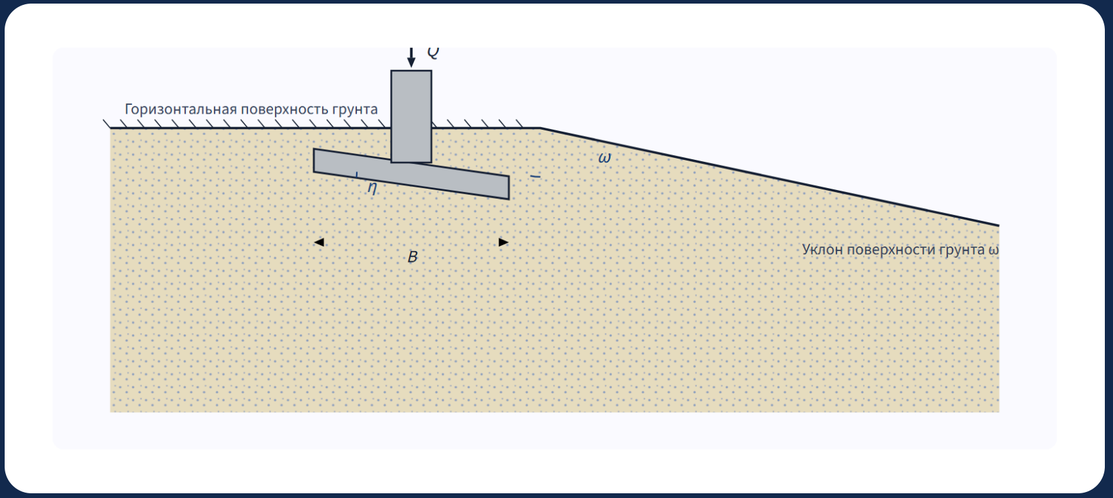
Презентация лекции по геотехнике · Фундаменты

Уравнение несущей способности Hansen

Лекция: от собственного коэффициента N_γ по Hansen к поправкам на форму и глубину, от коэффициентов наклона, зависящих от действительной нагрузки, к наклону подошвы и поверхности грунта; по каждой теме — пример расчёта.

- Hansen N_γ
- Форма · глубина
- Наклон, зависящий от фактической нагрузки
- Наклон подошвы и поверхности грунта
- Недренированная аддитивная форма
- Примеры расчёта



Что мы изучим на этой лекции?

- Распознавание трёх слагаемых **уравнения Hansen** и шести поправочных коэффициентов каждого слагаемого (формы, глубины, наклона нагрузки, наклона подошвы, наклона поверхности)
- Расчёт **собственного коэффициента N_γ** по Hansen и сравнение с коэффициентом по Vesic
- Применение коэффициентов **формы** и **глубины**, включая переход при $D_f/B = 1$
- Расчёт **коэффициентов наклона** по фактическим нагрузкам h и v и проверка пределов сдвига
- Применение коэффициентов **наклона подошвы η** и **наклона поверхности откоса ω**
- Рассмотрение недренированной ($\varphi = 0$) **формы расчёта в полных напряжениях** и различных условий по грунтовым водам
- Определение и **проверку** допускаемого давления брутто и нетто

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Фундамент примера — модель, с которой открывается модуль: квадратный фундамент 2 m × 2 m на грунте с c = 10 kPa, $\varphi' = 25°$, $D_f = 1$ m, $\gamma = 18$ kN/m³, грунтовых вод нет.

Три слагаемых, по шесть поправок к каждому

ТЕОРИЯ

Hansen (1970) вывел уравнение несущей способности для собственного механизма разрушения независимо от Vesic. Каждый член содержит **шесть поправочных коэффициентов**, на которые он умножается:

$$q_u = c\,N_c\,s_c d_c i_c b_c g_c + q\,N_q\,s_q d_q i_q b_q g_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma$$

N_c и N_q те же, что и во всех методах этого раздела (замкнутые формы Prandtl и Reissner). **N_γ специфичен для Hansen** и при том же φ′ меньше, чем у Vesic.

Коэффициенты **формы** (s), **глубины** (d), **наклона нагрузки** (i), **наклона подошвы** (b) и **наклона поверхности откоса** (g) составляют собственный набор Hansen; наклонная нагрузка, наклонная подошва и наклонная поверхность грунта учитываются в одном уравнении.

При плоской подошве, горизонтальной поверхности грунта и вертикальной нагрузке **i = b = g = 1**: уравнение сводится к общему уравнению с коэффициентами формы и глубины.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

c, φ′: удельное сцепление, угол внутреннего трения

q = γ D_f: пригрузка на уровне подошвы

B, L: короткая и длинная стороны; B/L определяет форму

h, v: давления H/A и V/A рассматриваемого случая нагружения

η: наклон подошвы к горизонту

ω: наклон поверхности грунта рядом с фундаментом

N_γ по Hansen меньше, чем по Vesic

ТЕОРИЯ

N_c и N_q одинаковы во всех методах:

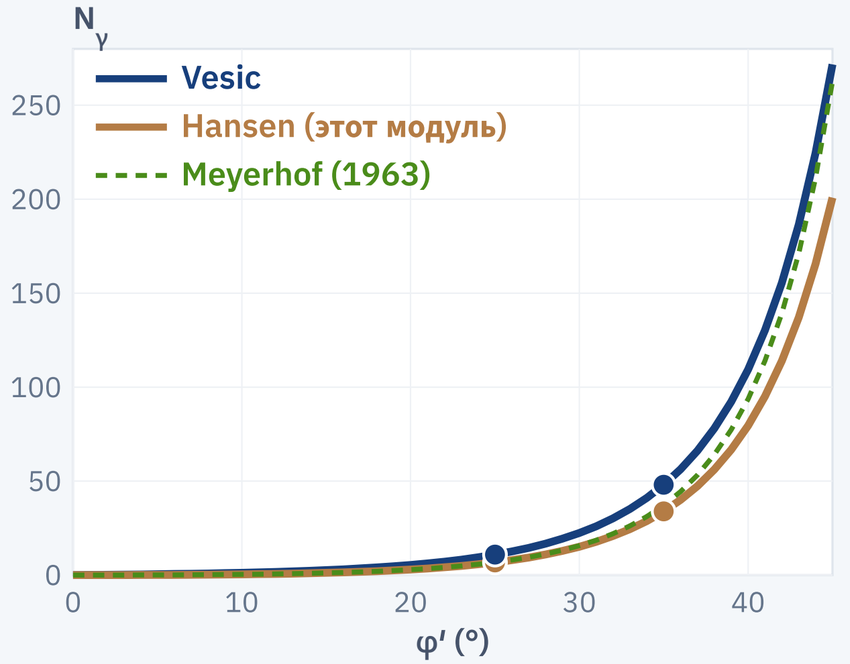
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Для N_γ не существует замкнутого общепринятого выражения. Hansen, несколько иначе идеализировав поверхность разрушения, получил собственное выражение:

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

Оба вывода авторитетны; ни один из них не является «более верным» в абсолютном смысле. Важно **применять совместно коэффициенты одного и того же метода**: N_γ по Hansen — с коэффициентами формы и наклона по Hansen.

С ростом φ′ разница относительно уменьшается, но не исчезает; при φ′ = 25° значение по Hansen составляет 62% от значения по Vesic.



Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 25^\circ$ **(модель, с которой открывается модуль); для сравнения** $\varphi' = 35^\circ$
Методы	**Hansen:** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ **· Vesic:** $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Определить значения $\mathbf{N_q}$, $\mathbf{N_c}$ и $\mathbf{N_\gamma}$ по обоим методам; рассчитать, на сколько процентов значение по Hansen меньше значения по Vesic.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 N_q и N_c ($\varphi' = 25°$, $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ: Hansen и Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

N_γ по Hansen составляет **62%** от значения по Vesic: в том же грунте слагаемое собственного веса получается примерно на **38% меньше**.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

φ′ (°)	N_q	N_c	N_γ по Hansen	N_γ по Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

Для φ′ = 35° то же самое: N_γ = 33.92 (Hansen) и 48.03 (Vesic), отношение 71 %. Отношение с ростом φ′ повышается с 32 % до 74 % и никогда не равно 1: **методы смешивать нельзя**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Три коэффициента, зависящих от отношения B/L

ТЕОРИЯ

Для неленточного фундамента разрушение носит трёхмерный характер. Коэффициенты формы по Hansen близки к коэффициентам De Beer; они содержат **отношение N_q/N_c**:

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

При недренированном нагружении (φ = 0) отношение N_q/N_c ведёт себя некорректно; коэффициент сцепления принимает собственный простой вид. Этот коэффициент не множитель, а **слагаемое**, поэтому записывается s'_c:

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

Ленточный фундамент (B/L → 0): $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ и $s'_c = 0$. Для квадратного и круглого фундаментов принимается B/L = 1.

Сравнение с De Beer: s_c и s_γ совпадают; для s_q De Beer использует tan φ, Hansen — sin φ.

ДЛЯ φ′ = 25°

B/L	s_c	s_q	s_γ
0 (полоса)	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1 (квадрат)	1.515	1.423	0.600

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 25°$: $N_c = 20.72,\ N_q = 10.66,\ \sin 25° = 0.4226$ **(Пример 1)**
Фундаменты	**(a) квадрат 2 × 2 m · (b) прямоугольник 2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c) полоса**
Недренированный	**φ = 0: квадрат и 2 × 4 m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого фундамента определить значения **s_c, s_q, s_γ** (s'_c при φ = 0); для квадратного фундамента сопоставить s_q со значением по De Beer.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 (a) Квадратный фундамент (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b) Прямоугольник 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) Полоса и недренированный случай (φ = 0)

ленточный : $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ $\qquad \varphi = 0 :\ s_c' = 0.2$ (квадратный), 0.1 (2×4), 0 (ленточный)

Для квадратного фундамента член q увеличивается на **42%**, член собственного веса уменьшается на 40%. Коэффициент s_q по De Beer = 1 + tan φ = 1.466, по Hansen — 1.423: разница около 3%.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Линейная форма и форма с арктангенсом

ТЕОРИЯ

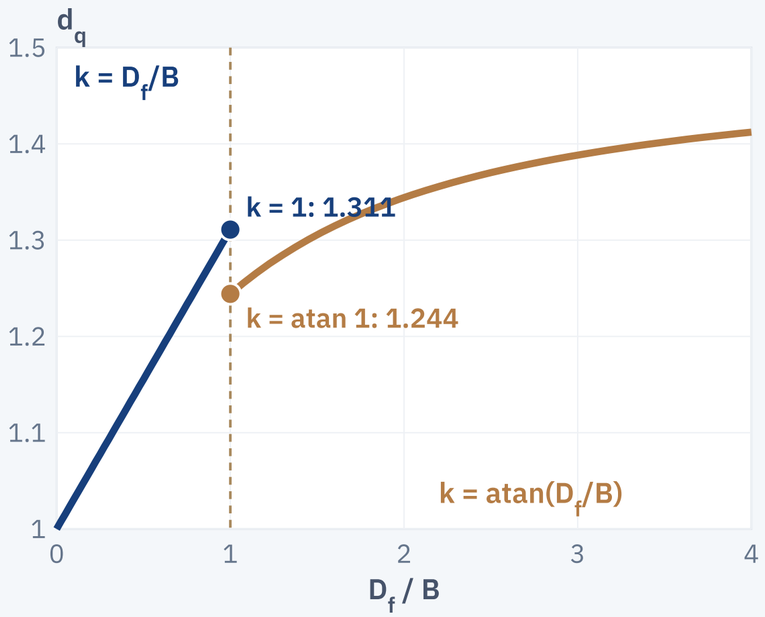
Грунт выше подошвы вносит вклад в несущую способность. Коэффициенты глубины по Hansen зависят от отношения **k = D_f/B**; при D_f/B, превышающем 1, k принимается как арктангенс (в радианах):

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\quad\left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\quad\left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

При φ = 0 d_q = 1; в недренированной аддитивной форме записывается d'_c = d_c − 1 = 0.4 k.

Две формы стыкуются со скачком при D_f/B = 1: при k = 1 d_q = 1.311, сразу за этим значением k = $\tan^{-1}1$ = 0.785 и d_q = 1.244. Поэтому целесообразно сравнивать соседние значения D_f.



Условие

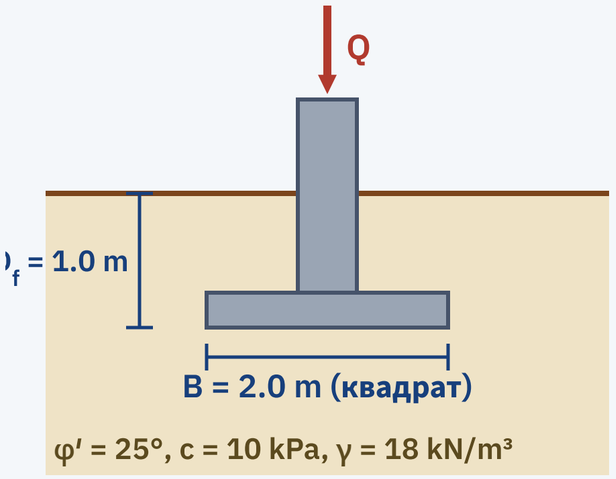
ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663$, $(1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
Фундамент	**B = 2 m; D_f = 1 m (пример), для сравнения D_f = 2 m и 3 m**
Недренированный	**φ = 0: D_f = 1.5 m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого случая найти значения **d_c**, **d_q** и d_γ; объяснить, что происходит при увеличении D_f с 2 m до 3 m.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m (D_f/B = 1: линейная зависимость, k = 1) и D_f = 3 m (D_f/B = 1.5: k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828)

$$D_f = 2: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311}, \; d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306}, \; d_c = \mathbf{1.393}$$

3 Недренированные условия (φ = 0): D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d_c' = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m: d_q с 1.311 до 1.306 **уменьшается**, так как k переходит от 1 к $\tan^{-1}1.5$ = 0.98 (скачок). При D_f = 1 → 2 m, напротив, оно возрастает с 1.155 до 1.311.

Проверить решение в GeoTerva ↗

По действительной нагрузке, а не по углу

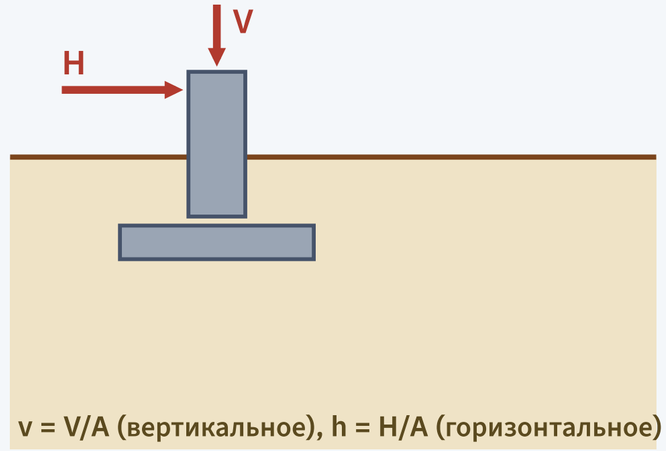
ТЕОРИЯ

Коэффициенты наклона по Meyerhof зависят только от угла наклона нагрузки к вертикали. Коэффициенты по Hansen зависят от **фактических горизонтального и вертикального давлений**; h = H/A и v = V/A — давления того же загружения (v = q_{app}):

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \;\; (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0:\; 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\;(i_\gamma) \qquad \varphi = 0:\; i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\; i_q = i_\gamma = 1$$



v = V/A (вертикальное), h = H/A (горизонтальное)

Если h > 0, необходимо вводить $q_{applied}$: проверка фундамента с коэффициентами наклона использует **ту же нагрузку**.

По мере роста h/(v + c cot φ) все три коэффициента стремятся к нулю; у фундамента, приближающегося к сдвигу, несущей способности не остаётся.

Основание не достигает несущей способности раньше, чем произойдёт сдвиг

ТЕОРИЯ

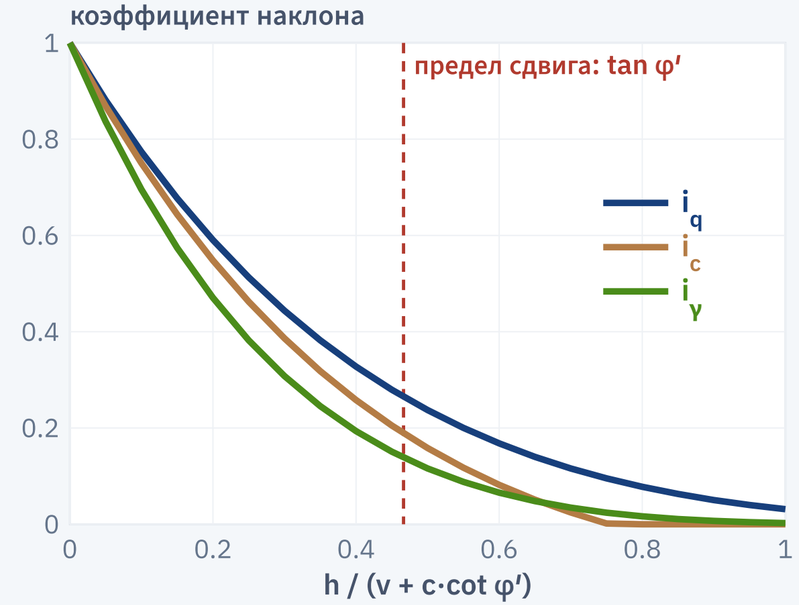
Фундамент **сдвигается**, когда горизонтальная нагрузка превышает сопротивление подошвы трению и адгезии. Верхняя оценка (принимая трение по подошве φ, адгезию c):

$$h_{shear} = v\tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

Если **h > v tan φ + c**, модуль выдаёт предупреждение: сдвигающийся фундамент не может достичь несущей способности; для реальной подошвы сдвиг необходимо проверять отдельно. На графике эта граница — линия **h/(v + c cot φ) = tan φ**.

Если **h ≥ v + c cot φ** (h ≥ c при φ = 0), расчёт в модуле прекращается: коэффициенты наклона теряют смысл.

Когда i_c, i_q опускаются ниже $1/N_q$, они принимаются равными нулю; член сцепления не становится отрицательным.



Условие

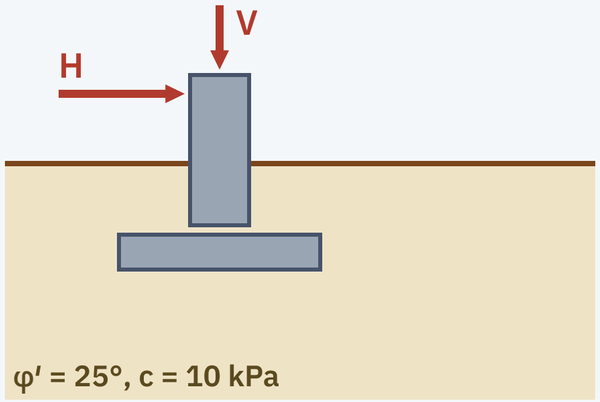
ПРИМЕР

Дано

Фундамент, грунт	**модель модуля:** $c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$, $N_q = 10.66$
Случай нагружения	$v = q_{apply} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa **(ek: 60, 90, 120)**
Подошва	**прямой (η = 0)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти коэффициенты i_c, i_q, i_γ и проверить предел сдвига.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Отношение: v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 Коэффициенты

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 Граница скольжения

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{без скольжения}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	проверка на сдвиг
0	0.000	1.000	1.000	1.000	проходит
30	0.175	0.595	0.633	0.520	проходит
60	0.350	0.318	0.382	0.245	проходит
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**предупреждение: h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**предупреждение: h > 79.9**

h = 30 kPa (20% от v) снижает член с q на **37%**, член с c — на **41%**, а член собственного веса — на **48%**. При наклоне подошвы 10° $i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$. При h = 90 и 120 kPa, превышающих предел, фундамент сдвигается: коэффициенты по-прежнему вычисляются, но сдвиг необходимо проверять отдельно.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Неровная подошва и наклонная поверхность грунта

ТЕОРИЯ

Реальные фундаменты не всегда имеют горизонтальную подошву и расположены на горизонтальной поверхности: подошва может быть намеренно наклонной, или фундамент может находиться у бровки откоса. Коэффициенты Hansen охватывают оба случая (η и ω — в градусах; в показательных выражениях — в радианах):

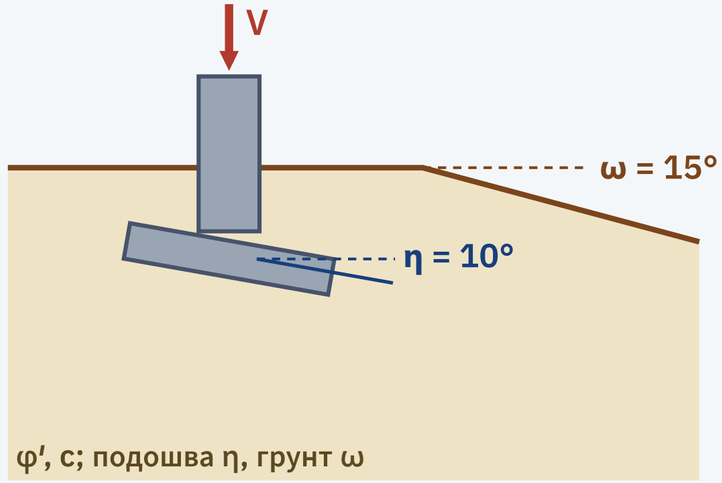
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

Показатель степени b_γ (2.7) больше, чем у b_q (2): наклонная подошва вредит слагаемому собственного веса сильнее, чем слагаемому пригрузки.

η и ω принимаются не более 45°; если ω > φ, откос не находится в равновесии сам по себе, и расчёт в модуле прекращается.

(1 – tan ω)² — это форма **Vesic**, а не Hansen, и она немного больше: при ω = 5° — 0.833, у Hansen — 0.800. Её не следует путать с уравнением Hansen.



Условие

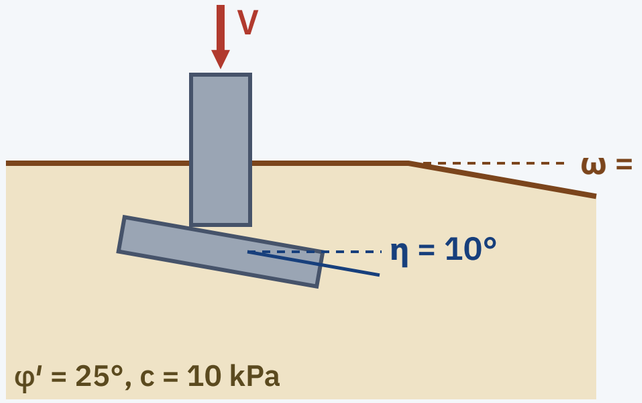
ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
Наклон подошвы	**η = 10°**
Наклон поверхности грунта	**ω = 10° и ω = 15°**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти значения $\mathbf{b_c}$, $\mathbf{b_q}$, $\mathbf{b_\gamma}$ и $\mathbf{g_c}$, $\mathbf{g_q}$, $\mathbf{g_\gamma}$; сравнить g_q с формой Vesic $(1 - \tan\omega)^2$.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Наклон подошвы η = 10° (0.1745 rad)

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 Наклон поверхности грунта ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

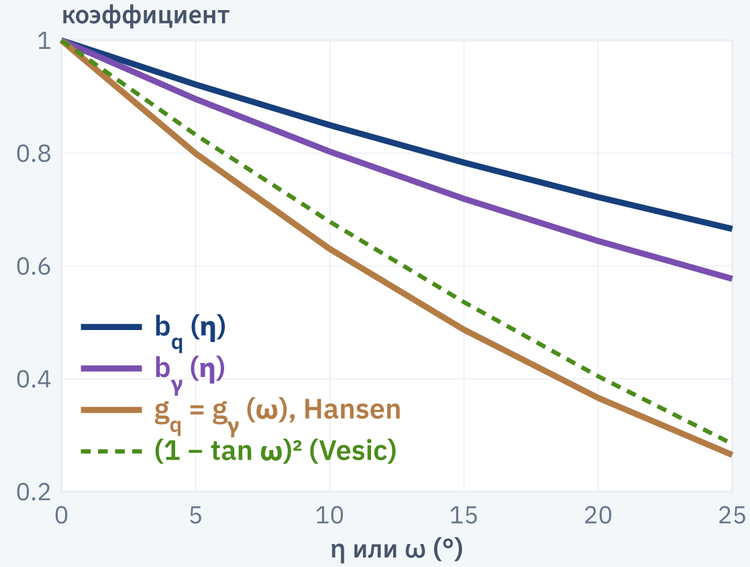
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q по Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

Коэффициент g_q по Hansen меньше, чем по Vesic (ω = 10°: 0.630 и 0.678): он более **консервативен**. Наклон подошвы η = 10° уменьшает слагаемое собственного веса на 20 %, а слагаемое пригрузки — на 15 %.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Объединение шести коэффициентов

ТЕОРИЯ

Хотя шесть коэффициентов выглядят пугающе, **в обычном случае все они равны 1**; полное уравнение вступает в действие лишь при нарушении какого-либо допущения. q_u — вертикальное давление в момент разрушения; модуль раздельно ведёт брутто- и нетто-давление:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

Приложенное давление $q_{applied}$ — это **вертикальное давление брутто на подошве** для того же случая нагружения (V/A). Фундамент удовлетворяет требованиям при следующих условиях:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{фактический}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

Допускаемая вертикальная нагрузка $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. При $h > 0$, если $q_{applied}$ не введено, модуль не может вычислить не только значения несущей способности, но и коэффициенты наклона.

КОГДА КОЭФФИЦИЕНТ РАВЕН 1?

Коэффициент	случай, когда значение равно 1
s	ленточный фундамент (B/L = 0)
d	$D_f = 0$ (подошва на поверхности)
i	h = 0 (вертикальная нагрузка)
b	η = 0 (горизонтальная подошва)
g	ω = 0 (горизонтальная поверхность)

Коэффициенты не меняются; меняются q и γ

ТЕОРИЯ

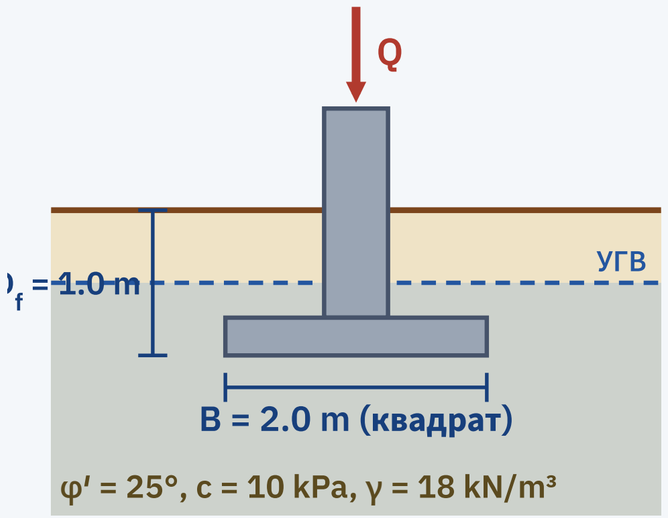
Модуль Hansen учитывает грунтовые воды в **тех же трёх случаях**, что и другие модули расчёта несущей способности. Ниже УГВ удельный вес с учётом взвешивающего действия воды $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ($\gamma_w = 9.81$). D_w — глубина грунтовых вод от поверхности:

I ($D_w \le D_f$): $q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w)$, $\gamma \to \gamma'$ (третье слагаемое)

III ($D_f < D_w \le D_f + B$): $q = \gamma D_f$, $\bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right]$, $D = D_w - D_f$

При $D_w = D_f$ принимается $q = \gamma D_f$, а в третьем слагаемом используется γ'.

Вода, находящаяся глубже чем на одну ширину B ниже подошвы, **не оказывает влияния**. Вода входит в расчёт только через **q и γ**; s, d, i, b, g остаются прежними.



Условие

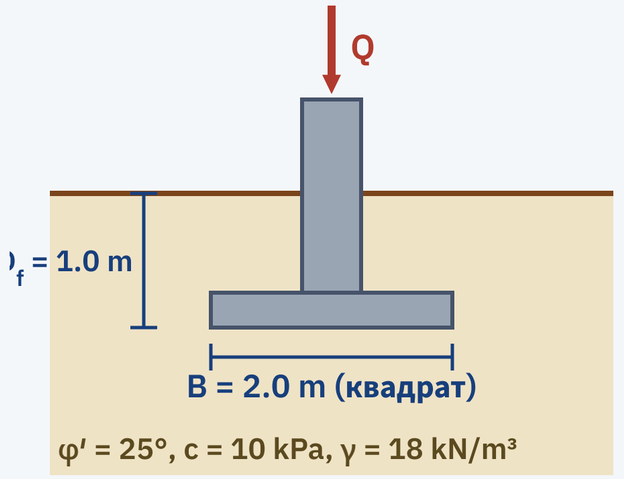
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 2.0 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 18$ kN/m^3**; грунтовых вод нет**
Нагрузка	**вертикальная, центральная**
Безопасность	**FS = 3**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

q_u, брутто и нетто q_{all} и допускаемая нагрузка Q_{all}; найти вклад каждого слагаемого.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты несущей способности (φ′ = 25°)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 Поправочные коэффициенты (B/L = 1; $D_f/B = 0.5$; h = η = ω = 0)

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Несущая способность (q = γ D_f = 18 kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 Допустимое давление и нагрузка (A = 2² = 4 m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

49 % несущей способности даёт сцепление, **41 %** — пригрузка и лишь **10 %** — собственный вес: малые N_γ и s_γ = 0.6 ослабляют слагаемое собственного веса.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

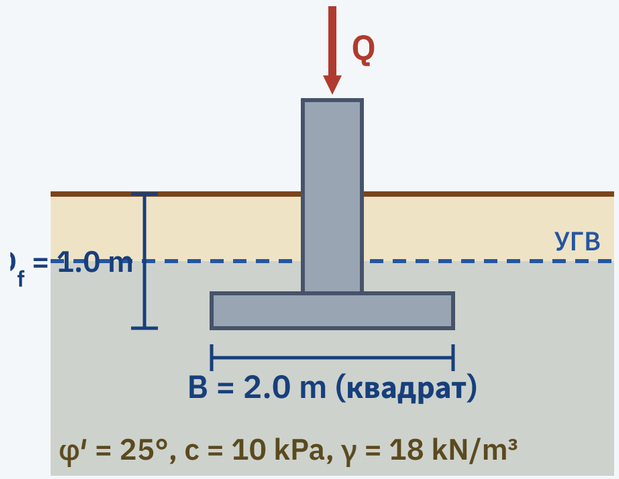
Дано

Фундамент	**квадратный, B = L = 2.0 m, D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25°$
Удельный вес	$\gamma = 18$ **(выше),** $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3 **(ниже УГВ)**
Грунтовые воды	**D_w = 0.5; 1.0; 2.0 и 4.0 m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого случая определить **q**, удельный вес в третьем слагаемом и значения **q_u**.

(Коэффициенты — как в Примере 6.)



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Случай I ($D_W \le D_f$): $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \; q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595}\ \text{kPa}$$

$$D_w = 1.0: \; q = 18(1.0) = \mathbf{18.0}\ \text{kPa}$$

2 Случай III ($D_W = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$) и вода не влияет ($D_W = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595}\ \text{kN/m}^3,\ q = 18\ \text{kPa}$$

$$D_w = 4.0: \; q = 18\ \text{kPa},\ \gamma = 18\ \text{kN/m}^3$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

D_w (m)	Состояние	q (kPa)	γ, третье слагаемое	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	не влияет	18.00	18.00	**765.1**

При УГВ на глубине 0.5 m q_u = 652, при глубоком залегании — 765 kPa (разница 15%).

Причина разницы — **только q и γ**: слагаемое сцепления (376.6 kPa) не меняется вовсе.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

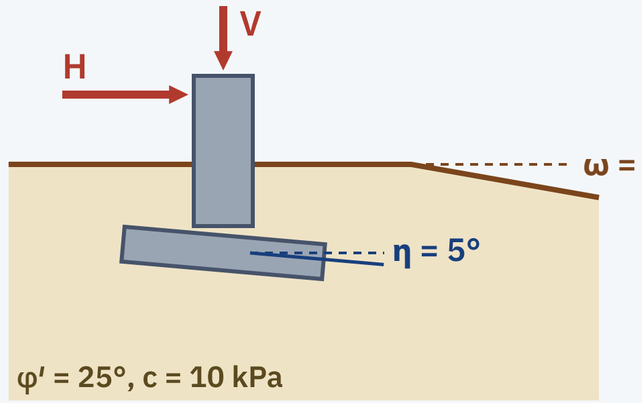
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 2.0 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 18$ kN/m^3**; грунтовых вод нет**
Случай нагружения	$v = q_{apply} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa
Подошва, грунт	**η = 5°, ω = 10°**
Безопасность	**FS = 3**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Определить значения q_u и q_{all}; проверить, удовлетворяет ли фундамент условию при $q_{applied}$ = 150 kPa; проверить сдвиг по подошве.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты наклона (v + c cot φ = 171.45 kPa; подошва наклонена: 0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889)

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 Коэффициенты наклона подошвы и наклона поверхности (η = 5°, ω = 10°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

3 Три слагаемых (коэффициенты формы и глубины заложения, как в примере 6)

$$c \text{ слагаемое} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q \text{ слагаемое} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma \text{ слагаемое} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 Несущая способность и допускаемое давление

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

5 Проверка (q_{app} = 150 kPa)

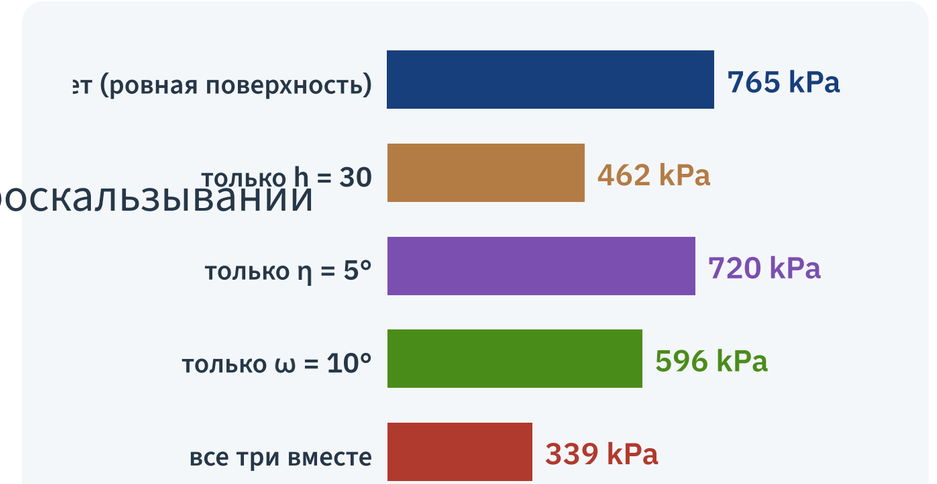
$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{не выполняется}$$

$$FS_{\text{фактический}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 Граница скольжения

$$h = 30 \le v\tan\varphi + c = 79.9 \text{ kPa} \;\Rightarrow\; \text{нет предупреждения о проскальзывании}$$

Значение q_u, равное 765 kPa для модели без наклонов, при этом случае нагружения снижается до **339 kPa** (56 %). По отдельности: горизонтальная нагрузка **–40 %**, наклон поверхности грунта –22 %, наклон подошвы –6 %. Фундамент не удовлетворяет условию (FS = 2.26 < 3); меры: увеличить B или D_f, уменьшить h, выровнять подошву.



Проверить решение в GeoTerva ↗

φ = 0: слагаемое сцепления записывается аддитивно

ТЕОРИЯ

При φ = 0 мультипликативный член сцепления не используется. Hansen записывает его в **аддитивной** форме: поправки прибавляются к 1 или вычитаются из неё, поэтому член сцепления не обращается в нуль, когда h, η и ω равны нулю. N_c = 5.14, N_q = 1, N_γ = 0:

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

Член пригрузки сводится к q g_q: на горизонтальной поверхности грунта — только q. Члена собственного веса нет (N_γ = 0).

Должно выполняться **h < c**; при h ≥ c подошва сдвигается, и модуль прекращает расчёт. Выражение в скобках также должно оставаться положительным (если h, η и ω одновременно очень велики, слагаемое сцепления стало бы отрицательным).

ПРИМЕР: c = 40 kPa, квадратный фундамент 2 m, D_f = 1 m

Коэффициент	Значение
s'_c = 0.2(B/L)	0.2
d'_c = 0.4 k (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
скобка	1.4

q_u = 40 × 5.14 × 1.4 + 18 = **305.84 kPa**

Условие

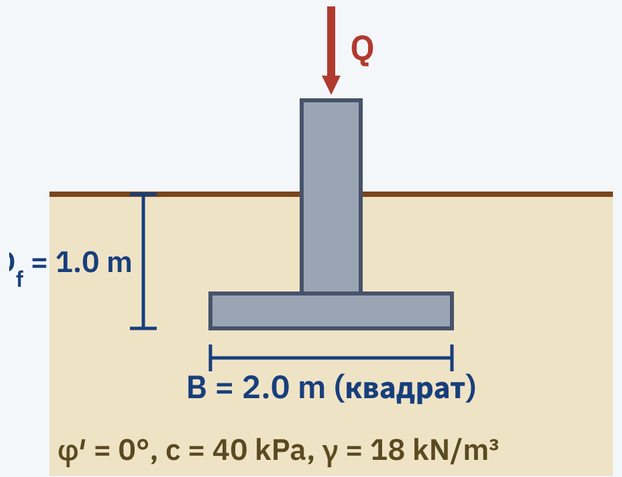
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный B = L = 2 m, D_f = 1 m**
Грунт	**глина:** $\varphi = 0,\ c_u = 40$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3**; грунтовых вод нет**
Случаи	**(a) вертикальная нагрузка · (b)** $v = 100,\ h = 10$ kPa **· (c)** $h = 10$ **и** $\eta = \omega = 10^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Определить значение q_u для каждого случая.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 (a) Вертикальная нагрузка: скобка 1 + s′$_c$ + d′$_c$ = 1 + 0.2 + 0.2

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i_c' = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \;\Rightarrow\; q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 (c) h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \text{kPa}$$

Состояние	скобка	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a) вертикальный	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

Только h = 10 kPa снижает несущую способность на 5%, а вместе с h наклон подошвы и поверхности грунта снижает её на 16%. Благодаря аддитивной форме слагаемое сцепления не обращается в нуль в плоском вертикальном случае: 305.84 kPa.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

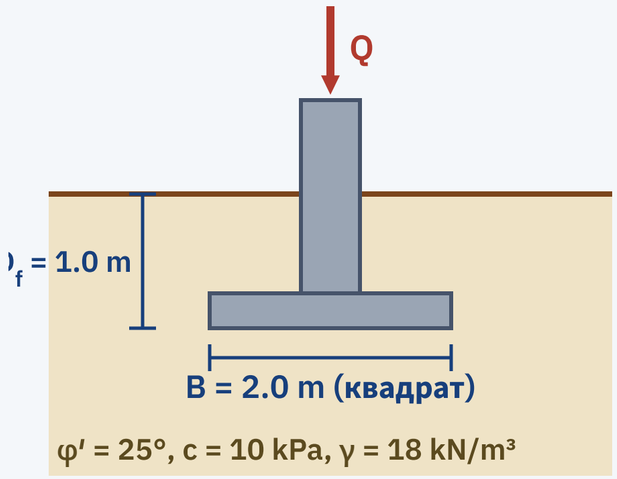
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 2.0 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 18$ kN/m^3; **грунтовых вод нет**
Сравнение	**Уравнение Vesic: форма по De Beer, N_γ по Vesic, $d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$**
Загружение (дополнительное)	**Пример 8: q_{app} = 150, h = 30 kPa, η = 5°, ω = 10°**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

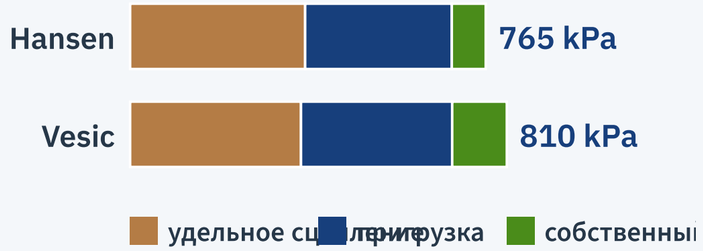
Сравнить значения q_u по двум уравнениям по членам; затем и для случая нагружения Примера 8.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
слагаемое c	376.6	367.7
слагаемое q	315.5	325.2
слагаемое γ	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



Значение по Hansen **меньше на 5.6%** (765 и 810 kPa). Разница почти целиком приходится на слагаемое собственного веса (73 и 117 kPa): N_γ мал.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

Коэффициент	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

При том же случае нагрузки разница составляет 4.3 %: показатели степени наклона по Vesic m = 1.5 (для квадрата) и формы $b = (1 - \eta \tan\varphi)^2$, $g = (1 - \tan\omega)^2$ дают несколько **меньшее снижение**, чем у Hansen. Не смешивайте два уравнения; коэффициенты каждого метода согласованы с его собственным N_γ.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

Уравнение Hansen: $q_u = cN_c(s\ d\ i\ b\ g) + qN_q(s\ d\ i\ b\ g) + ½\gamma BN_\gamma(s\ d\ i\ b\ g)$; в обычном случае i = b = g = 1

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$: меньше, чем у Vesic ($\varphi' = 25°$: 6.76 и 10.88); коэффициенты метода применяются совместно

Форма: $s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$, $s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$, $s_\gamma = 1 - 0.4\ B/L$ · **Глубина**: $k = D_f/B$ или $\tan^{-1}(D_f/B)$; скачок при $D_f/B = 1$

Наклон нагрузки: с фактическими h и v; $i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$, $i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$; при $h > v\tan\varphi + c$ — предупреждение о сдвиге, при $h \geq v + c\cot\varphi$ — остановка расчёта

Наклон подошвы $b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$, $b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$; **наклон поверхности грунта** $g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$ (выражение Vesic $(1 - \tan\omega)^2$ иное)

Недренированный случай ($\varphi = 0$): $cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$; $N_c = 5.14$, $N_\gamma = 0$; $h < c$

Грунтовые воды изменяют только q и γ; **проверка**: $q_{applied} \leq q_{all,g}$, FS_{actual} и нетто

Список литературы

Полное уравнение несущей способности Хансена — его собственные Nγ, коэффициенты формы, наклона нагрузки, наклона подошвы и наклона поверхности откоса — приводятся по работе Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970, в соответствии с принятым изложением в геотехнической литературе. Коэффициенты глубины заложения, используемые во всём этом разделе, приняты по Хансену согласно Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (Chapter 16).

ПРИМЕЧАНИЕ

Часть рисунков этой презентации взята со страницы теории GeoTerva; все числовые примеры получены с помощью собственной расчётной библиотеки модуля, модуль даёт те же значения.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Рассчитать фундамент из примера этой презентации в GeoTerva шаг за шагом: модуль открывается с этой моделью.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.