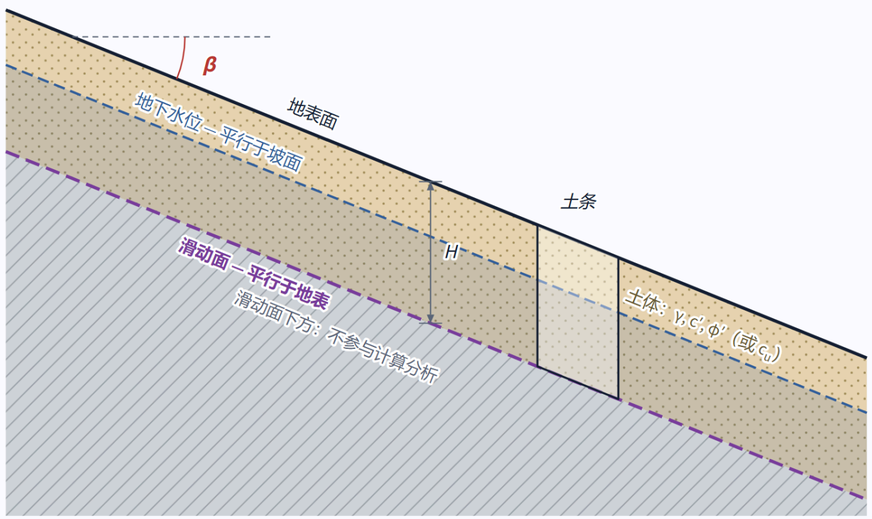
GeoTerva

岩土工程讲义 · 边坡稳定性

无限边坡稳定性

讲义：无限边坡（滑裂面平行于坡面）模型；应力、安全系数、不排水黏土、水、地震作用下的屈服系数、临界深度与所需坡角；每个主题均配有工程算例。

无限边坡 | 抗剪强度与FS | 水 · 地震 | 临界深度 · 所需坡角 | 可手算求解



引言

本讲内容

浅层滑动为何采用**无限边坡**模型：一薄层土体沿平行于坡面的平面滑动

单个**条形荷载**在某一平面上产生的应力($\sigma = \sigma_v \cos^2\beta$, $\tau = \sigma_v \sin\beta\cos\beta$)，以及**$\tau/\sigma = \tan\beta$**的关系

按**Mohr–Coulomb**求安全系数：$FS = c'/(\gamma H \cos^2\beta \tan\beta) + \tan\varphi'/\tan\beta$；临界深度$H_{cr}$、所需深度$H_{req}$、所需坡角$\beta_{req}$

不排水黏土(c_u, $\varphi = 0$)及**水**的影响：地下水位（平行于边坡的渗流）、孔隙水压力比r_u

拟静力地震作用下的安全系数以及**屈服系数k_y**（土体开始滑动时的水平加速度）

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

算例边坡：$\beta = 15°$，滑裂面位于竖直深度6 m处；土体 $\gamma = 17.8$ kN/m³（饱和19.5），$c' = 10$ kPa，$\varphi' = 20°$；初始无孔隙水压力。应力按平行于坡面的平面的单位面积计。

土体中的一个土条

理论

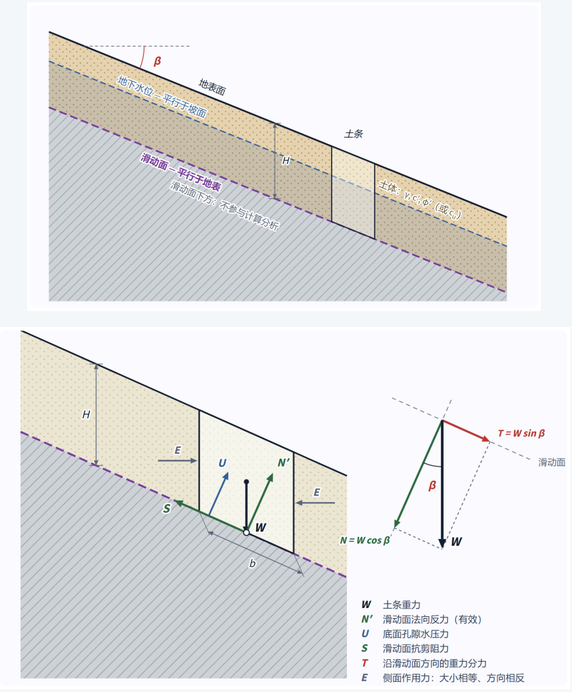
许多边坡滑动属于浅层滑动：一层较薄的土体沿平行于坡面、埋深仅数米的滑裂面滑动；边坡很长，其两端的影响可以忽略（如雨季之后的挖方或填方边坡、天然黏土边坡）。**无限边坡**就是针对这种情形建立的模型：滑裂面上各处状态相同，因此取土体中的一个土条即可代表整体，其平衡计算只需寥寥几行。

土条：沿滑裂面的长度为b，沿边坡方向宽1 m；滑裂面位于地表以下竖直深度H处；两侧面为竖直面，并**相互抵消**（边坡无限长，各处土体相同）。

$$W = \gamma H b \cos\beta \qquad N = W\cos\beta \quad T = W\sin\beta$$

$$\sigma = \frac{N}{b} = \sigma_v \cos^2\beta \qquad \tau = \frac{T}{b} = \sigma_v \sin\beta\cos\beta \qquad \frac{\tau}{\sigma} = \tan\beta$$

在去掉两侧面的条带中，平面上的应力倾斜角与坡角相同：τ/σ = tan β。若平面之上有两种重度（地下水位面），则$\sigma_v = \gamma(H - h_w) + \gamma_{sat} h_w$；方程形式不变。



题目

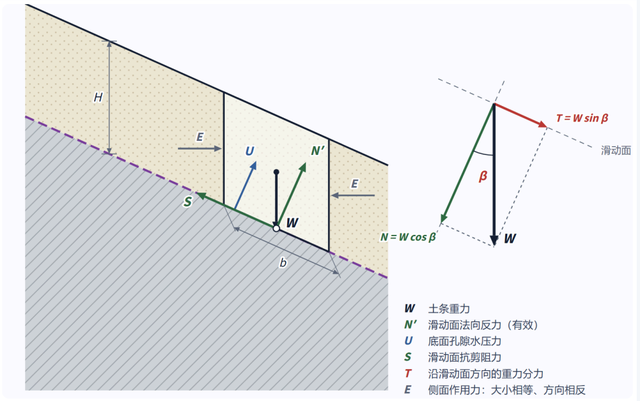
算例

已知条件

边坡	$\beta = 15^\circ$；滑裂面竖直，位于深度$H = 6$ m处
土	$\gamma = 17.8$ kN/m³；无孔隙水压力

求

竖向应力σ_V、平面上的法向应力σ和剪应力τ。



解答

解答

1 竖向应力

$$\sigma_v = \gamma H = 17.8 \times 6 = \mathbf{106.80}\ \text{kPa}$$

2 平面上的法向应力与切向应力

$$\sigma = \sigma_v \cos^2\beta = 106.80 \times 0.93301 = \mathbf{99.65}\ \text{kPa}$$

$$\tau = \sigma_v \sin\beta\cos\beta = 106.80 \times 0.25000 = \mathbf{26.70}\ \text{kPa} \qquad \frac{\tau}{\sigma} = 0.2679 = \tan 15^\circ\ \checkmark$$

作用在该平面单位面积上的法向应力为**σ = 99.65 kPa**，剪应力为**τ = 26.70 kPa**；比值τ/σ = 0.2679 = tan 15°，即应力的倾斜程度与边坡相同。

在GeoTerva中验算解答 ↗

Mohr–Coulomb、闭式解、临界深度

理论

滑动面上的土体提供抗剪强度τ_f：排水分析中为取决于有效法向应力的Mohr–Coulomb强度($\sigma' = \sigma - u$)。安全系数为强度与应力之比：黏聚力与摩擦均以同一系数折减，直至土条恰好保持平衡：

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan\varphi' \qquad FS = \frac{\tau_f}{\tau} \qquad \sigma' = \sigma - u$$

无孔隙水压力时$\sigma' = \sigma$，由各应力即可得到**闭合解**：

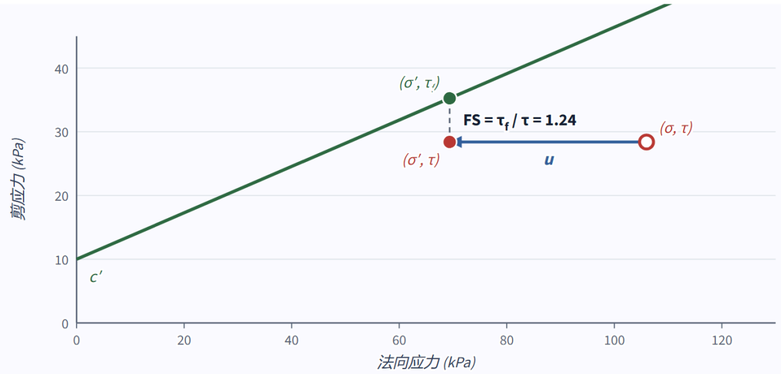
$$FS = \frac{c'}{\gamma H \cos^2\beta \, \tan\beta} + \frac{\tan\varphi'}{\tan\beta}$$

无黏性土($c' = 0$)：$FS = \tan\varphi'/\tan\beta$；若坡角小于$\varphi'$，则在任意深度均安全。

黏性土：近地表的平面由黏聚力维持（FS较大），随深度增加FS降低，最终仅剩摩擦作用。

$\beta > \varphi'$时，存在$FS = 1$的**临界深度**和$FS = FS_{req}$的**所需深度**；对于无黏性土，β_{req}由$\tan\beta_{req} = \tan\varphi'/FS_{req}$确定：

$$H_{cr} = \frac{c'}{\gamma} \frac{1}{\cos^2\beta(\tan\beta - \tan\varphi')} \qquad H_{req} = \frac{c'}{\gamma \cos^2\beta \, (FS_{req}\tan\beta - \tan\varphi')}$$



题目

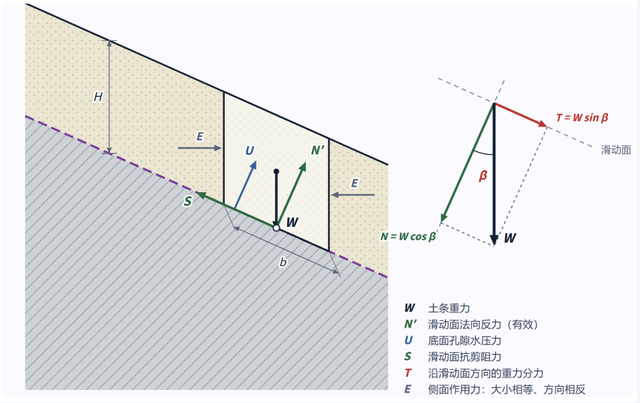
算例

已知条件

边坡与土体	**算例1：** $\beta = 15^\circ$，$H = 6$ m，$\gamma = 17.8$ kN/m³；$c' = 10$ kPa，$\varphi' = 20^\circ$；**无孔隙水压力**

求

该平面的τ_f与FS；采用闭合解验证。



解答

解答

1 强度与安全系数（采用算例1中的应力）

$$\tau_f = c' + \sigma \tan\varphi' = 10 + 99.65 \times 0.36397 = \mathbf{46.27}\ \text{kPa}$$

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{46.27}{26.70} = \mathbf{1.733}$$

2 闭式解（验算）

$$FS = \frac{10}{17.8(6)(0.93301)(0.26795)} + \frac{0.36397}{0.26795} = 0.3745 + 1.3584 = \mathbf{1.7329}$$

安全系数为**1.733**。黏聚力项为0.3745，摩擦项tan 20°/tan 15° = 1.3584：二者之和得到同一数值。由于边坡(15°)比内摩擦角(20°)更缓，仅靠摩擦即可维持稳定；黏聚力则增加安全裕度。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

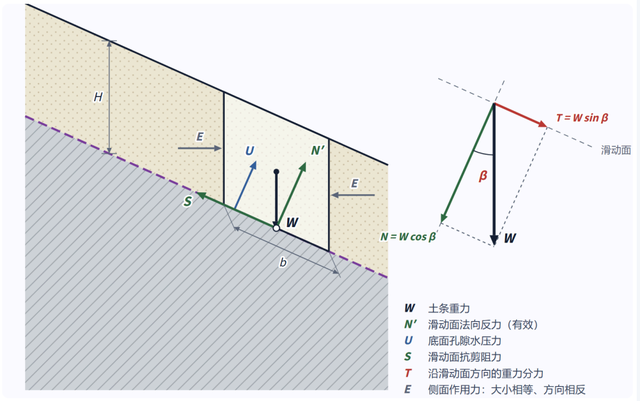
算例

已知条件

土	**算例2中的土体($c' = 10$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³)**
求	**所需安全系数$FS_{req} = 2.0$；另有更陡边坡$\beta = 25°$的临界深度**

求

H_{req}(β = 15°)；β_{req}(H = 6 m)；β = 25°时的H_{cr}。



解答

解答

1 所需深度(β = 15°; FS_{req} = 2)

$$H_{req} = \frac{c'}{\gamma \cos^2\beta(FS_{req}\tan\beta - \tan\varphi')} = \frac{10}{17.8(0.93301)(2(0.26795) - 0.36397)} = \mathbf{3.50}\ \text{m}$$

2 所需坡角(H = 6 m)：方程FS(β) = 2的根；临界深度(β = 25°)

$$FS(\beta) = \frac{10}{106.8\cos^2\beta\tan\beta} + \frac{0.36397}{\tan\beta} = 2 \Rightarrow \beta_{req} = \mathbf{13.02}^\circ$$

$$H_{cr}(25^\circ) = \frac{10}{17.8(0.8214)(0.4663 - 0.3640)} = \mathbf{6.68}\ \text{m}$$

FS = 2时，滑动面深度至多为**3.50 m**；深度为6 m时，为保持同样的安全度，边坡不得陡于**13.0°**。由于β = 25° > φ′，存在使FS降至1的临界深度：**6.68 m**。对于现有边坡(β < φ′)，不存在临界深度。

在GeoTerva中验算解答 ↗

总应力：c_u与φ = 0

理论

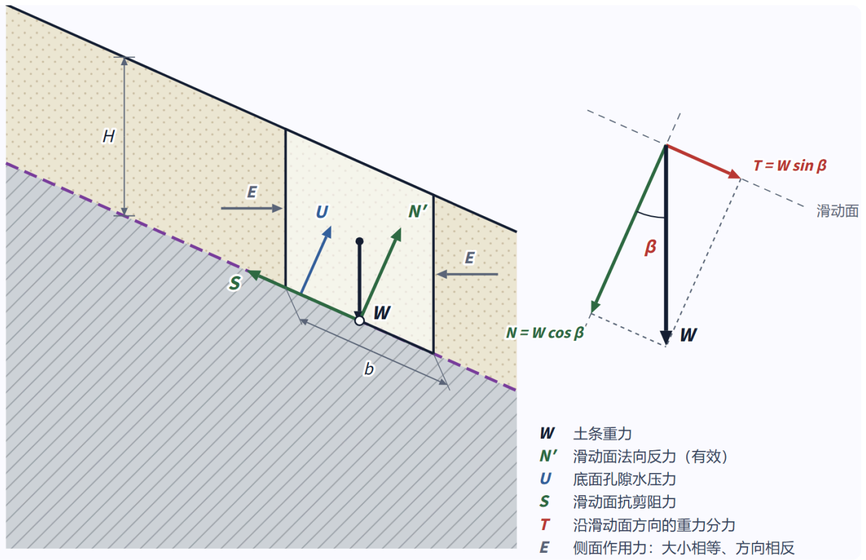
加载或开挖速度快到无法排水的饱和黏土（软黏土中开挖的短期工况）按**总应力**以c_u和φ = 0求解。强度与法向应力无关；不输入孔隙水压力：

$$FS = \frac{c_u}{\tau} = \frac{c_u}{\gamma H \sin\beta \cos\beta} = \frac{2c_u}{\gamma H \sin 2\beta}$$

τ = (γH/2)sin 2β在45°边坡处最大；FS与深度**成反比**：深度加倍的平面，其FS减半。

短期不排水条件下稳定的黏土，排水后未必稳定：长期工况应采用地下水产生的孔隙水压力以及排水强度指标c′、φ′进行**排水分析**。

$H_{cr} = c_u/(\gamma \sin\beta \cos\beta)$; $H_{req} = c_u/(FS_{req}\,\gamma \sin\beta \cos\beta)$; $\sin 2\beta_{req} = 2c_u/(FS_{req}\,\gamma H)$.



题目

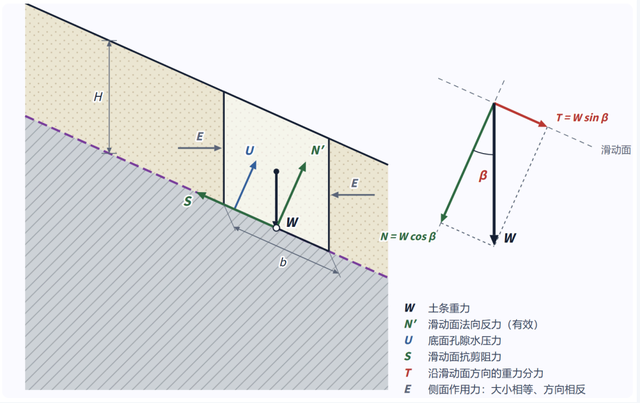
算例

已知条件

边坡	$\beta = 15^\circ$，$H = 6$ m，$\gamma = 17.8$ kN/m³；不排水黏土$c_u = 40$ kPa ($\varphi = 0$)
求	$FS_{req} = 2.0$

求

FS, H_{cr}, H_{req}, β_{req}.



解答

解答

1 安全系数与临界深度

$$FS = \frac{c_u}{\gamma H \sin\beta \cos\beta} = \frac{40}{17.8(6)(0.2500)} = \frac{40}{26.70} = \mathbf{1.498}$$

$$H_{cr} = \frac{c_u}{\gamma \sin\beta \cos\beta} = \frac{40}{17.8(0.2500)} = \mathbf{8.99}\ \text{m}$$

2 所需深度与角度(FS_{req} = 2)

$$H_{req} = \frac{c_u}{FS_{req}\,\gamma \sin\beta \cos\beta} = \frac{8.99}{2} = \mathbf{4.49}\ \text{m}$$

$$\sin 2\beta_{req} = \frac{2c_u}{FS_{req}\gamma H} = \frac{80}{2(106.8)} = 0.3745 \Rightarrow \beta_{req} = \mathbf{11.00}^\circ$$

c_u = 40 kPa时，**FS = 1.50**（排水条件下为1.73）。FS = 2时，边坡最大为**11.0°**；H_{cr} = 8.99 m。

在GeoTerva中验算解答 ↗

平行于边坡的渗流：孔隙水压力比r_u

理论

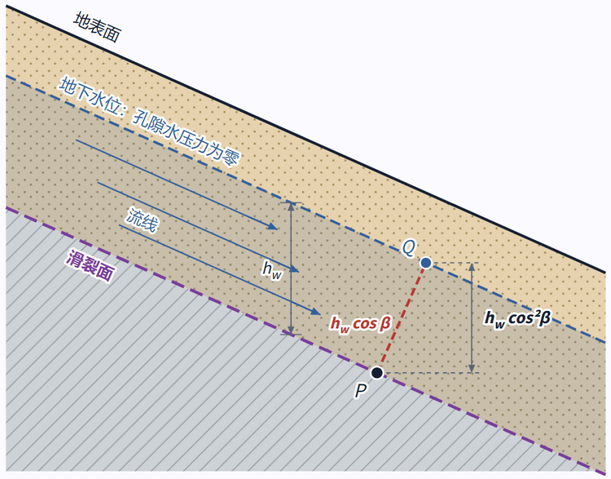
水通过孔隙水压力u降低有效应力，从而削弱抗剪强度。若地下水位位于地表以下z_w处（竖向量取），其上土体的重度为γ，其下为γ_{sat}；滑裂面以上的水柱高度为$h_w = H - z_w$。若水流平行于坡面，则过P点的等势线与边坡垂直，压力水头为$h_w\cos^2\beta$：

$$u = \gamma_w h_w \cos^2\beta \qquad \sigma' = \sigma - u \qquad FS = \frac{c' + \sigma' \tan\varphi'}{\tau}$$

水位于地表：$FS = \dfrac{c'}{\gamma_{sat} H \cos^2\beta \tan\beta} + \dfrac{\gamma'}{\gamma_{sat}} \dfrac{\tan\varphi'}{\tan\beta}$　　$r_u = \dfrac{u}{\gamma H}$：$FS = \dfrac{c'}{\gamma H \cos^2\beta \tan\beta} + \left(1 - \dfrac{r_u}{\cos^2\beta}\right) \dfrac{\tan\varphi'}{\tan\beta}$

无黏性土中，水位位于地表时FS = (γ′/γ_{sat}) tan φ′/tan β：由于γ′/γ_{sat} ≈ ½，干燥时坡角接近φ′而保持稳定的砂土边坡，在渗流作用下须将坡角的正切值减半。

孔隙水压力来自测压管或流网时，以占土体自重的比值r_u给出。若得到σ′ ≤ 0（水将土体从滑动面上托起），则摩擦力取零，仅保留黏聚力，并予以说明。



在等势线
PQ 上，水头
在 P 点与 Q 点相等。

Q 点处的压强为零，
因此 P 点处的压力水头
即为从 P 到 Q 的高程差：

$u / \gamma_w = h_w \cos^2\beta$

题目

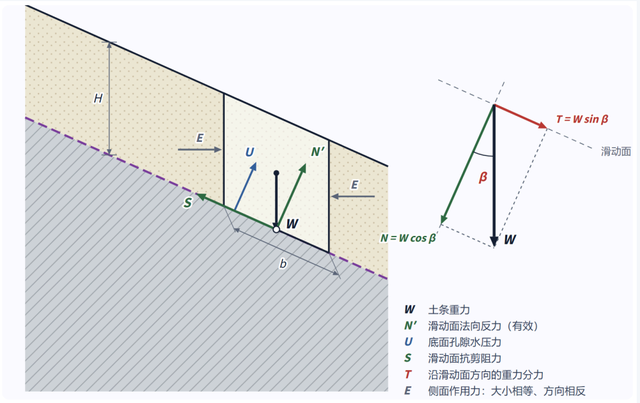
算例

已知条件

边坡与土体	**算例2中的边坡；$\gamma = 17.8$（干燥），$\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m³**
水位工况	**(a)地下水位位于$z_w = 2$ m处，渗流平行于边坡；(b)水位在地表($z_w = 0$)；(c) $r_u = 0.25$**

求

每种情形下的u、σ′、τ_f和FS；与干燥状态FS的比较。



解答 (1/2)

解答

1 (a)地下水位位于2 m处：$h_w = 6 - 2 = 4$ m

$$\sigma_v = 17.8(2) + 19.5(4) = 113.6 \text{ kPa}$$

$$\sigma = \sigma_v \cos^2\beta = 105.99 \text{ kPa} \quad \tau = \sigma_v \sin\beta\cos\beta = 28.40 \text{ kPa}$$

$$u = \gamma_w h_w \cos^2\beta = 9.81(4)(0.9330) = 36.61 \text{ kPa} \quad \sigma' = \sigma - u = 69.38 \text{ kPa}$$

$$FS = \frac{10 + 69.38(0.36397)}{28.40} = \frac{35.25}{28.40} = \mathbf{1.241}$$

地下水位在2 m处时，FS由干燥情形的1.73降至**1.24**：水既增大土的重量(σ_v)，又增大孔隙水压力(36.6 kPa)。

解答 (2/2)

解答

2 三种水位条件小结（相同的公式）

状态	σ_v (kPa)	σ (kPa)	τ (kPa)	u (kPa)	σ′ (kPa)	τ_f (kPa)	FS
干燥	106.8	99.65	26.70	0.00	99.65	46.27	**1.733**
(a) z_w = 2 m	113.6	105.99	28.40	36.61	69.38	35.25	**1.241**
(b)水位于地表	117.0	109.16	29.25	54.92	54.25	29.74	**1.017**
(c) r_u = 0.25	106.8	99.65	26.70	26.70	72.95	36.55	**1.369**

水位位于地表时，FS = **1.02**，几乎处于极限值；r_u = 0.25时为**1.37**。干燥状态下安全裕度充足的边坡，在潮湿状态下已没有任何裕度：模块在结果旁同时显示干燥状态和水位在地表时的FS。

在GeoTerva中验算解答 ↗

水平力与竖向力：屈服系数k_y

理论

地震动以作用于滑动面以上质量的恒定加速度（g的一个分数）代替。土条除自重W外，还承受沿坡向下的水平力$\mathbf{k_h W}$和向上或向下的竖向力$\mathbf{k_v W}$；k_h和k_v由工程师取值（模块不从规范中取值）。每单位面积上，$W/A = \sigma_v \cos\beta$：

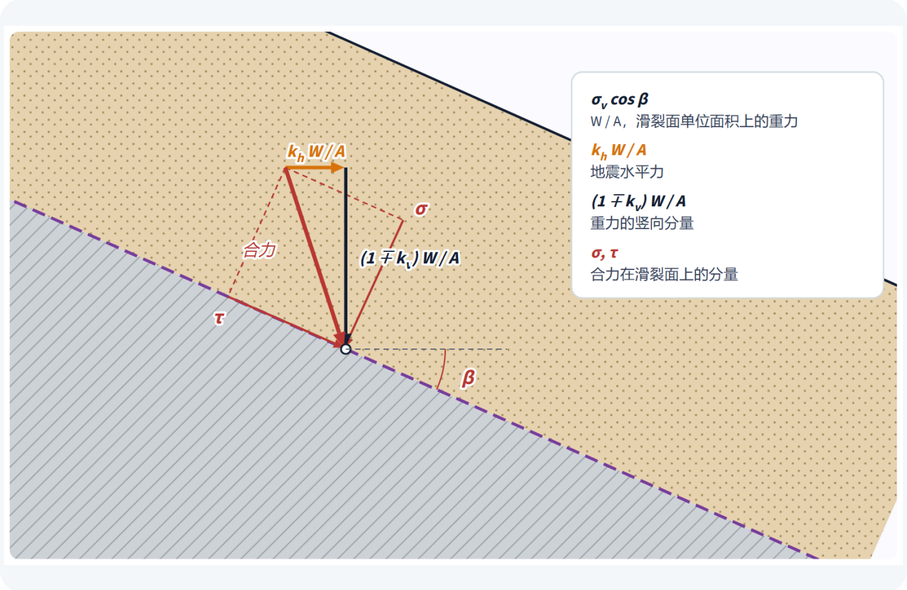
$$\sigma = \sigma_v \cos\beta\,[(1 \mp k_v)\cos\beta - k_h \sin\beta] \qquad \tau = \sigma_v \cos\beta\,[(1 \mp k_v)\sin\beta + k_h \cos\beta]$$

孔隙水压力取静力值（不附加振动影响）：$\sigma' = \sigma - u$；$FS_{eq} = \tau_f/\tau$，其中σ和τ采用新值。水平力使法向应力减小，使剪应力增大。

竖向力的两个方向均予试算，取给出**较小FS**的方向：在摩擦性土中通常为向上的方向（使土体减轻，法向应力减小）；在总应力分析的黏土中，由于c_u与法向应力无关，则为使剪应力增大的向下方向。

屈服系数k_y：使$FS_{eq} = 1$的水平系数。干燥、无黏性土、$k_v = 0$时：$k_y = \tan(\varphi' - \beta)$；其他情况下，将$k_h$自零开始逐步增大求得。不超过$k_y g$的振动不会使土体启动；超过则启动（移动多远属于滑块分析，模块中未包含）。

$$k_y = \frac{\tan\varphi' - \tan\beta}{1 + \tan\varphi' \tan\beta} = \tan(\varphi' - \beta)$$



题目

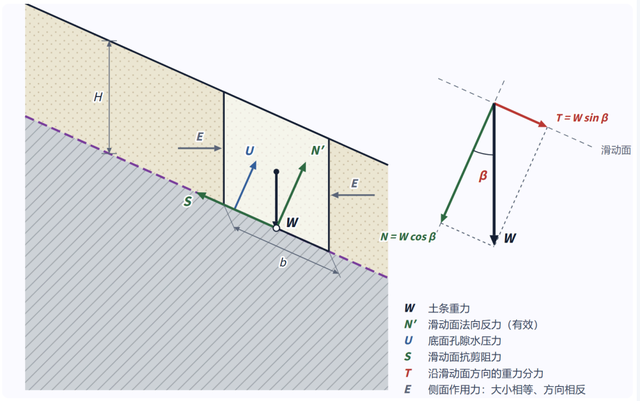
算例

已知条件

边坡与土体	**算例2中的干边坡($c' = 10$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$, $\beta = 15^\circ$, $H = 6$ m)**
地震	**$k_h = 0.15$，$k_v = 0.05$（试算两个方向）；另有干砂时的$\varphi' = 32^\circ$，$\beta = 25^\circ$**

求

σ、**τ**、**FS_{eq}**（临界方向）；FS(k_h)表和**k_y**；干砂的k_y。



解答 (1/2)

解答

1 最不利方向：竖向力向上（k_v = +0.05起减载作用）

$$\sigma = \sigma_v \cos\beta\,[0.95\cos\beta - 0.15\sin\beta] = 103.16\,[0.8788] = 90.66\ \text{kPa}$$

$$\tau = \sigma_v \cos\beta\,[0.95\sin\beta + 0.15\cos\beta] = 103.16\,[0.3908] = 40.31\ \text{kPa}$$

$$FS_{eq} = \frac{10 + 90.66(0.36397)}{40.31} = \frac{43.00}{40.31} = \mathbf{1.067} \qquad (k_v \text{ 下方：}\ 1.085)$$

向上的竖向力起控制作用：FS_{eq} = **1.067**（向下为1.085）。

解答 (2/2)

解答

2 FS(k_h)及屈服系数（FS = 1处）

k_h	σ (kPa)	τ (kPa)	τ_f (kPa)	FS_{eq}
0.00	94.66	25.36	44.45	**1.753**
0.05	93.33	30.35	43.97	**1.449**
0.10	91.99	35.33	43.48	**1.231**
0.15	90.66	40.31	43.00	**1.067**
0.1746	90.00	42.76	42.76	**1.000**
0.20	89.32	45.29	42.51	**0.939**

地震使FS由1.73降至**1.07**（向上的竖向力起控制作用）。**k_y = 0.175**：若k_h超过此值，土体开始滑动。在干砂中($\varphi' = 32°, \beta = 25°$)，$k_y = \tan 7° = 0.1228$。

在GeoTerva中验算解答 ↗

FS; H_{req}, β_{req}, H_{cr}

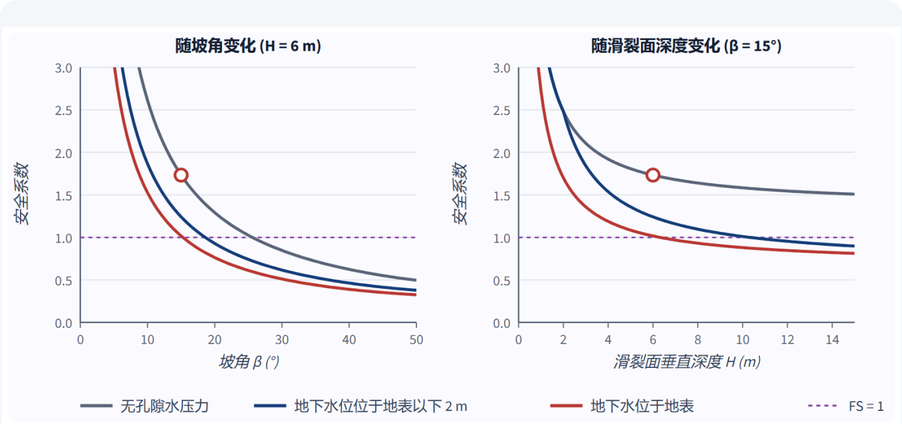
理论

FS与坡角的关系：FS随β平稳减小；各曲线之间的间距表明水使安全裕度损失了多少；曲线与FS_{req}相交处的角度即为β_{req}。

FS随深度的变化：黏性土的曲线由地表处的较大值降至由摩擦控制的水平；与FS = 1相交处即为临界深度。地下水位在水首次到达该平面的深度处留下标记；其上沿用干土曲线。

FS与水的关系：随地下水位加深而增大，随r_u增大而减小；这表明排水边坡对难以确定的孔隙水压力有多敏感。

地震工况下，每幅图都带有第二条（橙色）线；FS与k_h关系的第五幅图在其与FS = 1相交处给出k_y。



“结果”选项卡除给出FS及其与要求值的比较外，还给出：**H_{req}**（FS降至FS_{req}时的首个深度；若未降至该值，则为“无限制”），**β_{req}**（自平缓坡角起逐渐增大时，仍满足FS_{req}的最陡坡角），**H_{cr}**，水的两种极端情形（无孔隙水压力 / 水位位于地表）以及地震时的FS_{eq}、k_y。

题目

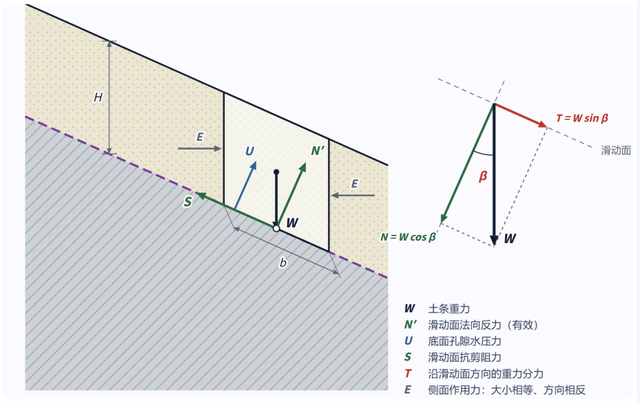
算例

已知条件

土	**算例2中的土体($c' = 10$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$, $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m³)**
表	**FS在$\beta = 10, 15, 20, 25, 30°$和$H = 2, 4, 6, 8$ m时的取值：干燥状态与地下水位位于$z_w = 2$ m两种情况（闭式解）**

求

$FS_{dry}(\beta, H)$表；H = 6 m时的地下水位情形；超过多大角度后FS < 1?



解答

解答

1 FS = c′/(γH cos²β tan β) + tan φ′/tan β（干燥情形）；有地下水位时由应力求得（粗体：FS < 1）

β (°)	H = 2 m	H = 4 m	H = 6 m	H = 8 m	H = 6，水位z_w = 2 m
10	3.707	2.885	2.612	2.475	1.866
15	2.482	1.920	1.733	1.639	1.241
20	1.874	1.437	1.291	1.219	**0.928**
25	1.514	1.147	1.025	**0.964**	**0.741**
30	1.279	**0.955**	**0.847**	**0.793**	**0.616**

FS随坡角增大而规则地减小，也随深度增大而减小（黏聚力的贡献）。自β = 20°和H = 8 m起，即使干燥边坡也接近极限状态；当地下水位z_w = 2 m、H = 6 m时，自20°起FS即降至**1以下**（30°时为0.62）。因此需要求出β_{req}和H_{req}。

在GeoTerva中验算解答 ↗

模型的假定

理论

模型：无限长边坡：地面为平面，滑裂面与之平行，位于竖向深度H处；滑动土体两端不起作用；各处条件相同；二维问题，沿坡长度取1 m。

土体：滑动面以上为单一土体（给定强度和重度）；本模型不包括分层、沿坡长或随深度变化的土体，以及强度随深度增加的情形；对于软弱层界面，可采用该层的性质，或使用边坡稳定性模块。

水：与边坡平行渗流的地下水面($u = \gamma_w h_w \cos^2\beta$)或$r_u$；不根据降雨或渗透性计算孔隙水压力。**强度**：有效应力下的Mohr–Coulomb准则或c_u；若$\sigma' \le 0$，则摩擦为零。不考虑残余强度、渐进破坏和根系作用。

地震：仅采用拟静力法；振动不增加孔隙水压力；放大效应、持时、松散饱和土的残余孔隙水压力及永久位移均不予分析；各系数由工程师确定。

不包括：超载、拉裂缝、筋材、坡脚挡墙。FS是单一滑动面在单一深度处的值；不搜索与地表不平行的更软弱的滑动面。若边坡相对于深度较短，或土体/水沿坡面变化，则坡端影响不可忽略：此时应采用边坡稳定性模块。

小结

要点回顾

条形：$\sigma = \sigma_v \cos^2\beta$, $\tau = \sigma_v \sin\beta \cos\beta$, $\tau/\sigma = \tan\beta$（算例中$\sigma = 99.65$，$\tau = 26.70$ kPa）

FS $= (c' + \sigma' \tan\varphi')/\tau = c'/(\gamma H \cos^2\beta \tan\beta) + \tan\varphi'/\tan\beta =$ **1.733**；$H_{req} = 3.50$ m ($FS_{req} = 2$)，$\beta_{req} = 13.0°$；$\beta > \varphi'$时为H_{cr}

不排水黏土：$FS = c_u/(\gamma H \sin\beta \cos\beta) = 1.50$；与深度成反比

水：$u = \gamma_w h_w \cos^2\beta$；FS 1.73 → 1.24 ($z_w = 2$ m) → 1.02（地表处）；$r_u = 0.25$ → 1.37

地震：水平方向$k_h W$和竖直方向$k_v W$；取最不利方向（向上）；FS 1.73 → 1.07；**$k_y = 0.175$**；干燥无黏性土中为$\tan(\varphi' - \beta)$

限制：单一平面、无限边坡；若坡端或土层分布有影响，应使用边坡稳定性（条分法）模块

参考文献

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning, Boston. Chapter 15, Slope Stability: the infinite slope in Sections 15.2–15.4.

Skempton, A.W. and DeLory, F.A. (1957). Stability of natural slopes in London Clay. Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, 2, 378–381.

Bishop, A.W. and Morgenstern, N.R. (1960). Stability coefficients for earth slopes. Géotechnique, 10(4), 129–150.

Duncan, J.M., Wright, S.G. and Brandon, T.L. (2014). Soil Strength and Slope Stability, 2nd ed. Wiley, Hoboken.

Newmark, N.M. (1965). Effects of earthquakes on dams and embankments. Géotechnique, 15(2), 139–160.

注

全部数值算例均由模块自身的计算引擎生成；模块给出相同的数值。模块页面中的工程算例也是该边坡(β = 15°, H = 6 m, γ = 17.8, c′ = 10 kPa, φ′ = 20°)。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中输入自己边坡的坡角、滑动面深度、土体强度（排水或不排水）、地下水及地震系数；模块同时给出应力、安全系数、临界深度与所需深度、所需坡角、屈服系数以及图形。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。