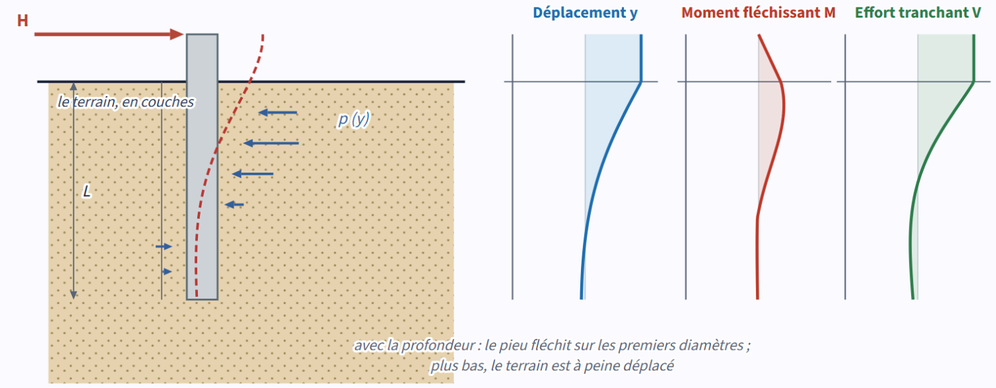
Présentation de cours de géotechnique · Pieux

Pieu chargé latéralement : méthode p–y

Cours : analyse d'un pieu sous charge latérale comme poutre sur ressorts, courbes p–y du sable et de l'argile, chargement cyclique, charge axiale et conditions en tête ; un exemple de calcul pour chaque sujet.

- Poutre sur ressorts
- Courbes p–y du sable et de l'argile
- Charge cyclique
- Conditions en tête
- Exemples de calcul



Basé sur la page de théorie de GeoTerva · geoterva.com

Que verrons-nous dans ce cours ?

- Modéliser le pieu chargé latéralement comme une **poutre sur ressorts** : équation, conventions de signe, conditions aux extrémités
- Calculer à la main les **solutions élastiques** (Matlock–Reese : sable, n_h ; Hetényi : argile, k)
- La construction point par point des courbes p–y de l'API (Reese–Cox–Koop) pour le **sable** et de Matlock pour l'**argile**, statiques et cycliques
- Savoir **ce que fait** la solution numérique (éléments finis, Newton) et comment lire les résultats
- Interpréter l'effet de la **charge axiale** (P–δ), de la **condition en tête** et de la **longueur libre**
- Déterminer la **charge** correspondant au déplacement admissible ou à la capacité en moment

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

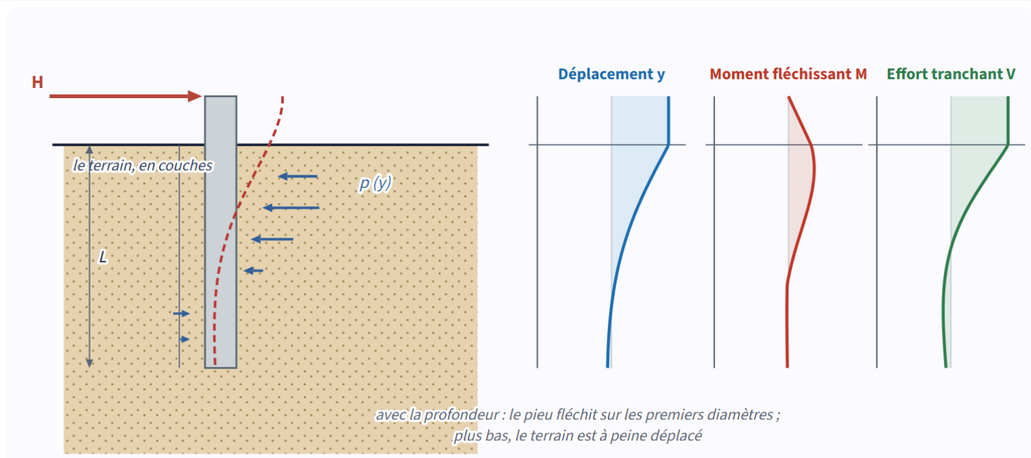
2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Pieu de l'exemple : pieu en béton de 0.60 m de diamètre et de 14 m de longueur ; dans un sol sable–argile–sable, charge latérale de 120 kN au niveau du sol. Le module s'ouvre aussi avec ce modèle.

La charge ne parvient au sol que par l'intermédiaire du mouvement latéral

THÉORIE



Un pieu chargé latéralement ne se rompt pas comme une fondation posée : la charge est transmise au sol **uniquement par le déplacement latéral du pieu** ; la réaction du sol croît avec le déplacement et cesse de croître lorsque le sol plastifie. Le pieu fléchit comme une poutre sur les **premiers diamètres** de sol ; plus en profondeur, le sol ne bouge pratiquement pas.

Charge limite (Broms) : charge à laquelle le sol cède dans le cas d'un pieu court et la section dans le cas d'un pieu long. Elle donne la capacité, mais ni le déplacement ni le moment sous la charge de service.

Module de réaction élastique du sol (Matlock–Reese, Davisson–Gill, Hetényi) : le sol est assimilé à des ressorts élastiques ; solution fermée.

Méthode p–y (Matlock, Reese et al.) : les ressorts sont **non linéaires** ; p démarre rigide par rapport à y, s'assouplit et se termine à la résistance ultime du sol. Résolution numérique ; sol stratifié, de la charge de service jusqu'à une charge proche de la rupture.

Équation, signes et conditions aux limites

THÉORIE

Un pieu est une poutre, le sol qui l'entoure une suite de ressorts ; chaque ressort agit à sa propre profondeur, indépendamment des autres (Winkler). z est compté vers le bas depuis la surface, y est le déplacement dans la direction de la charge :

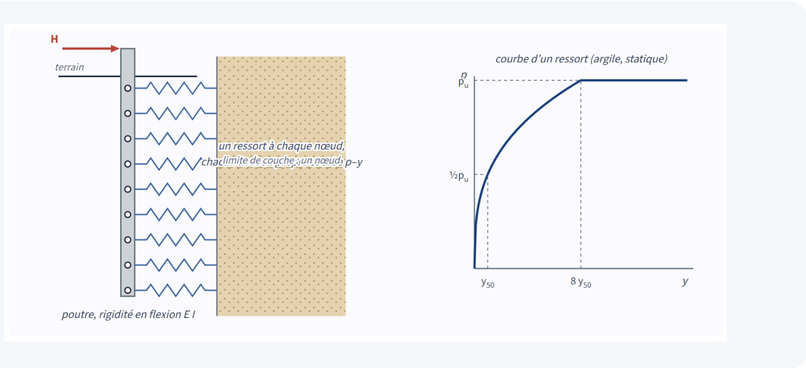
$$EI\,\frac{d^4y}{dz^4} + P\,\frac{d^2y}{dz^2} + p(y,z) = 0$$

$$\theta = \frac{dy}{dz} \quad M = EI\frac{d^2y}{dz^2} \quad V = EI\frac{d^3y}{dz^3} + P\theta \quad \frac{dV}{dz} = -p$$

p est positif lorsqu'il s'oppose au déplacement. Pour une raideur de ressort k, p = k y ; **k = k_h D** (kN/m², force par unité de longueur et par unité de déplacement).

Pointe libre : M = 0, V = 0. **Tête** : si elle est libre, H et M_g sont donnés ; si elle est retenue en rotation, la pente est nulle et le moment de retenue fait partie de la solution.

La seule donnée dont l'équation a besoin est la loi du sol p(y, z) : k·y constant dans le cas élastique, courbes p–y dans le cas non linéaire.



Sable : $k = n_h\, z$

THÉORIE

Dans le sable, le module de réaction du sol est pris proportionnel à la profondeur : **$k = n_h\, z$**. Le pieu possède une seule **longueur caractéristique** ; pour une charge Q et un moment M_g à la surface du sol, le déplacement et le moment sont :

$$T = \left(\frac{EI}{n_h} \right)^{1/5}$$

$$y = A_y \frac{QT^3}{EI} + B_y \frac{M_g T^2}{EI} \qquad M = A_m QT + B_m M_g$$

Les coefficients A et B dépendent de Z = z/T (ci-contre). Le pieu est considéré comme **long** : L/T est grand, la pointe ne se déplace pas.

Le module reproduit ces coefficients avec son propre moteur de calcul : A_y = 2.4292.

COEFFICIENTS (PIEU LONG)

Z	A_y	A_θ	A_m	B_y	B_θ	B_m
0	2,429	−1,619	0.000	1,619	−1,747	1,000
0.5	1,640	−1,500	0.458	0.871	−1,250	0.974
1	0.961	−1,194	0.725	0.364	−0.789	0.851
1.4	0.543	−0.891	0.770	0.112	−0.480	0.686
2	0.142	−0.462	0.627	−0.070	−0.153	0.404
3	−0.075	−0.039	0.224	−0.089	0.057	0.059

A_m est maximal à Z ≈ 1.4 (0.77).

Énoncé

EXEMPLE

Données

Pieu	**HP 250 × 85, L = 25 m, E I = 25 461 kN·m²**
Sol	**sable, n_h = 12 000 kN/m³**
Charge	**Q à la surface du terrain ; M_g = 0, tête libre**
Coefficients	$A_y = 2.4292$ **(tête),** $A_m = 0.772$ **(maximum)**

À DÉTERMINER

Déterminer la charge Q et le **moment maximal** pour que le déplacement en tête soit de **8 mm**. Le pieu est-il long ?

Solution

SOLUTION

1 Longueur caractéristique et longueur de pieu

$$T = \left(\frac{25\,461}{12\,000}\right)^{1/5} = \mathbf{1.1624}\ \text{m} \qquad \frac{L}{T} = \frac{25}{1.1624} = 21.5 \ \Rightarrow\ \text{pieu long}$$

2 Charge : $y = A_y\, Q\, T^3 / E\, I \Rightarrow Q = y\, E\, I / (A_y\, T^3)$

$$Q = \frac{0.008(25\,461)}{2.4292\,(1.1624)^3} = \mathbf{53.4}\ \text{kN}$$

3 Moment maximal : $M = A_m\, T\, Q$

$$M_{max} = 0.772\,(1.1624)(53.4) = \mathbf{47.9}\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

Pour cette charge, le module donne un déplacement en tête de **8.00 mm** et un moment maximal de **47.9 kN·m** : résultats identiques à ceux du calcul à la main.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Argile : k constant (Hetényi)

THÉORIE

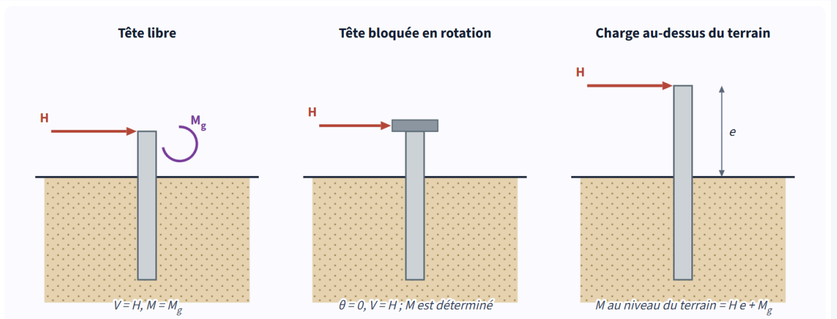
Dans l'argile, le module de réaction du sol est pris **constant** avec la profondeur. k est la rigidité du sol par unité de longueur de pieu ; **β = (k / 4EI)$^{1/4}$**. Pour un pieu long, solutions fermées de Hetényi sous une charge H à la surface du sol :

$$\text{extrémité libre :} \quad y_0 = \frac{2H\beta}{k} \qquad M_{max} = 0.3224\,\frac{H}{\beta} \quad \left(z = \tfrac{\pi}{4\beta}\right)$$

$$\text{extrémité encastrée :} \quad y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3} \qquad M_{head} = -\frac{H}{2\beta}$$

Un pieu dont la rotation est empêchée en tête se déplace de **moitié moins** qu'un pieu à tête libre, mais le moment de blocage en tête est **supérieur** au moment maximal du pieu libre.

Le comportement réel de la semelle de répartition se situe entre ces deux cas extrêmes ; sa proximité de l'un ou de l'autre dépend de la rigidité de la semelle et de la superstructure.



Énoncé

EXEMPLE

Données

Pieu	**D = 0.60 m, E I = 190,852 kN·m² (pieu de l'exemple)**
Sol	**argile, k_h = 15,000 kN/m³ ⇒ k = k_h D = 9,000 kN/m²**
Charge	**H = 120 kN, à la surface du terrain**
Pieu	**long**

À DÉTERMINER

Déterminer le déplacement en tête et les moments pour une tête **libre** et une tête **encastrée**, à l'aide des solutions analytiques de Hetényi.

Solution (1/2)

SOLUTION

1 β

$$\beta = \left(\frac{k}{4EI}\right)^{1/4} = \left(\frac{9{,}000}{4(190{,}852)}\right)^{1/4} = \mathbf{0.3295}\ \mathrm{m}^{-1}$$

2 Tête libre

$$y_0 = \frac{2H\beta}{k} = \frac{2(120)(0.3295)}{9{,}000} = \mathbf{8.79}\ \mathrm{mm}$$

$$M_{max} = 0.3224\frac{H}{\beta} = 0.3224\frac{120}{0.3295} = \mathbf{117.4}\ \mathrm{kN{\cdot}m} \quad \left(z = \tfrac{\pi}{4\beta} = 2.38\ \mathrm{m}\right)$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Extrémité encastrée

$$y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3} = \frac{120}{4(190{,}852)(0.3295)^3} = \mathbf{4.39}\ \text{mm}$$

$$M_{head} = -\frac{H}{2\beta} = -\frac{120}{2(0.3295)} = \mathbf{-182.1}\ \text{kN·m}$$

Le blocage de la tête réduit le déplacement **de moitié** (8.79 → 4.39 mm), mais le moment en tête (182.1 kN·m) vaut **1.55 fois** le moment maximal du pieu libre (117.4 kN·m). L'option élastique du module donne les mêmes valeurs : pieu libre 8.79 mm et 117.4 kN·m, tête bloquée 4.39 mm et 182.1 kN·m.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

API RP 2A : Reese, Cox et Koop

THÉORIE

Le sol proche de la surface est repoussé devant le pieu sous la forme d'un **coin** ; plus en profondeur, le sol **s'écoule horizontalement autour** du pieu. La résistance ultime à la profondeur z (σ′ : contrainte effective à cette profondeur) est la plus petite des deux :

$$p_{us} = (C_1 z + C_2 D)\,\sigma' \qquad p_{ud} = C_3 D\,\sigma'$$

$$p = A\,p_u \tanh\left(\frac{k\,z\,y}{A\,p_u}\right) \qquad A = \max\left(0.9;\ 3 - 0.8\tfrac{z}{D}\right)\ \text{(statique)},\ A = 0.9\ \text{(cycliqu}$$

C_1, C_2, C_3 ne dépendent que de **φ′** ; k, le module initial, est pris en fonction de φ′ et de l'eau (ci-contre).

Pour les petites valeurs de y, la courbe est la droite **k z y** (cas n_h = k de la solution élastique) ; pour les grandes valeurs de y, elle se termine à **A p_u**. A vaut 3.0 en surface et 0.9 à la profondeur 2.6D : la résistance statique est plus élevée près de la surface, mais ce gain n'existe pas en chargement cyclique.

COEFFICIENTS VARIANT AVEC φ′

φ′	C_1	C_2	C_3	k (au-dessus de l'eau)	k (sous l'eau)
28°	1.60	2.41	22.5	5.4	5.4
30°	1.91	2.67	28.7	10.5	7.9
32°	2.28	2.95	36.8	20.7	11.9
34°	2.72	3.25	47.3	32.7	17.6
36°	3.24	3.59	61.2	46.3	24.8
38°	3.87	3.97	79.6	61.7	33.6
40°	4.62	4.38	104.1	78.9	44.0

k : MN/m³. Pour 32°, C_1 = 2.28 ; C_2 = 2.95 ; C_3 = 36.8.

Énoncé

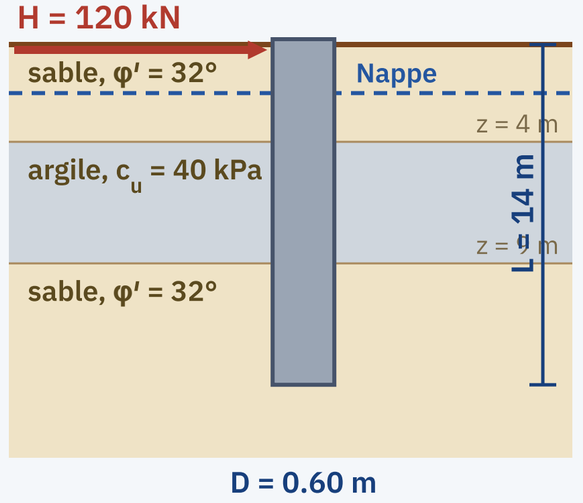
EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Profondeur	**z = 2.0 m (sable 1, niveau de la nappe) ; k = 20.7 MN/m³ (au-dessus de l'eau)**
Coefficients	$K_0 = 0.4,\ K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$

À DÉTERMINER

Déterminer σ′, C_1, C_2, C_3, $\mathbf{p_u}$, A et les valeurs de **p** pour y = 5 mm et 10 mm.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Contrainte effective et angles (nappe phréatique = 2 m : humide depuis la surface jusqu'à z = 2)

$$\sigma' = 18(2) = \mathbf{36.0}\ \mathrm{kPa} \qquad \alpha = \frac{\varphi'}{2} = 16^\circ,\ \beta = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 61^\circ,\ K_a = \tan^2 29^\circ = 0.3073$$

2 Coefficients (φ′ = 32°)

$$C_1 = \frac{K_0 \tan\varphi' \sin\beta}{\tan(\beta-\varphi')\cos\alpha} + \frac{\tan^2\beta\tan\alpha}{\tan(\beta-\varphi')} + K_0\tan\beta(\tan\varphi'\sin\beta - \tan\alpha) = \mathbf{2.281}$$

$$C_2 = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta-\varphi')} - K_a = \mathbf{2.947}$$

$$C_3 = K_a(\tan^8\beta - 1) + K_0\tan\varphi'\tan^4\beta = \mathbf{36.81}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Résistance ultime : la plus petite du coin et de l'écoulement autour du fût

$$p_{us} = (2.281(2) + 2.947(0.6))(36.0) = 227.9 \text{ kN/m}$$

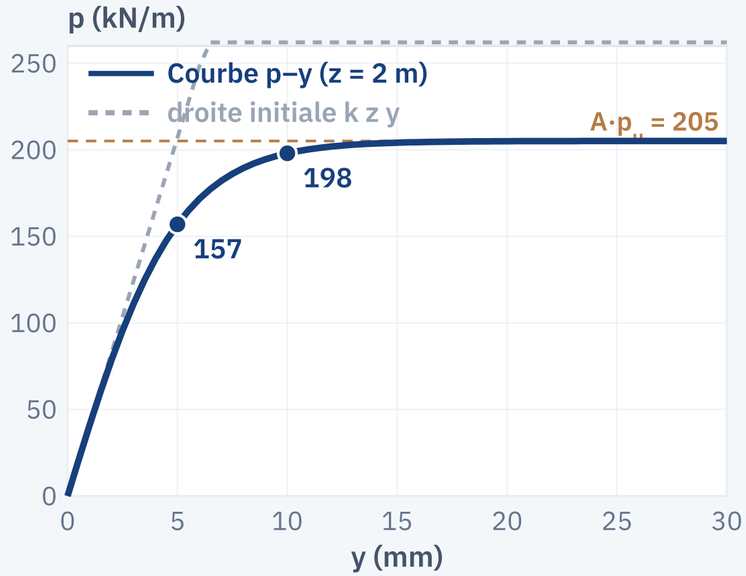
$$p_{ud} = 36.81(0.6)(36.0) = 795 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{227.9} \text{ kN/m}$$

4 A et la courbe : A = max(0.9 ; 3 − 0.8 z/D) = max(0.9 ; 0.33) = 0.9 ; k z y / (A p_u)

$$y = 5 \text{ mm}: \; p = 0.9(227.9)\tanh\frac{20\,700(2)(0.005)}{0.9(227.9)}$$

$$= \mathbf{157.0} \text{ kN/m}$$

$$y = 10 \text{ mm}: \; p = \mathbf{198.0} \text{ kN/m}$$



La courbe A tend vers p_u = 205 kN/m ; à 10 mm, elle en atteint déjà 97 %. À cette profondeur, les courbes statique et cyclique sont **identiques** (A = 0.9 dans les deux cas).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Profondeur	**z = 0.6 m (1D), σ′ = 18(0.6) = 10.8 kPa; k = 20.7 MN/m³**
Sable 1	**C_1 = 2,281, C_2 = 2,947, C_3 = 36.81 (exemple 3)**

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs **p–y** statiques et cycliques pour y = 10 mm.

Solution

SOLUTION

1 Résistance ultime et A

$$p_{us} = (2.281(0.6) + 2.947(0.6))(10.8) = 33.9 \text{ kN/m}$$

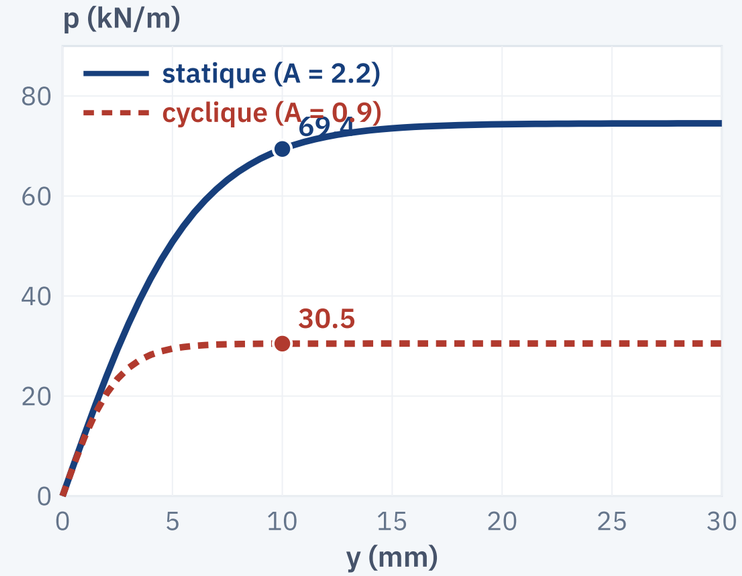
$$p_{ud} = 36.81(0.6)(10.8) = 238.6 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{33.9} \text{ kN/m}$$

$$A_{static} = \max(0.9;\ 3 - 0.8(1)) = 2.2 \qquad A_{cyclic} = 0.9$$

2 y = 10 mm: k z y = 20 700(0.6)(0.010) = 124.2

$$p_{static} = 2.2(33.9)\tanh\frac{124.2}{2.2(33.9)} = \mathbf{69.4} \text{ kN/m}$$

$$p_{cyclic} = 0.9(33.9)\tanh\frac{124.2}{0.9(33.9)} = \mathbf{30.5} \text{ kN/m}$$



Dans un sable proche de la surface, le chargement cyclique réduit la résistance de **56 %** (69.4 → 30.5 kN/m) : le facteur A est perdu. C'est pourquoi le déplacement en tête augmente sous charge cyclique.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Matlock : argile molle, statique et cyclique

THÉORIE

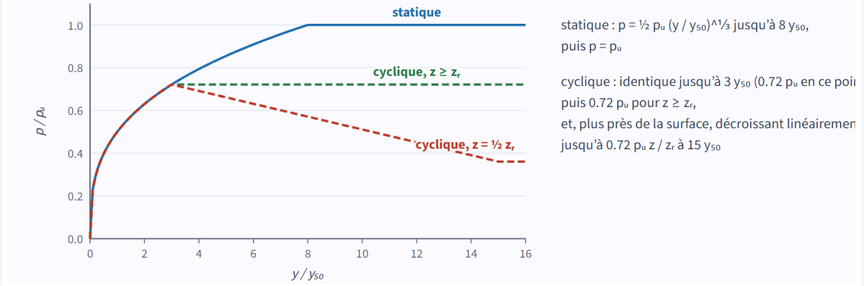
Dans l'argile, le module retient la courbe **Matlock** (1970) d'argile molle, sous la forme donnée par l'API RP 2A. La résistance ultime est de nouveau la plus petite des valeurs proche de la surface (coin) et en profondeur (écoulement) :

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{\sigma'}{c_u} + J\frac{z}{D}\right) c_u D;\ 9 c_u D\right]$$

$$p = \tfrac{1}{2} p_u \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{1/3} \quad (y \le 8y_{50}) \qquad p = p_u \ (y > 8y_{50}) \qquad y_{50} = 2.5\,\varepsilon_{50} D$$

ε_{50} et J en fonction de c_u : argile molle au-dessous de 48 kPa (0.020 ; 0.5), moyenne de 48 à 96 (0.010 ; 0.25), raide au-dessus de 96 (0.005 ; 0.25).

Cyclique : au-delà de $3y_{50}$, la courbe reste à 0.72 p_u ($z \ge z_R$) ; à plus faible profondeur, elle **décroît linéairement** jusqu'à 0.72 p_u z/z_R à $15y_{50}$. $z_R = \max[6D / ((\sigma'/z)(D/c_u) + J); 2.5D]$.



Énoncé

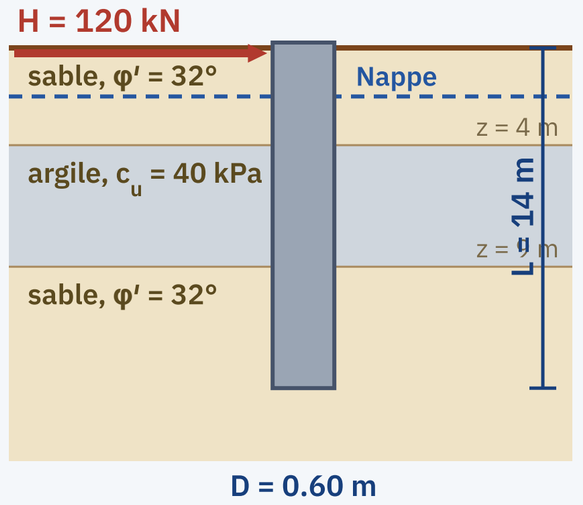
EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Profondeur	**z = 6.5 m (argile, 4–9 m) ; ε_{50} = 0.020, J = 0.5**
Couche	**c_u = 40 kPa**

À DÉTERMINER

Pour y = 15 mm et 150 mm : déterminer σ′, **p_u**, y_{50} et les valeurs p–y **statiques** ; déterminer z_R et la valeur du palier de la courbe **cyclique**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 σ′ : sable 0–2 m humide (γ = 18), sable 2–4 m et argile 4–6.5 m immergés (γ_{sat} = 19)

$$\sigma' = 18(2) + (19 - 9.81)(2) + (19 - 9.81)(2.5) = \mathbf{77.4}\ \mathrm{kPa}$$

2 Résistance ultime et y_{50}

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{77.4}{40} + 0.5\frac{6.5}{0.6}\right)(40)(0.6);\ 9(40)(0.6)\right]$$

$$= \min[248.4;\ 216.0] = \mathbf{216.0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$y_{50} = 2.5(0.020)(0.6) = \mathbf{30.0}\ \mathrm{mm}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Courbe statique : $p = ½\ p_u\ (y/y_{50})^{1/3}$

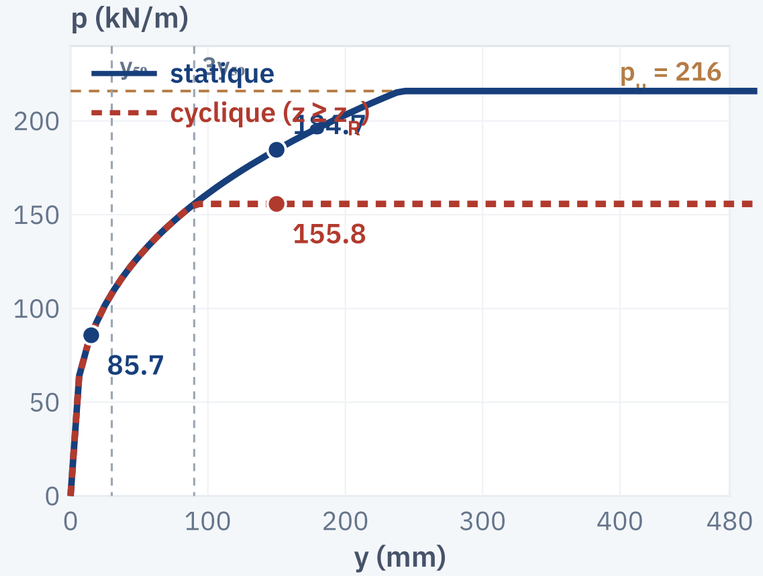
$$y = 15\ \text{mm}\ (0.5y_{50}):\ \ p = 0.5(216.0)(0.5)^{1/3} = \mathbf{85.7}\ \text{kN/m}$$

$$y = 150\ \text{mm}\ (5y_{50}):\ \ p = 0.5(216.0)(5)^{1/3} = \mathbf{184.7}\ \text{kN/m}$$

4 Courbe cyclique : z_R = max[6(0.6)/((σ′/z)(D/c_u) + J); 2.5D] = max[5.31; 1.5] = 5.31 m; z = 6.5 > z_R

$$p_{perimeter}(y \geq 3y_{50}) = 0.72\,p_u = 0.7211(216.0) = \mathbf{155.8}\ \text{kN/m}$$

À y = 150 mm, la résistance statique vaut 184.7 et la résistance cyclique 155.8 kN/m : le chargement cyclique réduit la résistance de **16 %** dans cette argile ; jusqu'à 3y_{50} (90 mm), les deux courbes sont identiques.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Chaque courbe correspond au sol à sa propre profondeur

THÉORIE

σ′ est la somme des poids volumiques des couches sus-jacentes (γ au-dessus de la nappe, $\gamma_{sat} - \gamma_w$ en dessous) ; ce n'est **pas la moyenne** de la couche, mais une valeur qui croît avec la profondeur à l'intérieur de la couche.

En z, la couche fournit φ′ et k (sable) ou c_u, ε_{50} et J (argile). Le module initial k du sable est pris selon la position de la couche par rapport à l'eau ; pour une couche coupée par le niveau de l'eau, il est renseigné d'après la profondeur à mi-épaisseur de la couche et peut être modifié manuellement.

Les éléments ne **franchissent jamais une limite de couche** : il existe un nœud à chaque limite ; la rigidité du sol varie par saut entre éléments, et non à l'intérieur d'un élément.

La feuille de calcul donne, pour chaque couche, les valeurs de la courbe pas à pas au milieu de la couche : σ′, coefficients, p_u, A ou y_{50} — reproductibles à la main (comme les exemples 3 et 5 de la présente présentation).

Les couches doivent s'étendre jusqu'à la pointe du pieu ; le sol sous la pointe n'est pas défini et la pointe est libre. Une argile molle surmontant un sable compact apparaît dans les diagrammes comme une **cassure** à la limite.

Éléments finis et Newton

THÉORIE

L'équation est résolue par éléments finis : le pieu est subdivisé en **éléments de poutre cubiques**, avec y et la pente θ à chaque nœud. La réaction du sol est prise sur la courbe en **quatre points de Gauss** dans chaque élément et intégrée. L'équation non linéaire K u + f(u) = F est résolue par la méthode de Newton :

$$(K + K_s(u_i))\,\Delta u = F - K u_i - f(u_i) \qquad K_s = \int N^T \frac{dp}{dy} N \, dz$$

dp/dy ne descend pas en dessous du **vingtième** de la rigidité sécante : la matrice reste positive même là où la courbe est plate ou décroissante. Il existe une recherche linéaire à réduction de pas et, en cas d'échec, un pas sécant amorti.

Longueur d'élément D/6 (3–15 cm) ; le résultat **ne dépend pas** du maillage jusqu'aux raffinements indiqués (élément 0.4 → 0.025 m : déplacement en tête 6.228 → 6.228 mm).

Si la charge dépasse ce que le sol peut supporter, **il n'y a pas d'équilibre** ; le module le signale et ne donne aucune valeur. La solution n'est pas non plus retenue si le sol s'est déplacé de plus de **cinq largeurs de pieu** sous la surface du sol.

La courbe de l'argile sous chargement cyclique, ou la réponse sous charge axiale, n'est pas une courbe croissante unique ; elle monte jusqu'à la **charge limite**. Le module atteint la charge par incréments à partir de zéro.

Pour chaque cas étudié, deux vérifications sont consignées : Σ p Δz = H et moment en pied = 0 (équilibre statique).

Effet P–δ et flambement

THÉORIE

La charge axiale P agit le long de la **déformée** du pieu : elle figure dans l'équation (terme P d²y/dz²) et dans la rigidité géométrique de chaque élément ; elle réduit la rigidité latérale de la poutre comprimée et augmente le déplacement et le moment. Le module prend P constante sur toute la longueur et identique en tête et en pointe (en réalité, le frottement le long du fût transmet la charge au sol ; la prendre constante va dans le sens de la sécurité).

$$P_{cr} = \sqrt{k\,EI} \qquad (\text{extrémité libre, } k \text{ constante, pieu long})$$

C'est la **moitié** de la valeur 2√(kEI) d'une poutre infinie : une extrémité libre peut tourner. Une tête encastrée flambe sous une charge plus élevée.

Lorsque P approche la charge de flambement, la relation charge–déplacement croît sans limite ; le module indique **« la charge axiale dépasse la charge de flambement »**.

La résistance combinée de la section du pieu à l'effort axial et au moment constitue une vérification de dimensionnement structural.

PIEU DE L'EXEMPLE

Pour E I = 190,852 kN·m² et k = 9,000 kN/m² dans l'argile élastique :

$$P_{cr} = \sqrt{9{,}000\,(190{,}852)} = 41{,}445\ \text{kN}$$

Énoncé

EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Charges	**H = 120 kN ; charge axiale P = 800 kN (constante)**
Flambement	**k = k_h D = 9,000 kN/m² (argile élastique), tête libre**
Module	**P = 0 : tête 6.23 mm, M_{max} 151.8 kN·m**

À DÉTERMINER

P = 800 kN est-il **proche** de la charge de flambement ? Quelle est l'importance de l'effet P–δ ?

Solution

SOLUTION

1 Charge de flambement (tête libre, k constant)

$$P_{cr} = \sqrt{kEI} = \sqrt{9{,}000(190{,}852)} = \mathbf{41{,}445}\ \text{kN} \qquad \frac{P}{P_{cr}} = \frac{800}{41{,}445} = \mathbf{0.019}$$

2 Dans le module avec P = 800 kN (P–δ inclus)

$$y_{head}:\ 6.23 \rightarrow 6.32\ \text{mm}\ \ (+2\%) \qquad M_{max}:\ 151.8 \rightarrow 154.5\ \text{kN·m}\ \ (+2\%)$$

800 kN ne représentent que **2 %** de la charge de flambement : la charge axiale ne rapproche pas le pieu du flambement ; l'effet P–δ augmente le déplacement de 2 % et le moment de 2 %. Pour ce pieu, la charge axiale est secondaire dans l'analyse latérale, mais elle ne peut pas être négligée.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Libre, fixe et surcharge sur le terrain

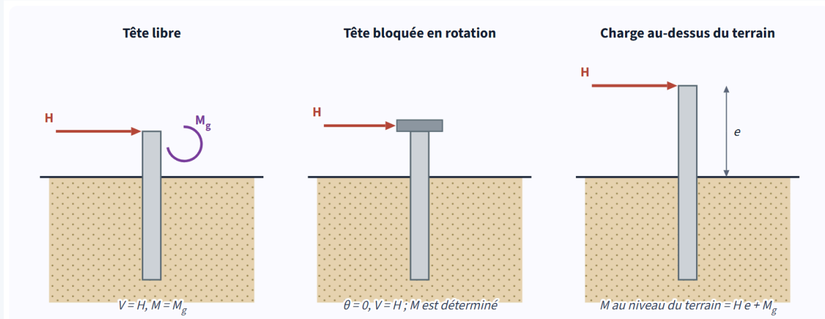
THÉORIE

Tête libre : au point de charge V = H et M = M_g.

Tête encastrée : la pente est nulle, la tête se déplace latéralement. Dans un sol élastique, long et homogène, elle se déplace **deux fois moins** que dans le cas à tête libre ; le moment d'encastrement M = −H/(2β) est supérieur au moment maximal du pieu libre. Une semelle de répartition réelle se situe entre les deux cas.

Longueur libre e : le pieu situé au-dessus du sol fléchit comme une console. L'effort tranchant vaut H jusqu'au sol et le moment atteint **M(0) = M_g + H e** à la surface du sol ; c'est là que le sol prend le relais.

Déplacement en tête = déplacement au niveau du sol + rotation au niveau du sol × e + déplacement en console de la longueur libre (H e^3 / 3EI). Avec une longueur libre, la même charge rend le déplacement en tête **beaucoup plus grand** que celui du niveau du sol ; le moment maximal se situe le plus souvent dans le sol ou légèrement en dessous.



Énoncé

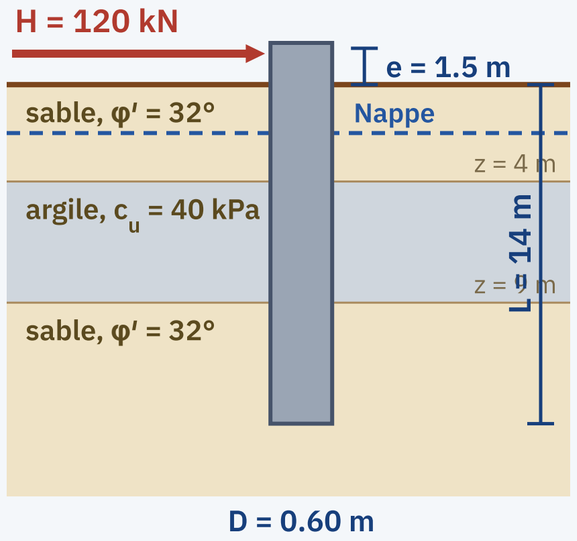
EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Longueur libre	**charge au-dessus de la surface du sol à e = 1.5 m ; H = 120 kN, tête libre**
Module (à la surface du terrain)	**y_{sol} = 11.12 mm, pente = 0.321° (vers la charge)**

À DÉTERMINER

Déterminer le **moment** et le **déplacement en tête** à la surface du sol ; comparer le résultat aux 20.23 mm du module.



Solution

SOLUTION

1 Moment à la surface du sol (effort tranchant H sur la longueur libre, $M_g = 0$)

$$M(0) = M_g + H\,e = 0 + 120(1.5) = \mathbf{180}\ \mathrm{kN\cdot m}$$

2 Déplacement de la console sur la longueur libre

$$\frac{H\,e^3}{3EI} = \frac{120(1.5)^3}{3(190{,}852)} = 0.71\ \mathrm{mm}$$

3 Déplacement en tête = $y_{sol} + |\theta|\,e + H\,e^3/3EI$

$$y_{head} = 11.12 + 5.605(1.5) + 0.71 = \mathbf{20.23}\ \mathrm{mm}$$

Calcul manuel : **20.23 mm** ; module : 20.23 mm ; résultats identiques. Avec la charge au niveau du sol, la tête se déplaçait de 6.23 mm ; une longueur libre de 1.5 m la multiplie par **3.2**. Le moment maximal est de 306 kN·m, à 1.68 m sous la surface du sol (supérieur aux 180 kN·m à la surface du sol).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Quel nombre dit quoi ?

THÉORIE

Déplacement en tête y et rotation (pente dy/dz ; négative pour un pieu incliné dans le sens de la charge). S'il existe une longueur libre, la valeur au niveau du sol est également donnée.

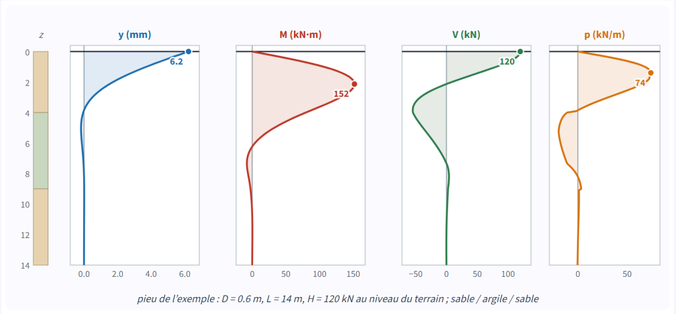
Moment fléchissant maximal et sa profondeur. Pour une tête encastrée, le moment en tête est également indiqué ; ce n'est pas toujours le plus grand.

Profondeur de déplacement nul : point où le pieu coupe son propre axe ; au-dessus, il se déplace vers le sol, au-dessous, à l'opposé du sol.

Effort tranchant et réaction du sol ; la réaction et l'extrémité de la courbe p–y sont tracées côte à côte : on voit à quel point le sol est proche de sa limite.

Pointe : à l'extrémité d'un pieu suffisamment long, il n'y a pas de déplacement. Si la pointe se déplace de plus du dixième du déplacement en surface du sol et de plus de 2 mm, le pieu est **court** pour cette charge : il tourne comme un corps rigide et sa longueur gouverne le résultat.

La vue p–y trace les courbes à cinq profondeurs dans la partie mobile et, sur chacune, le **point atteint** : un point situé sur le début rectiligne de la courbe est élastique, un point proche de son extrémité est à la limite.



pieu de l'exemple : D = 0.6 m, L = 14 m, H = 120 kN au niveau du terrain ; sable / argile / sable

Énoncé

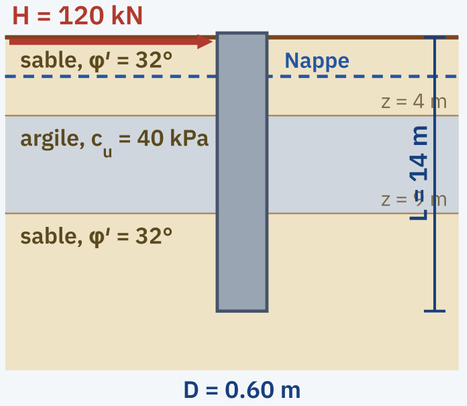
EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Résultats du module	**déplacement en tête y = 6.23 mm, rotation 0.150° ; M_{max} = 151.8 kN·m (z = 2.13 m) ; déplacement nul à z = 3.85 m ; pointe 0.0019 mm**
Réaction maximale du sol	**p = 74.0 kN/m, z = 1.40 m; A = max(0.9; 3 – 0.8(1.4)/0.6), p_u = 125.0 kN/m**

À DÉTERMINER

Le pieu est-il **long** pour cette charge ? À **quel pourcentage** de sa limite le sol travaille-t-il à la profondeur de 1.40 m ? Commenter les vérifications statiques.



Solution (1/2)

SOLUTION

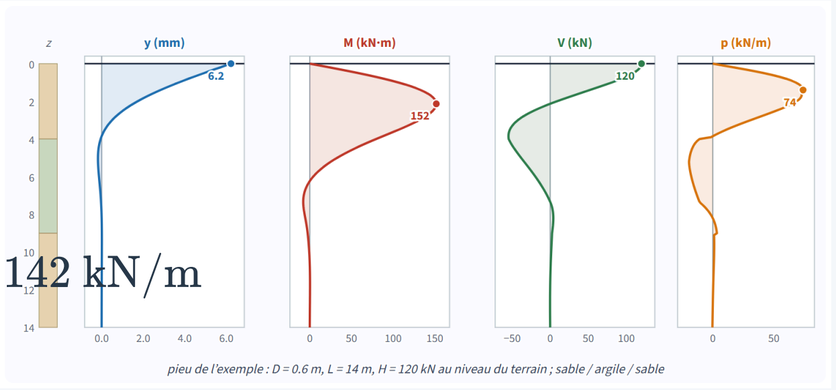
1 Condition en pointe : le déplacement de la pointe est comparé au dixième du déplacement à la surface du sol et à 2 mm

$$y_{tip} = 0.0019\ \text{mm} \ll 0.1(6.23) = 0.62\ \text{mm} \ \Rightarrow\ \text{pieu long}$$

2 À 1.40 m, dans quelle proportion le sol se situe-t-il sous sa limite ?

$$A = \max\left(0.9;\ 3 - \frac{0.8(1.4)}{0.6}\right) = 1.133\ ; \quad A\,p_u = 1.133(125.0) = 142\ \text{kN/m}$$

$$\frac{p}{Ap_u} = \frac{74.0}{142} = \mathbf{0.52}$$



pieu de l'exemple : D = 0.6 m, L = 14 m, H = 120 kN au niveau du terrain ; sable / argile / sable

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Vérifications statiques

$$\sum p\,\Delta z = 120.000\ \text{kN} = H \qquad M_{tip}\ (\text{de la statique}) = 0.000\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad 7\ \text{itération}$$

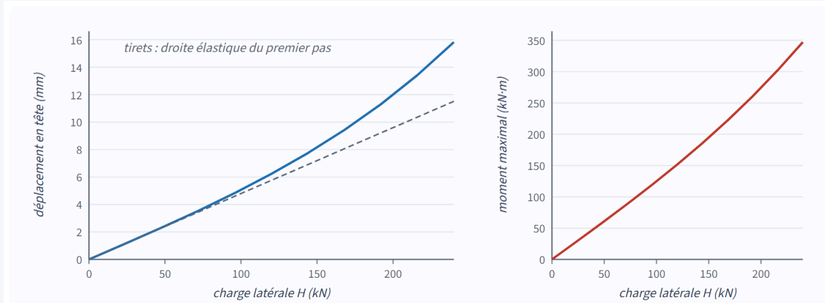
Le pieu est **long** ; à 1.40 m, le sol travaille à **52 %** de sa limite (et non à l'extrémité de la courbe). Les deux vérifications sont également satisfaites : ce sont des vérifications de l'itération et de la comptabilité, **et non de l'exactitude du modèle**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Charge correspondant à la valeur admissible

THÉORIE

Le sol n'étant pas linéaire, le déplacement n'est pas proportionnel à la charge ; la **charge correspondant au déplacement admissible** ne peut pas être lue sur le résultat à la charge de service. Le module augmente la charge et le moment proportionnellement dès le départ (un facteur λ sur H et M_g, la charge axiale restant constante), résout de nouveau l'équation à chaque pas et trouve le λ pour lequel le déplacement en tête atteint la valeur admissible (ou le moment maximal atteint la capacité de la section) : **H_y** ou **H_M**.



Si le sol ne peut pas porter la valeur admissible (si l'équilibre n'existe pas avant de l'atteindre), le module indique **« non atteinte »** et la courbe s'arrête à la dernière charge résolue. Pour l'argile sous chargement cyclique ou sous charge axiale, la courbe s'infléchit : c'est la **charge limite du sol**.

Il ne s'agit pas de la capacité du pieu : dans le module, le pieu est élastique ; un pieu plastifié en flexion peut rompre avant le sol. La capacité en moment saisie sert à cette vérification.

Le module ne fournit pas de coefficient de sécurité et n'en emprunte pas à un règlement : le déplacement admissible et la capacité en moment relèvent de l'ingénieur.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
Solution non linéaire	**Déplacement en tête pour H = 30, 60, …, 270 kN : 1.44 · 2.93 · 4.51 · 6.23 · 8.15 · 10.33 · 12.86 · 15.82 · 19.29 mm**
Admissible	**y_{all} = 10 mm ; capacité de moment M_{cap} = 200 kN·m**

À DÉTERMINER

La charge H_y pour y_{all} = 10 mm et la charge H_M correspondant à M_{cap} ; quelle serait l'erreur si une proportionnalité linéaire était utilisée ?

Solution

SOLUTION

1 Proportionnalité linéaire (à partir de 6.23 mm à la charge de service) et solution exacte

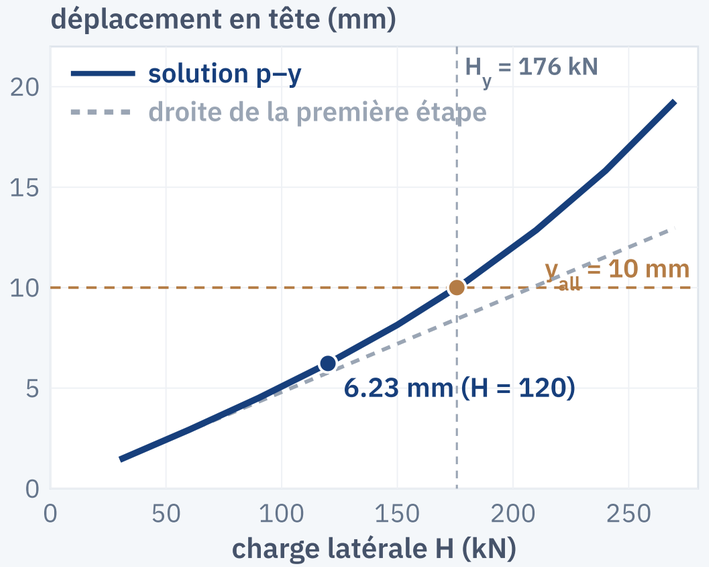
$$H_{y,linear} = 120\,\frac{10}{6.23} = 192.7\ \text{kN}$$

$$H_y = \mathbf{175.7}\ \text{kN}\ (\lambda = 1.464)$$

2 Charge correspondant à la capacité en moment

$$H_M = \mathbf{153.6}\ \text{kN}\ \ (\lambda = 1.280;\ y_{head} = 8.39\ \text{mm})$$

Une proportionnalité linéaire donnerait une charge **supérieure de 10 %** (193 ≠ 176 kN) : à mesure que le sol s'assouplit, le déplacement croît plus vite que la charge. La grandeur **déterminante** est le moment : H_M = 154 kN, charge pour laquelle la tête ne se déplace que de 8.4 mm ; à la charge correspondant au déplacement admissible (H_y = 176 kN), le moment serait de 234 kN·m.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Pieu	**pieu, section circulaire, D = 0.60 m, L = 14 m, béton : E I = 190 852 kN·m²**
Sol	**sable 0–4 m (φ′ = 32°) · argile 4–9 m (c_u = 40 kPa) · sable 9–17 m (φ′ = 32°)**
Poids volumique, eau	**γ = 18, γ_{sat} = 19 kN/m³ ; nappe phréatique à 2.0 m**
À comparer	**condition en tête · longueur libre · charge cyclique · charge axiale (800 kN) · section fissurée (E I × 0.6) · sol élastique (n_h = 8 MN/m³, k_h = 15 MN/m³)**

À DÉTERMINER

Comparer, dans chaque cas, le déplacement en tête et le moment maximal par rapport à la charge de service.

Solution

SOLUTION

État	$y_{tête}$ (mm)	M_{max} (kN·m)	y / y_0	M / M_0
Tel que saisi : libre, statique, au niveau du terrain	6.23	152	1.00	1.00
Encastré en tête ($M_{tête}$)	2.24	-175	0.36	1.15
Charge à 1.5 m au-dessus du terrain	20.23	306	3.25	2.01
Chargement cyclique (API)	7.28	172	1.17	1.13
Charge axiale P = 800 kN	6.32	155	1.02	1.02
Section fissurée, E I × 0.6	7.93	140	1.27	0.92
Sol élastique (n_h, k_h)	10.49	173	1.68	1.14

La condition en tête réduit le déplacement d'un facteur 0.36 et augmente le moment ; **la longueur libre** est le paramètre le plus influent (×3.2 sur le déplacement, ×2.0 sur le moment). **Le chargement cyclique** augmente le déplacement de 17 %, **la section fissurée** de 27 %, mais réduit le moment (le pieu est plus souple). Le sol élastique est un cas distinct : il ne s'agit pas d'une vérification des courbes p–y.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Les hypothèses derrière les chiffres

THÉORIE

Pieu isolé : un pieu seul, sans voisins, avec ses courbes p–y. Un groupe chargé latéralement se déplace davantage qu'un pieu isolé pour la même charge par pieu ; le groupe, avec les multiplicateurs p des files, relève du module de groupe de pieux.

Pieu : section unique sur toute la longueur, élastique linéaire ; E I constant. Une section de béton fissurée est représentée par le multiplicateur de E I et par le moment M_{cap} auquel la section plastifie.

Sol : ressorts indépendants, sans cisaillement entre eux ; les courbes proviennent d'essais réalisés sur des sols particuliers : celle du sable dépend de φ', celle de l'argile de c_u et de ε_{50}. Elles décrivent le sable et l'argile molle à moyenne ; l'argile raide, le rocher altéré, le sol cimenté et le sable liquéfiable sont décrits par leurs propres courbes.

Chargement : statique ou cyclique avec réduction API ; appliqué en tête. **Charge axiale** constante sur toute la longueur.

Solution numérique : les éléments finis et l'itération non linéaire sont exacts, pour l'équation donnée, jusqu'aux chiffres affichés ; l'approximation réside dans l'équation (le sol est représenté par des ressorts). Les résultats concordent à 0.01 % près pour 14 pieux avec deux programmes indépendants (différences finies, écrits dans un autre langage).

La méthode p–y est, en pratique, à la base de la conception des pieux sous charge latérale ; les valeurs doivent être comparées aux valeurs admissibles du projet et, le cas échéant, à l'**essai de chargement**.

Synthèse

Points à retenir

Le pieu est une **poutre sur ressorts non linéaires** : $EI\,y'''' + P\,y'' + p(y, z) = 0$; la loi de comportement du sol est la courbe p–y

Élastique : sable $n_h z \rightarrow T = (EI/n_h)^{1/5}$; argile $k \rightarrow \beta = (k/4EI)^{1/4}$, $y_0 = 2H\beta/k$, $M_{max} = 0.3224\ H/\beta$

Sable : $p = A\,p_u \tanh(kzy/Ap_u)$, $p_u = \min[(C_1 z + C_2 D)\sigma'; C_3 D\sigma']$ · **Argile** : $p = \frac{1}{2} p_u (y/y_{50})^{1/3}$, $p_u = \min[(3 + \sigma'/c_u + Jz/D)c_u D; 9c_u D]$

Le chargement **cyclique** réduit la résistance près de la surface : $A = 0.9$ dans le sable, $0.72p_u$ dans l'argile au-delà de $3y_{50}$

La **condition en tête**, la **longueur libre**, la **charge axiale** et la **section fissurée** modifient nettement le résultat ; la longueur libre au premier chef

Le déplacement n'est pas proportionnel à la charge : la **charge correspondant au déplacement admissible** est obtenue par une nouvelle résolution (H_y, H_M)

Références bibliographiques

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Matlock, H. and Reese, L.C. (1960). Generalized solutions for laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 86(SM5), 63–91.

Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1204, 577–594.

Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 2080, 473–485.

American Petroleum Institute (2000). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design, API RP 2A-WSD, 21st ed.

Hetényi, M. (1946). Beams on Elastic Foundation. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Reese, L.C., Isenhower, W.M. and Wang, S.-T. (2006). Analysis and Design of Shallow and Deep Foundations. John Wiley & Sons, Hoboken.

Broms, B.B. (1965). Design of laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 91(SM3), 79–99.

Reese, L.C. and Welch, R.C. (1975). Lateral loading of deep foundations in stiff clay. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(GT7), 633–649.

Davisson, M.T. and Gill, H.L. (1963). Laterally loaded piles in a layered soil system. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 89(SM3), 63–94.

REMARQUE

Les figures de cette présentation sont extraites de la page de théorie de GeoTerva ; tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre du module, et le module donne les mêmes valeurs.

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Calculer le pieu de l'exemple de cette présentation pas à pas dans GeoTerva : les valeurs numériques sont identiques.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com