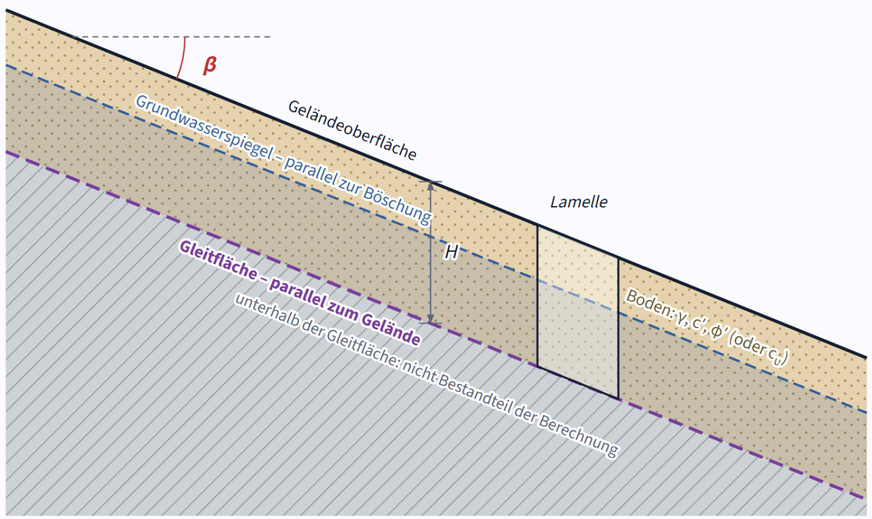
Geotechnische Vorlesungspräsentation · Böschungsstandsicherheit

Böschungsstandsicherheit einer unendlich ausgedehnten Böschung

Vorlesung: Modell der unendlich ausgedehnten Böschung (Gleitfläche parallel zur Oberfläche); Spannungen, Sicherheitsfaktor, undräniert Ton, Wasser, Erdbebenbeiwert, kritische Tiefe und erforderlicher Winkel; zu jedem Thema ein Rechenbeispiel.

- Unendlich ausgedehnte Böschung
- Scherfestigkeit und FS
- Wasser · Erdbeben
- Kritische Tiefe · erforderlicher Winkel
- Von Hand lösbar



Einführung

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Warum für oberflächennahe Gleitungen das Modell der **unendlich ausgedehnten Böschung** verwendet wird: eine dünne Bodenschicht, die auf einer zur Oberfläche parallelen Ebene gleitet

Die Spannungen in einer Ebene aus einem einzelnen **Streifen** ($\sigma = \sigma_v \cos^2\beta$, $\tau = \sigma_v \sin\beta \cos\beta$) und die Beziehung $\boldsymbol{\tau/\sigma = \tan\beta}$

Mohr–Coulomb-Sicherheitsfaktor: $FS = c'/(\gamma H \cos^2\beta \tan\beta) + \tan\varphi'/\tan\beta$; kritische Tiefe H_{cr}, erforderliche Tiefe H_{req}, erforderlicher Winkel β_{req}

Undränierter Ton (c_u, $\varphi = 0$) und die Wirkung des **Wassers**: Grundwasserspiegel (Sickerströmung parallel zur Böschung), Porenwasserdruckverhältnis r_u

Den Sicherheitsfaktor **im pseudostatischen Erdbebenfall** und den **Fließbeiwert k_y** (die Horizontalkomponente der Beschleunigung, bei der die Masse zu gleiten beginnt)

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielböschung: β = 15°, Gleitfläche vertikal in 6 m Tiefe; Baugrund γ = 17.8 kN/m³ (wassergesättigt 19.5), c′ = 10 kPa, φ′ = 20°; anfangs kein Porenwasserdruck. Die Spannungen gelten je Flächeneinheit der zur Oberfläche parallelen Ebene.

Eine Lamelle aus dem Massiv

THEORIE

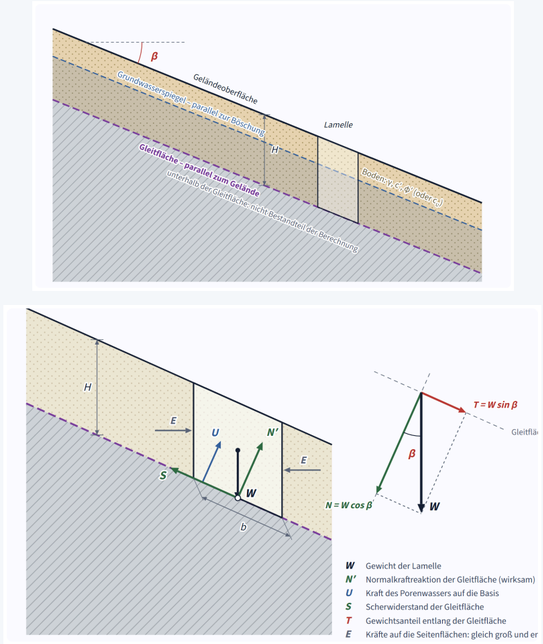
Viele Böschungsrutschungen sind oberflächennah: Eine dünne Bodenschicht gleitet auf einer zur Oberfläche parallelen Fläche in wenigen Metern Tiefe ab; die Böschung ist so lang, dass ihre Enden kaum von Bedeutung sind (eine Einschnitt- oder Dammschüttungsböschung nach einer feuchten Periode, eine natürliche Tonböschung). Die **unendlich ausgedehnte Böschung** ist das für diesen Fall geschaffene Modell: Die Gleitfläche befindet sich überall im gleichen Zustand, daher repräsentiert eine Lamelle des Massivs das Ganze, und ihr Gleichgewicht umfasst nur wenige Zeilen.

Lamelle: Länge b entlang der Gleitfläche, 1 m Breite entlang der Böschung; die Ebene liegt in der vertikalen Tiefe H unter der Oberfläche; die Seitenflächen sind vertikal und **heben sich gegenseitig auf** (die Böschung ist unendlich lang, der Baugrund überall gleich).

$$W = \gamma H b \cos\beta \qquad N = W\cos\beta \quad T = W\sin\beta$$

$$\sigma = \frac{N}{b} = \sigma_v \cos^2\beta \qquad \tau = \frac{T}{b} = \sigma_v \sin\beta\cos\beta \qquad \frac{\tau}{\sigma} = \tan\beta$$

In einer Lamelle ohne Seitenflächen sind die Spannungen auf der Ebene um den Böschungswinkel geneigt: τ/σ = tan β. Liegen oberhalb der Ebene zwei Wichten vor (Grundwasserspiegel), so gilt $\sigma_v = \gamma(H - h_w) + \gamma_{sat} h_w$; die Gleichungen bleiben unverändert.



Aufgabe

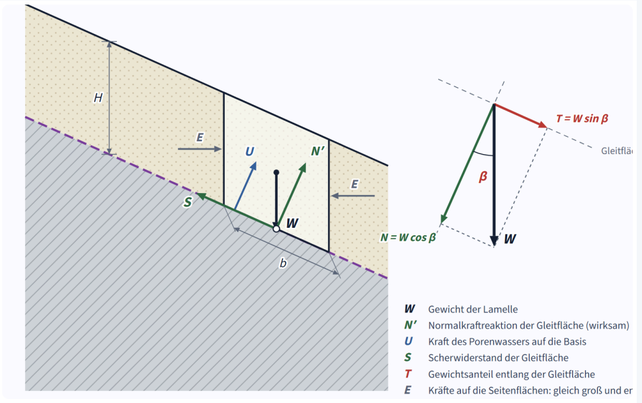
BEISPIEL

Gegeben

Böschung	$\beta = 15°$; **Gleitfläche vertikal in** $H = 6$ **m Tiefe**
Baugrund	$\gamma = 17.8$ **kN/m³; kein Porenwasserdruck**

GESUCHT

Vertikalspannung σ_V, Normalspannung σ senkrecht zur Ebene und Schubspannung **T**.



Lösung

LÖSUNG

1 Vertikale Spannung

$$\sigma_v = \gamma H = 17.8 \times 6 = \mathbf{106.80}\ \mathrm{kPa}$$

2 Spannung normal und tangential zur Ebene

$$\sigma = \sigma_v \cos^2\beta = 106.80 \times 0.93301 = \mathbf{99.65}\ \mathrm{kPa}$$

$$\tau = \sigma_v \sin\beta\cos\beta = 106.80 \times 0.25000 = \mathbf{26.70}\ \mathrm{kPa} \qquad \frac{\tau}{\sigma} = 0.2679 = \tan 15^\circ \ \checkmark$$

Auf die Einheitsfläche der Ebene wirken eine Normalspannung **σ = 99.65 kPa** und eine Schubspannung **τ = 26.70 kPa**; das Verhältnis τ/σ = 0.2679 = tan 15°, d. h. die Spannung ist so stark geneigt wie die Böschung.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Mohr–Coulomb, geschlossene Lösung, kritische Tiefe

THEORIE

Der Boden auf der Gleitfläche trägt die Scherfestigkeit τ_f: bei dränierter Analyse die Mohr–Coulomb-Festigkeit in Abhängigkeit von der wirksamen Normalspannung ($\sigma' = \sigma - u$). Der Sicherheitsfaktor ist das Verhältnis von Festigkeit zu Spannung: Kohäsion und Reibung werden mit demselben Faktor abgemindert, bis der Streifen gerade noch gehalten wird:

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan\varphi' \qquad FS = \frac{\tau_f}{\tau} \qquad \sigma' = \sigma - u$$

Ohne Porenwasserdruck gilt $\sigma' = \sigma$, und aus den Spannungen folgt eine **geschlossene Lösung**:

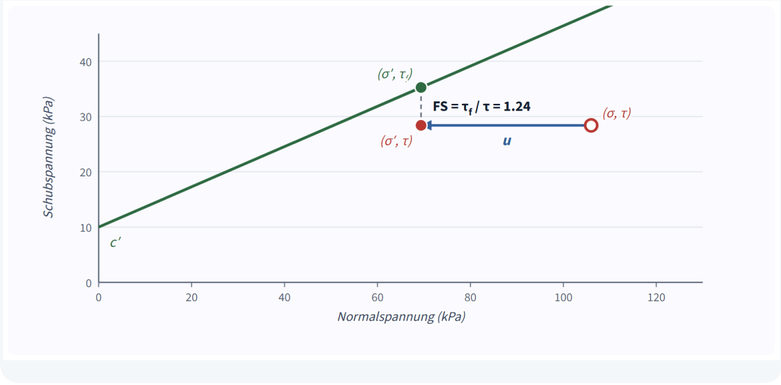
$$FS = \frac{c'}{\gamma H \cos^2\beta \, \tan\beta} + \frac{\tan\varphi'}{\tan\beta}$$

Nichtbindiger Boden ($c' = 0$): FS = tan φ′/tan β; ist die Böschung flacher als φ′, ist sie in jeder Tiefe standsicher.

Bindiger Boden: Die Kohäsion hält die oberflächennahe Ebene (FS groß); mit zunehmender Tiefe sinkt FS und reduziert sich auf die Reibung allein.

Ist β > φ′, so gibt es eine **kritische Tiefe** mit FS = 1 und eine **erforderliche Tiefe** mit FS = FS_{req}; bei nichtbindigem Boden gilt für β_{req}: tan β_{req} = tan φ′/FS_{req}:

$$H_{cr} = \frac{c'}{\gamma} \frac{1}{\cos^2\beta(\tan\beta - \tan\varphi')} \qquad H_{req} = \frac{c'}{\gamma \cos^2\beta \, (FS_{req} \tan\beta - \tan\varphi')}$$



Aufgabe

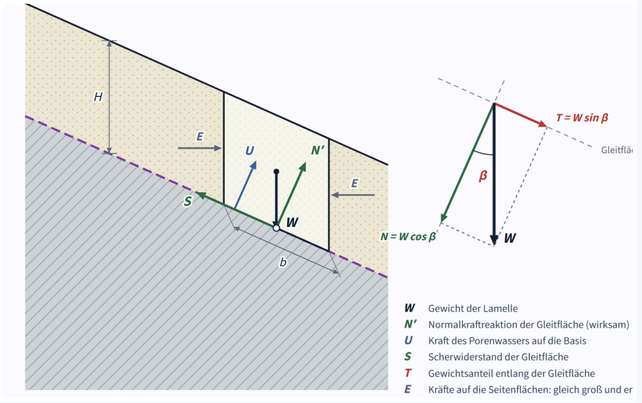
BEISPIEL

Gegeben

Böschung und Baugrund	**Beispiel 1:** $\beta = 15°$, $H = 6$ **m,** $\gamma = 17.8$ **kN/m³;** $c' = 10$ **kPa,** $\varphi' = 20°$**; kein Porenwasserdruck**

GESUCHT

Das τ_f und **FS** der Ebene; Nachweis mit der geschlossenen Lösung.



Lösung

LÖSUNG

1 Festigkeit und Sicherheitsfaktor (mit den Spannungen aus Beispiel 1)

$$\tau_f = c' + \sigma \tan \varphi' = 10 + 99.65 \times 0.36397 = \mathbf{46.27}\ \mathrm{kPa}$$

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{46.27}{26.70} = \mathbf{1.733}$$

2 Geschlossene Lösung (Nachweis)

$$FS = \frac{10}{17.8(6)(0.93301)(0.26795)} + \frac{0.36397}{0.26795} = 0.3745 + 1.3584 = \mathbf{1.7329}$$

Sicherheitsfaktor **1.733**. Der Kohäsionsterm beträgt 0.3745, der Reibungsterm tan 20°/tan 15° = 1.3584: In der Summe ergibt sich derselbe Wert. Da die Böschung (15°) flacher als der Reibungswinkel (20°) ist, hält die Reibung allein; die Kohäsion erhöht die Reserve.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

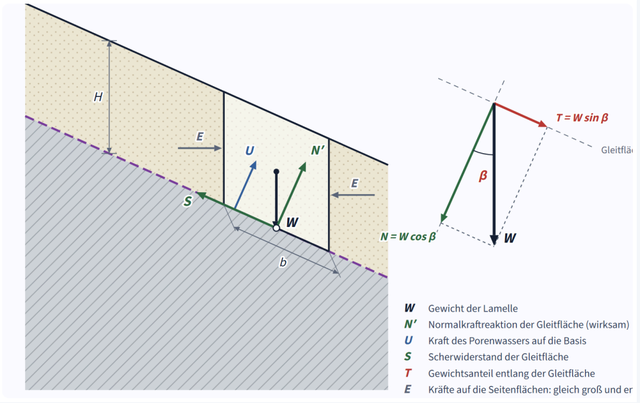
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**Boden in Beispiel 2 ($c' = 10$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³)**
Gesucht	**erforderlicher Sicherheitsfaktor $FS_{req} = 2.0$; außerdem die kritische Tiefe für eine steilere Böschung $\beta = 25°$**

GESUCHT

H_{req} (β = 15°); **β_{req}** (H = 6 m); **H_{cr}** für β = 25°.



Lösung

LÖSUNG

1 Erforderliche Tiefe (β = 15°; FS_{req} = 2)

$$H_{req} = \frac{c'}{\gamma \cos^2\beta(FS_{req}\tan\beta - \tan\varphi')} = \frac{10}{17.8(0.93301)(2(0.26795) - 0.36397)} = \mathbf{3.50}\ \mathrm{m}$$

2 Erforderlicher Winkel (H = 6 m): die Wurzel der Gleichung FS(β) = 2; kritische Tiefe (β = 25°)

$$FS(\beta) = \frac{10}{106.8\cos^2\beta\tan\beta} + \frac{0.36397}{\tan\beta} = 2 \;\Rightarrow\; \beta_{req} = \mathbf{13.02}^\circ$$

$$H_{cr}(25^\circ) = \frac{10}{17.8(0.8214)(0.4663 - 0.3640)} = \mathbf{6.68}\ \mathrm{m}$$

Für FS = 2 darf die Gleitfläche höchstens **3.50 m** tief liegen; bei 6 m darf die Böschung für dieselbe Sicherheit nicht steiler als **13.0°** sein. Da β = 25° > φ′ ist, gibt es eine kritische Tiefe, bei der FS auf 1 absinkt: **6.68 m**. Bei der vorhandenen Böschung (β < φ′) gibt es keine kritische Tiefe.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Totale Spannung: c_u und φ = 0

THEORIE

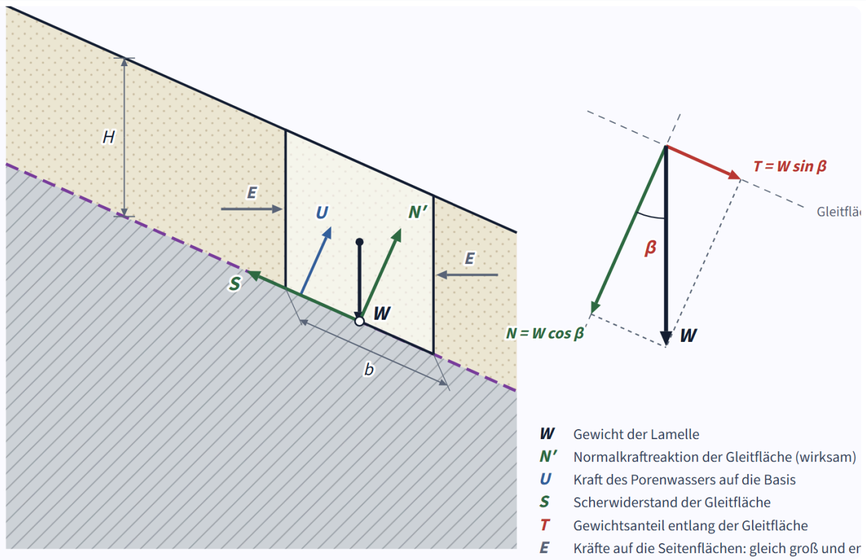
Wassergesättigter Ton, der zu schnell für eine Dränage belastet oder angeschnitten wird (der Kurzzeitzustand eines Einschnitts in weichem Ton), wird **in totaler Spannung** mit c_u und φ = 0 berechnet. Die Festigkeit hängt nicht von der Normalspannung ab; der Porenwasserdruck wird nicht eingegeben:

$$FS = \frac{c_u}{\tau} = \frac{c_u}{\gamma H \sin\beta \cos\beta} = \frac{2c_u}{\gamma H \sin 2\beta}$$

τ = (γH/2)sin 2β ist bei einer Böschung von 45° am größten; FS ist dem Kehrwert der Tiefe **proportional**: eine doppelt so tiefe Gleitfläche hat den halben FS.

Ein Ton, der kurzfristig undräniert standsicher ist, muss es nach Dränage nicht bleiben: der lange Zeitraum ist eine **dränierte Analyse** mit Porenwasserdrücken aus dem Grundwasser und dränierten c′, φ′.

$H_{cr} = c_u/(\gamma \sin\beta \cos\beta)$; $H_{req} = c_u/(FS_{req}\, \gamma \sin\beta \cos\beta)$; $\sin 2\beta_{req} = 2c_u/(FS_{req}\, \gamma\, H)$.



Aufgabe

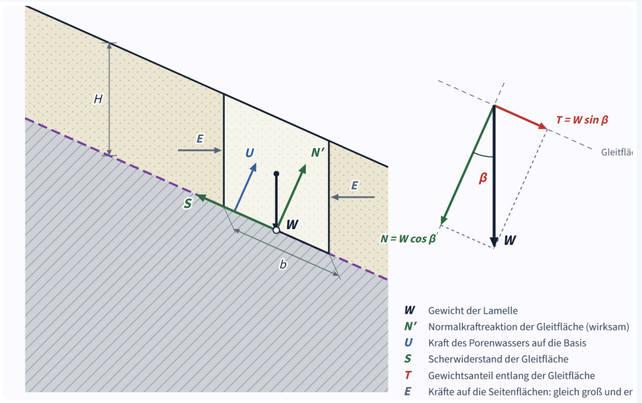
BEISPIEL

Gegeben

Böschung	$\beta = 15°$, $H = 6$ **m**, $\gamma = 17.8$ **kN/m³;** **undränierter Ton** $c_u = 40$ **kPa** ($\varphi = 0$)
Gesucht	$FS_{req} = 2.0$

GESUCHT

FS, H_{cr}, H_{req}, β_{req}.



Lösung

LÖSUNG

1 Sicherheitsfaktor und kritische Tiefe

$$FS = \frac{c_u}{\gamma H \sin\beta \cos\beta} = \frac{40}{17.8(6)(0.2500)} = \frac{40}{26.70} = \mathbf{1.498}$$

$$H_{cr} = \frac{c_u}{\gamma \sin\beta \cos\beta} = \frac{40}{17.8(0.2500)} = \mathbf{8.99}\ \text{m}$$

2 Erforderliche Einbindetiefe und Neigung ($FS_{req} = 2$)

$$H_{req} = \frac{c_u}{FS_{req}\,\gamma \sin\beta \cos\beta} = \frac{8.99}{2} = \mathbf{4.49}\ \text{m}$$

$$\sin 2\beta_{req} = \frac{2c_u}{FS_{req}\gamma H} = \frac{80}{2(106.8)} = 0.3745 \;\Rightarrow\; \beta_{req} = \mathbf{11.00}^\circ$$

Mit c_u = 40 kPa ergibt sich **FS = 1.50** (im dränierten Fall 1.73). Für FS = 2 beträgt die Böschungsneigung höchstens **11.0°**; H_{cr} = 8.99 m.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Sickerströmung parallel zur Böschung; Porenwasserdruckverhältnis r_u

THEORIE

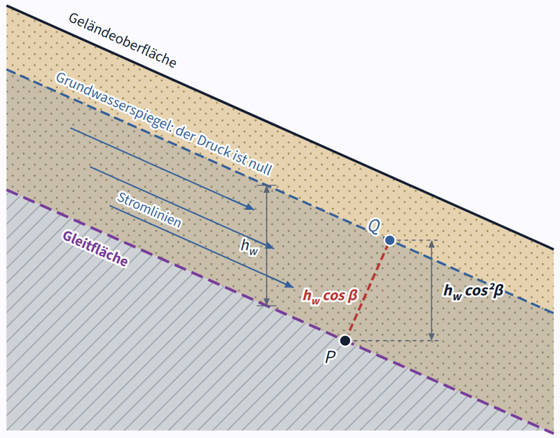
Wasser entzieht dem Boden Festigkeit, indem es über den Porenwasserdruck u die wirksame Spannung reduziert. Liegt der Grundwasserspiegel in der Tiefe z_w unter der Geländeoberfläche (vertikal), so weist der Boden darüber die Wichte γ und darunter die Wichte γ_{sat} auf; die Wasserhöhe über der Ebene beträgt $h_w = H - z_w$. Strömt das Wasser parallel zur Geländeoberfläche, so steht die durch den Punkt P verlaufende Potenziallinie senkrecht auf der Böschung; die Druckhöhe beträgt $h_w \cos^2\beta$:

$$u = \gamma_w h_w \cos^2\beta \qquad \sigma' = \sigma - u \qquad FS = \frac{c' + \sigma' \tan\varphi'}{\tau}$$

Wasser an der Oberfläche: $FS = \frac{c'}{\gamma_{sat} H \cos^2\beta \tan\beta} + \frac{\gamma'}{\gamma_{sat}} \frac{\tan\varphi'}{\tan\beta}$ $\qquad r_u = \frac{u}{\gamma H}$: $FS = \frac{c'}{\gamma H \cos^2\beta \tan\beta} + \left(1 - \frac{r_u}{\cos^2\beta}\right) \frac{\tan\varphi'}{\tan\beta}$

Bei nichtbindigem Boden mit Wasser an der Oberfläche gilt FS = (γ′/γ_{sat}) tan φ′/tan β: da γ′/γ_{sat} ≈ ½ ist, verlangt eine Sandböschung, die im trockenen Zustand nahe bei φ′ steht, unter Sickerströmung eine Böschung, deren Tangens halbiert ist.

Stammt der Porendruck aus einem Piezometer oder einem Strömungsnetz, wird das Verhältnis des Bodengewichts als r_u angegeben. Ergibt sich σ′ ≤ 0 (hebt das Wasser den Boden von der Ebene ab), wird die Reibung zu null gesetzt, es bleibt nur die Kohäsion, und dies wird angegeben.



Auf der Potenziallinie
PQ ist die hydraulische Höhe in P und in Q gleich.

In Q ist der Druck null, sodass die Druckhöhe in P dem Höhenunterschied von P nac

$u / \gamma_w = h_w \cos^2\beta$

Aufgabe

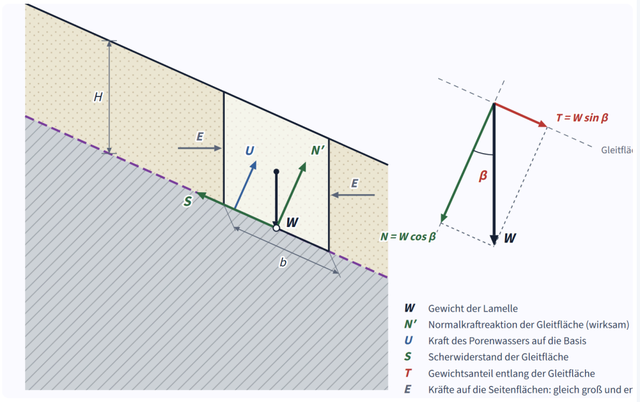
BEISPIEL

Gegeben

Böschung und Baugrund	**Die Böschung aus Beispiel 2; $\gamma = 17.8$ (trocken), $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m³**
Wasserverhältnisse	**(a) Grundwasserspiegel bei $z_w = 2$ m, Sickerströmung parallel zur Böschung; (b) Wasser an der Geländeoberfläche ($z_w = 0$); (c) $r_u = 0.25$**

GESUCHT

In jedem Fall **u**, **σ′**, **τ_f** und **FS**; Vergleich mit dem FS im trockenen Zustand.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 (a) Grundwasserspiegel bei 2 m: $h_W = 6 - 2 = 4$ m

$$\sigma_v = 17.8(2) + 19.5(4) = 113.6 \text{ kPa}$$

$$\sigma = \sigma_v \cos^2\beta = 105.99 \text{ kPa} \quad \tau = \sigma_v \sin\beta\cos\beta = 28.40 \text{ kPa}$$

$$u = \gamma_w h_w \cos^2\beta = 9.81(4)(0.9330) = 36.61 \text{ kPa} \quad \sigma' = \sigma - u = 69.38 \text{ kPa}$$

$$FS = \frac{10 + 69.38(0.36397)}{28.40} = \frac{35.25}{28.40} = \mathbf{1.241}$$

Bei einem Grundwasserspiegel in 2 m fällt FS vom Wert 1.73 des trockenen Falls auf **1.24**: Das Wasser erhöht sowohl das Bodengewicht (σ_V) als auch den Porenwasserdruck (36.6 kPa).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

2 Zusammenfassung der drei Wasserzustände (gleiche Gleichungen)

Zustand	σ_v (kPa)	σ (kPa)	τ (kPa)	u (kPa)	σ' (kPa)	τ_f (kPa)	FS
Trocken	106.8	99.65	26.70	0.00	99.65	46.27	**1.733**
(a) z_w = 2 m	113.6	105.99	28.40	36.61	69.38	35.25	**1.241**
(b) Wasser an der Oberfläche	117.0	109.16	29.25	54.92	54.25	29.74	**1.017**
(c) r_u = 0.25	106.8	99.65	26.70	26.70	72.95	36.55	**1.369**

Bei Wasser an der Oberfläche ist FS = **1.02**, nahezu am Grenzwert; für r_u = 0.25 beträgt er **1.37**. Eine im trockenen Zustand reichlich sichere Böschung hat im nassen Zustand keinerlei Reserve: Das Modul zeigt neben dem Ergebnis den FS für den trockenen Zustand und für Wasser an der Oberfläche gemeinsam an.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Horizontale und vertikale Kraft; Fließbeiwert k_y

THEORIE

Die Erschütterung wird durch eine konstante Beschleunigung (ein Bruchteil von g) ersetzt, die auf die Masse über der Gleitfläche wirkt. Die Lamelle trägt zusätzlich zu ihrem Gewicht W eine horizontale Kraft $\mathbf{k_h W}$ hangabwärts und eine vertikale Kraft $\mathbf{k_v W}$ nach oben/unten; k_h und k_v sind Beiferte des Ingenieurs (das Modul entnimmt sie nicht einer Norm). Je Flächeneinheit gilt $W/A = \sigma_v \cos\beta$:

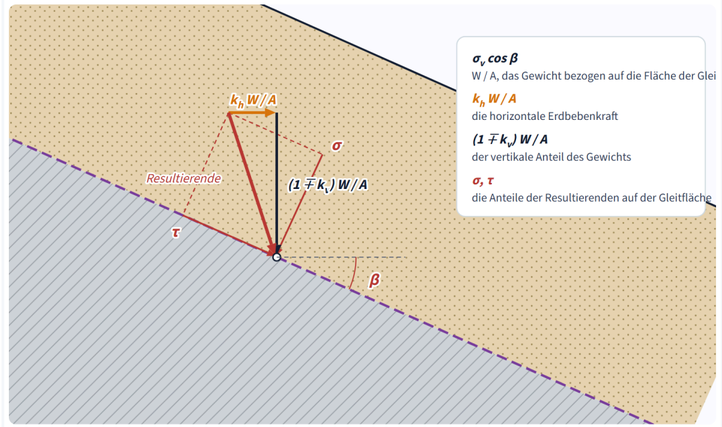
$$\sigma = \sigma_v \cos\beta\,[(1 \mp k_v)\cos\beta - k_h \sin\beta] \qquad \tau = \sigma_v \cos\beta\,[(1 \mp k_v)\sin\beta + k_h \cos\beta]$$

Der Porenwasserdruck ist der statische Wert (keine Erschütterung hinzugefügt): $\sigma' = \sigma - u$; $FS_{eq} = \tau_f/\tau$ mit den neuen σ und τ. Die horizontale Kraft verringert die Normalspannung und erhöht die Schubspannung.

Es werden beide Richtungen der vertikalen Kraft untersucht und die Richtung mit dem **kleineren FS** angesetzt: bei Reibungsboden ist dies in der Regel die nach oben gerichtete Richtung (sie entlastet die Masse und verringert die Normalspannung); bei Ton unter totaler Spannung ist es, da c_u nicht von der Normalspannung abhängt, die nach unten gerichtete Richtung, welche die Schubspannung erhöht.

Fließbeiwert k_y: der horizontale Beiwert, bei dem $FS_{eq} = 1$ wird. Trocken, nichtbindig, $k_v = 0$: $k_y = \tan(\varphi' - \beta)$; in den übrigen Fällen wird k_h von null ausgehend gesteigert, bis dieser Wert gefunden ist. Eine Erschütterung, die $k_y g$ nicht überschreitet, setzt die Masse nicht in Bewegung; eine darüber hinausgehende setzt sie in Bewegung (wie weit sie sich bewegt, ist Gegenstand der Gleitblockanalyse und im Modul nicht enthalten).

$$k_y = \frac{\tan\varphi' - \tan\beta}{1 + \tan\varphi' \tan\beta} = \tan(\varphi' - \beta)$$



Aufgabe

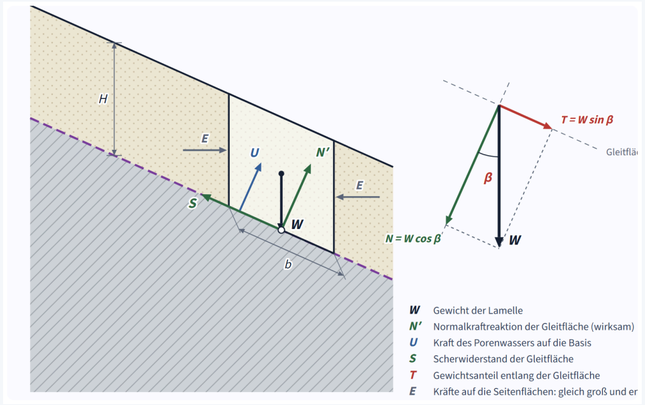
BEISPIEL

Gegeben

Böschung und Baugrund	**Trockene Böschung aus Beispiel 2 ($c' = 10$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\beta = 15°$, $H = 6$ m)**
Erdbeben	**$k_h = 0.15$, $k_v = 0.05$ (zwei Richtungen werden versucht); außerdem für trockenen Sand $\varphi' = 32°$, $\beta = 25°$**

GESUCHT

σ, **τ**, **FS_{eq}** (kritische Richtung); die Tabelle $FS(k_h)$ und **k_y**; k_y in trockenem Sand.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Kritische Richtung: vertikale Kraft nach oben (k_v = +0.05 entlastet)

$$\sigma = \sigma_v \cos\beta\,[0.95\cos\beta - 0.15\sin\beta] = 103.16\,[0.8788] = 90.66\ \text{kPa}$$

$$\tau = \sigma_v \cos\beta\,[0.95\sin\beta + 0.15\cos\beta] = 103.16\,[0.3908] = 40.31\ \text{kPa}$$

$$FS_{eq} = \frac{10 + 90.66(0.36397)}{40.31} = \frac{43.00}{40.31} = \mathbf{1.067} \qquad (k_v \text{ unten: } 1.085)$$

Die nach oben gerichtete vertikale Kraft ist maßgebend: FS_{eq} = **1.067** (nach unten 1.085).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

2 FS(k_h) und Auslastungsbeiwert (wo FS = 1)

k_h	σ (kPa)	τ (kPa)	τ_f (kPa)	FS_{eq}
0.00	94.66	25.36	44.45	**1.753**
0.05	93.33	30.35	43.97	**1.449**
0.10	91.99	35.33	43.48	**1.231**
0.15	90.66	40.31	43.00	**1.067**
0.1746	90.00	42.76	42.76	**1.000**
0.20	89.32	45.29	42.51	**0.939**

Das Erdbeben senkt FS von 1.73 auf **1.07** (die nach oben gerichtete vertikale Kraft ist maßgebend). **k_y = 0.175**: Überschreitet k_h diesen Wert, beginnt die Masse zu gleiten. In trockenem Sand ($\varphi' = 32°$, $\beta = 25°$) ist $k_y = \tan 7° = 0.1228$.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

FS; H_{req}, β_{req}, H_{cr}

THEORIE

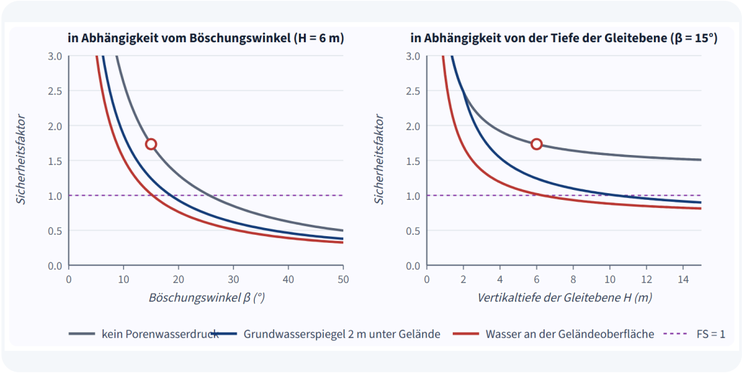
FS gegen die Geländeneigung: FS nimmt mit β stetig ab; der Abstand der Kurven zeigt, welchen Anteil der Reserve das Wasser aufzehrt; der Winkel, bei dem die Kurve FS_{req} schneidet, ist β_{req}.

FS über die Tiefe: Die Kurve für bindigen Boden fällt vom großen Wert an der Oberfläche auf das durch die Reibung bestimmte Niveau ab; wo sie FS = 1 schneidet, liegt die kritische Tiefe. Der Grundwasserspiegel hinterlässt eine Spur in der Tiefe, in der das Wasser die Ebene erstmals erreicht; darüber wird der Trockenkurve gefolgt.

FS gegenüber dem Wasser: Er steigt, je tiefer der Grundwasserspiegel liegt, und sinkt, je größer r_u wird; dies zeigt, wie stark eine dränierte Böschung von dem schwer zu bestimmenden Porenwasserdruck abhängt.

Im Erdbebenfall trägt jedes Diagramm eine zweite (orange) Linie; das fünfte Diagramm von FS gegen k_h liefert k_y an der Stelle, an der es FS = 1 schneidet.

Die Registerkarte Ergebnisse liefert neben FS und dem Vergleich mit dem erforderlichen Wert: **H_{req}** (die erste Tiefe, bei der FS auf FS_{req} absinkt; „keine Grenze“, wenn dies nicht geschieht), **β_{req}** (der steilste Winkel, vom flachen Winkel aufwärts, bei dem FS_{req} noch erfüllt ist), **H_{cr}**, die beiden Wasserzustände (kein Porenwasserdruck / Wasser an der Oberfläche) sowie im Erdbebenfall FS_{eq}, k_y.



Aufgabe

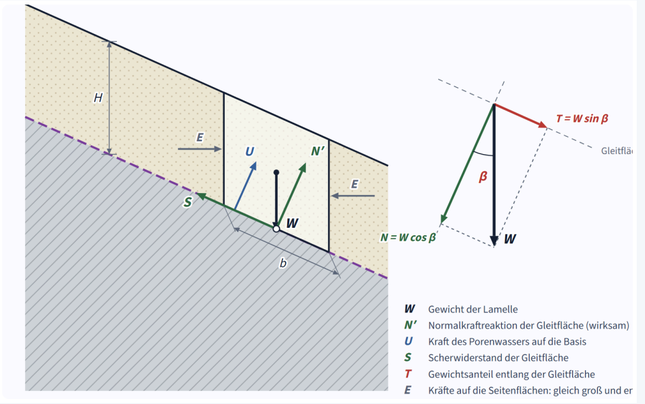
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**Der Boden aus Beispiel 2 ($c' = 10$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$, $\gamma_{sat} = 19.5$ kN/m³)**
Tabelle	**Werte von FS für $\beta = 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ 30°$ und $H = 2,\ 4,\ 6,\ 8$ m bei trockenem Boden und bei Grundwasserspiegel in $z_w = 2$ m (mit geschlossener Lösung)**

GESUCHT

Tabelle $FS_{trocken}(\beta, H)$; für den Grundwasserspiegel bei H = 6 m; ab welchem Winkel ist FS < 1?



Lösung

LÖSUNG

1 FS = c′/(γH cos²β tan β) + tan φ′/tan β (trocken); im Fall mit Grundwasserspiegel aus den Spannungen (fett: FS < 1)

β (°)	H = 2 m	H = 4 m	H = 6 m	H = 8 m	H = 6, Wasser z_w = 2 m
10	3.707	2.885	2.612	2.475	1.866
15	2.482	1.920	1.733	1.639	1.241
20	1.874	1.437	1.291	1.219	**0.928**
25	1.514	1.147	1.025	**0.964**	**0.741**
30	1.279	**0.955**	**0.847**	**0.793**	**0.616**

FS fällt regelmäßig mit dem Winkel und nimmt mit der Tiefe ab (Kohäsionsanteil). Ab β = 20° und H = 8 m nähert sich auch eine trockene Böschung dem Grenzzustand; ein Grundwasserspiegel bei z_w = 2 m senkt bei H = 6 m den FS ab 20° **unter 1** (0.62 bei 30°). Daher werden β_{req} und H_{req} gesucht.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Was das Modell annimmt

THEORIE

Modell: unendlich ausgedehnte Böschung: Geländeoberfläche eben, Gleitfläche parallel dazu in der vertikalen Tiefe H; die Enden der Masse spielen keine Rolle; überall herrschen dieselben Verhältnisse; zweidimensional, 1 m entlang der Böschung.

Boden: ein einziger Boden oberhalb der Ebene (gegebene Festigkeit und Wichte); Schichten, entlang der Böschung oder mit der Tiefe veränderlicher Boden und mit der Tiefe zunehmende Festigkeit sind in diesem Modell nicht enthalten; für die Kontaktfläche einer schwachen Schicht können die Eigenschaften dieser Schicht herangezogen werden, oder das Modul Böschungsstandsicherheit.

Wasser: ein zur Böschung paralleler Grundwasserspiegel ($u = \gamma_w h_w \cos^2\beta$) oder r_u; der Porenwasserdruck wird nicht aus Niederschlag oder Durchlässigkeit berechnet. **Festigkeit**: Mohr–Coulomb mit wirksamer Spannung oder c_u; ist $\sigma' \leq 0$, ist die Reibung null. Keine Restfestigkeit, kein fortschreitendes Versagen und kein Wurzeleinfluss.

Erdbeben: nur pseudostatisch; die Erschütterung erzeugt keinen zusätzlichen Porenwasserdruck; Amplitudenverstärkung, Dauer, Restporenwasserdruck in lockerem gesättigtem Boden und bleibende Verschiebungen werden nicht untersucht; die Beiwerte liegen im Ermessen des Ingenieurs.

Keine: Auflast, Zugriss, Bewehrung, Fußwand. FS ist der Wert für eine einzige Ebene in einer einzigen Tiefe; eine schwächere Ebene, die nicht parallel zur Oberfläche verläuft, wird nicht gesucht. Ist die Böschung im Verhältnis zur Tiefe kurz oder ändern sich Boden/Wasser entlang der Böschung, so sind die Randbedingungen maßgebend: Es wird das Modul Böschungsstandsicherheit verwendet.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Streifen: $\sigma = \sigma_v \cos^2\beta$, $\tau = \sigma_v \sin\beta \cos\beta$, $\tau/\sigma = \tan\beta$ (im Beispiel $\sigma = 99.65$, $\tau = 26.70$ kPa)

FS = $(c' + \sigma' \tan\varphi')/\tau = c'/(\gamma H \cos^2\beta \tan\beta) + \tan\varphi'/\tan\beta = \mathbf{1.733}$; $H_{req} = 3.50$ m ($FS_{req} = 2$), $\beta_{req} = 13.0°$; für $\beta > \varphi'$ gilt H_{cr}

Undränierter Ton: $FS = c_u/(\gamma H \sin\beta \cos\beta) = 1.50$; umgekehrt proportional zur Tiefe

Wasser: $u = \gamma_w h_w \cos^2\beta$; FS 1.73 → 1.24 ($z_w = 2$ m) → 1.02 (an der Oberfläche); $r_u = 0.25$ → 1.37

Erdbeben: horizontal $k_h W$ und vertikal $k_v W$; die kritische Richtung wird gewählt (nach oben); FS 1.73 → 1.07; $\mathbf{k_y = 0.175}$; $\tan(\varphi' - \beta)$ bei trockenem nichtbindigem Boden

Grenze: eine einzige Ebene, unendlich ausgedehnte Böschung; wenn die Enden oder Schichten von Bedeutung sind, ist die Böschungsstandsicherheit (Lamellen) zu verwenden

Literatur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning, Boston. Kapitel 15, Slope Stability: die unendlich ausgedehnte Böschung in den Abschnitten 15.2–15.4.

Skempton, A.W. and DeLory, F.A. (1957). Stability of natural slopes in London Clay. Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, 2, 378–381.

Bishop, A.W. and Morgenstern, N.R. (1960). Stability coefficients for earth slopes. Géotechnique, 10(4), 129–150.

Duncan, J.M., Wright, S.G. and Brandon, T.L. (2014). Soil Strength and Slope Stability, 2nd ed. Wiley, Hoboken.

Newmark, N.M. (1965). Effects of earthquakes on dams and embankments. Géotechnique, 15(2), 139–160.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Rechenbeispiel auf der Modulseite ist ebenfalls diese Böschung (β = 15°, H = 6 m, γ = 17.8, c′ = 10 kPa, φ′ = 20°).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie den eigenen Böschungswinkel, die ebene Tiefe, die Bodenfestigkeit (dräniert oder undräniert), das Wasser und die Erdbebenbeiwerte in GeoTerva ein; das Modul liefert die Spannungen, den Sicherheitsfaktor, die maßgebende und die erforderliche Tiefe, den erforderlichen Winkel, den Ausnutzungsbeiwert und die Diagramme zusammen.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.