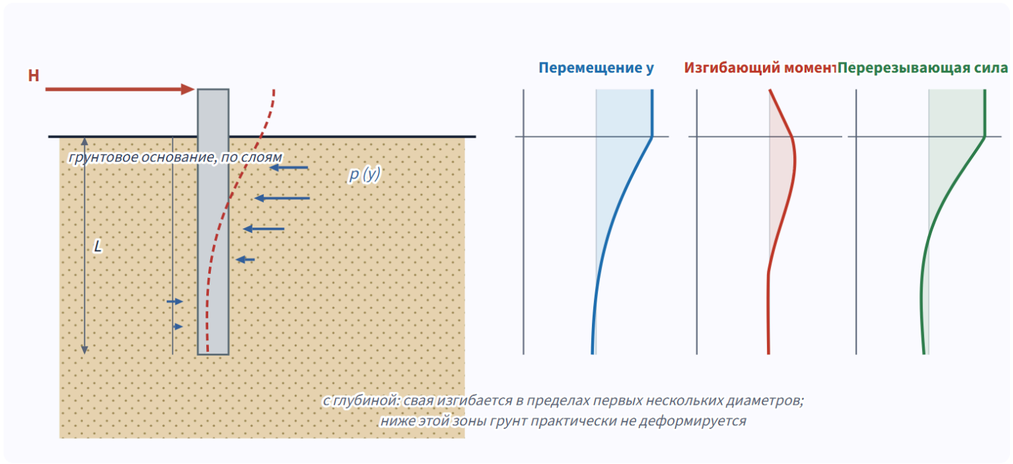
Презентация лекции по геотехнике · Свайные фундаменты

Горизонтально нагруженная свая: метод p–y

Лекция: расчёт сваи при горизонтальной нагрузке как балки на пружинах, кривые p–y для песка и глины, циклическая нагрузка, осевая нагрузка и условия на оголовке; по каждой теме — пример расчёта.

- Балка на пружинах
- Кривые p–y для песка и глины
- Циклическая нагрузка
- Условия на оголовке
- Примеры расчёта



Что мы изучим на этой лекции?

- Построение расчётной схемы сваи под горизонтальной нагрузкой в виде **балки на упругих опорах**: уравнение, правила знаков, условия на концах
- Расчёт вручную **упругих решений** (Matlock–Reese: песок, n_h; Hetényi: глина, k)
- Построение кривых p–y по API (Reese–Cox–Koop) для **песка** и по Matlock для **глины**, статических и циклических, по точкам
- Знать, **что делает** численное решение (метод конечных элементов, Newton) и как читать результаты
- Интерпретация влияния **осевой нагрузки** (P–δ), **условия закрепления головы** и **свободной длины**
- Определение **нагрузки**, соответствующей допускаемому перемещению или несущей способности по моменту

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

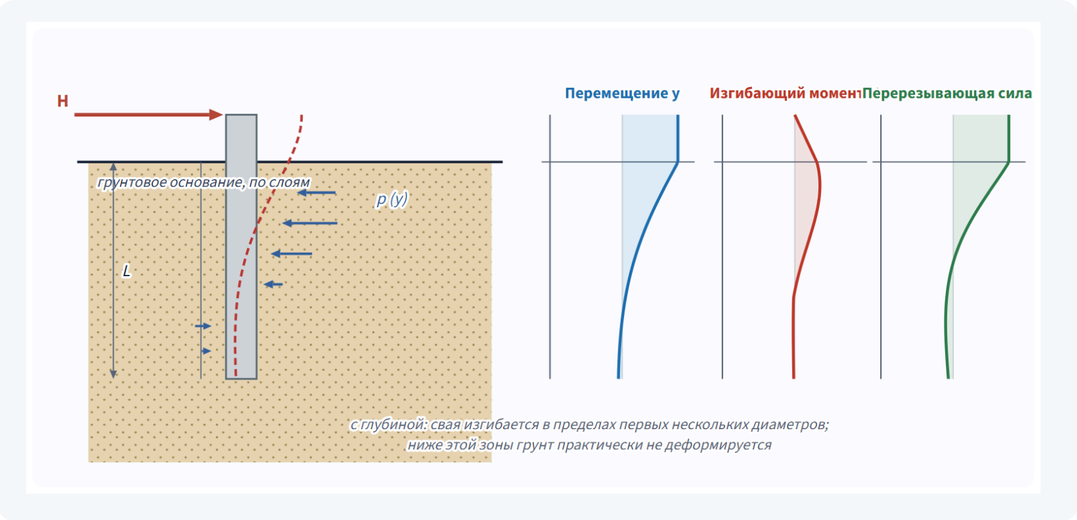
2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример сваи: бетонная свая диаметром 0.60 m и длиной 14 m; в грунтовом основании «песок–глина–песок», горизонтальная нагрузка 120 kN на уровне грунта. Модуль также открывается с этой моделью.

Нагрузка передаётся грунту лишь посредством бокового перемещения

ТЕОРИЯ



Свая под горизонтальной нагрузкой не разрушается, как стоящий фундамент: нагрузка передаётся грунту **только через горизонтальное перемещение сваи**; реакция грунта растёт с перемещением и перестаёт расти, когда грунт течёт. Свая изгибается как балка на первых **нескольких диаметрах** грунта; глубже грунт практически не смещается.

Предельная нагрузка (Broms): нагрузка, при которой в короткой свае разрушается грунт, а в длинной — сечение. Она даёт несущую способность, но не даёт перемещения и момента при рабочей нагрузке.

Упругий коэффициент постели (Matlock–Reese, Davisson–Gill, Hetényi): грунт как упругие пружины; замкнутое решение.

Метод p–y (Matlock, Reese и др.): пружины **нелинейны**; p по отношению к y начинается жёстким, смягчается и заканчивается на предельном сопротивлении грунта. Решается численно; слоистый грунт, от рабочей нагрузки до нагрузки, близкой к разрушению.

Уравнение, знаки и граничные условия

ТЕОРИЯ

Свая — это балка, а грунт вдоль неё — ряд пружин; каждая пружина действует на своей глубине независимо от остальных (Winkler). z отсчитывается от поверхности вниз, y — перемещение в направлении нагрузки:

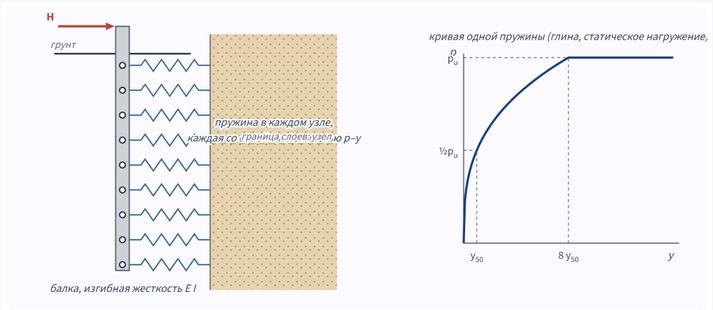
$$EI\,\frac{d^4y}{dz^4} + P\,\frac{d^2y}{dz^2} + p(y,z) = 0$$

$$\theta = \frac{dy}{dz} \qquad M = EI\frac{d^2y}{dz^2} \qquad V = EI\frac{d^3y}{dz^3} + P\theta \qquad \frac{dV}{dz} = -p$$

p положительно, когда оно оказывает сопротивление перемещению. Для жёсткости пружины k p = k y; **k = k_h D** (kN/m², сила на единицу длины и единичное перемещение).

Нижний конец свободен: M = 0, V = 0. **Голова сваи**: если она свободна, заданы H и M_g; если закреплена от поворота, угол поворота равен нулю, а удерживающий момент входит в решение.

От уравнения требуется лишь закон поведения грунта p(y, z): в упругой постановке — постоянный k·y, в нелинейной — кривые p–y.



Песок: $k = n_h z$

ТЕОРИЯ

В песке коэффициент постели принимается прямо пропорциональным глубине: **$k = n_h z$**. Свая имеет единственную **характеристическую длину**; для нагрузки Q и момента M_g на поверхности грунта перемещение и момент равны:

$$T = \left(\frac{EI}{n_h} \right)^{1/5}$$

$$y = A_y \frac{QT^3}{EI} + B_y \frac{M_g T^2}{EI} \qquad M = A_m QT + B_m M_g$$

Коэффициенты A и B зависят от Z = z/T (рядом). Свая считается **длинной**: L/T велико, нижний конец не перемещается.

Модуль воспроизводит эти коэффициенты собственным расчётным ядром: A_y = 2.4292.

КОЭФФИЦИЕНТЫ (ДЛИННАЯ СВАЯ)

Z	A_y	A_θ	A_m	B_y	B_θ	B_m
0	2,429	−1,619	0.000	1,619	−1,747	1,000
0.5	1,640	−1,500	0.458	0.871	−1,250	0.974
1	0.961	−1,194	0.725	0.364	−0.789	0.851
1.4	0.543	−0.891	0.770	0.112	−0.480	0.686
2	0.142	−0.462	0.627	−0.070	−0.153	0.404
3	−0.075	−0.039	0.224	−0.089	0.057	0.059

Наибольшее значение A_m — при Z ≈ 1.4 (0.77).

Условие

ПРИМЕР

Дано

Свая	**HP 250 × 85, L = 25 m, E I = 25 461 kN·m²**
Грунт	**песок, n_h = 12 000 kN/m³**
Нагрузка	**Q на поверхности грунта; M_g = 0, свободная голова**
Коэффициенты	$A_y = 2.4292$ **(у головы сваи),** $A_m = 0.772$ **(максимальное значение)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти нагрузку Q и **наибольший момент** при горизонтальном перемещении головы сваи **8 mm**. Является ли свая длинной?

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Характеристическая длина и длина сваи

$$T = \left(\frac{25\,461}{12\,000}\right)^{1/5} = \mathbf{1.1624}\ \text{m} \qquad \frac{L}{T} = \frac{25}{1.1624} = 21.5 \Rightarrow \text{длинная свая}$$

2 Нагрузка: $y = A_y\, Q\, T^3 / E\, I \Rightarrow Q = y\, E\, I / (A_y\, T^3)$

$$Q = \frac{0.008(25\,461)}{2.4292\,(1.1624)^3} = \mathbf{53.4}\ \text{kN}$$

3 Максимальный момент: $M = A_m\, T\, Q$

$$M_{max} = 0.772\,(1.1624)(53.4) = \mathbf{47.9}\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

Для этой нагрузки модуль даёт перемещение головы **8.00 mm** и наибольший момент **47.9 kN·m**: то же, что и при расчёте вручную.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Глина: постоянное k (Hetényi)

ТЕОРИЯ

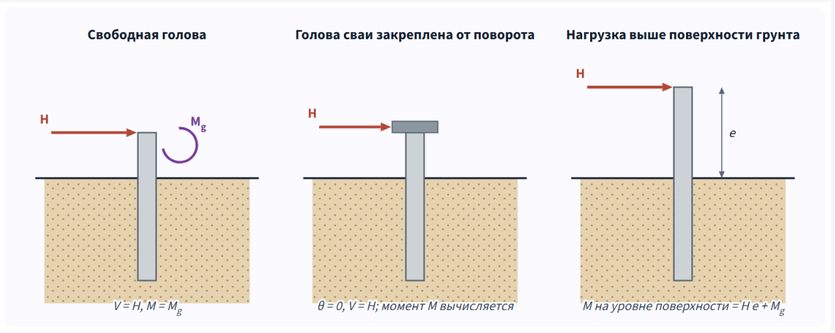
В глине коэффициент постели принимается **постоянным** по глубине. k — жёсткость грунта, приходящаяся на единицу длины сваи; **β = (k / 4EI)$^{1/4}$**. Для длинной сваи замкнутые решения Hetényi при нагрузке H на уровне поверхности грунта:

свободная голова: $y_0 = \frac{2H\beta}{k}$ $M_{max} = 0.3224\,\frac{H}{\beta}$ $(z = \frac{\pi}{4\beta})$

защемлённая голова: $y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3}$ $M_{head} = -\frac{H}{2\beta}$

Свая, голова которой закреплена от поворота, смещается **вдвое меньше**, чем свая со свободной головой, но удерживающий момент в голове **больше** максимального момента в свае со свободной головой.

Фактическая работа ростверка находится между этими двумя крайностями; насколько она близка к ним, зависит от жёсткости ростверка и верхнего строения.



Условие

ПРИМЕР

Дано

Свая	**D = 0.60 m, E I = 190,852 kN·m² (свая из примера)**
Грунт	**глина, k_h = 15,000 kN/m³ ⇒ k = k_h D = 9,000 kN/m²**
Нагрузка	**H = 120 kN, на поверхности грунта**
Свая	**длинный**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти перемещение головы сваи и моменты для **свободной** и **закреплённой** головы по замкнутым решениям Hetényi.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 β

$$\beta = \left(\frac{k}{4EI}\right)^{1/4} = \left(\frac{9{,}000}{4(190{,}852)}\right)^{1/4} = \mathbf{0.3295}\ \text{m}^{-1}$$

2 Свободная головка

$$y_0 = \frac{2H\beta}{k} = \frac{2(120)(0.3295)}{9{,}000} = \mathbf{8.79}\ \text{mm}$$

$$M_{max} = 0.3224\frac{H}{\beta} = 0.3224\frac{120}{0.3295} = \mathbf{117.4}\ \text{kN·m} \quad (z = \tfrac{\pi}{4\beta} = 2.38\ \text{m})$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Закреплённая голова

$$y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3} = \frac{120}{4(190{,}852)(0.3295)^3} = \mathbf{4.39}\ \text{mm}$$

$$M_{head} = -\frac{H}{2\beta} = -\frac{120}{2(0.3295)} = -\mathbf{182.1}\ \text{kN·m}$$

Закрепление головы сваи уменьшает её перемещение **вдвое** (8.79 → 4.39 mm), но момент в голове (182.1 kN·m) в **1.55 раза** больше наибольшего момента свободной сваи (117.4 kN·m). Упругий вариант модуля даёт те же числа: свободная свая — 8.79 mm и 117.4 kN·m, закреплённая — 4.39 mm и 182.1 kN·m.

Проверить решение в GeoTerva ↗

API RP 2A: Reese, Cox и Koop

ТЕОРИЯ

Грунт вблизи поверхности выдавливается перед сваей в виде **призмы**; на большей глубине грунт **течёт в горизонтальном направлении вокруг** сваи. Предельное сопротивление на глубине z (σ′ — эффективное напряжение на этой глубине) равно меньшему из двух значений:

$$p_{us} = (C_1 z + C_2 D)\,\sigma' \qquad p_{ud} = C_3 D\,\sigma'$$

$$p = A\,p_u \tanh\left(\frac{k\,z\,y}{A\,p_u}\right) \qquad A = \max\left(0.9;\ 3 - 0.8\tfrac{z}{D}\right)\ \text{(статика)},\ A = 0.9\ \text{(циклич}$$

C_1, C_2, C_3 зависят только от **φ′**; k, начальный модуль, принимается по φ′ и наличию воды (рядом).

При малых y кривая — прямая **k z y** (случай n_h = k упругого решения); при больших y она завершается значением **A p_u**. A равно 3.0 на поверхности и 0.9 на глубине 2.6D: вблизи поверхности статическое сопротивление выше, при циклической нагрузке этого повышения нет.

КОЭФФИЦИЕНТЫ, ИЗМЕНЯЮЩИЕСЯ С φ′

φ′	C_1	C_2	C_3	k (выше уровня воды)	k (ниже уровня воды)
28°	1.60	2.41	22.5	5.4	5.4
30°	1.91	2.67	28.7	10.5	7.9
32°	2.28	2.95	36.8	20.7	11.9
34°	2.72	3.25	47.3	32.7	17.6
36°	3.24	3.59	61.2	46.3	24.8
38°	3.87	3.97	79.6	61.7	33.6
40°	4.62	4.38	104.1	78.9	44.0

k: MN/m³. Для 32° C_1 = 2.28; C_2 = 2.95; C_3 = 36.8.

Условие

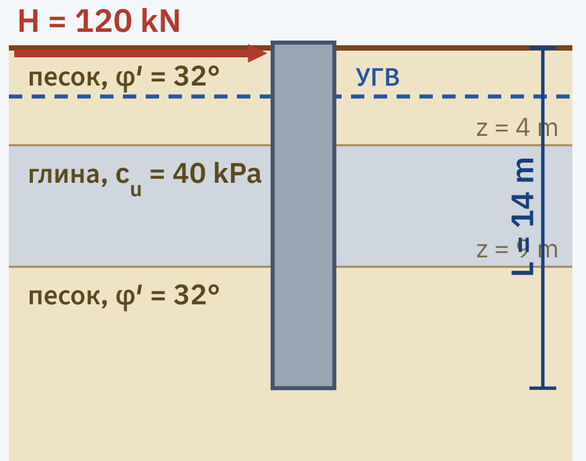
ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Глубина	**z = 2.0 m (песок 1, на уровне УГВ); k = 20.7 MN/m³ (выше уровня воды)**
Коэффициенты	$K_0 = 0.4,\ K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти σ′, C_1, C_2, C_3, $\mathbf{p_u}$, A и значения **p** при y = 5 mm и 10 mm.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Эффективное напряжение и углы (УГВ = 2 m: влажный грунт от поверхности до z = 2)

$$\sigma' = 18(2) = \mathbf{36.0}\ \text{kPa} \qquad \alpha = \frac{\varphi'}{2} = 16^\circ,\ \beta = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 61^\circ,\ K_a = \tan^2 29^\circ = 0.3073$$

2 Коэффициенты (φ′ = 32°)

$$C_1 = \frac{K_0 \tan\varphi' \sin\beta}{\tan(\beta-\varphi')\cos\alpha} + \frac{\tan^2\beta\tan\alpha}{\tan(\beta-\varphi')} + K_0\tan\beta(\tan\varphi'\sin\beta - \tan\alpha) = \mathbf{2.281}$$

$$C_2 = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta-\varphi')} - K_a = \mathbf{2.947}$$

$$C_3 = K_a(\tan^8\beta - 1) + K_0\tan\varphi'\tan^4\beta = \mathbf{36.81}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Предельное сопротивление: меньшее из значений для клина и для обтекания по периметру

$$p_{us} = (2.281(2) + 2.947(0.6))(36.0) = 227.9 \text{ kN/m}$$

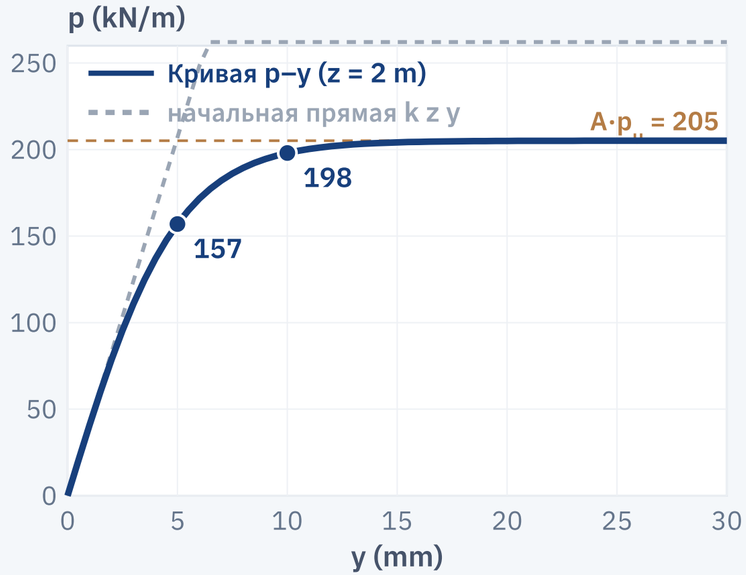
$$p_{ud} = 36.81(0.6)(36.0) = 795 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{227.9} \text{ kN/m}$$

4 A и кривая: A = max(0.9; 3 − 0.8 z/D) = max(0.9; 0.33) = 0.9; k z y / (A p_u)

$$y = 5 \text{ mm}: \; p = 0.9(227.9)\tanh\frac{20\,700(2)(0.005)}{0.9(227.9)}$$

$$= \mathbf{157.0} \text{ kN/m}$$

$$y = 10 \text{ mm}: \; p = \mathbf{198.0} \text{ kN/m}$$



Кривая A приближается к p_u = 205 kN/m; при 10 mm она составляет 97% от него. На этой глубине статическая и циклическая кривые **одинаковы** (A = 0.9 в обоих случаях).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Глубина	**z = 0.6 m (1D), σ′ = 18(0.6) = 10.8 kPa; k = 20.7 MN/m³**
Песок 1	**C_1 = 2.281, C_2 = 2.947, C_3 = 36.81 (Пример 3)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти статические и циклические значения **p–y** при y = 10 mm.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Предельное сопротивление и A

$$p_{us} = (2.281(0.6) + 2.947(0.6))(10.8) = 33.9 \text{ kN/m}$$

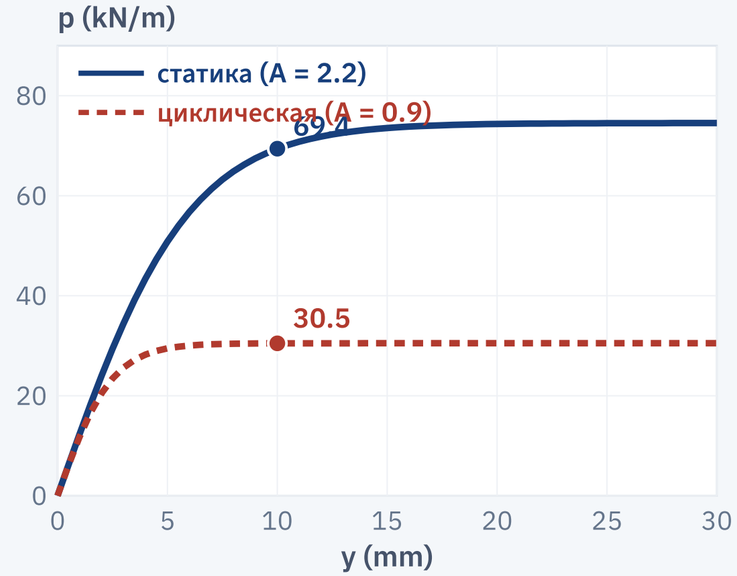
$$p_{ud} = 36.81(0.6)(10.8) = 238.6 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{33.9} \text{ kN/m}$$

$$A_{static} = \max(0.9;\ 3 - 0.8(1)) = 2.2 \qquad A_{cyclic} = 0.9$$

2 y = 10 mm: k z y = 20 700(0.6)(0.010) = 124.2

$$p_{static} = 2.2(33.9)\tanh\frac{124.2}{2.2(33.9)} = \mathbf{69.4} \text{ kN/m}$$

$$p_{cyclic} = 0.9(33.9)\tanh\frac{124.2}{0.9(33.9)} = \mathbf{30.5} \text{ kN/m}$$



В песке вблизи поверхности циклическая нагрузка снижает сопротивление на **56%** (69.4 → 30.5 kN/m): множитель A теряется. Поэтому при циклической нагрузке перемещение головы сваи возрастает.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Matlock: мягкая глина, статическое и циклическое нагружение

ТЕОРИЯ

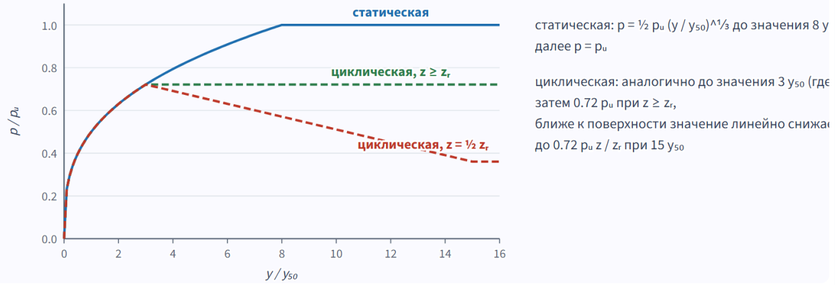
В глине модуль принимает кривую для мягкой глины по **Matlock** (1970) в форме, приведённой в API RP 2A. Предельное сопротивление, как и прежде, равно меньшему из значений вблизи поверхности (призма) и на глубине (течение):

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{\sigma'}{c_u} + J\frac{z}{D}\right) c_u D;\ 9 c_u D\right]$$

$$p = \tfrac{1}{2} p_u \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{1/3} \ (y \le 8y_{50}) \quad p = p_u \ (y > 8y_{50}) \quad y_{50} = 2.5\,\varepsilon_{50} D$$

ε_{50} и J в зависимости от c_u: ниже 48 kPa — мягкая (0.020; 0.5), 48–96 — средней жёсткости (0.010; 0.25), выше 96 — жёсткая (0.005; 0.25).

Циклическое нагружение: после $3y_{50}$ кривая остаётся на уровне 0.72 p_u ($z \ge z_R$); на меньших глубинах к $15y_{50}$ она **линейно снижается** до 0.72 p_u z/z_R. z_R = max[6D / ((σ′/z)(D/c_u) + J); 2.5D].



Условие

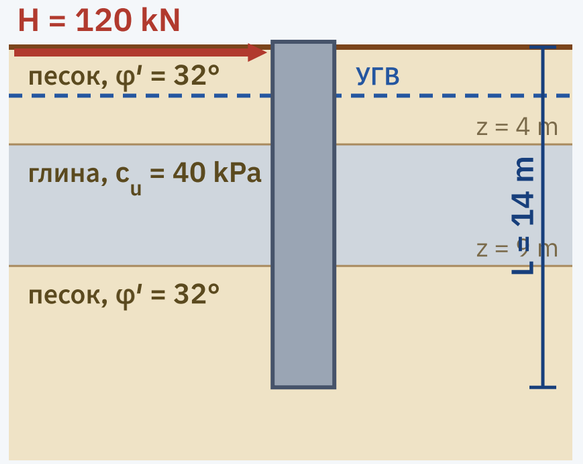
ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Глубина	**z = 6.5 m (глина, 4–9 m); ε_{50} = 0.020, J = 0.5**
Слой	**c_u = 40 kPa**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти σ′, **p_u**, y_{50} и значения **статической** кривой p–y при y = 15 mm и 150 mm; найти z_R и плато **циклической** кривой.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 σ′: песок 0–2 m влажный (γ = 18), песок 2–4 m и глина 4–6.5 m ниже УГВ (γ_{sat} = 19)

$$\sigma' = 18(2) + (19 - 9.81)(2) + (19 - 9.81)(2.5) = \mathbf{77.4}\ \text{kPa}$$

2 Предельное сопротивление и y_{50}

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{77.4}{40} + 0.5\frac{6.5}{0.6}\right)(40)(0.6);\ 9(40)(0.6)\right]$$

$$= \min[248.4;\ 216.0] = \mathbf{216.0}\ \text{kN/m}$$

$$y_{50} = 2.5(0.020)(0.6) = \mathbf{30.0}\ \text{mm}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Статическая кривая: $p = \frac{1}{2}\, p_u\, (y/y_{50})^{1/3}$

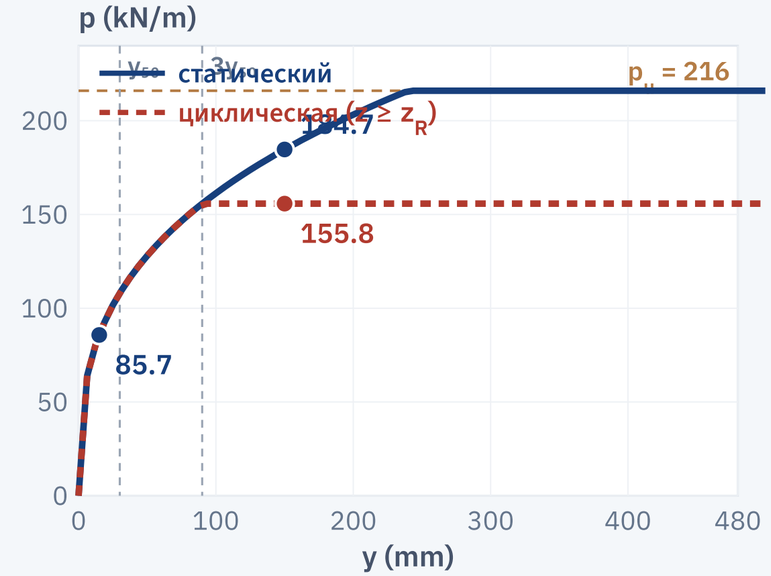
$$y = 15\ \text{mm}\ (0.5y_{50}):\ \ p = 0.5(216.0)(0.5)^{1/3} = \mathbf{85.7}\ \text{kN/m}$$

$$y = 150\ \text{mm}\ (5y_{50}):\ \ p = 0.5(216.0)(5)^{1/3} = \mathbf{184.7}\ \text{kN/m}$$

4 Циклическая кривая: $z_R = \max[6(0.6)/((\sigma'/z)(D/c_u) + J);\ 2.5D] = \max[5.31;\ 1.5] = 5.31$ m; $z = 6.5 > z_R$

$$p_{perimeter}(y \geq 3y_{50}) = 0.72\, p_u = 0.7211(216.0) = \mathbf{155.8}\ \text{kN/m}$$

При y = 150 mm статическое сопротивление 184.7, циклическое 155.8 kN/m: циклическая нагрузка снижает сопротивление в этой глине на **16%**; до $3y_{50}$ (90 mm) обе кривые совпадают.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Каждая кривая соответствует грунту на своей глубине

ТЕОРИЯ

σ′ — сумма удельных весов вышележащих слоёв (выше уровня воды γ, ниже $\gamma_{sat} - \gamma_w$); это **не среднее значение** для слоя: внутри слоя оно возрастает с глубиной.

Слой на глубине z задаёт φ′ и k (песок) либо c_u, ε_{50} и J (глина). Начальный коэффициент постели k песка принимается в зависимости от положения слоя относительно воды; для слоя, пересекаемого уровнем воды, он заполняется по средней глубине слоя и может быть изменён вручную.

Элементы **не пересекают границ слоёв**: на каждой границе находится узел; жёсткость грунта изменяется скачком между элементами, а не внутри элемента.

Страница расчёта шаг за шагом приводит значения кривой для каждого слоя в его середине: σ′, коэффициенты, p_u, A или y_{50} — их можно воспроизвести вручную (как в Примерах 3 и 5 данной презентации).

Слои должны доходить до нижнего конца сваи; грунт под нижним концом не задан, и конец свободен. Мягкая глина над плотным песком на диаграммах проявляется как **излом** на границе.

Конечные элементы и метод Ньютона

ТЕОРИЯ

Уравнение решается методом конечных элементов: свая разбивается на **кубические балочные элементы**, в каждом узле — перемещение y и угол поворота θ. Реакция грунта в каждом элементе берётся с кривой в **четырёх точках Гаусса** и интегрируется. Нелинейное уравнение K u + f(u) = F решается методом Newton:

$$(K + K_s(u_i))\,\Delta u = F - K u_i - f(u_i) \qquad K_s = \int N^T \frac{dp}{dy} N \, dz$$

dp/dy не опускается ниже **одной двадцатой** секущей жёсткости: матрица остаётся положительной и там, где кривая горизонтальна или падает. Предусмотрен одномерный поиск с уменьшением шага, а при неудаче — демпфированный секущий шаг.

Длина элемента D/6 (3–15 cm); результат **не зависит** от сетки вплоть до показанных значений (элемент 0.4 → 0.025 m: перемещение головы сваи 6.228 → 6.228 mm).

Если нагрузка превышает то, что может воспринять грунт, **равновесия нет**; модуль сообщает об этом и числовых значений не выдаёт. Решение также не принимается, если грунт сместился ниже поверхности более чем на **пять ширин сваи**.

Циклическая кривая для глины или отклик на осевую нагрузку не является единой возрастающей кривой; она возрастает до **предельной нагрузки**. Модуль достигает нагрузки ступенями, начиная с нуля.

В каждом варианте расчёта записываются две проверки: Σ p Δz = H и момент на нижнем конце = 0 (статика).

Эффект P–δ и продольный изгиб

ТЕОРИЯ

Осевая нагрузка P действует по **изогнутой форме** сваи: она входит в уравнение (член P d²y/dz²) и в геометрическую жёсткость каждого элемента; снижает боковую жёсткость балки под сжатием, увеличивает перемещение и момент. Модуль принимает P постоянной по всей длине и одинаковой в голове и на конце (в действительности трение по боковой поверхности передаёт нагрузку грунту; принятие её постоянной идёт в запас).

$$P_{cr} = \sqrt{k\,EI} \qquad \text{(свободный конец, } k \text{ постоянный, длинная свая)}$$

Это **половина** значения 2√(kEI) для бесконечной балки: свободный конец может поворачиваться. Закреплённая голова теряет устойчивость при большей нагрузке.

При приближении P к критической нагрузке потери устойчивости зависимость «нагрузка — перемещение» неограниченно возрастает; модуль выдаёт сообщение **«осевая нагрузка превышает критическую нагрузку потери устойчивости»**.

Прочность сечения сваи при совместном действии осевой нагрузки и момента — это проверка конструктивного расчёта.

СВАЯ ИЗ ПРИМЕРА

Для E I = 190,852 kN·m² и k = 9,000 kN/m² в упругой глине:

$$P_{cr} = \sqrt{9{,}000\,(190{,}852)} = 41{,}445 \text{ kN}$$

Условие

ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Нагрузки	**H = 120 kN; осевая нагрузка P = 800 kN (постоянная)**
Потеря устойчивости	**k = k_h D = 9,000 kN/m² (упругая глина), свободный оголовок**
Модуль	**P = 0: перемещение головы сваи 6.23 mm, M_{max} 151.8 kN·m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Близка ли нагрузка P = 800 kN к критической нагрузке потери устойчивости? Каково влияние эффекта P–δ?

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Нагрузка потери устойчивости (свободная головка, k постоянный)

$$P_{cr} = \sqrt{kEI} = \sqrt{9{,}000(190{,}852)} = \mathbf{41{,}445}\ \text{kN} \qquad \frac{P}{P_{cr}} = \frac{800}{41{,}445} = \mathbf{0.019}$$

2 В модуле при P = 800 kN (включая P–δ)

$$y_{head}:\ 6.23 \rightarrow 6.32\ \text{mm}\ \ (+2\%) \qquad M_{max}:\ 151.8 \rightarrow 154.5\ \text{kN·m}\ \ (+2\%)$$

800 kN — лишь **2%** от критической нагрузки потери устойчивости: осевая нагрузка не приближает сваю к потере устойчивости; эффект P–δ увеличивает перемещение на 2%, а момент — на 2%. Для этой сваи в расчёте на горизонтальную нагрузку осевая нагрузка второстепенна, но пренебречь ею нельзя.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Свободная, защемлённая и пригрузка на поверхности грунта

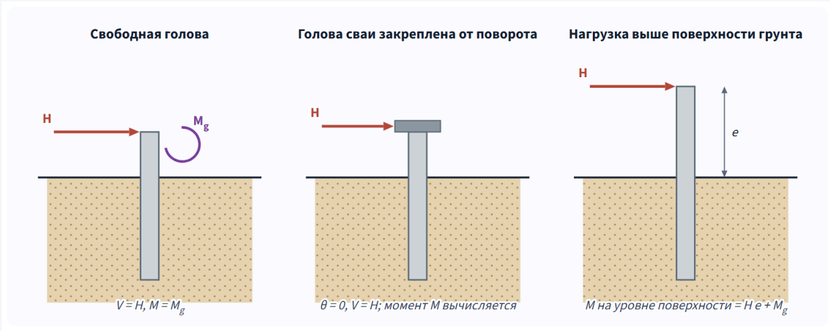
ТЕОРИЯ

Свободный оголовок: в точке приложения нагрузки V = H и M = M_g.

Закреплённая голова: угол поворота равен нулю, голова смещается в сторону. В длинном однородном упругом грунте она перемещается **вдвое меньше**, чем при свободной голове; удерживающий момент M = −H/(2β) больше наибольшего момента в свободной свае. Реальный ростверк занимает промежуточное положение между этими двумя случаями.

Свободная длина e: свая выше грунта изгибается как консоль. Поперечная сила до грунта равна H, а момент на поверхности грунта достигает **$M(0) = M_g + H\,e$**; там в работу включается грунт.

Перемещение головы сваи = перемещение на поверхности грунта + поворот на поверхности × e + консольное перемещение свободной длины ($H\,e^3 / 3EI$). Одна и та же нагрузка при наличии свободной длины делает перемещение головы **гораздо большим**, чем перемещение на поверхности грунта; наибольший момент чаще всего находится в грунте или немного ниже его поверхности.



Условие

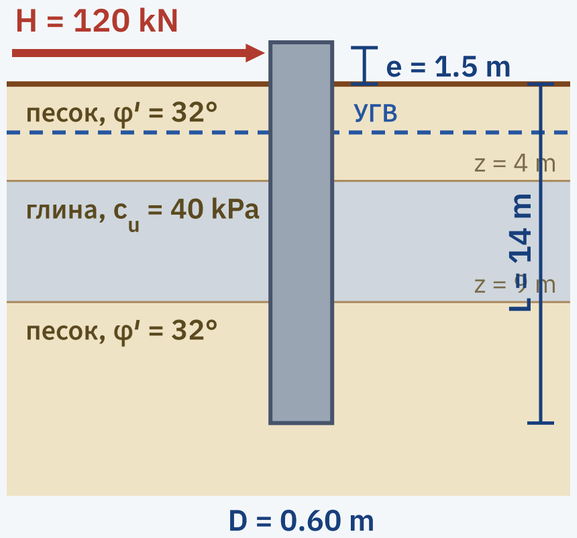
ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Свободная длина	**нагрузка приложена на e = 1.5 m выше поверхности грунта; H = 120 kN, свободная головка**
Модуль (на поверхности грунта)	**y_{ground} = 11.12 mm, наклон = 0.321° (в сторону нагрузки)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Определить **момент** и **перемещение головы сваи** на поверхности грунта; сравнить результат с 20.23 mm, полученным в модуле.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Момент на поверхности грунта (поперечная сила H на свободной длине, $M_g = 0$)

$$M(0) = M_g + H\,e = 0 + 120(1.5) = \mathbf{180}\ \text{kN·m}$$

2 Перемещение консоли свободной длины

$$\frac{H\,e^3}{3EI} = \frac{120(1.5)^3}{3(190{,}852)} = 0.71\ \text{mm}$$

3 Перемещение головки = $y_{soil} + |\theta|\,e + H\,e^3/3EI$

$$y_{head} = 11.12 + 5.605(1.5) + 0.71 = \mathbf{20.23}\ \text{mm}$$

Вручную **20.23 mm**, в модуле 20.23 mm: совпадает. При нагрузке на уровне грунта голова смещалась на 6.23 mm; свободная длина 1.5 m увеличивает это в **3.2 раза**. Наибольший момент 306 kN·m на глубине 1.68 m ниже поверхности грунта (больше 180 kN·m на поверхности грунта).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Что показывает каждое число?

ТЕОРИЯ

Перемещение головы сваи y и поворот (наклон dy/dz; отрицательный для сваи, наклоняющейся в направлении нагрузки). При наличии свободной длины приводится также значение на поверхности грунта.

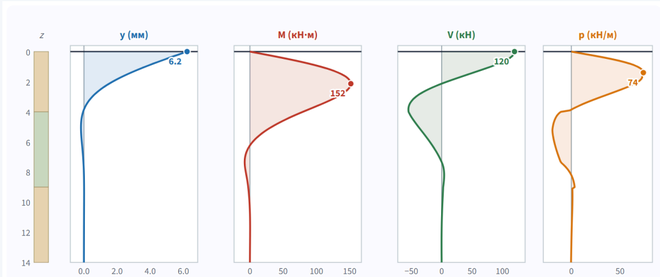
Наибольший изгибающий момент и его глубина. Для закреплённой головы также приводится момент в голове; он не всегда является наибольшим.

Глубина нулевого перемещения: место, где свая пересекает собственную ось; выше неё свая перемещается в сторону грунта, ниже — от грунта.

Поперечная сила и реакция грунта; реакция и конец кривой p–y строятся рядом: видно, насколько близко грунт находится к своему пределу.

Нижний конец: у достаточно длинной сваи на нижнем конце перемещения нет. Если нижний конец смещается более чем на одну десятую перемещения на поверхности грунта и более чем на 2 mm, свая при этой нагрузке **короткая**: она поворачивается как жёсткое тело, и её длина определяет результат.

Вид p–y строит кривые на пяти глубинах в смещающейся части и отмечает на каждой **достигнутую точку**: точка на начальном (прямолинейном) участке кривой соответствует упругой стадии, точка вблизи её конца — предельному состоянию.



Условие

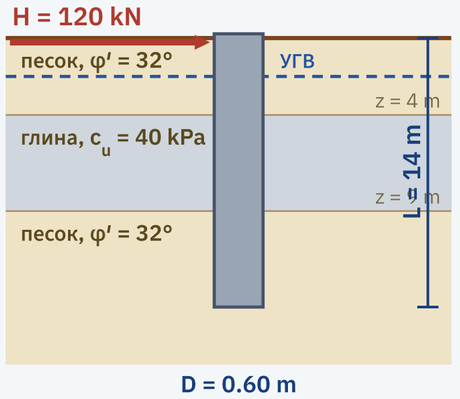
ПРИМЕР

Дано

Свая	буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²
Грунт	песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)
Удельный вес, вода	γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m
Результаты модуля	в голове y = 6.23 mm, наклон 0.150°; M_{max} = 151.8 kN·m (z = 2.13 m); нулевое перемещение при z = 3.85 m; у нижнего конца 0.0019 mm
Максимальная реакция грунта	p = 74.0 kN/m, z = 1.40 m; A = max(0.9; 3 − 0.8(1.4)/0.6), p_u = 125.0 kN/m

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Является ли свая **длинной** для этой нагрузки? На сколько **процентов** от своего предела работает грунт на глубине 1.40 m? Проанализировать статические проверки.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

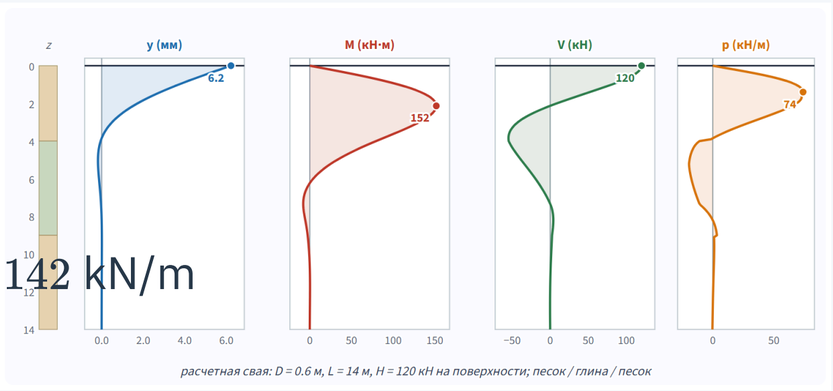
1 Условие на конце: перемещение нижнего конца сваи сравнивается с 2 mm и с одной десятой перемещения на поверхности грунта

$$y_{tip} = 0.0019 \text{ mm} \ll 0.1(6.23) = 0.62 \text{ mm} \Rightarrow \text{длинная свая}$$

2 Какая доля предельного значения достигается в грунте на глубине 1.40 m?

$$A = \max\left(0.9;\ 3 - \frac{0.8(1.4)}{0.6}\right) = 1.133\ ; \quad A\,p_u = 1.133(125.0) = 142 \text{ kN/m}$$

$$\frac{p}{Ap_u} = \frac{74.0}{142} = \mathbf{0.52}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Статические проверки

$\sum p\,\Delta z = 120.000$ kN $= H$ M_{tip} (из статики) $= 0.000$ kN·m 7 итерация

Свая **длинная**; на глубине 1.40 m грунт работает на **52%** своего предела (не в конце кривой). Обе проверки тоже выполняются: это проверки итераций и баланса, **а не точности модели**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Нагрузка, соответствующая допустимому значению

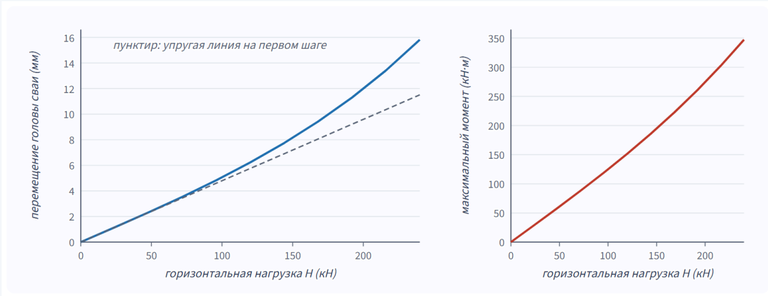
ТЕОРИЯ

Поскольку грунт нелинеен, перемещение не пропорционально нагрузке; **нагрузку при допустимом перемещении** нельзя определить по результату при рабочей нагрузке. Модуль с самого начала пропорционально увеличивает нагрузку и момент (множитель λ на H и M_g, осевая нагрузка постоянна), на каждом шаге заново решает уравнение и находит λ, при котором перемещение головы сваи достигает допустимого значения (или наибольший момент достигает несущей способности сечения): $\mathbf{H_y}$ или $\mathbf{H_M}$.

Если грунт не может воспринять допустимое значение (если равновесие не достигается до него), модуль выдаёт **«не достигнуто»**, и кривая заканчивается на последней решённой нагрузке. Для циклически нагруженной глины или при осевой нагрузке кривая загибается: это **предельная нагрузка грунта**.

Это не несущая способность сваи: в модуле свая принимается упругой; свая, достигшая текучести при изгибе, может разрушиться раньше грунта. Введённая несущая способность по моменту служит проверкой этого случая.

Модуль не задаёт коэффициент запаса и не принимает его из норм: допустимое перемещение и несущая способность по моменту остаются за инженером.



Условие

ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Нелинейное решение	**Перемещение головы при H = 30, 60, …, 270 kN: 1.44 · 2.93 · 4.51 · 6.23 · 8.15 · 10.33 · 12.86 · 15.82 · 19.29 mm**
Допускаемое	**y_{all} = 10 mm; предельный изгибающий момент M_{cap} = 200 kN·m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

H_y — нагрузка при y_{all} = 10 mm, H_M — нагрузка, соответствующая M_{cap}; какой была бы погрешность при использовании линейной пропорциональности?

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Линейная пропорция (от 6.23 mm при рабочей нагрузке) и точное решение

$$H_{y,linear} = 120\,\frac{10}{6.23} = 192.7\ \text{kN}$$

$$H_y = \mathbf{175.7}\ \text{kN}\ (\lambda = 1.464)$$

2 Нагрузка, соответствующая несущей способности по изгибающему моменту

$$H_M = \mathbf{153.6}\ \text{kN}\ \ (\lambda = 1.280;\ y_{head} = 8.39\ \text{mm})$$

Линейная пропорциональность дала бы нагрузку на **10 % больше** (193 ≠ 176 kN): по мере размягчения грунта перемещение растёт быстрее нагрузки. **Определяющим** является момент: H_M = 154 kN, при такой нагрузке голова сваи смещается лишь на 8.4 mm; при нагрузке, соответствующей допустимому перемещению (H_y = 176 kN), момент составил бы 234 kN·m.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Свая	**буровая свая, круглое сечение, D = 0.60 m, L = 14 m, бетон: E I = 190 852 kN·m²**
Грунт	**песок 0–4 m (φ′ = 32°) · глина 4–9 m (c_u = 40 kPa) · песок 9–17 m (φ′ = 32°)**
Удельный вес, вода	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³; грунтовые воды на глубине 2.0 m**
Для сравнения	**условие на голове сваи · свободная длина · циклическая нагрузка · осевая нагрузка (800 kN) · сечение с трещинами (E I × 0.6) · упругий грунт (n_h = 8 MN/m³, k_h = 15 MN/m³)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

В каждом случае сравнить перемещение головы сваи и максимальный момент с рабочей нагрузкой.

Решение

РЕШЕНИЕ

Состояние	y_{head} (mm)	M_{max} (kN·m)	y / y_0	M / M_0
Как введено: свободная, статическая, на уровне грунта	6.23	152	1.00	1.00
Голова сваи закреплена от поворота (M_{top})	2.24	-175	0.36	1.15
Нагрузка приложена на 1.5 m выше поверхности грунта	20.23	306	3.25	2.01
Циклическое нагружение (API)	7.28	172	1.17	1.13
Осевая нагрузка P = 800 kN	6.32	155	1.02	1.02
Сечение с трещинами, E I × 0.6	7.93	140	1.27	0.92
Упругий грунт (n_h, k_h)	10.49	173	1.68	1.14

Условие закрепления головы сваи снижает перемещение в 0.36 раза и увеличивает момент; больше всего влияет **свободная длина** (перемещение ×3.2, момент ×2.0). **Циклическая нагрузка** увеличивает перемещение на 17%, **сечение с трещинами** — на 27%, но момент уменьшается (свая становится более гибкой). Упругий грунт — отдельный случай: это не проверка кривых p–y.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Допущения, лежащие в основе чисел

ТЕОРИЯ

Одиночная свая: свая, стоящая отдельно, без соседних, с её кривыми p–y. Группа при горизонтальной нагрузке перемещается больше, чем одиночная свая при той же нагрузке на сваю; группа — предмет модуля куста свай с p-множителями рядов.

Свая: единое сечение по всей длине, линейно-упругое; жёсткость E I постоянна. Бетонное сечение с трещинами представляется множителем для E I, а момент, при котором сечение достигает текучести, — M_{cap}.

Грунт: независимые пружины, без сдвига между ними; кривые получены из испытаний на определённых грунтах: для песка они зависят от φ′, для глины — от c_u и ε_{50}. Описываются песок и мягкая и среднежёсткая глина; твёрдая глина, выветрелый скальный грунт, цементированный грунт и разжижающийся песок описываются собственными кривыми.

Нагружение: статическое или циклическое с редукцией по API; прикладывается первым. **Осевая нагрузка** постоянна по всей длине.

Численное решение: конечные элементы и нелинейная итерация точны для заданного уравнения до приведённых знаков; приближение заложено в уравнении (грунт представлен пружинами). Результаты совпали в пределах 0.01 % для 14 свай с двумя независимыми программами (конечные разности, на другом языке программирования).

Метод p–y на практике лежит в основе проектирования свай при горизонтальной нагрузке; полученные значения следует сравнивать с допускаемыми значениями проекта и, при наличии, с результатами **испытания сваи нагрузкой**.

Резюме

Главное

Свая — это **балка на нелинейных пружинах**: $EI\,y'''' + P\,y'' + p(y, z) = 0$; закон поведения грунта — кривая p–y

Упругое решение: песок $n_h z \to T = (EI/n_h)^{1/5}$; глина $k \to \beta = (k/4EI)^{1/4}$, $y_0 = 2H\beta/k$, $M_{max} = 0.3224\,H/\beta$

Песок: $p = A\,p_u \tanh(kzy/Ap_u)$, $p_u = \min[(C_1 z + C_2 D)\sigma'; C_3 D\sigma']$ · **Глина**: $p = \frac{1}{2} p_u (y/y_{50})^{1/3}$, $p_u = \min[(3 + \sigma'/c_u + Jz/D)c_u D; 9c_u D]$

Циклическая нагрузка снижает сопротивление вблизи поверхности: $A = 0.9$ в песке, $0.72p_u$ в глине за пределами $3y_{50}$

Условие закрепления головы сваи, **свободная длина**, **осевая нагрузка** и **сечение с трещинами** заметно изменяют результат; сильнее всего — свободная длина

Перемещение не пропорционально нагрузке: **нагрузка при допустимом перемещении** находится повторным решением (H_y, H_M)

Список литературы

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Matlock, H. and Reese, L.C. (1960). Generalized solutions for laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 86(SM5), 63–91.

Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1204, 577–594.

Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 2080, 473–485.

American Petroleum Institute (2000). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design, API RP 2A-WSD, 21st ed.

Hetényi, M. (1946). Beams on Elastic Foundation. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Reese, L.C., Isenhower, W.M. and Wang, S.-T. (2006). Analysis and Design of Shallow and Deep Foundations. John Wiley & Sons, Hoboken.

Broms, B.B. (1965). Design of laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 91(SM3), 79–99.

Reese, L.C. and Welch, R.C. (1975). Lateral loading of deep foundations in stiff clay. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(GT7), 633–649.

Davisson, M.T. and Gill, H.L. (1963). Laterally loaded piles in a layered soil system. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 89(SM3), 63–94.

ПРИМЕЧАНИЕ

Рисунки в этой презентации взяты со страницы теории GeoTerva; все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля, и модуль даёт те же значения.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Пошагово рассчитать в GeoTerva пример сваи из этой презентации: числа совпадают.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.