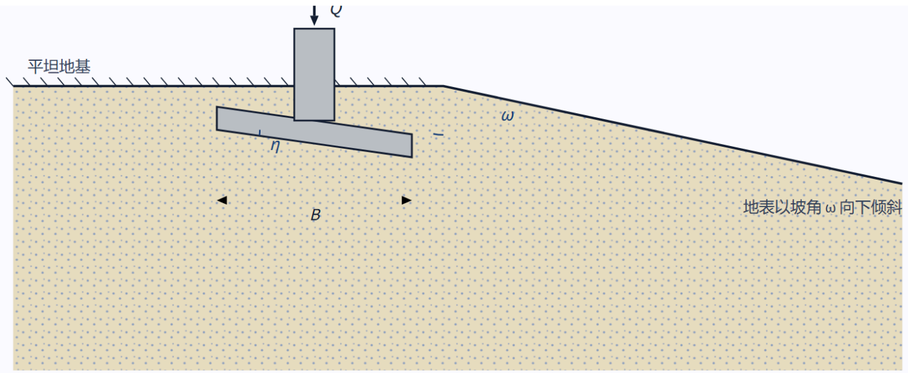
岩土工程讲义 · 基础

Hansen地基承载力公式

讲义：从Hansen自己的N_γ系数到形状和深度修正，从取决于实际荷载的倾斜系数到基底倾斜和地表坡度；每个主题均配有工程算例。

Hansen N_γ | 形状 · 埋深 | 随实际荷载变化的倾斜 | 基底与地表倾斜 | 不排水叠加形式 | 工程算例



引言

本讲内容

- 识别**Hansen公式**的三项，以及每一项的六个修正系数（形状、埋深、荷载倾斜、基底倾斜、地表坡度）
- 计算Hansen**自己的N_γ系数**，并与Vesic的进行比较
- 应用**形状**系数和**埋深**系数，包括$D_f/B = 1$处的转换
- 用实际荷载h和v计算**荷载倾斜系数**，并验算抗剪界限
- 使用**基底倾斜角η**和**地表坡角ω**的系数
- 处理不排水（$\varphi = 0$）情况下的**总应力形式**及地下水条件
- 求出总容许基底压力和净容许基底压力并进行**验算**

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

算例基础，即模块打开时的模型：$c = 10$ kPa、$\varphi' = 25°$的土上2 m × 2 m方形基础，$D_f = 1$ m，$\gamma = 18$ kN/m³，无地下水。

三项，每项含六个修正

理论

Hansen (1970)采用自己的破坏机制，独立于Vesic推导出了地基承载力公式。每一项都带有相乘的**六个修正系数**：

$$
\begin{aligned}
q_u = {} & c\,N_c\,s_c d_c i_c b_c g_c \\
& + q\,N_q\,s_q d_q i_q b_q g_q \\
& + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma
\end{aligned}
$$

符号说明

c、φ′：黏聚力，内摩擦角

q = γ D_f：基底标高处的超载

B、L：短边与长边；B/L决定形状

h、v：荷载工况的H/A和V/A压力

η：基底与水平面的倾角

ω：基础旁地表的坡角

N_c和N_q与本节所有方法相同（Prandtl和Reissner的封闭表达式）。**N_γ为Hansen所特有**，且在相同φ′下小于Vesic的值。

形状(s)、**埋深**(d)、**荷载倾斜**(i)、**基底倾斜**(b)和**地表坡度**(g)系数均取自Hansen自成一套的系数；倾斜荷载、倾斜基底和倾斜地表在同一方程中处理。

基底水平、地面水平且荷载竖直时，**i = b = g = 1**：方程简化为含形状系数和埋深系数的一般方程。

Hansen的N_γ小于Vesic的值

理论

N_c和N_q在各方法中均相同：

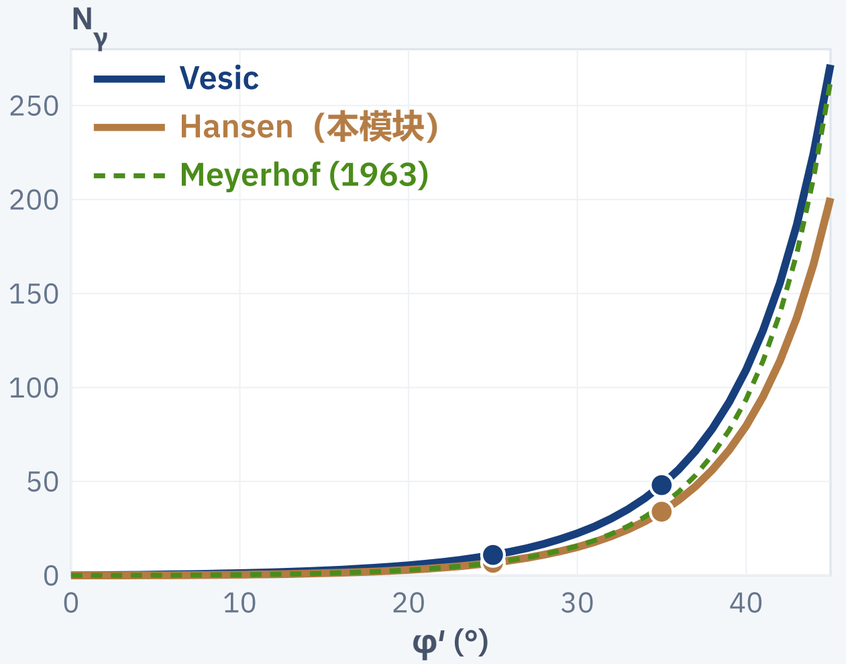
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

对于N_γ，没有一个封闭的、被普遍接受的表达式。Hansen对破坏面采用略有不同的理想化假定，得到了自己的表达式：

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

二者均为公认的推导；没有哪一个在绝对意义上“更正确”。重要的是**配套使用同一方法的系数**：Hansen的N_γ配Hansen的形状系数和倾斜系数。

随着φ′增大，二者的差异按比例减小，但不会消失；φ′ = 25°时，Hansen的结果为Vesic的62%。



题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 25^\circ$（打开该模块时所用的模型）；用于对比的$\varphi' = 35^\circ$
方法	**Hansen:** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ · **Vesic:** $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

求

求N_q, N_c以及按两种方法确定的N_γ；并计算Hansen的值比Vesic的值小百分之几。

解答 (1/2)

解答

1 N_q和N_c ($\varphi' = 25°$, $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ：Hansen与Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

Hansen的N_γ约为Vesic的**62%**：在同一土体上，自重项约**小38%**。

解答 (2/2)

解答

φ′ (°)	N_q	N_c	N_γ Hansen	N_γ Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

φ′ = 35°时同样如此：N_γ = 33.92 (Hansen)和48.03 (Vesic)，比值为71%。随φ′增大，比值由32%升至74%，始终不会等于1：**切勿混用不同方法。**

在GeoTerva中验算解答 ↗

取决于B/L比值的三个系数

理论

非条形基础的破坏是三维的。Hansen的形状系数与De Beer的形状系数相近，含有**N_q/N_c比值**：

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

不排水加载(φ = 0)时，N_q/N_c之比表现不佳；黏聚力系数采用其自身的简单形式。该系数不是乘数而是**加性项**，因此写作s'_c：

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

条形基础(B/L → 0)：$s_c = s_q = s_\gamma = 1$，$s'_c = 0$。方形和圆形基础取B/L = 1。

与De Beer的比较：s_c和s_γ相同；对于s_q，De Beer采用tan φ，Hansen采用sin φ。

φ′ = 25°时

B/L	s_c	s_q	s_γ
0（条形）	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1（正方形）	1.515	1.423	0.600

题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 25^\circ$：$N_c = 20.72$，$N_q = 10.66$，$\sin 25^\circ = 0.4226$（**算例1**）
基础	**(a)正方形2 × 2 m · (b)矩形2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c)条形**
不排水	**φ = 0：正方形与2 × 4 m**

求

试求各基础的s_c, s_q, s_γ值（φ = 0时为s'_c）；对正方形基础，将s_q与De Beer的值进行比较。

解答

解答

1 (a)正方形基础(B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b)矩形2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c)条形基础与不排水情况(φ = 0)

条形：$s_c = s_q = s_\gamma = 1$ $\qquad$ $\varphi = 0$：$s_c' = 0.2$ (正方形)，0.1 (2×4)，0 (条形)

正方形基础的q项增大**42%**，自重项减小40%。De Beer的$s_q = 1 + \tan\varphi = 1.466$，Hansen的为1.423：差值约为3%。

在GeoTerva中验算解答 ↗

线性形式与反正切形式

理论

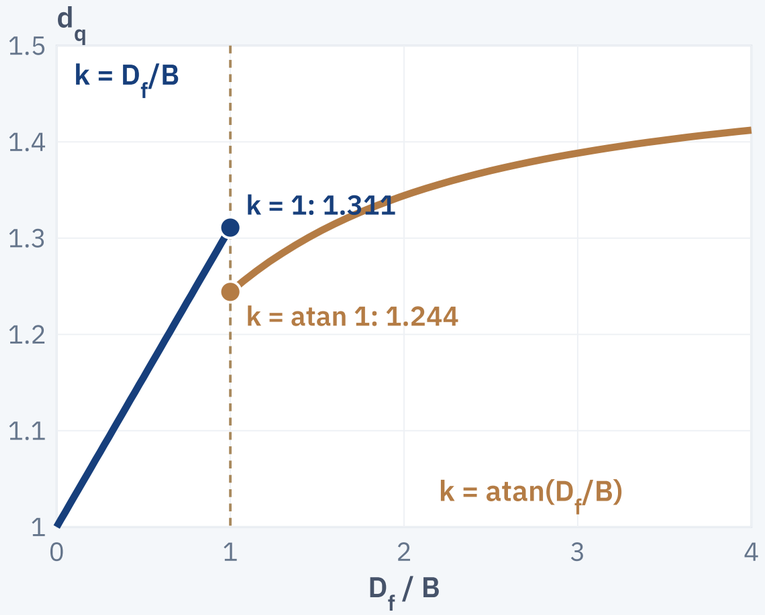
基底以上的土体对承载力有贡献。Hansen埋深系数取决于比值**k = D_f/B**；当D_f/B超过1时，k按反正切取值（以弧度计）：

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

φ = 0时d_q = 1；不排水的加性形式写作$d'_c = d_c - 1 = 0.4\,k$。

两种形式在D_f/B = 1处以阶跃相接：k = 1时d_q = 1.311，略超过该点后k = $\tan^{-1}1$ = 0.785，d_q = 1.244。因此宜比较相邻的D_f取值。



题目

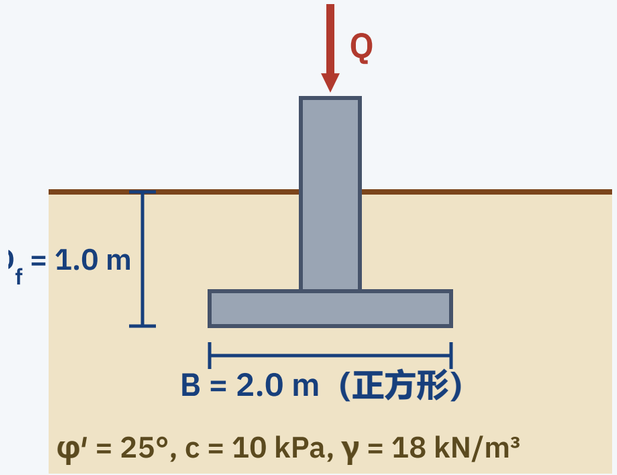
算例

已知条件

土	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663$, $(1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
基础	**B = 2 m；D_f = 1 m（算例），对比D_f = 2 m和3 m**
不排水	**φ = 0: D_f = 1.5 m**

求

对每种情况求d_c、d_q和d_γ的值；说明当D_f由2 m增至3 m时会发生什么变化。



解答

解答

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m（D_f/B = 1：线性，k = 1）和D_f = 3 m(D_f/B = 1.5: k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828)

$$D_f = 2:\ d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311},\ d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3:\ d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306},\ d_c = \mathbf{1.393}$$

3 不排水(φ = 0)：D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d_c' = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m：d_q 1.311 → 1.306，即**减小**，原因是k由1转为$\tan^{-1}1.5$ = 0.98（阶跃变化）。而D_f = 1 → 2 m时则增大：1.155 → 1.311。

在GeoTerva中验算解答 ↗

采用实际荷载，而非角度

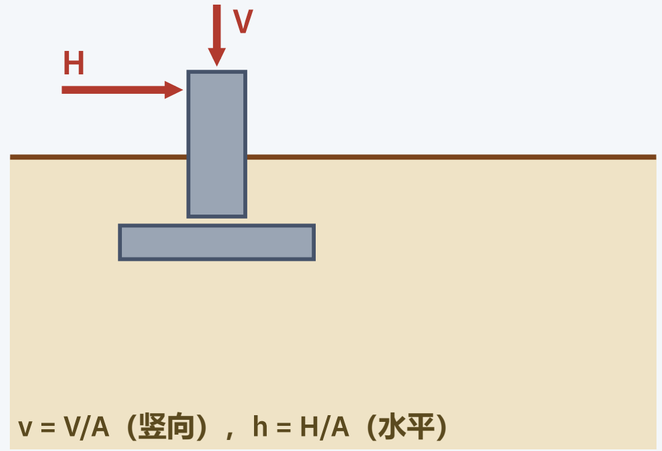
理论

Meyerhof的倾斜系数仅考虑荷载与竖直方向的夹角。Hansen的则考虑**实际的水平和竖向压力**；h = H/A，v = V/A，是同一荷载工况的压力(v = q_{app})：

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1}\ (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0:\ 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\ (i_\gamma) \qquad \varphi = 0:\ i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\ i_q = i_\gamma = 1$$



若h > 0，须输入$q_{applied}$：采用荷载倾斜系数的基础验算使用**同一荷载。**

随着h/(v + c cot φ)增大，三个系数均趋于零；所受荷载趋近滑动状态的基础不再具有承载力。

基底在滑移前不会达到承载力

理论

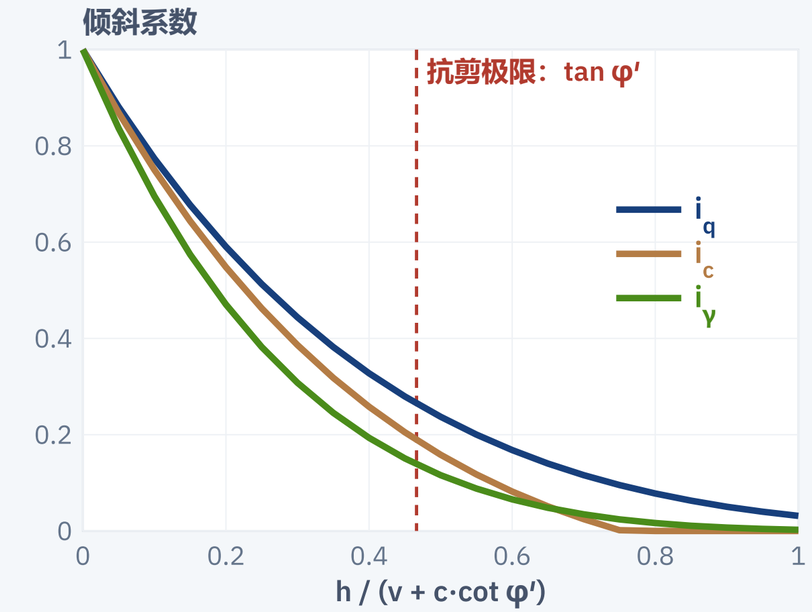
当水平荷载超过基底的摩擦阻力和黏着阻力时，基础发生**滑移**。上限（基底摩擦取φ，黏着力取c）：

$$h_{shear} = v\tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

h > v tan φ + c时，模块给出警告：发生滑动的基础达不到其承载力；对实际基底须另行验算抗滑移。图中该界限即为**h/(v + c cot φ) = tan φ**这条线。

若**h ≥ v + c cot φ**(φ = 0时为h ≥ c)，模块停止运行：荷载倾斜系数失去意义。

i_c、i_q降至$1/N_q$以下时取为零；黏聚力项不会变为负值。



题目

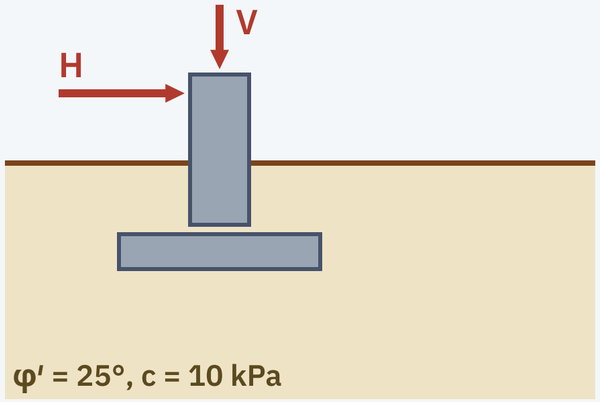
算例

已知条件

基础、土体	**模块模型：** $c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$, $N_q = 10.66$
荷载工况	$v = q_{apply} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa **(ek: 60, 90, 120)**
底面	**平直(η = 0)**

求

求i_c, i_q, i_γ系数，并验算滑移界限。



解答 (1/2)

解答

1 比值：v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 系数

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 滑动边界

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow \ \text{无滑移}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

解答 (2/2)

解答

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	抗滑移验算
0	0.000	1.000	1.000	1.000	通过
30	0.175	0.595	0.633	0.520	通过
60	0.350	0.318	0.382	0.245	通过
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**警告：h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**警告：h > 79.9**

h = 30 kPa（v的20%）使q项降低**37%**，c项降低**41%**，自重项降低**48%**。基底倾斜10°时，$i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$。在超过限值的h = 90和120 kPa时，基础发生滑移：系数仍可计算，但须另行验算滑移。

在GeoTerva中验算解答 ↗

非水平基底与倾斜地面

理论

实际基础并不总是基底水平、地面水平：基底可以有意做成倾斜，基础也可能位于边坡坡顶。Hansen系数两种情形都涵盖（η和ω以度为单位；指数表达式中以弧度为单位）：

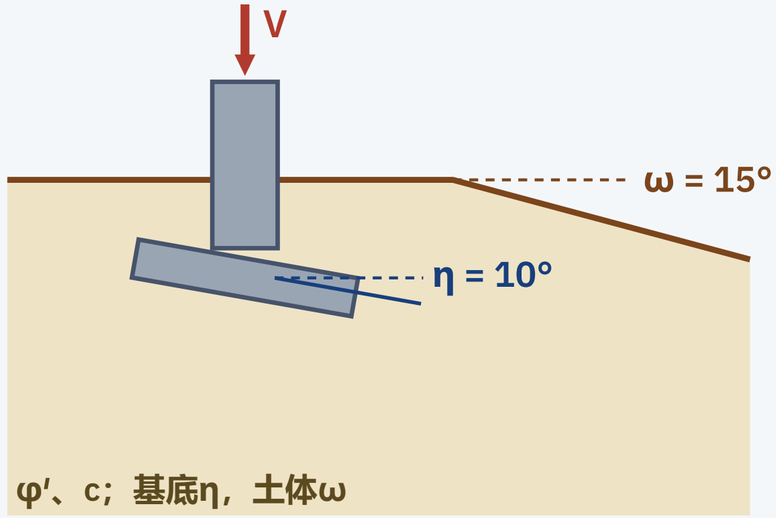
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

b_γ的指数(2.7)大于b_q的指数(2)：倾斜基底对自重项的不利影响大于对超载项。

η和ω最大输入值为45°；若ω > φ，则边坡自身不能保持平衡，模块停止运行。

$(1 - \tan\omega)^2$是**Vesic**的形式，而不是Hansen的，且稍大：ω = 5°时为0.833，Hansen的为0.800。不应将其与Hansen的方程混淆。



题目

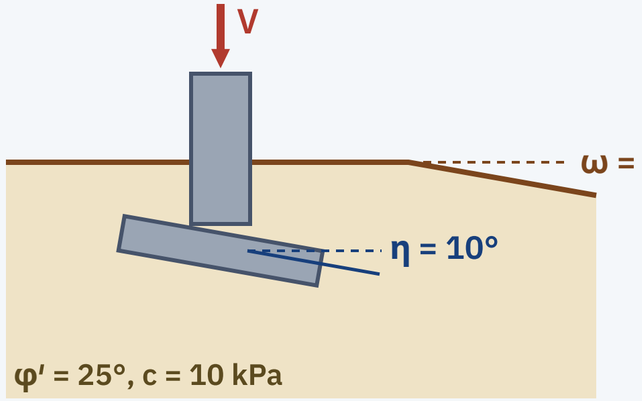
算例

已知条件

土	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
基底倾角	**η = 10°**
地表坡度	**ω = 10°和ω = 15°**

求

求b_c、b_q、b_γ和g_c、g_q、g_γ的值；并将g_q与Vesic的$(1-\tan\omega)^2$形式进行比较。



解答 (1/2)

解答

1 基底倾角η = 10° (0.1745 rad)

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 地表坡度ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

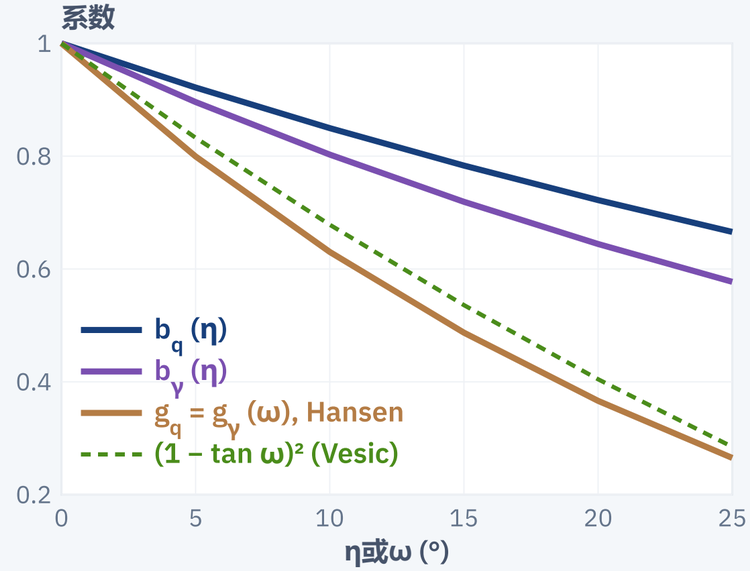
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

解答 (2/2)

解答

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q按Vesic取$(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

Hansen的g_q小于Vesic的（ω = 10°时分别为0.630和0.678）：更为**保守**。基底倾斜角η = 10°使自重项减小20%，使超载项减小15%。



在GeoTerva中验算解答 ↗

六个系数的组合

理论

虽然六个系数看似繁多，但**在一般情况下它们均为1**；只有当某一假定不再成立时，完整公式才起作用。q_u为破坏时的竖向压力；模块将总压力与净压力分开处理：

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

作用压力$q_{applied}$为同一荷载工况下基底处的**竖向总压力**(V/A)。基础在下列条件下满足要求：

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{实际} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

容许竖向荷载$Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$。当h > 0而未输入$q_{applied}$时，模块不仅无法计算承载力，也无法计算倾斜系数。

系数何时为1?

系数	其值为1的情况
s	条形基础(B/L = 0)
d	D_f = 0（基底位于地表）
i	h = 0（竖向荷载）
b	η = 0（水平基底）
g	ω = 0（水平地面）

系数不变：q与γ改变

理论

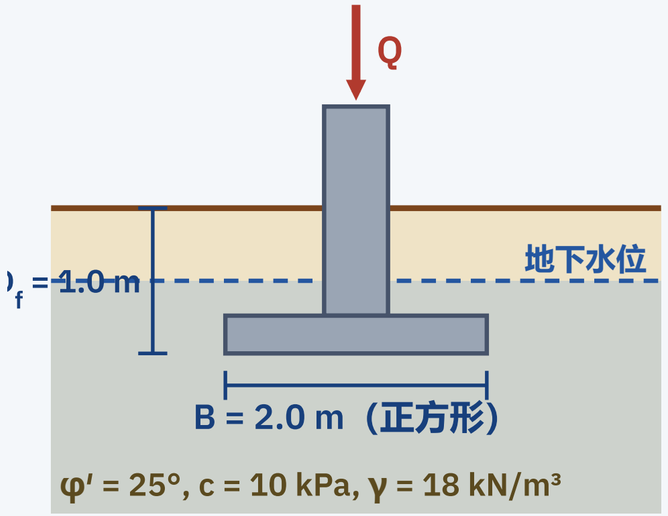
Hansen模块按与其他承载力模块**相同的三种情形**处理地下水。地下水位以下，有效重度γ′ = γ_{sat} − γ_w(γ_w = 9.81)。D_w为地下水距地表的深度：

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (第三项)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

D_w = D_f时，q = γ D_f，第三项采用γ′。

基底以下超过一倍B深度处的水**不起作用**。水仅通过**q和γ**起作用；s、d、i、b、g保持不变。



题目

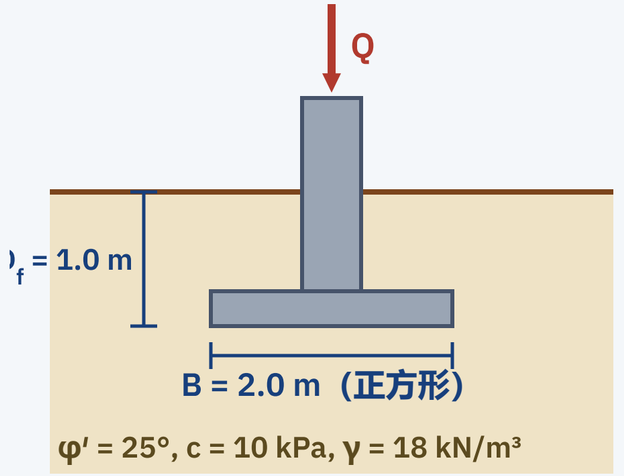
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 2.0 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
重度	$\gamma = 18$ kN/m^3；**无地下水**
荷载	**竖向，中心**
安全性	**FS = 3**

求

求q_u、总容许承载力与净容许承载力q_{all}以及容许荷载Q_{all}；并求各项所占的比例。



解答 (1/2)

解答

1 承载力系数(φ′ = 25°)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66-1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 修正系数(B/L = 1; D_f/B = 0.5; h = η = ω = 0)

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

解答 (2/2)

解答

3 地基承载力($q = \gamma D_f = 18$ kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 容许压力与荷载($A = 2^2 = 4$ m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

承载力的**49%**来自黏聚力，**41%**来自超载，仅**10%**来自自重：较小的N_γ和$s_\gamma = 0.6$削弱了自重项。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

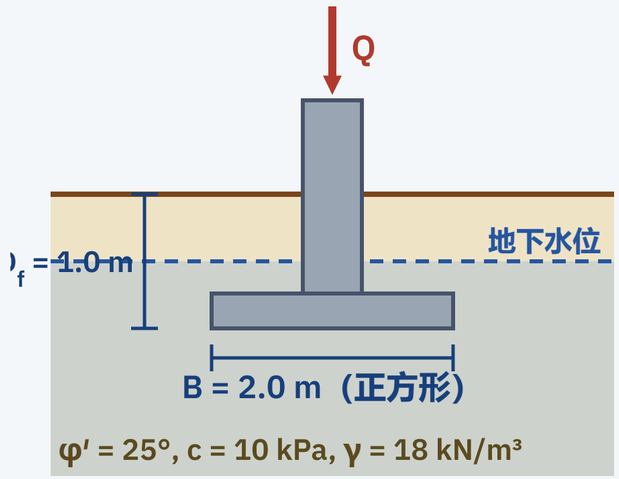
已知条件

基础	**正方形，B = L = 2.0 m，D_f = 1.0 m**
土	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
重度	$\gamma = 18$ **（上部）**，$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3 **（地下水位以下）**
地下水	**D_w = 0.5；1.0；2.0和4.0 m**

求

对每种情形，求q、第三项中的重度以及q_u值。

（各系数同算例6。）



解答 (1/2)

解答

1 情形I ($D_W \le D_f$)：$\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \ q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595} \text{ kPa}$$

$$D_w = 1.0: \ q = 18(1.0) = \mathbf{18.0} \text{ kPa}$$

2 情形III($D_W = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$)和水无影响的情形($D_W = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0: \ \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595} \text{ kN/m}^3, \ q = 18 \text{ kPa}$$

$$D_w = 4.0: \ q = 18 \text{ kPa}, \ \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$$

解答 (2/2)

解答

D_w (m)	状态	q (kPa)	γ第三项	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	可忽略	18.00	18.00	**765.1**

水位在0.5 m处时q_u = 652，水位较深时为765 kPa（差15%）。差异的来源**仅为q和γ**：黏聚力项(376.6 kPa)丝毫不变。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

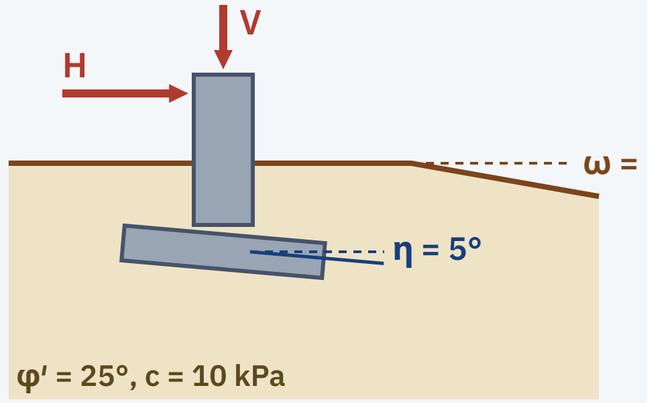
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 2.0 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
重度	$\gamma = 18$ kN/m^3；**无地下水**
荷载工况	$v = q_{apply} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa
基底、土体	**η = 5°, ω = 10°**
安全性	**FS = 3**

求

求q_u和q_{all}；验算基础在$q_{applied}$ = 150 kPa时是否满足要求；验算抗滑移。



解答 (1/3)

解答

1 倾斜系数（v + c cot φ = 171.45 kPa；基底倾斜：0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889）

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 基底倾斜系数与地表坡度系数(η = 5°, ω = 10°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

解答 (2/3)

解答

3 三项（形状系数和埋深系数同算例6）

$$c\text{ 项} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q\text{ 项} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma\text{ 项} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 地基承载力与容许基底压力

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

解答 (3/3)

解答

5 验算(q_{app} = 150 kPa)

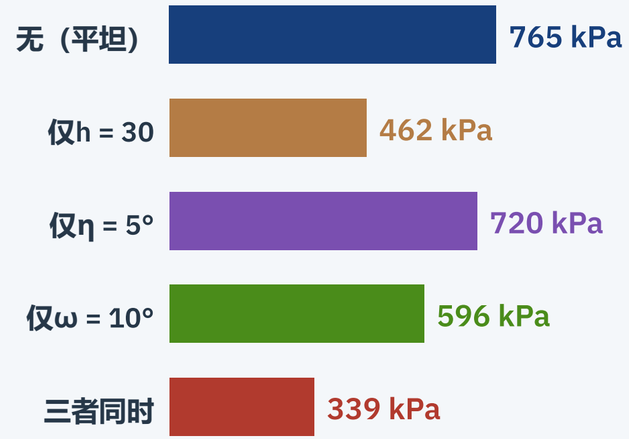
$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{不满足}$$

$$FS_{实际} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 滑动边界

$$h = 30 \le v\tan\varphi + c = 79.9\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{无滑移警告}$$

在平地模型中为765 kPa的q_u，在该荷载工况下降至**339 kPa**(56%)。分项影响：水平荷载**−40%**，地表坡度−22%，基底倾斜−6%。基础不满足要求(FS = 2.26 < 3)；对策：增大B或D_f，减小h，将基底整平。



在GeoTerva中验算解答 ↗

φ = 0：黏聚力项以相加形式写出

理论

φ = 0时不采用相乘形式的黏聚力项。Hansen将其写成**相加**形式：修正项与1相加或相减，使得h、η和ω为零时黏聚力项不会变为零。$N_c = 5.14$，$N_q = 1$，$N_\gamma = 0$：

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

超载项简化为q g_q：在水平地面上即仅为q。无自重项($N_\gamma = 0$)。

h < c必须成立；若h ≥ c，则基底滑动，模块停止运行。括号内的量也必须保持为正（若h、η和ω同时很大，黏聚力项将变为负值）。

算例：c = 40 kPa，边长2 m的正方形基础，D_f = 1 m

系数	数值
$s'_c = 0.2(B/L)$	0.2
$d'_c = 0.4\ k$ (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
括号	1.4

$q_u = 40 \times 5.14 \times 1.4 + 18 =$ **305.84 kPa**

题目

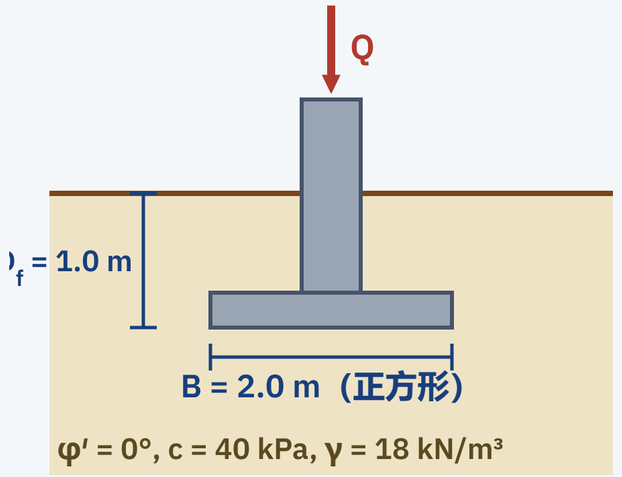
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 2 m，D_f = 1 m**
土	**黏土：** $\varphi = 0,\ c_u = 40$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3**；无地下水**
工况	**(a)竖向荷载 · (b)** $v = 100,\ h = 10$ kPa **·** **(c)** $h = 10$**和** $\eta = \omega = 10^\circ$

求

求各情况的q_u值。



解答 (1/2)

解答

1 (a)竖向荷载：括号内为1 + s′c + d′c = 1 + 0.2 + 0.2

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \ \Rightarrow\ q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

解答 (2/2)

解答

3 (c) h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \text{kPa}$$

状态	括号	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a)竖向	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

仅h = 10 kPa一项即使承载力降低5%，h与基底倾斜、地表坡度共同作用则使其降低16%。得益于相加形式，在地面水平、荷载竖直的情形下黏聚力项也不会变为零：305.84 kPa。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

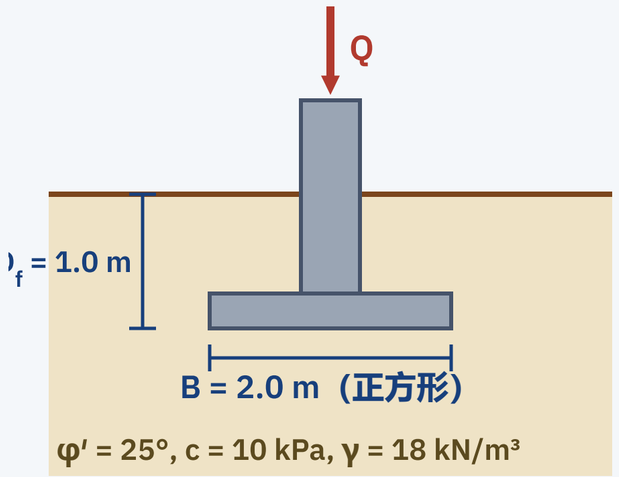
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 2.0 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25°$
重度	$\gamma = 18$ kN/m^3；**无地下水**
对比	**Vesic公式：De Beer形状系数、Vesic的N_γ、$d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$**
荷载工况（补充）	**算例8：q_{app} = 150，h = 30 kPa，η = 5°，ω = 10°**

求

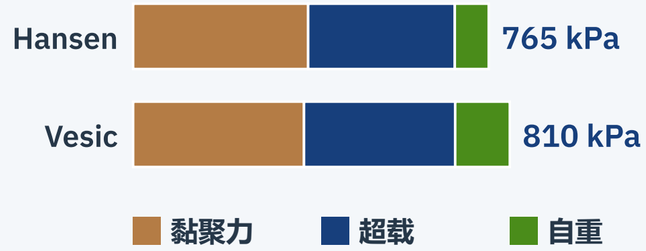
逐项比较两个公式的q_u值；然后对算例8的荷载情形同样比较。



解答 (1/2)

解答

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
c项	376.6	367.7
q项	315.5	325.2
γ项	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



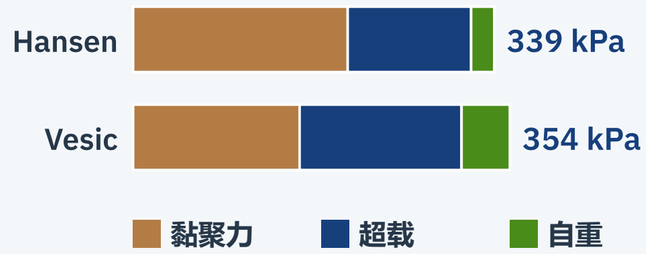
Hansen法的结果**小5.6%**（765和810 kPa）。差异几乎完全出自自重项（73和117 kPa）：N_γ较小。

解答 (2/2)

解答

系数	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

在相同荷载工况下相差4.3%：Vesic的倾斜指数m = 1.5（方形）以及b = (1 − η tan φ)²、g = (1 − tan ω)²的形式，较Hansen的形式给出**略小的折减**。不可将两个方程混用；每种方法的系数均与其自身的N_γ相一致。



在GeoTerva中验算解答 ↗

小结

要点回顾

Hansen公式：$q_u = cN_c(s\ d\ i\ b\ g) + qN_q(s\ d\ i\ b\ g) + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma(s\ d\ i\ b\ g)$；一般情况下$i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$：小于Vesic的取值（$\varphi' = 25°$时：6.76和10.88）；同一方法的各系数应配套使用

形状：$s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$，$s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$，$s_\gamma = 1 - 0.4\ B/L$；**埋深**：$k = D_f/B$或$\tan^{-1}(D_f/B)$；$D_f/B = 1$处有阶跃

倾斜：采用实际的h和v；$i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$，$i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$；$h > v\tan\varphi + c$时给出滑动警告，$h \geq v + c\cot\varphi$时停止计算

基底倾斜$b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$，$b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$；**地表坡度**$g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$（Vesic的$(1 - \tan\omega)^2$则不同）

不排水($\varphi = 0$)：$cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$；$N_c = 5.14$，$N_\gamma = 0$；$h < c$

地下水仅改变q和γ；**验算**：$q_{applied} \leq q_{all,g}$，$FS_{actual}$及净值

参考文献

Hansen 的完整地基承载力公式——包括他提出的 Nγ、形状系数、荷载倾斜系数、基底倾斜系数和地表坡度系数——遵循 Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970，并在标准岩土工程参考书中保持一致的表达。本节各模块采用的埋深系数均为 Hansen 提出的公式，具体见 Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (Chapter 16)。

注

本演示文稿中的部分图形取自GeoTerva理论页面；所有数值算例均由模块自身的计算库生成，模块给出相同的数值。

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中逐步计算本讲义中的算例基础：模块将以该模型打开。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。