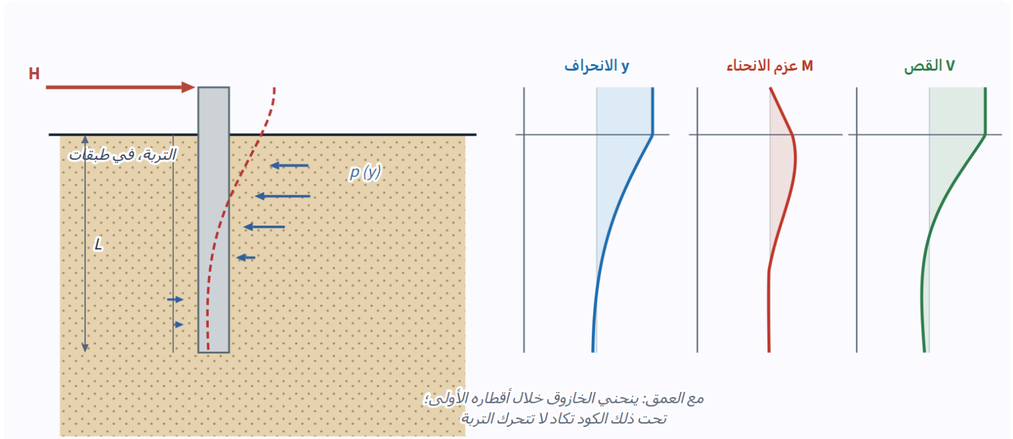
شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الخوازيق

الخازوق المحمل جانبياً: طريقة p–y

المحاضرة: حل الخازوق المحمل جانبياً بوصفه كمرة على نوابض، ومنحنيات p–y للرمل والطين، والحمل الدوري، والحمل المحوري، وشروط الرأس؛ ومثال محلول لكل موضوع.

كمرة على نوابض
منحنيات p–y للرمل والطين
الحمل الدوري
شروط الرأس
أمثلة محلولة



يستند إلى صفحة النظرية في GeoTerva · geoterva.com

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- كيفية إعداد خازوق محمّل جانبياً كـ**جائز على نوابض**: المعادلة، واصطلاحات الإشارة، والشروط الطرفية
- **الحلول المرنة** (Matlock–Reese: الرمل، n_h؛ Hetényi: الطين، k) المحسوبة يدوياً
- إنشاء منحنيات p–y حسب API (Reese–Cox–Koop) لـ **الرمل** وحسب Matlock لـ **الطين**، الاستاتيكية والدورية، نقطة نقطة
- معرفة **ما يفعله** الحل العددي (العناصر المحدودة، Newton) وكيف نقرأ النتائج
- **تفسير تأثير الحمل المحوري** (P–δ)، و**حالة الرأس**، و**الطول الحر**
- إيجاد **الحمل** المقابل للإزاحة المسموح بها أو لقدرة تحمل العزم

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: ما القاعدة، ولماذا هي كذلك؟

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

خازوق المثال: خازوق خرساني قطره 0.60 m وطوله 14 m؛ في تربة رمل–طين–رمل، وحمل جانبي 120 kN عند مستوى سطح الأرض. وهذا هو أيضاً النموذج الابتدائي للوحدة.

لا يصل الحمل إلى التربة إلا عبر الحركة الجانبية

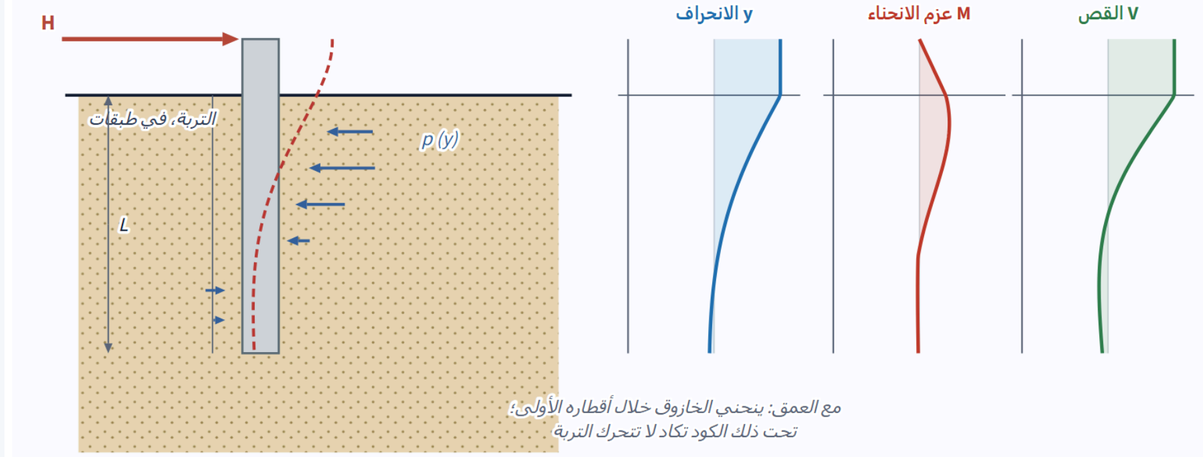
النظرية

لا ينهار الخازوق المحمل جانبيا كما ينهار أساس قائم: إذ ينتقل الحمل إلى التربة **بحركة الخازوق الجانبية فقط**؛ ويتزايد رد فعل التربة مع الحركة ويتوقف عن التزايد عندما تنساب التربة. وينحني الخازوق كالكمرة في أول **بضعة أقطار** من عمق التربة؛ وفي أعماق أكبر لا تكاد التربة تتحرك.

الحمل الأقصى (Broms): هو الحمل الذي تنهار عنده التربة في الخازوق القصير وينهار عنده المقطع في الخازوق الطويل. وهو يعطي القدرة ولا يعطي الإزاحة ولا العزم عند حمل التشغيل.

معامل رد فعل تربة التأسيس المرن (Matlock–Reese و Davisson–Gill و Hetényi): التربة كنوابض مرنة؛ حل مغلق.

طريقة p–y (Matlock و Reese وآخرون): النوابض **غير خطية**؛ إذ يبدأ p جاسئاً بالنسبة إلى y ثم يلين وينتهي عند المقاومة القصوى للتربة. ويحل عددياً؛ التربة الطبقية، من حمل الخدمة حتى الحمل القريب من الانهيار.



النظرية

المعادلة والإشارات والشروط الحدية

الخازوق كمرة، والتربة على امتداده صف من النوابض؛ ويعمل كل نابض عند عمقه الخاص ومستقلا عن بقية النوابض (Winkler). حيث z نحو الأسفل من السطح، و y الإزاحة في اتجاه الحمل:

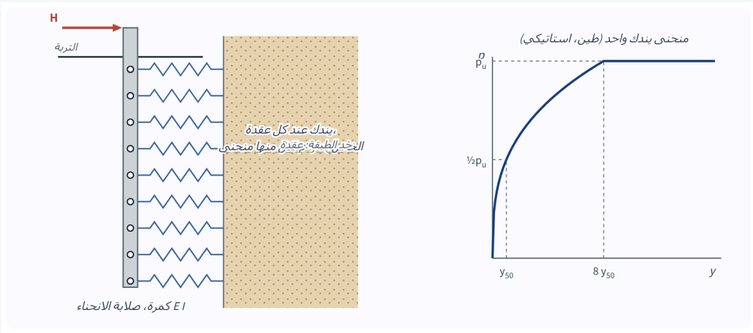
$$EI\,\frac{d^4y}{dz^4} + P\,\frac{d^2y}{dz^2} + p(y,z) = 0$$

$$\theta = \frac{dy}{dz} \qquad M = EI\frac{d^2y}{dz^2} \qquad V = EI\frac{d^3y}{dz^3} + P\theta \qquad \frac{dV}{dz} = -p$$

تكون p موجبة عندما تقاوم الإزاحة. وبالنسبة إلى صلابة النابض k فإن $p = k\,y$؛ حيث $k = k_h\,D$ (kN/m²، القوة لكل وحدة طول ولكل وحدة إزاحة).

الطرف حر: $V = 0$، $M = 0$. **الرأس**: إذا كان حرا يعطى H و M_g؛ وإذا كان مقيدا ضد الدوران فإن الميل يساوي صفرا ويكون عزم التقييد جزءا من الحل.

كل ما تحتاجه المعادلة هو قانون التربة p(y, z): المقدار الثابت k·y في الحالة المرنة، ومنحنيات p–y في الحالة غير الخطية.



الرمل: $k = n_h\, z$

النظرية

في الرمل يؤخذ معامل رد فعل تربة التأسيس متناسباً طردياً مع العمق: **$k = n_h\, z$**. وللخازوق **طول مميز** واحد؛ وتكون الإزاحة والعزم لحمل Q وعزم M_g مؤثرين عند سطح الأرض:

$$T = \left(\frac{EI}{n_h}\right)^{1/5}$$

$$y = A_y \frac{QT^3}{EI} + B_y \frac{M_g T^2}{EI} \qquad M = A_m QT + B_m M_g$$

يعتمد المعاملان A و B على Z = z/T (في الشكل المجاور). يعد الخازوق **طويلاً**: L/T كبيرة، ولا يتحرك طرفه.

تعيد الوحدة إنتاج هذه المعاملات بمحرك الحساب الخاص بها: $A_y = 2.4292$.

المعاملات (خازوق طويل)

B_m	B_θ	B_y	A_m	A_θ	A_y	Z
1,000	1,747−	1,619	0.000	1,619−	2,429	0
0.974	1,250−	0.871	0.458	1,500−	1,640	0.5
0.851	0.789−	0.364	0.725	1,194−	0.961	1
0.686	0.480−	0.112	0.770	0.891−	0.543	1.4
0.404	0.153−	0.070−	0.627	0.462−	0.142	2
0.059	0.057	0.089−	0.224	0.039−	0.075−	3

A_m تبلغ أقصى قيمة لها عند (0.77) Z ≈ 1.4.

المسألة

مثال

المعطيات

الخازوق	**HP 250 × 85, L = 25 m, E I = 25 461 kN·m²**
التربة	**رمل، n_h = 12 000 kN/m³**
الحمل	**Q عند سطح الأرض؛ M_g = 0، رأس حر**
المعاملات	**(الرأس)** $A_y = 2.4292$، **(الأقصى)** $A_m = 0.772$

المطلوب

أوجد الحمل Q و**أقصى عزم** بحيث تبلغ إزاحة رأس الخازوق **8 mm**. هل الخازوق طويل؟

الحل

الحل

1 الطول المميز وطول الخازوق

$$T = \left(\frac{25\,461}{12\,000}\right)^{1/5} = \mathbf{1.1624}\ \text{m} \qquad \frac{L}{T} = \frac{25}{1.1624} = 21.5 \Rightarrow \text{خازوق طويل}$$

2 الحمل: $y = A_y\, Q\, T^3 / E\, I \Rightarrow Q = y\, E\, I / (A_y\, T^3)$

$$Q = \frac{0.008(25\,461)}{2.4292\,(1.1624)^3} = \mathbf{53.4}\ \text{kN}$$

3 أقصى عزم: $M = A_m\, T\, Q$

$$M_{max} = 0.772\,(1.1624)(53.4) = \mathbf{47.9}\ \text{kN·m}$$

يعطي البرنامج عند هذا الحمل إزاحة رأس الخازوق **8.00 mm**، وأقصى عزم انحناء **47.9 kN·m**: وهي القيم نفسها الناتجة عن الحساب اليدوي.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

طين: k ثابت (Hetényi)

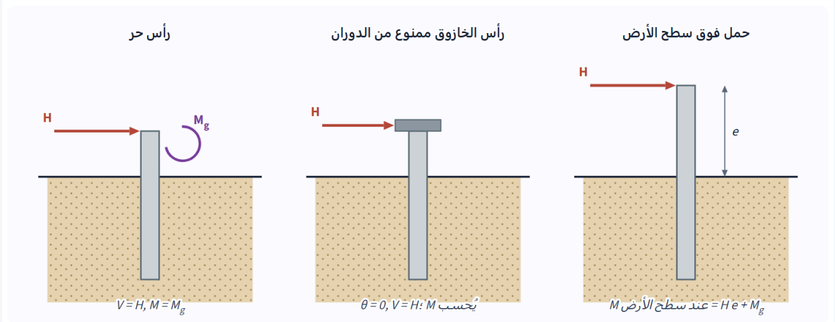
في الطين يؤخذ معامل رد فعل تربة التأسيس **ثابتاً** مع العمق. وk هي جساءة التربة لكل وحدة طول من الخازوق؛ $\beta = (k / 4EI)^{1/4}$. وبالنسبة إلى الخازوق الطويل فإن حلول Hetényi المغلقة تحت حمل H عند سطح الأرض هي:

الطرف الحر: $y_0 = \frac{2H\beta}{k}$ $M_{max} = 0.3224\,\frac{H}{\beta}$ $(z = \frac{\pi}{4\beta})$

الطرف المثبت: $y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3}$ $M_{head} = -\frac{H}{2\beta}$

تبلغ إزاحة الخازوق المقيد الرأس ضد الدوران **نصف** إزاحة الخازوق حر الرأس، لكن عزم التقييد عند الرأس **أكبر** من أقصى عزم في الخازوق حر الرأس.

يقع السلوك الفعلي للغطاء بين هاتين الحالتين الحديتين؛ ويعتمد مدى الاقتراب من إحداهما على جساءة الغطاء والمنشأ العلوي.



المسألة

مثال

المعطيات

الخازوق	**D = 0.60 m، E I = 190,852 kN·m² (خازوق المثال)**
التربة	**طين، k_h = 15,000 kN/m³ ⇒ k = k_h D = 9,000 kN/m²**
الحمل	**H = 120 kN عند سطح الأرض**
الخازوق	**طويل**

المطلوب

يُطلب إيجاد إزاحة رأس الخازوق والعزوم في حالتي الرأس **الحر** والرأس **المثبت** بالحلول المغلقة لـ Hetényi.

الحل (1/2)

الحل

1 β

$$\beta = \left(\frac{k}{4EI}\right)^{1/4} = \left(\frac{9{,}000}{4(190{,}852)}\right)^{1/4} = \mathbf{0.3295}\ \text{m}^{-1}$$

2 رأس حر

$$y_0 = \frac{2H\beta}{k} = \frac{2(120)(0.3295)}{9{,}000} = \mathbf{8.79}\ \text{mm}$$

$$M_{max} = 0.3224\frac{H}{\beta} = 0.3224\frac{120}{0.3295} = \mathbf{117.4}\ \text{kN·m} \quad (z = \tfrac{\pi}{4\beta} = 2.38\ \text{m})$$

الحل (2/2)

الحل

3 الطرف المثبت

$$y_0 = \frac{H}{4EI\beta^3} = \frac{120}{4(190{,}852)(0.3295)^3} = \mathbf{4.39}\ \text{mm}$$

$$M_{head} = -\frac{H}{2\beta} = -\frac{120}{2(0.3295)} = -\mathbf{182.1}\ \text{kN·m}$$

يخفض تقييد الرأس إزاحة الرأس إلى **النصف** (من 8.79 إلى 4.39 mm)، لكن عزم الرأس (182.1 kN·m) يبلغ **1.55 مرة** أقصى عزم للخازوق حر الرأس (117.4 kN·m). ويعطي الخيار المرن في الوحدة الأرقام نفسها: الخازوق حر الرأس 8.79 mm و 117.4 kN·m، والخازوق مقيد الرأس 4.39 mm و 182.1 kN·m.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

API RP 2A: Reese وCox وKoop

النظرية

يدفع الخازوق التربة القريبة من السطح أمامه على هيئة **إسفين**؛ وعلى عمق أكبر **تنساب التربة أفقياً حول** الخازوق. والمقاومة القصوى عند العمق z (σ′: الإجهاد الفعال عند ذلك العمق) هي الأصغر من الاثنتين:

$$p_{us} = (C_1 z + C_2 D)\,\sigma' \qquad p_{ud} = C_3 D\,\sigma'$$

$$p = A\,p_u \tanh\!\left(\frac{k\,z\,y}{A\,p_u}\right) \qquad A = \max\!\left(0.9;\ 3 - 0.8\tfrac{z}{D}\right)\ \text{(استاتيكي)},\ \ A = 0.9\ \text{(دوري)}$$

تعتمد C_1, C_2, C_3 على **φ′** فقط؛ أما k، وهو المعامل الابتدائي، فيُؤخذ تبعاً لـ φ′ والماء (على الجانب).

عند y الصغيرة يكون المنحنى هو الخط المستقيم **k z y** (حالة n_h = k من الحل المرن)؛ وعند y الكبيرة ينتهي عند **$A\,p_u$**. تبلغ A القيمة 3.0 عند السطح و 0.9 عند عمق 2.6D: فالمقاومة الاستاتيكية أعلى بالقرب من السطح، وهي غير موجودة تحت الحمل الدوري.

المعاملات المتغيرة مع φ′

φ′	C_1	C_2	C_3	k (فوق الماء)	k (تحت الماء)
28°	1.60	2.41	22.5	5.4	5.4
30°	1.91	2.67	28.7	10.5	7.9
32°	2.28	2.95	36.8	20.7	11.9
34°	2.72	3.25	47.3	32.7	17.6
36°	3.24	3.59	61.2	46.3	24.8
38°	3.87	3.97	79.6	61.7	33.6
40°	4.62	4.38	104.1	78.9	44.0

k: MN/m³. لزاوية 32°: C_1 = 2.28؛ C_2 = 2.95؛ C_3 = 36.8.

المسألة

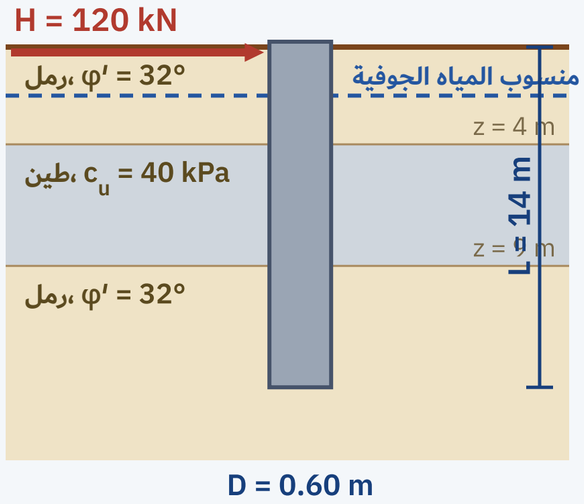
مثال

المعطيات

الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، D = 0.60 m، L = 14 m، الخرسانة: E I = 190 852 kN·m²
التربة	رمل 0–4 m (φ′ = 32°) · طين 4–9 m (c_u = 40 kPa) · رمل 9–17 m (φ′ = 32°)
الوزن الحجمي، الماء	γ = 18، γ_{sat} = 19 kN/m³؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
العمق	z = 2.0 m (رمل 1، منسوب المياه الجوفية)؛ k = 20.7 MN/m³ (أعلى من الماء)
المعاملات	$K_0 = 0.4,\ K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$

المطلوب

باستخدام σ' وC_1 وC_2 وC_3 و$\mathbf{p_u}$ وA و$y = 5$ mm و10 mm، أوجد قيم **p**.



الحل (1/2)

الحل

1 الإجهاد الفعال والزوايا (منسوب المياه الجوفية = 2 m: رطب من السطح حتى z = 2)

$$\sigma' = 18(2) = \mathbf{36.0}\ \text{kPa} \qquad \alpha = \frac{\varphi'}{2} = 16^\circ,\ \beta = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 61^\circ,\ K_a = \tan^2 29^\circ = 0.3073$$

2 المعاملات (φ′ = 32°)

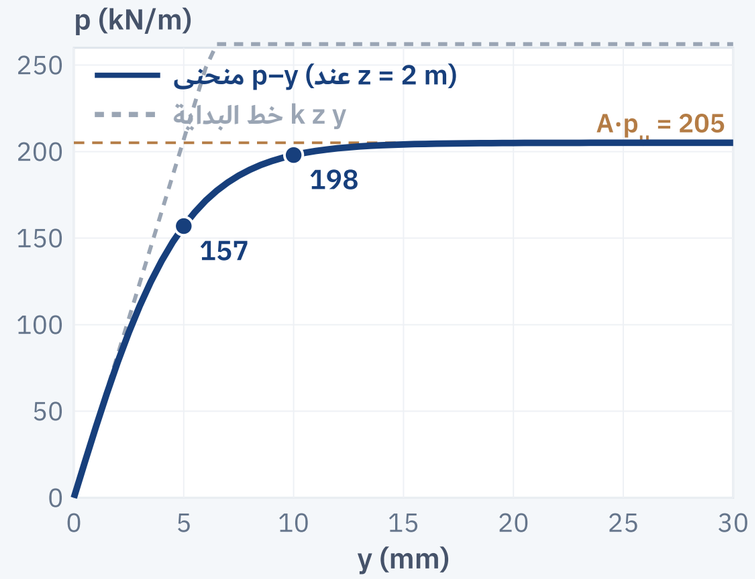
$$C_1 = \frac{K_0 \tan\varphi' \sin\beta}{\tan(\beta-\varphi')\cos\alpha} + \frac{\tan^2\beta\tan\alpha}{\tan(\beta-\varphi')} + K_0\tan\beta(\tan\varphi'\sin\beta - \tan\alpha) = \mathbf{2.281}$$

$$C_2 = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta-\varphi')} - K_a = \mathbf{2.947}$$

$$C_3 = K_a(\tan^8\beta - 1) + K_0\tan\varphi'\tan^4\beta = \mathbf{36.81}$$

الحل (2/2)

الحل



3 المقاومة القصوى: الأصغر بين إسفين الانهيار والتدفق حول المحيط

$$p_{us} = (2.281(2) + 2.947(0.6))(36.0) = 227.9 \text{ kN/m}$$

$$p_{ud} = 36.81(0.6)(36.0) = 795 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{227.9} \text{ kN/m}$$

4 A والمنحنى: A = max(0.9; 3 − 0.8 z/D) = max(0.9; 0.33) = 0.9؛ k z y / (A p_u)

$$y = 5 \text{ mm}: \quad p = 0.9(227.9)\tanh\frac{20\,700(2)(0.005)}{0.9(227.9)}$$

$$= \mathbf{157.0} \text{ kN/m}$$

$$y = 10 \text{ mm}: \quad p = \mathbf{198.0} \text{ kN/m}$$

يقترب المنحنى A من p_u = 205 kN/m؛ وعند 10 mm يصل إلى 97% من هذه القيمة. وعند هذا العمق يكون المنحنى الاستاتيكي والدوري **متطابقين** (A = 0.9 في كليهما).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الخازوق	**خازوق محفور، مقطع دائري، $D = 0.60$ m، $L = 14$ m، الخرسانة: $E I = 190\,852$ kN·m²**
التربة	**رمل 0–4 m ($\varphi' = 32°$) · طين 4–9 m ($c_u = 40$ kPa) · رمل 9–17 m ($\varphi' = 32°$)**
الوزن الحجمي، الماء	**$\gamma = 18$، $\gamma_{sat} = 19$ kN/m³؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m**
العمق	**$z = 0.6$ m (1D), $\sigma' = 18(0.6) = 10.8$ kPa; $k = 20.7$ MN/m³**
رمل 1	**$C_1 = 2,281$, $C_2 = 2,947$, $C_3 = 36.81$ (مثال 3)**

المطلوب

أوجد قيم **p–y** الاستاتيكية والدورية عند $y = 10$ mm.

الحل

الحل

1 المقاومة القصوى و A

$$p_{us} = (2.281(0.6) + 2.947(0.6))(10.8) = 33.9 \text{ kN/m}$$

$$p_{ud} = 36.81(0.6)(10.8) = 238.6 \text{ kN/m} \Rightarrow p_u = \mathbf{33.9} \text{ kN/m}$$

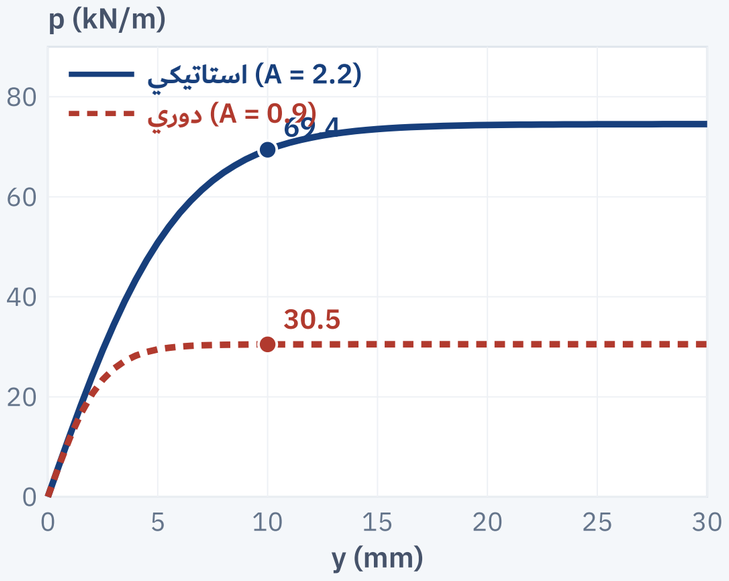
$$A_{static} = \max(0.9;\ 3 - 0.8(1)) = 2.2 \qquad A_{cyclic} = 0.9$$

2 y = 10 mm: k z y = 20 700(0.6)(0.010) = 124.2

$$p_{static} = 2.2(33.9)\tanh\frac{124.2}{2.2(33.9)} = \mathbf{69.4} \text{ kN/m}$$

$$p_{cyclic} = 0.9(33.9)\tanh\frac{124.2}{0.9(33.9)} = \mathbf{30.5} \text{ kN/m}$$

في الرمل القريب من السطح يخفض الحمل الدوري المقاومة بنسبة **56%** (69.4 → 30.5 kN/m): إذ يفقد المضاعف A. ولهذا تزداد إزاحة الرأس تحت الحمل الدوري.



تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

Matlock: الطين اللين، تحميل ساكن ودوري

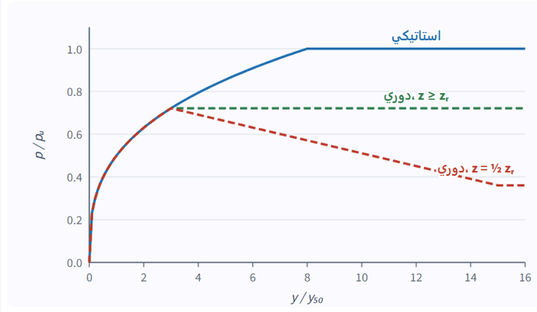
في الطين تعتمد الوحدة منحنى الطين اللين الذي وضعه **Matlock** (1970) بالصيغة التي يوردها API RP 2A. والمقاومة القصوى هي مرة أخرى الأصغر بين قيمة قرب السطح (الإسفين) وقيمة العمق (الانسياب):

$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{\sigma'}{c_u} + J\frac{z}{D}\right)c_u D;\ 9c_u D\right]$$

$$p = \tfrac{1}{2}p_u\left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{1/3}\ (y \le 8y_{50}) \quad p = p_u\ (y > 8y_{50}) \quad y_{50} = 2.5\,\varepsilon_{50}D$$

ε_{50} و J بدلالة c_u: أقل من 48 kPa لين (0.020; 0.5)، 48–96 متوسط (0.010; 0.25)، أعلى من 96 صلب (0.005; 0.25).

الدوري: بعد $3y_{50}$ يبقى المنحنى عند $(z \ge z_R)$ $0.72\,p_u$؛ وعلى أعماق أقل **يتناقص خطياً** حتى $0.72\,p_u\,z/z_R$ عند $z_R = \max[6D / ((\sigma'/z)(D/c_u) + J);\ 2.5D]$. $15y_{50}$.



استاتيكي: $p = \tfrac{1}{2}\,p_u\,(y / y_{50})^{1/3}$ حتى $8\,y_{50}$، ثم $p = p_u$

دوري: نفس المنحنى حتى $3\,y_{50}$ (0.72 عند p_u هنا)، ثم $0.72\,p_u$ لـ $z \ge z_R$، وبالقرب من السطح ينخفض خطياً إلى $0.72\,p_u\,z / z_R$ عند $15\,y_{50}$

المسألة

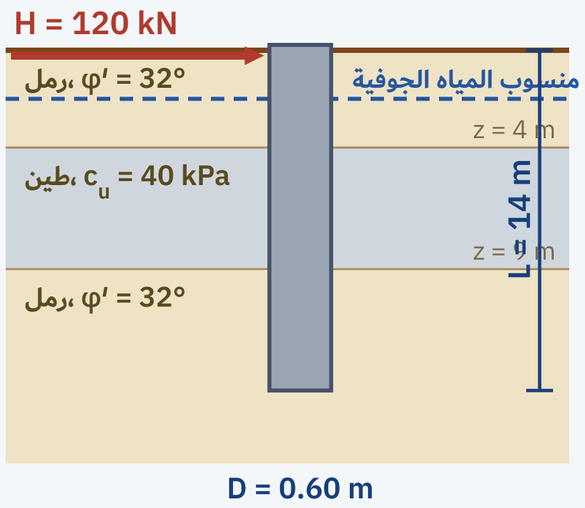
مثال

المعطيات

الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، D = 0.60 m، L = 14 m، الخرسانة: E I = 190 852 kN·m²
التربة	رمل 0–9 m (φ′ = 32°) · طين 4–9 m (c_u = 40 kPa) · رمل 9–17 m (φ′ = 32°)
الوزن الحجمي، الماء	γ_{sat} = 19 kN/m³، γ = 18؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
العمق	z = 6.5 m (طين، 4–9 m)؛ J = 0.5، ε_{50} = 0.020
الطبقة	c_u = 40 kPa

المطلوب

أوجد σ′ و p_u و y_{50} وقيم p–y **الاستاتيكية** عند y = 15 mm و 150 mm؛ وأوجد z_R وقيمة الهضبة للمنحنى **الدوري**.



الحل (1/2)

الحل

1 σ′: رمل 0–2 m رطب (γ = 18)، ورمل 2–4 m وطين 4–6.5 m مغمور (γ_{sat} = 19)

$$\sigma' = 18(2) + (19 - 9.81)(2) + (19 - 9.81)(2.5) = \mathbf{77.4}\ \text{kPa}$$

2 المقاومة القصوى و y_{50}

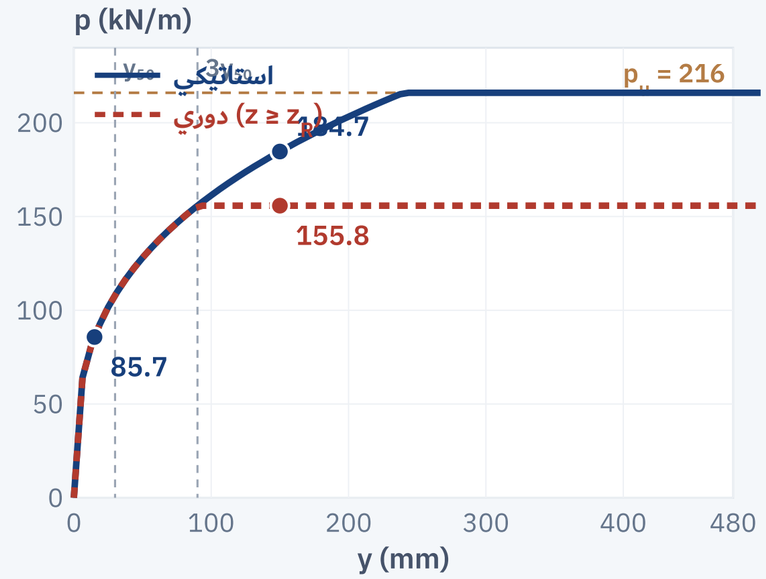
$$p_u = \min\left[\left(3 + \frac{77.4}{40} + 0.5\frac{6.5}{0.6}\right)(40)(0.6);\ 9(40)(0.6)\right]$$

$$= \min[248.4;\ 216.0] = \mathbf{216.0}\ \text{kN/m}$$

$$y_{50} = 2.5(0.020)(0.6) = \mathbf{30.0}\ \text{mm}$$

الحل (2/2)

الحل



3 المنحنى الساكن: $p = \frac{1}{2}\, p_u\, (y/y_{50})^{1/3}$

$$y = 15 \text{ mm } (0.5y_{50}): \quad p = 0.5(216.0)(0.5)^{1/3} = \mathbf{85.7} \text{ kN/m}$$

$$y = 150 \text{ mm } (5y_{50}): \quad p = 0.5(216.0)(5)^{1/3} = \mathbf{184.7} \text{ kN/m}$$

4 المنحنى الدوري: $z_R = \max[6(0.6)/((\sigma'/z)(D/c_u) + J);\ 2.5D] = \max[5.31;\ 1.5] =$ 5.31 m؛ $z = 6.5 > z_R$

$$p_{perimeter}(y \geq 3y_{50}) = 0.72\, p_u = 0.7211(216.0) = \mathbf{155.8} \text{ kN/m}$$

عند y = 150 mm تبلغ المقاومة الاستاتيكية 184.7 والدورية 155.8 kN/m: فالحمل الدوري يخفض المقاومة في هذا الطين بنسبة **16%**؛ وحتى $3y_{50}$ (90 mm) يتطابق المنحنيان.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

يقابل كل منحنى تربة العمق الخاص به

النظرية

σ' هو مجموع الأوزان الحجمية للطبقات العليا (γ فوق منسوب الماء، و $\gamma_{sat} - \gamma_w$ تحته)؛ وهو **ليس متوسط** الطبقة، بل يزداد مع العمق داخل الطبقة.

تعطي الطبقة عند العمق z القيمتين φ' و k (رمل) أو c_u و ε_{50} و J (طين). ويؤخذ المعامل الابتدائي k للرمل بحسب موضع الطبقة بالنسبة إلى الماء؛ وفي الطبقة التي يقطعها منسوب الماء تملأ القيمة بحسب عمق منتصف الطبقة ويمكن تعديلها يدوياً.

العناصر **لا تتجاوز أي حد بين الطبقات:** توجد عقدة عند كل حد؛ وتقفز صلابة التربة بين العناصر لا داخل العنصر الواحد.

تعطي صفحة الحساب خطوة بخطوة، لكل طبقة، القيم العددية للمنحنى عند منتصف الطبقة: σ' والمعاملات و p_u و A أو y_{50} — ويمكن إعادة استخراجها يدوياً (كما في المثالين 3 و 5 من هذا العرض التقديمي).

يجب أن تمتد الطبقات حتى طرف الخازوق؛ فالتربة تحت الطرف غير معرفة والطرف حر. ويظهر الطين الرخو فوق الرمل الصلب في المخططات على شكل **انكسار** عند الحد.

العناصر المحدودة وطريقة Newton

النظرية

تحل المعادلة بالعناصر المحدودة: يقسم الخازوق إلى **عناصر كمرية تكعيبية**، مع الإزاحة y والميل θ عند كل عقدة. ويؤخذ رد فعل التربة في كل عنصر عند **أربع نقاط Gauss** من المنحنى ويكامل. وتحل المعادلة غير الخطية K u + f(u) = F بطريقة Newton:

$$(K + K_s(u_i))\,\Delta u = F - K u_i - f(u_i) \qquad K_s = \int N^T \frac{dp}{dy} N \, dz$$

لا تنخفض dp/dy عن **جزء من عشرين** من الجساءة القاطعة: وبذلك تظل المصفوفة موجبة حتى في المواضع المستوية أو المتناقصة من المنحنى. ويوجد بحث خطي يقلص الخطوة، وإذا أخفق فخطوة قاطعة مخمدة.

طول العنصر (3–15 cm) D/6؛ والنتيجة **لا** تتوقف على شبكة العناصر ضمن الدرجات المبينة (العنصر 0.4 → 0.025 m: إزاحة الرأس 6.228 → 6.228 mm).

إذا زاد الحمل على ما تستطيع التربة تحمله فلا **يوجد توازن**؛ وتبين الوحدة ذلك ولا تعطي أرقاماً. ولا يعد الحل صالحاً أيضاً إذا أزيحت التربة تحت سطح الأرض بأكثر من **خمسة أضعاف عرض الخازوق**.

منحنى الطين الدوري أو استجابة التحميل المحوري ليس منحنى صاعداً واحداً؛ بل يرتفع حتى **الحمل الحدي**. وتصل الوحدة إلى الحمل بخطوات تبدأ من الصفر.

يُكتب في كل دراسة تحققان: Σ p Δz = H والعزم عند الطرف = 0 (استاتيكي).

تأثير P–δ والانبعاج

النظرية

يؤثر الحمل المحوري P على امتداد **الشكل المنحني** للخازوق: فهو يظهر في المعادلة (الحد $P\,d^2y/dz^2$) وفي الجساءة الهندسية لكل عنصر؛ ويخفض الجساءة الجانبية للكمرة المضغوطة ويزيد الإزاحة والعزم. وتأخذ الوحدة P ثابتاً على كامل الطول ومتساوياً عند الرأس وعند الطرف (وفي الواقع ينقل احتكاك الجذع الحمل إلى التربة؛ وأخذه ثابتاً في جانب الأمان).

(خازوق طويل ثابت k، رأس حر) $$P_{cr} = \sqrt{k\,EI}$$

إنها **نصف** القيمة $\sqrt{2}(kEI)$ للكمرة اللانهائية: فالطرف الحر يستطيع الدوران. أما الرأس المثبت فينبعج عند حمل أعلى.

عندما تقترب P من حمل التحنيب ترتفع الإزاحة تحت الحمل بلا حدود؛ وتصدر الوحدة الرسالة **«الحمل المحوري يتجاوز حمل التحنيب»**.

مقاومة مقطع الخازوق للحمل المحوري والعزم معاً هي تحقق من التصميم الإنشائي.

خازوق المثال

من أجل E I = 190,852 kN·m² و k = 9,000 kN/m² في الطين المرن:

$$P_{cr} = \sqrt{9{,}000\,(190{,}852)} = 41{,}445\ \text{kN}$$

المسألة

مثال

المعطيات

الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، $D = 0.60$ m، $L = 14$ m، الخرسانة: $E I = 190\,852$ kN·m²
التربة	رمل 0–4 m ($\varphi' = 32°$) · طين 4–9 m ($c_u = 40$ kPa) · رمل 9–17 m ($\varphi' = 32°$)
الوزن الحجمي، الماء	$\gamma = 18$، $\gamma_{sat} = 19$ kN/m³؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
الأحمال	$H = 120$ kN؛ حمل محوري $P = 800$ kN (ثابت)
الانبعاج	$k = k_h D = 9{,}000$ kN/m² (طين مرن)، رأس حر
الوحدة	$P = 0$: انحراف الرأس 6.23 mm، M_{max} 151.8 kN·m

المطلوب

هل $P = 800$ kN **قريب** من حمل الانبعاج؟ وما مقدار تأثير P–δ؟

الحل

الحل

1 حمل الانبعاج (رأس حر، k ثابت)

$$P_{cr} = \sqrt{kEI} = \sqrt{9{,}000(190{,}852)} = \mathbf{41{,}445}\ \text{kN} \qquad \frac{P}{P_{cr}} = \frac{800}{41{,}445} = \mathbf{0.019}$$

2 في الوحدة عند P = 800 kN (بما في ذلك P–δ)

$$y_{head}:\ 6.23 \rightarrow 6.32\ \text{mm}\ \ (+2\%) \qquad M_{max}:\ 151.8 \rightarrow 154.5\ \text{kN·m}\ \ (+2\%)$$

800 kN لا تمثل سوى **2%** من حمل الانبعاج: فالحمل المحوري لا يقرب الخازوق من الانبعاج؛ ويزيد تأثير P–δ الإزاحة بنسبة 2% والعزم بنسبة 2%. وفي هذا الخازوق يكون الحمل المحوري ثانوياً في التحليل الجانبي، لكن لا يمكن إهماله.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

الحر والمقيد والحمل فوق سطح الأرض

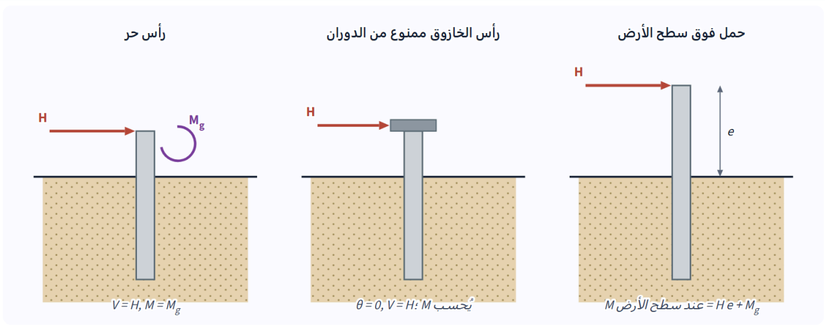
النظرية

الرأس الحر: عند نقطة تأثير الحمل $V = H$ و $M = M_g$.

الرأس المقيد: الميل يساوي صفراً ويتحرك الرأس جانبياً. وفي الخازوق الطويل المغروس في تربة مرنة منتظمة تبلغ إزاحته **نصف** إزاحة الرأس الحر؛ والعزم المقيد $M = -H/(2\beta)$ أكبر من أقصى عزم في الخازوق الحر. أما غطاء الخوازيق الفعلي فيقع بين الحالتين.

الطول الحر e: ينحني الخازوق الواقع فوق الأرض كالكابولي. وقوة القص تساوي H حتى الأرض، ويبلغ العزم عند سطح الأرض **$M(0) = M_g + H\,e$**؛ وعندها تبدأ مساهمة التربة.

إزاحة الرأس = الإزاحة عند سطح الأرض + الدوران عند السطح × e + إزاحة الكابولي للطول الحر ($H\,e^3$ / 3EI). ويجعل الحمل نفسه، مع وجود الطول الحر، إزاحة الرأس **أكبر بكثير** من إزاحة سطح الأرض؛ وغالبا ما يقع أقصى عزم في التربة أو أسفل منها بقليل.



المسألة

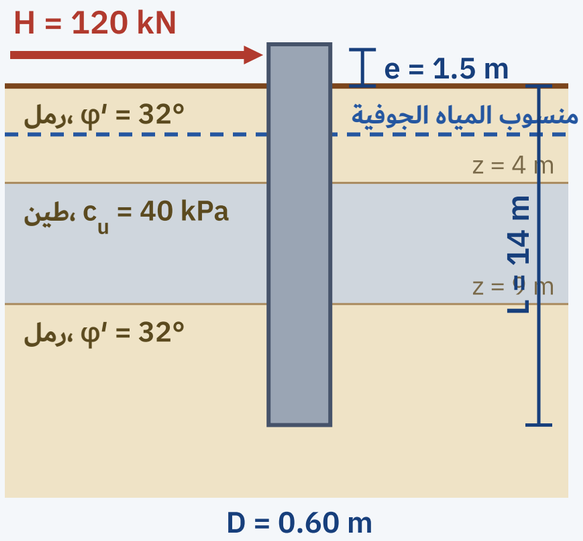
مثال

المعطيات

الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، $D = 0.60$ m، $L = 14$ m، الخرسانة: $E I = 190\,852$ kN·m²
التربة	رمل 0–4 m ($\varphi' = 32°$) · طين 4–9 m ($c_u = 40$ kPa) · رمل 9–17 m ($\varphi' = 32°$)
الوزن الحجمي، الماء	$\gamma = 18$، $\gamma_{sat} = 19$ kN/m³؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
الطول الحر	الحمل أعلى سطح الأرض عند $e = 1.5$ m؛ $H = 120$ kN، رأس حر
معامل المرونة (عند سطح الأرض)	$y_{ground} = 11.12$ mm، الميل = 0.321° (باتجاه الحمل)

المطلوب

أوجد **العزم** و **إزاحة رأس الخازوق** عند سطح التربة؛ وقارن النتيجة بالقيمة 20.23 mm التي تعطيها الوحدة.



الحل

الحل

1 العزم عند سطح الأرض (قوة القص H على الطول الحر، $M_g = 0$)

$$M(0) = M_g + H\,e = 0 + 120(1.5) = \mathbf{180}\ \text{kN·m}$$

2 إزاحة الجزء الحر الكابولي

$$\frac{H\,e^3}{3EI} = \frac{120(1.5)^3}{3(190{,}852)} = 0.71\ \text{mm}$$

3 إزاحة الرأس = $y_{soil} + |\theta|\,e + H\,e^3/3EI$

$$y_{head} = 11.12 + 5.605(1.5) + 0.71 = \mathbf{20.23}\ \text{mm}$$

بالحساب اليدوي **20.23 mm** وفي الوحدة 20.23 mm: النتيجتان متطابقتان. وعندما كان الحمل عند مستوى سطح الأرض كان الرأس يزاح 6.23 mm؛ أما الطول الحر 1.5 m فيجعل الإزاحة **3.2 أضعاف** ذلك. وأقصى عزم 306 kN·m على عمق 1.68 m تحت سطح الأرض (وهو أكبر من 180 kN·m عند سطح الأرض).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

أي رقم يدل على ماذا؟

إزاحة الرأس y ودورانه (الميل dy/dz؛ ويكون سالباً في الخازوق الذي يميل في اتجاه الحمل). وإذا وجد طول حر فتعطى أيضاً القيمة عند سطح الأرض.

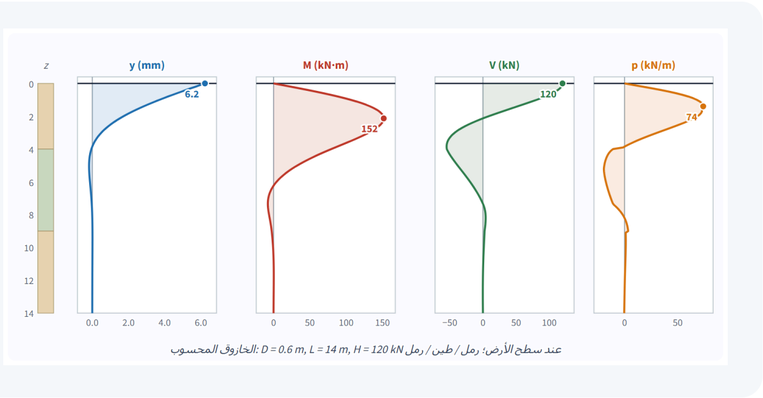
أقصى عزم انحناء وعمقه. وفي حالة الرأس المقيد يُدرج أيضاً عزم الرأس؛ وهو ليس دائماً الأكبر.

عمق الإزاحة الصفرية: الموضع الذي يقطع فيه الخازوق محوره؛ تتحرك التربة فوقه نحو الخازوق وتحته بعيداً عنه.

قوة القص ورد فعل التربة؛ يرسم رد الفعل ونهاية منحنى p–y جنباً إلى جنب: فيظهر مدى قرب التربة من حدها.

الطرف: لا توجد إزاحة عند طرف خازوق طويل بما يكفي. وإذا تحرك الطرف أكثر من عشر إزاحة سطح الأرض وأكثر من 2 mm فإن الخازوق **قصير** بالنسبة إلى هذا الحمل: فهو يدور كجسم جاسئ، ويحدد طوله النتيجة.

يرسم عرض p–y المنحنيات عند خمسة أعماق في الجزء المتحرك، ويعلم على كل منها **النقطة التي بلغها**: فالنقطة الواقعة عند البداية المستقيمة للمنحنى مرنة، والنقطة القريبة من نهايته عند الحد.



الخازوق المحسوب: D = 0.6 m, L = 14 m, H = 120 kN عند سطح الأرض؛ رمل / طين / رمل

المسألة

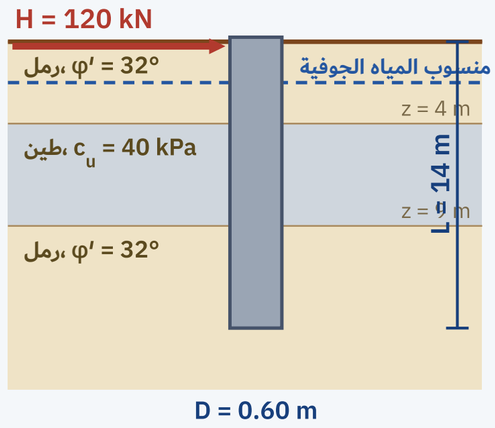
مثال

المعطيات

الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، D = 0.60 m، L = 14 m، الخرسانة: E I = 190 852 kN·m²
التربة	رمل 0–4 m (φ′ = 32°) · طين 4–9 m (c_u = 40 kPa) · رمل 9–17 m (φ′ = 32°)
الوزن الحجمي، الماء	γ = 18، γ_{sat} = 19 kN/m³؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
نتائج الوحدة	رأس الخازوق y = 6.23 mm، الميل 0.150°؛ M_{max} = 151.8 kN·m (z = 2.13 m)؛ الإزاحة الصفرية عند z = 3.85 m؛ الطرف 0.0019 mm
أقصى رد فعل للتربة	p = 74.0 kN/m, z = 1.40 m; A = max(0.9; 3 − 0.8(1.4)/0.6), p_u = 125.0 kN/m

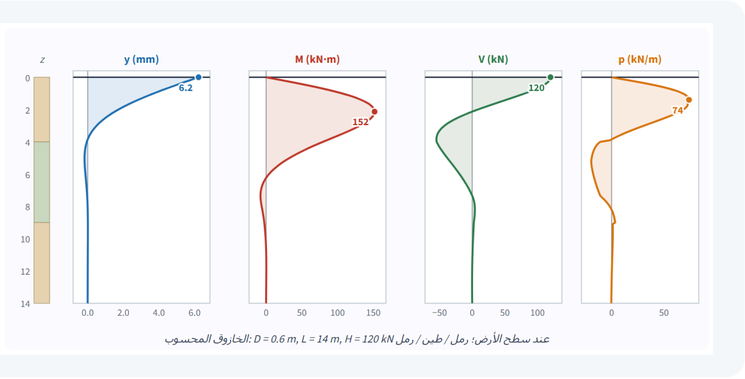
المطلوب

هل الخازوق **طويل** بالنسبة لهذا الحمل؟ وعند أي **نسبة مئوية** من حدها تعمل التربة على عمق 1.40 m؟ فسر التحققات الاستاتيكية.



الحل (1/2)

الحل



الخازوق المحسوب: D = 0.6 m, L = 14 m, H = 120 kN رمل / طين / رمل؛ عند سطح الأرض

1 شرط الطرف: تُقارن حركة رأس الخازوق بمقدار 2 mm، أي عُشر الإزاحة عند سطح الأرض

$$y_{tip} = 0.0019 \text{ mm} \ll 0.1(6.23) = 0.62 \text{ mm} \;\Rightarrow\; \text{خازوق طويل}$$

2 إلى أي نسبة من حدّها تصل التربة عند 1.40 m؟

$$A = \max\left(0.9;\; 3 - \frac{0.8(1.4)}{0.6}\right) = 1.133 \;;\quad A\,p_u = 1.133(125.0) = 142 \text{ kN/m}$$

$$\frac{p}{Ap_u} = \frac{74.0}{142} = \mathbf{0.52}$$

الحل (2/2)

الحل

3 التحققات الاستاتيكية

تكرار 7 M_{tip} (من الحالة الاستاتيكية) $= 0.000$ kN·m $\sum p\,\Delta z = 120.000$ kN $= H$

الخازوق **طويل**؛ والتربة تعمل عند 1.40 m بنسبة **52%** من حدها (وليس عند نهاية المنحنى). ويتحقق الفحصان معاً: وهما تحقق من التكرار ومن الحصر الحسابي، **لا من دقة النموذج**.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

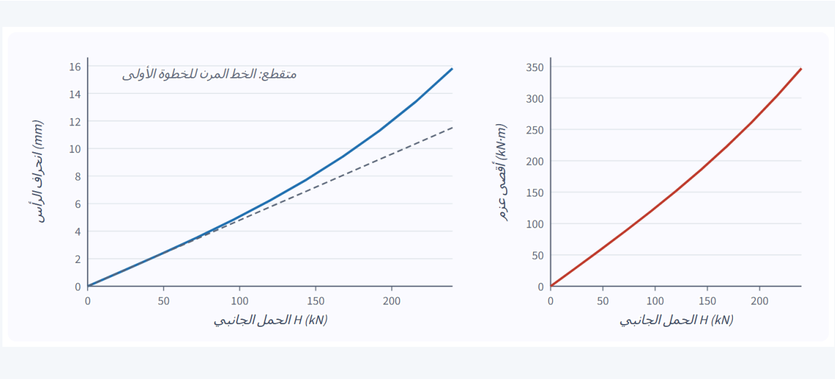
الحمل المقابل للقيمة المسموح بها

لما كانت التربة غير خطية فإن الإزاحة لا تتناسب مع الحمل؛ ولذا لا يمكن قراءة **الحمل عند الإزاحة المسموح بها** من نتيجة حمل الخدمة. وتزيد الوحدة الحمل والعزم منذ البداية بنسبة واحدة (معامل λ على H وM_g مع ثبات الحمل المحوري)، وتحل المعادلة من جديد في كل خطوة، وتوجد قيمة λ التي تبلغ عندها إزاحة رأس الخازوق القيمة المسموح بها (أو يبلغ أقصى عزم سعة المقطع): H_y أو H_M.

إذا لم تستطع التربة تحمل القيمة المسموح بها (أي لم يتحقق الاتزان قبل بلوغها) فإن الوحدة تعرض عبارة **«لم يتم الوصول»** وينتهي المنحنى عند آخر حمل تم حله. وفي الطين تحت الأحمال الدورية أو عند الحمل المحوري ينعطف المنحنى: وهذا هو **الحمل الحدي للتربة**.

هذه ليست قدرة الخازوق: فالخازوق في الوحدة مرن؛ وقد ينهار الخازوق الذي يبلغ حد الخضوع في الانحناء قبل التربة. وتمثل قدرة تحمل العزم المدخلة التحقق من ذلك.

لا تعطي الوحدة معامل أمان ولا تأخذه من الكود: فالإزاحة المسموح بها وسعة العزم من مسؤولية المهندس.



المسألة

مثال

المعطيات

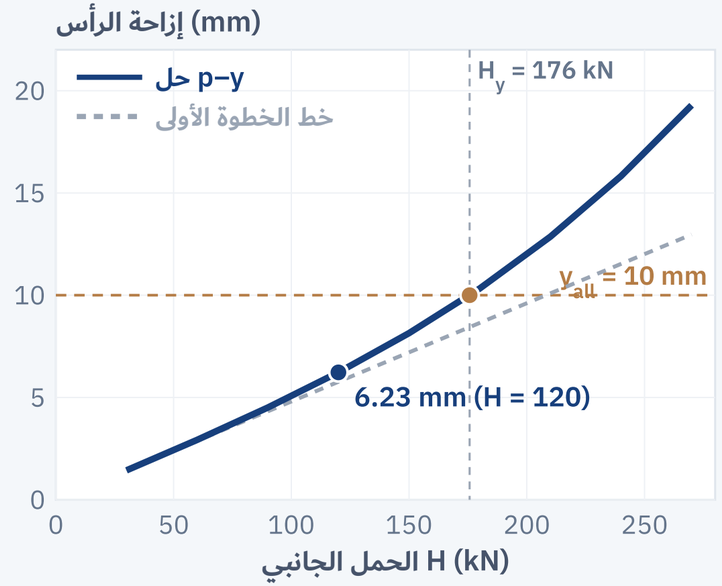
الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، $D = 0.60$ m، $L = 14$ m، الخرسانة: $E\,I = 190\,852$ kN·m²
التربة	رمل 0–4 m ($\varphi' = 32°$) · طين 4–9 m ($c_u = 40$ kPa) · رمل 9–17 m ($\varphi' = 32°$)
الوزن الحجمي، الماء	$\gamma = 18$، $\gamma_{sat} = 19$ kN/m³؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
الحل غير الخطي	من أجل $H = 30, 60, \ldots, 270$ kN، إزاحة الرأس: 1.44 · 2.93 · 4.51 · 6.23 · 8.15 · 10.33 · 12.86 · 15.82 · 19.29 mm
المسموح به	$y_{all} = 10$ mm؛ سعة العزم $M_{cap} = 200$ kN·m

المطلوب

الحمل H_y عند $y_{all} = 10$ mm، والحمل H_M المقابل للعزم M_{cap}؛ ما الخطأ لو استخدم التناسب الخطي؟

الحل

الحل



1 التناسب الخطي (انطلاقاً من 6.23 mm عند حمل التشغيل) والحل الدقيق

$$H_{y,linear} = 120\,\frac{10}{6.23} = 192.7\ \text{kN}$$

$$H_y = \mathbf{175.7}\ \text{kN}\ (\lambda = 1.464)$$

2 الحمل المقابل لسعة العزم

$$H_M = \mathbf{153.6}\ \text{kN}\ \ (\lambda = 1.280;\ y_{head} = 8.39\ \text{mm})$$

كان التناسب الخطي سيعطي حملا **أكبر بنسبة 10%** (193 ≠ 176 kN): فكلما لانت التربة نمت الإزاحة أسرع من الحمل. والعامل **الحاكم** هو العزم: H_M = 154 kN، وعند هذا الحمل لا تتجاوز إزاحة الرأس 8.4 mm؛ أما عند الحمل المقابل للإزاحة المسموح بها (H_y = 176 kN) فكان العزم سيبلغ 234 kN·m.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الخازوق	خازوق محفور، مقطع دائري، $D = 0.60\ \text{m}$، $L = 14\ \text{m}$، الخرسانة: $E\,I = 190\,852\ \text{kN·m}^2$
التربة	رمل 0–4 m ($\varphi' = 32°$) · طين 4–9 m ($c_u = 40\ \text{kPa}$) · رمل 9–17 m ($\varphi' = 32°$)
الوزن الحجمي، الماء	$\gamma = 18$، $\gamma_{sat} = 19\ \text{kN/m}^3$؛ منسوب المياه الجوفية عند 2.0 m
للمقارنة	شرط الرأس · الطول الحر · الحمل الدوري · الحمل المحوري (800 kN) · المقطع المتشقق ($0.6 \times E\,I$) · التربة المرنة (n_h) ($k_h = 15\ \text{MN/m}^3$، $= 8\ \text{MN/m}^3$)

المطلوب

في كل حالة قارن إزاحة الرأس وأقصى عزم انحناء بالنسبة إلى حمل التشغيل.

الحل

الحل

الحالة	y_{head} (mm)	M_{max} (kN·m)	y / y_0	M / M_0
كما هو مدخل: حر، استاتيكي، عند منسوب سطح الأرض	6.23	152	1.00	1.00
مثبت ضد الدوران عند القمة (M_{top})	2.24	175-	0.36	1.15
الحمل على ارتفاع 1.5 m فوق سطح الأرض	20.23	306	3.25	2.01
التحميل الدوري (API)	7.28	172	1.17	1.13
الحمل المحوري P = 800 kN	6.32	155	1.02	1.02
مقطع متشقق، 0.6 × E I	7.93	140	1.27	0.92
تربة مرنة (n_h, k_h)	10.49	173	1.68	1.14

شرط الرأس يخفض الإزاحة إلى 0.36 من قيمتها ويزيد العزم؛ و**الطول الحر** هو الأكثر تأثيراً (×3.2 للإزاحة، ×2.0 للعزم). و**الحمل الدوري** يزيد الإزاحة بنسبة 17%، و**المقطع المتشقق** بنسبة 27%، لكنه يخفض العزم (فالخازوق أكثر مرونة). والتربة المرنة نوع مستقل من التربة: وليست تحققاً من منحنيات p–y.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

الفرضيات الكامنة وراء الأرقام

النظرية

الخازوق المنفرد: خازوق قائم بمفرده دون خوازيق مجاورة، بمنحنيات p–y الخاصة به. وتتعرض المجموعة المحملة جانبياً لإزاحة أكبر من الخازوق المنفرد عند الحمل نفسه على الخازوق؛ أما المجموعة، بمضاعفات p لصفوفها، فهي موضوع وحدة مجموعة الخوازيق.

الخازوق: مقطع واحد على كامل الطول، خطي مرن؛ والمقدار E I ثابت. ويمثل المقطع الخرساني المتشقق بمضروب خاص بـ E I وبالعزم M_{cap} الذي يبلغ عنده المقطع حد الخضوع.

التربة: نوابض مستقلة دون قص فيما بينها؛ وتأتي المنحنيات من اختبارات أجريت على تربة محددة: فالرمل يعتمد على φ'، والطين على c_u و ε_{50}. وهي تصف الرمل والطين اللين إلى المتوسط؛ أما الطين الصلب والصخر المتجوي والتربة المتماسكة بالأسمنت والرمل المتميع فتوصف بمنحنياتها الخاصة.

التحميل: ساكن أو دوري مع تخفيض API؛ يطبق أولاً. **الحمل المحوري** ثابت على كامل الطول.

الحل العددي: العناصر المحدودة والتكرار غير الخطي دقيقان للمعادلة المعطاة حتى الخانات المعروضة؛ ويكمن التقريب في المعادلة نفسها (إذ تمثل التربة بنوابض). وقد تطابق مع برنامجين مستقلين (بالفروق المحدودة، وبلغة برمجة أخرى) ضمن 0.01% في 14 خازوقا.

تعد طريقة p–y أساس تصميم الخوازيق المحملة جانبيا في التطبيق العملي؛ ويجب مقارنة الأرقام بالقيم المسموح بها في المشروع، ومع نتائج **اختبار التحميل** إن وجد.

النقاط الرئيسية

الخازوق **كمرة على ياي غير خطية**: $EI\,y'''' + P\,y'' + p(y,z) = 0$؛ وقانون التربة هو منحنى p–y

المرن: الرمل $n_h z \rightarrow T = (EI/n_h)^{1/5}$؛ الطين $k \rightarrow \beta = (k/4EI)^{1/4}$، $y_0 = 2H\beta/k$، $M_{max} = 0.3224\ H/\beta$

الرمل: $p_u = \min[(C_1 z + C_2 D)\sigma';\ C_3 D\sigma']$ · **الطين**: $p = A\,p_u \tanh(kzy/Ap_u)$، $p_u = \min[(3 + \sigma'/c_u + Jz/D)c_u D;\ 9c_u D]$، $p = \tfrac{1}{2}p_u(y/y_{50})^{1/3}$

يخفض الحمل **الدوري** المقاومة قرب السطح: $A = 0.9$ في الرمل، و $0.72p_u$ في الطين عند تجاوز $3y_{50}$

شرط الرأس و**الطول الحر** و**الحمل المحوري** و**المقطع المتشقق** تغير النتيجة تغييراً ملحوظاً؛ وأكثرها أثراً الطول الحر

الإزاحة ليست متناسبة مع الحمل: ويوجد **الحمل عند القيمة المسموح بها** بإعادة الحل (H_y, H_M)

المراجع

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Matlock, H. and Reese, L.C. (1960). Generalized solutions for laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 86(SM5), 63–91.

Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1204, 577–594.

Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 2080, 473–485.

American Petroleum Institute (2000). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design, API RP 2A-WSD, 21st ed.

Hetényi, M. (1946). Beams on Elastic Foundation. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Reese, L.C., Isenhower, W.M. and Wang, S.-T. (2006). Analysis and Design of Shallow and Deep Foundations. John Wiley & Sons, Hoboken.

Broms, B.B. (1965). Design of laterally loaded piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 91(SM3), 79–99.

Reese, L.C. and Welch, R.C. (1975). Lateral loading of deep foundations in stiff clay. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(GT7), 633–649.

Davisson, M.T. and Gill, H.L. (1963). Laterally loaded piles in a layered soil system. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 89(SM3), 63–94.

ملاحظة

الأشكال الواردة في هذا العرض مأخوذة من صفحة النظرية في GeoTerva؛ وجميع الأمثلة العددية ناتجة عن محرك الحساب الخاص بالوحدة، وتعطي الوحدة القيم نفسها.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

احسب الخازوق الوارد في هذا العرض خطوة بخطوة في GeoTerva: فالأرقام نفسها.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com