaptığını** ve sonuçları nasıl okuyacağımızı bilmeyi
- **Eksenel yükün** (P–δ), **baş koşulunun** ve **serbest boyun** etkisini yorumlamayı
- İzin verilen yerdeğiştirmeye ya da moment kapasitesine karşılık gelen **yükü** bulmayı

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: kural nedir, neden öyle?

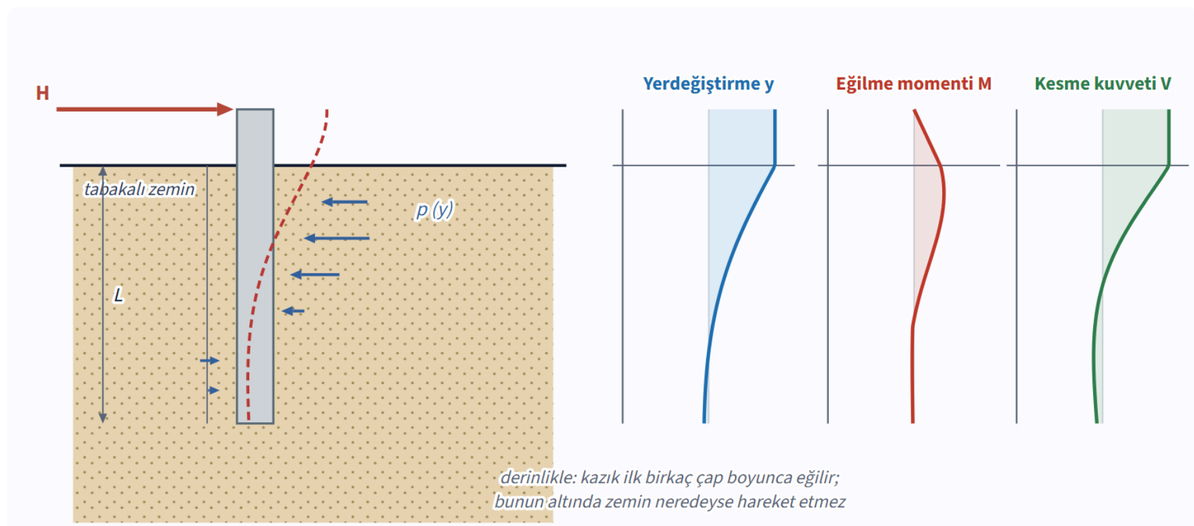
2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek kazık: 0,60 m çaplı, 14 m boyunda beton kazık; kum–kil–kum zeminde, zemin seviyesinde 120 kN yanal yük. Modül de bu modelle açılır.

# Yük zemine ancak yanal harekete aracılığıyla ulaşır

KURAM




Yanal yüklü kazık, ayakta durmuş bir temel gibi göçmez: yük zemine **yalnızca kazığın yana hareketiyle** geçer; zemin tepkisi harekete göre büyür ve zemin aktığında büyümeyi bırakır. Kazık zeminin ilk **birkaç çapında** kiriş gibi eğilir; daha derinde zemin neredeyse kımıldamaz.

**Nihai yük** (Broms): kısa kazıkta zeminin, uzun kazıkta kesitin göçtüğü yük. Kapasite verir, çalışma yükündeki yerdeğiştirmeyi ve momenti vermez.

**Elastik yatak katsayısı** (Matlock–Reese, Davisson–Gill, Heténi): zemin elastik yaylar; kapalı çözüm.

**p–y yöntemi** (Matlock, Reese ve ark.): yaylar **doğrusal değil**; p, y'ye göre rijit başlar, yumuşar ve zeminin nihai direncinde biter. Sayısal çözülür; katmanlı zemin, çalışma yükünden göçe yakın yüke kadar.

# Denklem, işaretler ve uç koşulları

KURAM

Kazık bir kiriş, zemin boyunca bir yay sırasıdır; her yay kendi derinliğinde ve ötekilerden bağımsızdır (Winkler). z yüzeyden aşağı, y yükün yönünde yerdeğiştirme:

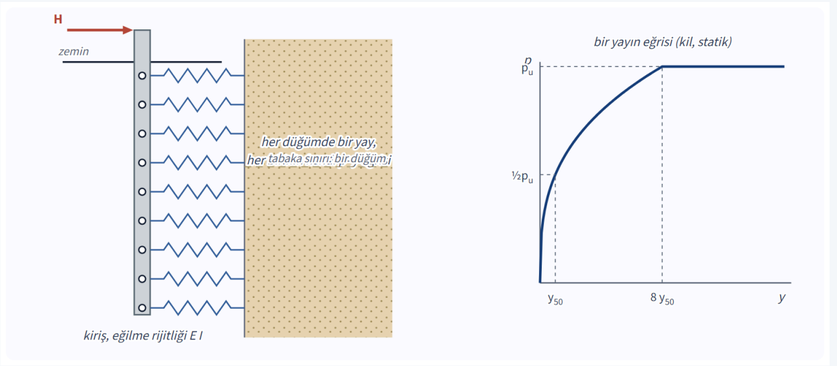
$$EI\,\frac{d^4y}{dz^4} + P\,\frac{d^2y}{dz^2} + p(y,z) = 0$$

$$\theta = \frac{dy}{dz} \qquad M = EI\frac{d^2y}{dz^2} \qquad V = EI\frac{d^3y}{dz^3} + P\theta \qquad \frac{dV}{dz} = -p$$

p, yerdeğiştirmeye karşı koyduğunda pozitiftir. Yay rijitliği k için p = k y; **k = $k_h$ D** (kN/m², birim boy ve birim yerdeğiştirme başına kuvvet).

**Uç serbest**: M = 0, V = 0. **Baş**: serbestse H ve $M_g$ verilir; dönmeye karşı tutuluysa eğim sıfırdır ve tutan moment çözümün parçasıdır.

Denklemin ihtiyacı olan tek şey zeminin yasası p(y, z): elastikte sabit k·y, doğrusal olmayanda p–y eğrileri.



# Kum: $k = n_h z$

KURAM

Kumda yatak katsayısı derinlikle doğru orantılı alınır: **$k = n_h z$**. Kazığın tek bir **karakteristik boyu** vardır; zemin yüzeyindeki yük Q ve moment $M_g$ için yerdeğiştirme ve moment:

$$T = \left( \frac{EI}{n_h} \right)^{1/5}$$

$$y = A_y \frac{QT^3}{EI} + B_y \frac{M_g T^2}{EI} \qquad M = A_m QT + B_m M_g$$

A ve B katsayıları Z = z/T'ye bağlıdır (yanda). Kazık **uzun** sayılır: L/T büyük, ucu hareket etmez.

Modül bu katsayıları kendi hesap motoruyla yeniden üretir: $A_y$ = 2,4292.

**KATSAYILAR (UZUN KAZIK)**

| Z | $A_y$ | $A_\theta$ | $A_m$ | $B_y$ | $B_\theta$ | $B_m$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2,429 | −1,619 | 0,000 | 1,619 | −1,747 | 1,000 |
| 0.5 | 1,640 | −1,500 | 0,458 | 0,871 | −1,250 | 0,974 |
| 1 | 0,961 | −1,194 | 0,725 | 0,364 | −0,789 | 0,851 |
| 1.4 | 0,543 | −0,891 | 0,770 | 0,112 | −0,480 | 0,686 |
| 2 | 0,142 | −0,462 | 0,627 | −0,070 | −0,153 | 0,404 |
| 3 | −0,075 | −0,039 | 0,224 | −0,089 | 0,057 | 0,059 |

$A_m$ en çok Z ≈ 1,4'te (0,77).

# Soru

SORU

**Verilenler**

| | |
|---|---|
| Kazık | **HP 250 × 85, L = 25 m, E I = 25 461 kN·m²** |
| Zemin | **kum, $n_h$ = 12 000 kN/m³** |
| Yük | **zemin yüzeyinde Q; $M_g$ = 0, serbest baş** |
| Katsayılar | $A_y = 2{,}4292$ **(baş),** $A_m = 0{,}772$ **(en büyük)** |

**İSTENEN**

Baş yerdeğiştirmesi **8 mm** olacak şekilde yükü Q ve **en büyük momenti** bulunuz. Kazık uzun mu?

# Çözüm

ÇÖZÜM

**1** Karakteristik boy ve kazık boyu

$$T = \left(\frac{25\,461}{12\,000}\right)^{1/5} = \mathbf{1{,}1624}\ \mathrm{m} \qquad \frac{L}{T} = \frac{25}{1{,}1624} = 21{,}5 \ \Rightarrow\ \text{uzun kazık}$$

**2** Yük: $y = A_y\, Q\, T^3 / E\, I \Rightarrow Q = y\, E\, I / (A_y\, T^3)$

$$Q = \frac{0{,}008(25\,461)}{2{,}4292\,(1{,}1624)^3} = \mathbf{53{,}4}\ \mathrm{kN}$$

**3** En büyük moment: $M = A_m\, T\, Q$

$$M_{max} = 0{,}772\,(1{,}1624)(53{,}4) = \mathbf{47{,}9}\ \mathrm{kN\cdot m}$$

Modül bu yükte baş yerdeğiştirmesini **8,00 mm**, en büyük momenti **47,9 kN·m** verir: elle hesapla aynı.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Kil: k sabit (Hetényi)

KURAM

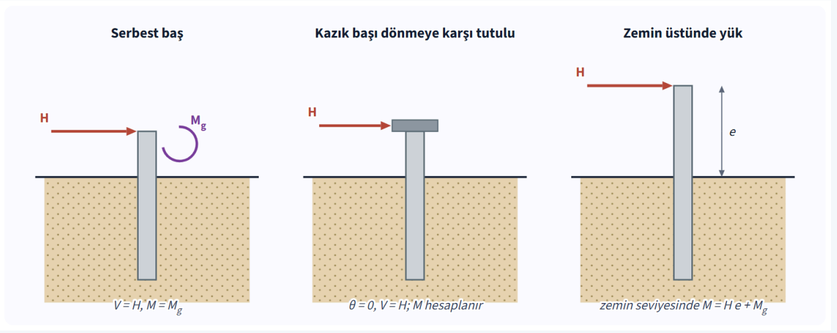
Kilde yatak katsayısı derinlikle **sabit** alınır. k, kazığın birim boyuna düşen zemin rijitliğidir; **β = (k / 4EI)$^{1/4}$**. Uzun kazık için Hetényi'nin kapalı çözümleri, zemin yüzeyindeki H yükü altında:

$$\text{serbest baş:}\quad y_0 = \frac{2H\beta}{k} \qquad M_{max} = 0{,}3224\,\frac{H}{\beta}\quad \left(z = \frac{\pi}{4\beta}\right)$$

$$\text{tutulu baş:}\quad y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3} \qquad M_{baş} = -\frac{H}{2\beta}$$

Başı dönmeye karşı tutulu kazık, serbest olanın **yarısı kadar** yerdeğiştirir; ama baştaki tutma momenti serbest kazığın en büyük momentinden **büyüktür**.

Gerçek başlık bu iki uç arasındadır; ne kadar yaklaştığı başlığın ve üst yapının rijitliğine bağlıdır.



# Soru

SORU

**Verilenler**

| | |
|---|---|
| Kazık | **D = 0,60 m, E I = 190 852 kN·m² (örnek kazık)** |
| Zemin | **kil, $k_h$ = 15 000 kN/m³ ⇒ k = $k_h$ D = 9 000 kN/m²** |
| Yük | **H = 120 kN, zemin yüzeyinde** |
| Kazık | **uzun** |

**İSTENEN**

**Serbest** ve **tutulu** baş için baş yerdeğiştirmesini ve momentleri Hetényi'nin kapalı çözümleriyle bulunuz.

# Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

**1** β

$$\beta = \left(\frac{k}{4EI}\right)^{1/4} = \left(\frac{9\,000}{4(190\,852)}\right)^{1/4} = \mathbf{0{,}3295}\ \mathrm{m}^{-1}$$

**2** Serbest baş

$$y_0 = \frac{2H\beta}{k} = \frac{2(120)(0{,}3295)}{9\,000} = \mathbf{8{,}79}\ \mathrm{mm}$$

$$M_{max} = 0{,}3224\frac{H}{\beta} = 0{,}3224\frac{120}{0{,}3295} = \mathbf{117{,}4}\ \mathrm{kN{\cdot}m} \quad \left(z = \tfrac{\pi}{4\beta} = 2{,}38\ \mathrm{m}\right)$$

# Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

**3** Tutulu baş

$$y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3} = \frac{120}{4(190\,852)(0{,}3295)^3} = \mathbf{4{,}39}\ \text{mm}$$

$$M_{baş} = -\frac{H}{2\beta} = -\frac{120}{2(0{,}3295)} = \mathbf{-182{,}1}\ \text{kN·m}$$

Tutulu baş yerdeğiştirmeyi **yarıya** (8,79 → 4,39 mm) indirir, ama baş momenti (182,1 kN·m) serbest kazığın en büyük momentinin (117,4 kN·m) **1,55 katı**. Modülün elastik seçeneği aynı sayıları verir: serbest 8,79 mm ve 117,4 kN·m, tutulu 4,39 mm ve 182,1 kN·m.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# API RP 2A: Reese, Cox ve Koop

KURAM

Yüzeye yakın zemin kazığın önünde bir **kama** halinde itilir; daha derinde zemin kazığın **çevresinden yatay akar**. Nihai direnç, z derinliğinde (σ′: o derinlikteki efektif gerilme) ikisinin küçüğüdür:

$$p_{us} = (C_1 z + C_2 D)\,\sigma' \qquad p_{ud} = C_3 D\,\sigma'$$

$$p = A\,p_u \tanh\left(\frac{k\,z\,y}{A\,p_u}\right) \qquad A = \max\left(0{,}9;\ 3 - 0{,}8\tfrac{z}{D}\right)\ \text{(statik)},\ A = 0{,}9\ \text{(çevrimse}$$

$C_1$, $C_2$, $C_3$ yalnızca **φ′**'ye bağlıdır; k başlangıç modülü, φ′ ve suya göre alınır (yanda).

Küçük y'de eğri **k z y** doğrusudur (elastik çözümün $n_h$ = k hali); büyük y'de **A $p_u$** ile biter. A, yüzeyde 3,0, 2,6D derinlikte 0,9: yüzeye yakın statik direnç daha yüksek, çevrimsel yükte yok.

### φ′ İLE DEĞİŞEN KATSAYILAR

| φ′ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | k (su üstü) | k (su altı) |
|---|---|---|---|---|---|
| 28° | 1,60 | 2,41 | 22,5 | 5,4 | 5,4 |
| 30° | 1,91 | 2,67 | 28,7 | 10,5 | 7,9 |
| 32° | 2,28 | 2,95 | 36,8 | 20,7 | 11,9 |
| 34° | 2,72 | 3,25 | 47,3 | 32,7 | 17,6 |
| 36° | 3,24 | 3,59 | 61,2 | 46,3 | 24,8 |
| 38° | 3,87 | 3,97 | 79,6 | 61,7 | 33,6 |
| 40° | 4,62 | 4,38 | 104,1 | 78,9 | 44,0 |

k: MN/m³. 32° için $C_1$ = 2,28; $C_2$ = 2,95; $C_3$ = 36,8.

# Soru

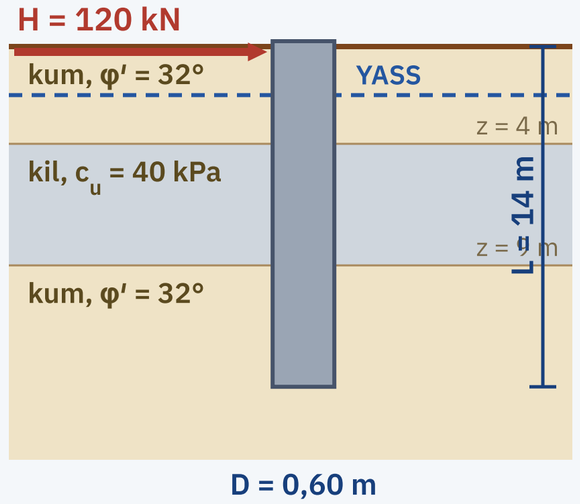
SORU

### Verilenler

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Derinlik | **z = 2,0 m (kum 1, YASS seviyesi); k = 20,7 MN/m³ (su üstü)** |
| Katsayılar | $K_0 = 0{,}4,\ K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$ |

### İSTENEN

σ′, $C_1$, $C_2$, $C_3$, $\mathbf{p_u}$, A ve y = 5 mm ile 10 mm için **p** değerlerini bulunuz.



# Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

**1** Efektif gerilme ve açılar (YASS = 2 m: yüzeyden z = 2'ye kadar nemli)

$$\sigma' = 18(2) = \mathbf{36{,}0}\ \mathrm{kPa} \qquad \alpha = \frac{\varphi'}{2} = 16^\circ,\ \beta = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 61^\circ,\ K_a = \tan^2 29^\circ = 0{,}3073$$

**2** Katsayılar (φ′ = 32°)

$$C_1 = \frac{K_0 \tan\varphi' \sin\beta}{\tan(\beta-\varphi')\cos\alpha} + \frac{\tan^2\beta\tan\alpha}{\tan(\beta-\varphi')} + K_0\tan\beta(\tan\varphi'\sin\beta - \tan\alpha) = \mathbf{2{,}281}$$

$$C_2 = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta-\varphi')} - K_a = \mathbf{2{,}947}$$

$$C_3 = K_a(\tan^8\beta - 1) + K_0\tan\varphi'\tan^4\beta = \mathbf{36{,}81}$$

# Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

**3** Nihai direnç: kama ile çevreden akışın küçüğü

$$p_{us} = (2{,}281(2) + 2{,}947(0{,}6))(36{,}0) = 227{,}9 \text{ kN/m}$$

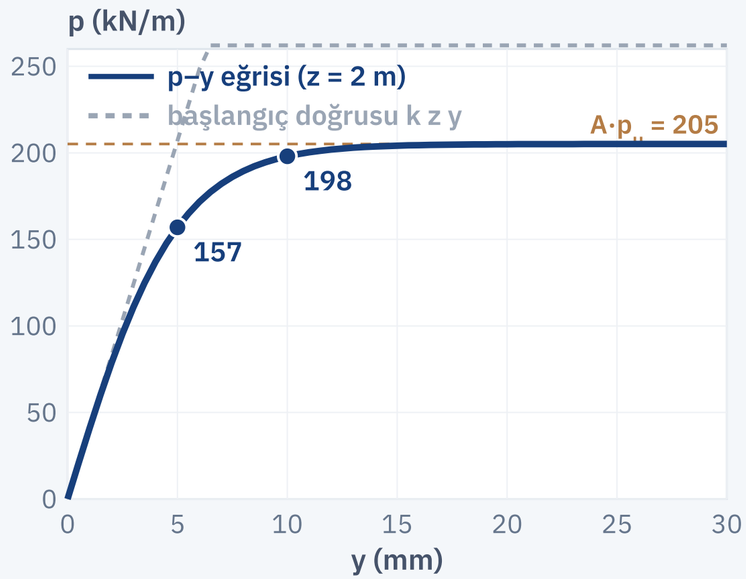
$$p_{ud} = 36{,}81(0{,}6)(36{,}0) = 795 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{227{,}9} \text{ kN/m}$$

**4** A ve eğri: A = max(0,9; 3 − 0,8 z/D) = max(0,9; 0,33) = 0,9; k z y / (A $p_u$)

$$y = 5 \text{ mm}: \; p = 0{,}9(227{,}9)\tanh\frac{20\,700(2)(0{,}005)}{0{,}9(227{,}9)}$$

$$= \mathbf{157{,}0} \text{ kN/m}$$

$$y = 10 \text{ mm}: \; p = \mathbf{198{,}0} \text{ kN/m}$$




Eğri A $p_u$ = 205 kN/m'ye doğru yaklaşır; 10 mm'de ona %97 kadar yakın. Bu derinlikte statik ve çevrimsel eğri **aynı** (A her ikisinde 0,9).

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Soru

SORU

**Verilenler**

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Derinlik | **z = 0,6 m (1D), σ′ = 18(0,6) = 10,8 kPa; k = 20,7 MN/m³** |
| Kum 1 | **$C_1$ = 2,281, $C_2$ = 2,947, $C_3$ = 36,81 (Örnek 3)** |

**İSTENEN**

Statik ve çevrimsel **p–y** değerlerini y = 10 mm için bulunuz.

# Çözüm

ÇÖZÜM

**1** Nihai direnç ve A

$$p_{us} = (2{,}281(0{,}6) + 2{,}947(0{,}6))(10{,}8) = 33{,}9 \text{ kN/m}$$

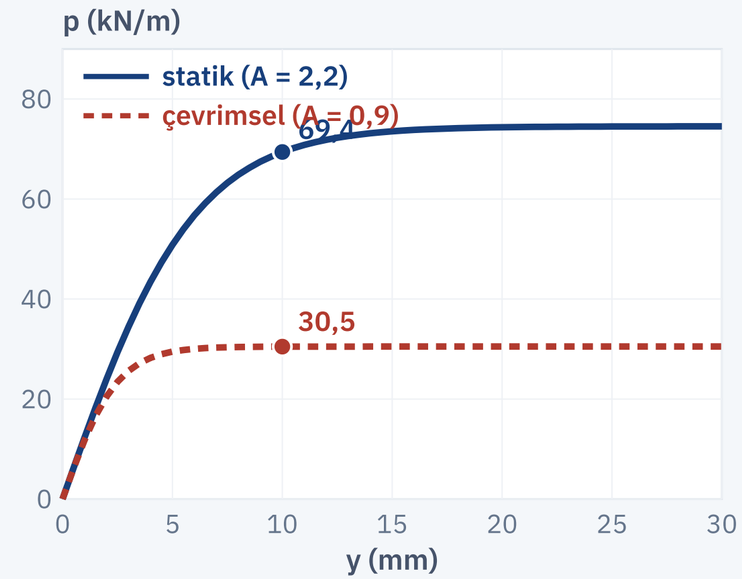
$$p_{ud} = 36{,}81(0{,}6)(10{,}8) = 238{,}6 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{33{,}9} \text{ kN/m}$$

$$A_{statik} = \max(0{,}9;\ 3 - 0{,}8(1)) = 2{,}2 \qquad A_{çevrimsel} = 0{,}9$$

**2** y = 10 mm: k z y = 20 700(0,6)(0,010) = 124,2

$$p_{statik} = 2{,}2(33{,}9)\tanh\frac{124{,}2}{2{,}2(33{,}9)} = \mathbf{69{,}4} \text{ kN/m}$$

$$p_{çevrimsel} = 0{,}9(33{,}9)\tanh\frac{124{,}2}{0{,}9(33{,}9)} = \mathbf{30{,}5} \text{ kN/m}$$




Yüzeye yakın kumda çevrimsel yük direnci **%56** düşürür (69,4 → 30,5 kN/m): A çarpanını yitirir. Bu yüzden çevrimsel yükte baş yerdeğiştirmesi büyür.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Matlock: yumuşak kil, statik ve çevrimsel

KURAM

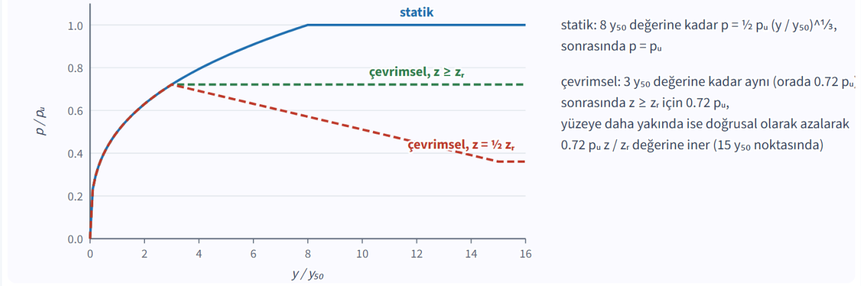
Kilde modül, API RP 2A'nın verdiği biçimiyle **Matlock** (1970) yumuşak kil eğrisini alır. Nihai direnç yine yakın yüzey (kama) ile derin (akış) değerinin küçüğüdür:

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{\sigma'}{c_u} + J\frac{z}{D}\right) c_u D;\ 9c_u D\right]$$

$$p = \tfrac{1}{2} p_u \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{1/3} \quad (y \le 8y_{50}) \qquad p = p_u \ (y > 8y_{50}) \qquad y_{50} = 2{,}5\,\varepsilon_{50} D$$

$\varepsilon_{50}$ ve J, $c_u$'ya göre: 48 kPa altı yumuşak (0,020; 0,5), 48–96 orta (0,010; 0,25), 96 üstü sert (0,005; 0,25).

**Çevrimsel**: $3y_{50}$'den sonra eğri 0,72 $p_u$'de kalır ($z \ge z_R$); daha sığda $15y_{50}$'de 0,72 $p_u$ $z/z_R$'ye **doğrusal düşer**. $z_R = \max[6D / ((\sigma'/z)(D/c_u) + J);\ 2{,}5D]$.




statik: 8 $y_{50}$ değerine kadar $p = ½\ p_u\ (y / y_{50})^{⅓}$, sonrasında $p = p_u$

çevrimsel: 3 $y_{50}$ değerine kadar aynı (orada 0.72 $p_u$), sonrasında $z \ge z_r$ için 0.72 $p_u$, yüzeye daha yakında ise doğrusal olarak azalarak 0.72 $p_u$ z / $z_r$ değerine iner (15 $y_{50}$ noktasında)

# Soru

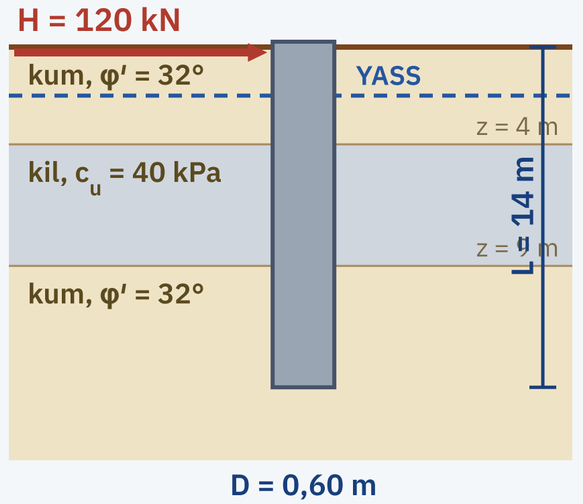
SORU

## Verilenler

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Derinlik | **z = 6,5 m (kil, 4–9 m); $\varepsilon_{50}$ = 0,020, J = 0,5** |
| Katman | **$c_u$ = 40 kPa** |

## İSTENEN

σ′, **$p_u$**, $y_{50}$ ve **statik** p–y değerlerini y = 15 mm ve 150 mm için; **çevrimsel** eğrinin $z_R$ ve plato değerini bulunuz.



# Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

**1** σ′: kum 0–2 m nemli (γ = 18), kum 2–4 m ve kil 4–6,5 m batık ($\gamma_{sat}$ = 19)

$$\sigma' = 18(2) + (19 - 9{,}81)(2) + (19 - 9{,}81)(2{,}5) = \mathbf{77{,}4}\ \mathrm{kPa}$$

**2** Nihai direnç ve $y_{50}$

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{77{,}4}{40} + 0{,}5\frac{6{,}5}{0{,}6}\right)(40)(0{,}6);\ 9(40)(0{,}6)\right]$$

$$= \min[248{,}4;\ 216{,}0] = \mathbf{216{,}0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$y_{50} = 2{,}5(0{,}020)(0{,}6) = \mathbf{30{,}0}\ \mathrm{mm}$$

# Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

**3** Statik eğri: $p = \frac{1}{2}\, p_u\, (y/y_{50})^{1/3}$

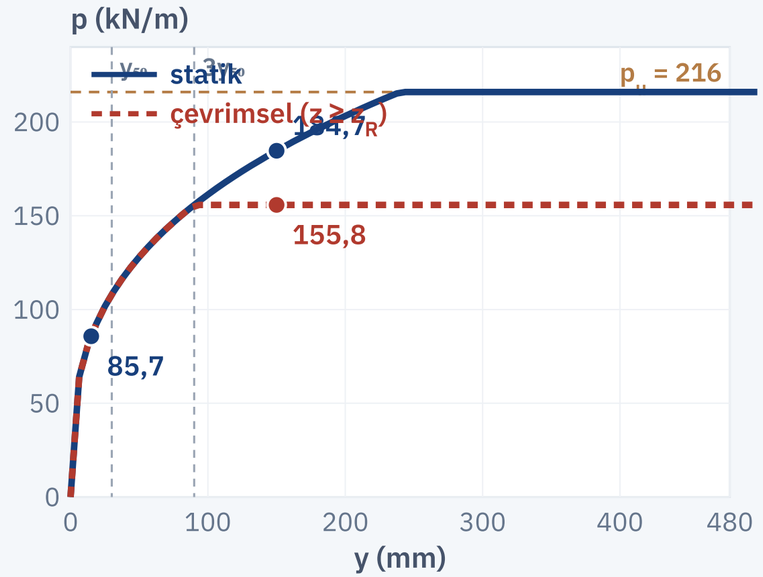
$$y = 15\ \text{mm}\ (0{,}5y_{50}):\ \ p = 0{,}5(216{,}0)(0{,}5)^{1/3} = \mathbf{85{,}7}\ \text{kN/m}$$

$$y = 150\ \text{mm}\ (5y_{50}):\ \ p = 0{,}5(216{,}0)(5)^{1/3} = \mathbf{184{,}7}\ \text{kN/m}$$

**4** Çevrimsel eğri: $z_R = \max[6(0{,}6)/((\sigma'/z)(D/c_u) + J);\ 2{,}5D] = \max[5{,}31;\ 1{,}5] = 5{,}31$ m; $z = 6{,}5 > z_R$

$$p_{çevr}(y \geq 3y_{50}) = 0{,}72\, p_u = 0{,}7211(216{,}0) = \mathbf{155{,}8}\ \text{kN/m}$$

y = 150 mm'de statik direnç 184,7, çevrimsel 155,8 kN/m: çevrimsel yük bu kilde direnci **%16** azaltır; $3y_{50}$'e kadar (90 mm) iki eğri aynıdır.




Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Her eğri, kendi derinliğinin zeminiyle

KURAM

σ′, üstteki tabakaların birim ağırlıklarının toplamıdır (su üstünde γ, altında $\gamma_{sat} - \gamma_w$); tabakanın **ortalaması değildir**, tabaka içinde derinlikle büyür.

Tabaka z'de φ′ ve k (kum) ya da $c_u$, $\varepsilon_{50}$ ve J (kil) verir. Kumun başlangıç modülü k, tabakanın bulunduğu suya göre alınır; suyun kestiği tabakada tabakanın orta derinliğine göre doldurulur ve elle değiştirilebilir.

Elemanlar **hiçbir tabaka sınırını aşmaz**: her sınırda bir düğüm vardır; zeminin rijitliği bir elemanın içinde değil, elemanlar arasında sıçrar.

Hesap sayfası her tabaka için eğrinin sayılarını tabakanın ortasında adım adım verir: σ′, katsayılar, $p_u$, A ya da $y_{50}$ — elle yeniden üretilebilir (bu sunumun Örnek 3 ve 5'i gibi).

Tabakalar kazık ucuna kadar uzanmalıdır; ucun altındaki zemin tanımlı değildir ve uç serbesttir. Sert bir kum üstündeki yumuşak kil, diyagramlarda sınırda bir **kırılma** olarak görünür.

# Sonlu elemanlar ve Newton

KURAM

Denklem sonlu elemanlarla çözülür: kazık **kübik kiriş elemanlarına** bölünür, her düğümde y ve eğim θ. Zemin tepkisi her elemanda **dört Gauss noktasında** eğriden alınır ve integre edilir. K u + f(u) = F doğrusal olmayan denklemi Newton yöntemiyle çözülür:

$$(K + K_s(u_i))\,\Delta u = F - K u_i - f(u_i) \qquad K_s = \int N^T \frac{dp}{dy} N \, dz$$

dp/dy, sekant rijitliğin **yirmide birinin** altına düşmez: eğrinin düz ya da düşen yerlerinde de matris pozitif kalır. Adım azaltan bir doğru araması ve başarısız olursa sönümlü sekant adımı vardır.

Eleman boyu D/6 (3–15 cm); sonuç ağa, gösterilen basamaklara kadar bağlı **değildir** (eleman 0,4 → 0,025 m: baş yerdeğiştirmesi 6,228 → 6,228 mm).

Yük zeminin taşıyabileceğinden fazlaysa **denge yoktur**; modül bunu söyler ve sayı vermez. Zemin yüzeyin altında **beş kazık genişliğinden** fazla yer değiştirmişse de çözüm sayılmaz.

Çevrimsel kil eğrisi ya da eksenel yükle yanıt tek bir yükselen eğri değildir; **sınır yüke** kadar çıkar. Modül yüke sıfırdan adımlarla ulaşır.

Her çalışmada iki kontrol yazılır: Σ p Δz = H ve uçtaki moment = 0 (statik).

# P–δ etkisi ve burkulma

KURAM

Eksenel yük P, kazığın **eğilmiş şekli** boyunca etkir: denklemde (P d²y/dz² terimi) ve her elemanın geometrik rijitliğinde bulunur; basınç altındaki kirişin yanal rijitliğini düşürür, yerdeğiştirmeyi ve momenti artırır. Modül P'yi tüm boyda sabit ve baş ile uçta aynı alır (gerçekte gövde sürtünmesi yükü zemine aktarır; sabit almak güvenli taraftadır).

$$P_{cr} = \sqrt{k\,EI} \qquad (\text{serbest baş},\ k\ \text{sabit},\ \text{uzun kazık})$$

Sonsuz kirişin 2√(kEI) değerinin **yarısıdır**: serbest uç dönebilir. Tutulu baş daha yüksek yükte burkulur.

P burkulma yüküne yaklaşırken yük–yerdeğiştirme sınırsız yükselir; modül **"eksenel yük burkulma yükünü aşıyor"** der.

Kazık kesitinin eksenel yük ile momentin birlikteki dayanımı yapısal tasarım kontrolüdür.

**ÖRNEK KAZIK**

E I = 190 852 kN·m² ve elastik kilde k = 9 000 kN/m² için:

$$P_{cr} = \sqrt{9\,000\,(190\,852)} = 41\,445\ \text{kN}$$

# Soru

SORU

**Verilenler**

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Yükler | **H = 120 kN; eksenel yük P = 800 kN (sabit)** |
| Burkulma | **k = $k_h$ D = 9 000 kN/m² (elastik kil), serbest baş** |
| Modül | **P = 0: baş 6,23 mm, $M_{max}$ 151,8 kN·m** |

**İSTENEN**

P = 800 kN burkulma yüküne **yakın** mı? P–δ etkisi ne kadar?

# Çözüm

ÇÖZÜM

**1** Burkulma yükü (serbest baş, k sabit)

$$P_{cr} = \sqrt{kEI} = \sqrt{9\,000(190\,852)} = \mathbf{41\,445}\ \text{kN} \qquad \frac{P}{P_{cr}} = \frac{800}{41\,445} = \mathbf{0{,}019}$$

**2** Modülde P = 800 kN ile (P–δ dahil)

$$y_{baş}\text{:}\ \ 6{,}23 \rightarrow 6{,}32\ \text{mm}\ \ (+2\%) \qquad M_{max}\ :\ \ 151{,}8 \rightarrow 154{,}5\ \text{kN·m}\ \ (+2\%)$$

800 kN, burkulma yükünün yalnızca **%2**'i: eksenel yük kazığı burkulmaya yaklaştırmıyor; P–δ etkisi yerdeğiştirmeyi %2, momenti %2 artırıyor. Bu kazıkta yanal analizde eksenel yük ikincil, ama ihmal edilemez.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Serbest, tutulu ve zemin üstündeki yük

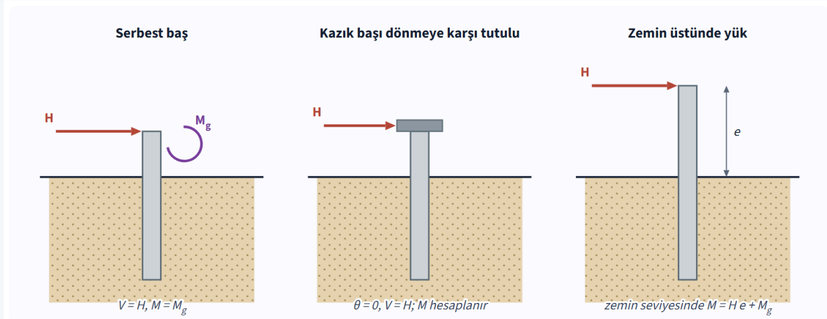
KURAM

**Serbest baş**: yük noktasında V = H ve M = $M_g$.

**Tutulu baş**: eğim sıfır, baş yana hareket eder. Uzun, düzgün, elastik zeminde serbest olanın **yarısı kadar** yerdeğiştirir; tutan moment M = −H/(2β), serbest kazığın en büyük momentinden büyüktür. Gerçek başlık iki durum arasındadır.

**Serbest boy e**: zemin üstündeki kazık konsol gibi eğilir. Kesme kuvveti zemine kadar H'dir ve moment zemin yüzeyinde **M(0) = $M_g$ + H e**'ye ulaşır; orada zemin devreye girer.

Baş yerdeğiştirmesi = zemin yüzeyindeki yerdeğiştirme + yüzeydeki dönme × e + serbest boyun konsol yerdeğiştirmesi (H $e^3$ / 3EI). Aynı yük, serbest boyla baş yerdeğiştirmesini zemin yüzeyininkinden **çok daha büyük** yapar; en büyük moment çoğunlukla zeminde ya da biraz altındadır.



# Soru

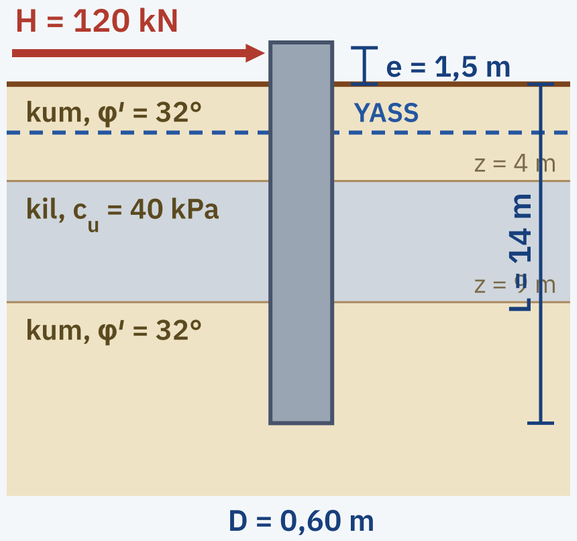
SORU

## Verilenler

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Serbest boy | **yük zeminin e = 1,5 m üstünde; H = 120 kN, serbest baş** |
| Modül (zemin yüzeyinde) | **$y_{zemin}$ = 11,12 mm, eğim = 0,321° (yüke doğru)** |

## İSTENEN

Zemin yüzeyindeki **momenti** ve **baş yerdeğiştirmesini** bulunuz; sonucu modülün 20,23 mm'siyle karşılaştırınız.



# Çözüm

ÇÖZÜM

**1** Zemin yüzeyindeki moment (serbest boyda kesme H, $M_g = 0$)

$$M(0) = M_g + H\,e = 0 + 120(1{,}5) = \mathbf{180}\ \text{kN·m}$$

**2** Serbest boyun konsol yerdeğiştirmesi

$$\frac{H\,e^3}{3EI} = \frac{120(1{,}5)^3}{3(190\,852)} = 0{,}71\ \text{mm}$$

**3** Baş yerdeğiştirmesi = $y_{zemin} + |\theta|\,e + H\,e^3/3EI$

$$y_{baş} = 11{,}12 + 5{,}605(1{,}5) + 0{,}71 = \mathbf{20{,}23}\ \text{mm}$$

Elle **20,23 mm**, modülde 20,23 mm: aynı. Yük zemin seviyesindeyken baş 6,23 mm yer değiştiriyordu; 1,5 m serbest boy **3,2 katı** yapıyor. En büyük moment 306 kN·m, zemin yüzeyinin 1,68 m altında (zemin yüzeyindeki 180 kN·m'nin üstünde).

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Hangi sayı neyi söyler?

KURAM

**Baş yerdeğiştirmesi** y ve dönmesi (eğim dy/dz; yük yönünde yatan kazıkta negatif). Serbest boy varsa zemin yüzeyindeki de verilir.

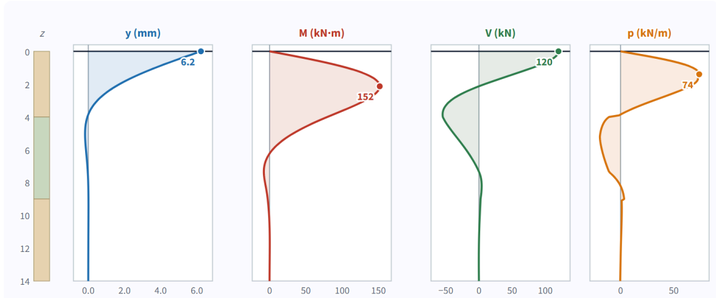
**En büyük eğilme momenti** ve derinliği. Tutulu başta baş momenti de listelenir; her zaman en büyüğü o değildir.

**Sıfır yerdeğiştirme derinliği**: kazığın kendi eksenini kestiği yer; üstünde zemine doğru, altında zeminden uzağa hareket eder.

**Kesme kuvveti ve zemin tepkisi**; tepki ile p–y eğrisinin ucu yan yana çizilir: zeminin sınırına ne kadar yakın olduğu görülür.

**Uç**: yeterince uzun kazığın ucunda yerdeğiştirme yoktur. Uç, zemin yüzeyindeki yerdeğiştirmenin onda birinden ve 2 mm'den fazla hareket ediyorsa kazık bu yük için **kısadır**: rijit gövde gibi döner, boyu sonucu belirler.

p–y görünümü, hareket eden kısımda beş derinlikte eğrileri ve her birinde **ulaşılan noktayı** çizer: eğrinin düz başlangıcındaki nokta elastik, ucuna yakın nokta sınırdadır.



örnek kazık: D = 0.6 m, L = 14 m, zemin seviyesinde H = 120 kN; kum / kil / kum

# Soru

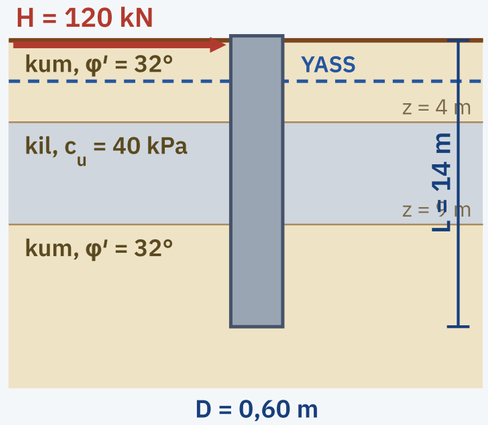
SORU

## Verilenler

| | |
|---|---|
| Kazık | fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m² |
| Zemin | kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°) |
| Birim ağırlık, su | γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m |
| Modül sonuçları | baş y = 6,23 mm, eğim 0,150°; $M_{max}$ = 151,8 kN·m (z = 2,13 m); sıfır yerdeğiştirme z = 3,85 m; uç 0,0019 mm |
| En büyük zemin tepkisi | p = 74,0 kN/m, z = 1,40 m; A = max(0,9; 3 − 0,8(1,4)/0,6), $p_u$ = 125,0 kN/m |

## İSTENEN

Kazık bu yük için **uzun** mu? Zemin, 1,40 m derinlikte sınırının **yüzde kaçında** çalışıyor? Statik kontrolleri yorumlayınız.



# Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

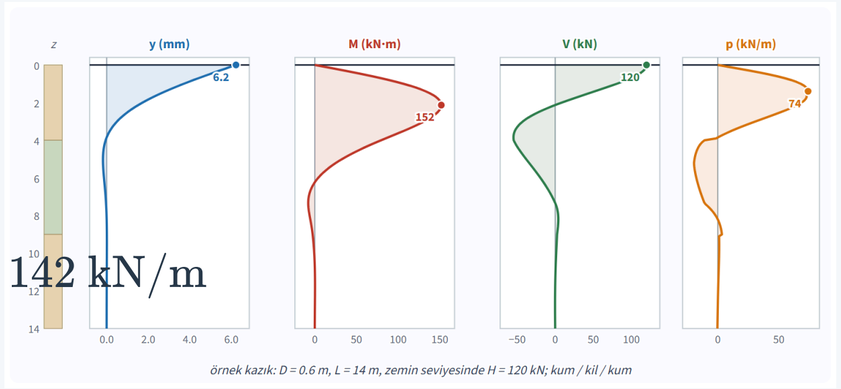
**1** Uç koşulu: uç hareketi, zemin yüzeyindeki yerdeğiştirmenin onda biriyle 2 mm ile karşılaştırılır

$$y_{uç} = 0{,}0019\ \text{mm} \ll 0{,}1(6{,}23) = 0{,}62\ \text{mm} \ \Rightarrow\ \textbf{uzun kazık}$$

**2** Zemin 1,40 m'de sınırının ne kadarında?

$$A = \max\left(0{,}9;\ 3 - \frac{0{,}8(1{,}4)}{0{,}6}\right) = 1{,}133\ ; \quad A\,p_u = 1{,}133(125{,}0) = 142\ \text{kN/m}$$

$$\frac{p}{A p_u} = \frac{74{,}0}{142} = \mathbf{0{,}52}$$



# Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Statik kontroller

$$\sum p\,\Delta z = 120{,}000\ \text{kN} = H \qquad M_{\text{üçc}}(\text{statikten}) = 0{,}000\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad 7\ \text{iterasyon}$$

Kazık **uzun**; zemin 1,40 m'de sınırının **%52**'inde çalışıyor (eğrinin sonunda değil). İki kontrol de tutuyor: bunlar iterasyonun ve muhasebenin kontrolüdür, **modelin doğruluğunun değil**.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# İzin verilen değere karşılık gelen yük

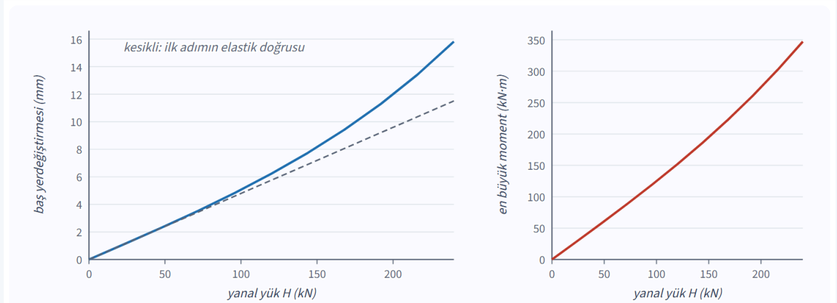
KURAM

Zemin doğrusal olmadığından yerdeğiştirme yüke orantılı değildir; **izin verilen yerdeğiştirmedeki yük** çalışma yükündeki sonuçtan okunamaz. Modül yük ve momenti baştan orantılı olarak artırır (H ve $M_g$ üzerinde bir λ çarpanı, eksenel yük sabit), her adımda denklemi yeniden çözer ve baş yerdeğiştirmesinin izin verilene (ya da en büyük momentin kesit kapasitesine) ulaştığı λ'yı bulur: $\mathbf{H_y}$ ya da $\mathbf{H_M}$.

Zemin izin verilen değeri taşıyamıyorsa (ona ulaşmadan denge yoksa) modül **"ulaşılamadı"** der ve eğri son çözülen yükte biter. Çevrimsel kil ya da eksenel yükte eğri kıvrılır: bu **zeminin sınır yüküdür**.

Bu, kazığın kapasitesi değildir: modülde kazık elastiktir; eğilmede akan kazık zeminden önce göçebilir. Girilen moment kapasitesi bunun kontrolüdür.

Modül güvenlik katsayısı vermez ve yönetmelikten almaz: izin verilen yerdeğiştirme ve moment kapasitesi mühendisindir.



# Soru

SORU

## Verilenler

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Doğrusal olmayan çözüm | **H = 30, 60, …, 270 kN için baş yerdeğiştirmesi: 1,44 · 2,93 · 4,51 · 6,23 · 8,15 · 10,33 · 12,86 · 15,82 · 19,29 mm** |
| İzin verilen | **$y_{all}$ = 10 mm; moment kapasitesi $M_{cap}$ = 200 kN·m** |

### İSTENEN

$y_{all}$ = 10 mm'deki yük $H_y$, $M_{cap}$'e karşılık gelen $H_M$; doğrusal orantı kullanılsaydı hata ne olurdu?

# Çözüm

ÇÖZÜM

**1** Doğrusal orantı (çalışma yükündeki 6,23 mm'den) ve gerçek çözüm

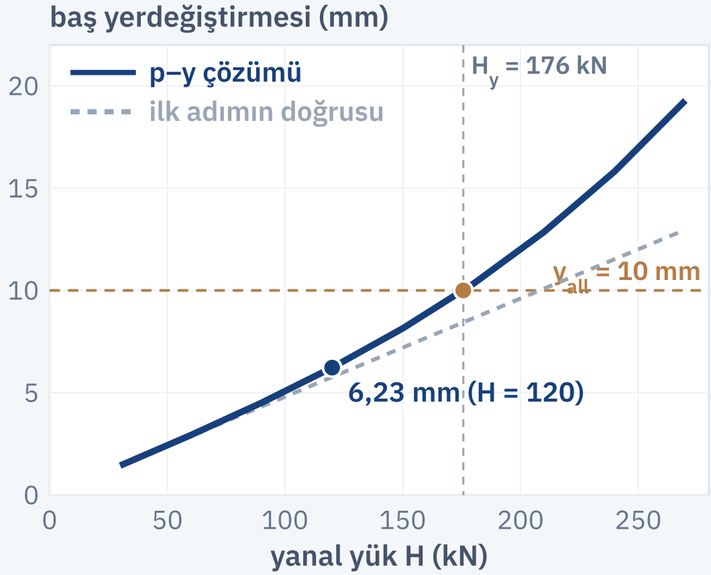
$$H_{y,doğrusal} = 120\,\frac{10}{6{,}23} = 192{,}7\ \text{kN}$$

$$H_y = \mathbf{175{,}7}\ \text{kN}\ (\lambda = 1{,}464)$$

**2** Moment kapasitesine karşılık gelen yük

$$H_M = \mathbf{153{,}6}\ \text{kN}\ \ (\lambda = 1{,}280;\ y_{başc} = 8{,}39\ \text{mm})$$

Doğrusal orantı yükü **%10 fazla** verirdi (193 ≠ 176 kN): zemin yumuşadıkça yerdeğiştirme yükten hızlı büyüyor. **Belirleyici** olan moment: $H_M$ = 154 kN, o yükte baş yalnızca 8,4 mm; izin verilen yerdeğiştirmedeki yükte ($H_y$ = 176 kN) moment 234 kN·m olurdu.




Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Soru

SORU

## Verilenler

| | |
|---|---|
| Kazık | **fore, daire kesit, D = 0,60 m, L = 14 m, beton: E I = 190 852 kN·m²** |
| Zemin | **kum 0–4 m (φ′ = 32°) · kil 4–9 m ($c_u$ = 40 kPa) · kum 9–17 m (φ′ = 32°)** |
| Birim ağırlık, su | **γ = 18, $\gamma_{sat}$ = 19 kN/m³; yeraltı suyu 2,0 m** |
| Karşılaştırılacak | **baş koşulu · serbest boy · çevrimsel yük · eksenel yük (800 kN) · çatlamış kesit (E I × 0,6) · elastik zemin ($n_h$ = 8 MN/m³, $k_h$ = 15 MN/m³)** |

**İSTENEN**

Her durumda baş yerdeğiştirmesini ve en büyük momenti çalışma yüküne göre karşılaştırınız.

# Çözüm

ÇÖZÜM

| Durum | $y_{baş}$ (mm) | $M_{max}$ (kN·m) | $y / y_0$ | $M / M_0$ |
|---|---|---|---|---|
| Girildiği gibi: serbest, statik, zemin seviyesinde | 6,23 | 152 | 1,00 | 1,00 |
| Başı dönmeye karşı tutulu ($M_{baş}$) | 2,24 | -175 | 0,36 | 1,15 |
| Yük zeminin 1,5 m üstünde | 20,23 | 306 | 3,25 | 2,01 |
| Çevrimsel yükleme (API) | 7,28 | 172 | 1,17 | 1,13 |
| Eksenel yük P = 800 kN | 6,32 | 155 | 1,02 | 1,02 |
| Çatlamış kesit, E I × 0,6 | 7,93 | 140 | 1,27 | 0,92 |
| Elastik zemin ($n_h$, $k_h$) | 10,49 | 173 | 1,68 | 1,14 |

**Baş koşulu** yerdeğiştirmeyi 0,36 kat azaltıp momenti artırıyor; **serbest boy** en çok etkileyen (×3,2 yerdeğiştirme, ×2,0 moment). **Çevrimsel yük** yerdeğiştirmeyi %17, **çatlamış kesit** %27 artırıyor ama momenti azaltıyor (kazık daha esnek). Elastik zemin ayrı bir zemindir: p–y eğrilerinin kontrolü değil.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

# Sayıların arkasındaki kabuller

KURAM

**Tek kazık**: komşusu olmayan, tek başına duran kazığın p–y eğrileriyle. Yanal yüklü bir grup, aynı kazık yükünde tek kazıktan fazla yerdeğiştirir; grup, sıraların p-çarpanlarıyla kazık grubu modülünün konusudur.

**Kazık**: tüm boyda tek kesit, doğrusal elastik; E I sabit. Çatlayan beton kesit E I çarpanıyla, kesitin aktığı moment $M_{cap}$ ile temsil edilir.

**Zemin**: bağımsız yaylar, aralarında kayma yok; eğriler belirli zeminlerde yapılmış deneylerden: kum φ′′ne, kil $c_u$ ve $\varepsilon_{50}$'ye dayanır. Kum ve yumuşak–orta kili anlatır; sert kil, ayrışmış kaya, çimentolu zemin ve sıvılaşan kum kendi eğrileriyle tarif edilir.

**Yükleme**: statik ya da API azaltmasıyla çevrimsel; başta uygulanır. **Eksenel yük** tüm boyda sabit.

**Sayısal çözüm**: sonlu elemanlar ve doğrusal olmayan iterasyon, verilen denklem için gösterilen basamaklara kadar kesindir; yaklaşım denklemdedir (zemin yaylarla temsil edilir). İki bağımsız programla (sonlu farklar, başka dilde) 14 kazıkta %0,01 içinde uyuşmuştur.

p–y yöntemi uygulamada yanal yüklü kazık tasarımının temelidir; sayılar projenin izin verilen değerleriyle ve varsa **yükleme deneyiyle** karşılaştırılmalıdır.

Özet

# Akılda kalacak noktalar

Kazık, **doğrusal olmayan yaylar üzerinde kiriş**tir: $EI\,y'''' + P\,y'' + p(y, z) = 0$; zemin yasası p–y eğrisidir

**Elastik**: kum $n_h z \rightarrow T = (EI/n_h)^{1/5}$; kil $k \rightarrow \beta = (k/4EI)^{1/4}$, $y_0 = 2H\beta/k$, $M_{max} = 0{,}3224\ H/\beta$

**Kum**: $p = A\,p_u \tanh(kzy/Ap_u)$, $p_u = \min[(C_1 z + C_2 D)\sigma'; C_3 D\sigma']$ · **Kil**: $p = \tfrac{1}{2} p_u (y/y_{50})^{1/3}$, $p_u = \min[(3 + \sigma'/c_u + Jz/D)c_u D; 9c_u D]$

**Çevrimsel** yük yüzeye yakın direnci düşürür: kumda $A = 0{,}9$, kilde $3y_{50}$ ötesinde $0{,}72p_u$

**Baş koşulu**, **serbest boy**, **eksenel yük** ve **çatlamış kesit** sonucu belirgin değiştirir; serbest boy en çok

Yerdeğiştirme yüke orantılı değildir: **izin verilen değerdeki yük** yeniden çözülerek bulunur ($H_y$, $H_M$)

# Kaynaklar


Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Matlock, H. and Reese, L.C. (1960). Generalized solutions for laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 86(SM5), 63–91.

Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1204, 577–594.

Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 2080, 473–485.

American Petroleum Institute (2000). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design, API RP 2A-WSD, 21st ed.

Hetényi, M. (1946). Beams on Elastic Foundation. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Reese, L.C., Isenhower, W.M. and Wang, S.-T. (2006). Analysis and Design of Shallow and Deep Foundations. John Wiley & Sons, Hoboken.

Broms, B.B. (1965). Design of laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 91(SM3), 79–99.

Reese, L.C. and Welch, R.C. (1975). Lateral loading of deep foundations in stiff clay. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(GT7), 633–649.

Davisson, M.T. and Gill, H.L. (1963). Laterally loaded piles in a layered soil system. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 89(SM3), 63–94.


**NOT**

Bu sunumdaki şekiller GeoTerva Teori sayfasından alınmıştır; sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir, modül aynı değerleri verir.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

# Teoriden uygulamaya

Bu sunumdaki örnek kazığı GeoTerva'da adım adım hesaplayın: sayılar aynıdır.

Modülü açın →

Teori sayfası →

**Telefonla açın**
Örnek modüller kayıt gerektirmez.

Derslerinizde kullanmak isterseniz: info@geoterva.com