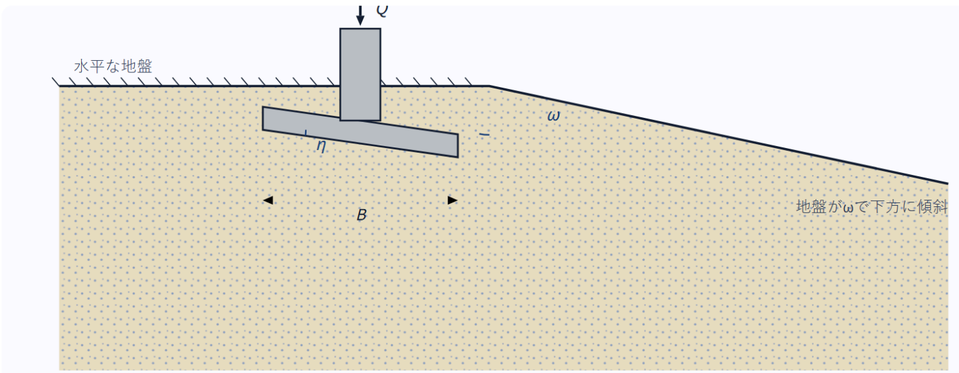
地盤工学の講義資料 ・ 基礎

Hansenの支持力式

講義：Hansen自身のN_γ係数から形状・根入れ深さ補正へ、実際の荷重に依存する荷重傾斜係数から底面・地盤傾斜へ；各項目に計算例。



- Hansen N_γ
- 形状・根入れ深さ
- 実荷重に依存する傾斜
- 底面と地盤の傾斜
- 非排水の加算形
- 計算例

この講義で学ぶこと

- **Hansenの式**の3つの項と、各項の6つの修正係数（形状、深さ、傾斜、底面傾斜、地表面傾斜）を理解すること
- Hansenの**独自のN_γ係数**を計算し、Vesicのものと比較する
- **形状**係数と**根入れ深さ**係数を、$D_f/B = 1$における遷移を含めて適用すること
- **勾配係数**を実際の荷重hおよびvで計算し、せん断の限界を照査すること
- **底面傾斜 η**および**地表面傾斜 ω**の係数を用いること
- 非排水（$\phi = 0$）の**全応力表示**および地下水位の条件を扱うこと
- 全許容圧力と純許容圧力を求めて**照査**すること

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1. **理論**：規則は何か、なぜそうなるのか
2. **問題**：与条件と求めるもの
3. **解答**：数値を用いて手順ごとに

例題の基礎、モジュールが開くモデル：c = 10 kPa、$\phi' = 25°$の地盤上の2 m × 2 m正方形基礎、$D_f = 1$ m、$\gamma = 18$ kN/m³、地下水なし。

3項、それぞれ6つの補正

理論

Hansen (1970)は支持力式を独自の破壊メカニズムにより、Vesicとは独立に導いた。各項には掛け合わせる**6つの補正係数**がある：

$$
\begin{aligned}
q_u = {} & c\,N_c\,s_c d_c i_c b_c g_c \\
& + q\,N_q\,s_q d_q i_q b_q g_q \\
& + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma
\end{aligned}
$$

N_cおよびN_qは本節のすべての手法で同一である（PrandtlおよびReissnerの閉形式解）。**N_γはHansenに固有**であり、同じϕ'ではVesicのものより小さい。

形状係数（s）、**根入れ深さ**係数（d）、**荷重傾斜**係数（i）、**底面傾斜**係数（b）、**地盤勾配**係数（g）はHansen独自の組であり、傾斜荷重、傾斜底面、傾斜地盤を同一の式で扱う。

平坦な底面、水平な地盤、鉛直荷重では**i = b = g = 1**となる。式は形状係数と根入れ深さ係数を含む一般式に帰着する。

記号

c, ϕ'：粘着力、せん断抵抗角

q = γ D_f：基礎底面レベルでの上載荷重

B, L：短辺と長辺；B/Lが形状を決める

h, v：荷重状態のH/AおよびV/Aの圧力

η：底面の水平からの傾き

ω：基礎側方の地表面の傾き

HansenのN$_\gamma$はVesicのものより小さい

理論

N_c と N_q はどの手法でも同じである：

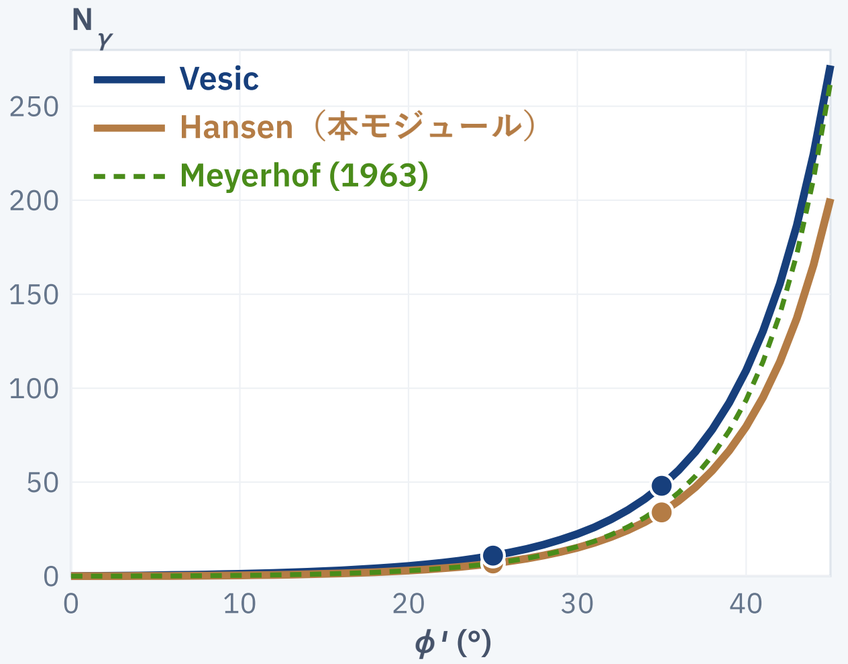
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

N$_\gamma$について閉形式で広く受け入れられた式はない。Hansenは破壊面をやや異なる形で理想化し、独自の式を導いた：

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

いずれも由緒ある誘導であり、どちらも絶対的に「より正確」ではない。重要なのは**同一手法の係数を組み合わせて用いること**である：HansenのN$_\gamma$はHansenの形状係数・傾斜係数とともに用いる。

ϕ'が大きくなるほど差は比例して小さくなるが、ゼロにはならない。$\phi' = 25°$でHansenはVesicの62%である。



問題

例題

与条件

地盤	$\varphi' = 25^\circ$（**モジュールを開くモデル**）；比較用の$\varphi' = 35^\circ$
手法	**Hansen**：$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$・**Vesic**：$N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

求めるもの

N_q、**N_c**および両手法による**N_γ**の値を求めよ；HansenがVesicより何パーセント小さいかを計算せよ。

解答 (1/2)

解答

1 N_qとN_c（$\phi' = 25°$、$\tan 25° = 0.4663$）

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ：HansenとVesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

HansenのN$_\gamma$はVesicの**62%**である：同一地盤では自重項が約**38%小さく**なる。

解答 (2/2)

解答

ϕ' (°)	N_q	N_c	N_γ Hansen	N_γ Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

$\phi' = 35°$でも同様である：$N_\gamma = 33.92$（Hansen）と48.03（Vesic）で、比は71%となる。比はϕ'の増加とともに32%から74%へ上昇し、1になることは決してない：**手法を混用してはならない**。

GeoTervaで解答を確認する ↗

B/L比に依存する3つの係数

理論

帯状でない基礎では破壊は三次元的である。Hansen の形状係数は De Beer のものと類似しており、**N_q/N_c の比**を含む：

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

非排水載荷（$\phi = 0$）ではN_q/N_c比の挙動が悪い。粘着力係数は独自の単純な形をとる。この係数は乗数ではなく**加算的**であるため、s'_cと書く：

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

帯状基礎（B/L → 0）：$s_c = s_q = s_\gamma = 1$ かつ $s'_c = 0$ とする。正方形基礎および円形基礎では B/L = 1 とする。

De Beerとの比較：s_cとs_γは同じ；s_qではDe Beerはtan ϕ、Hansenはsin ϕ を用いる。

$\phi' = 25°$ の場合

B/L	s_c	s_q	s_γ
0（帯状）	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1（正方形）	1.515	1.423	0.600

問題

例題

与条件

地盤	$\varphi' = 25°$：$N_c = 20.72,\ N_q = 10.66,\ \sin 25° = 0.4226$（**例題1**）
基礎	**(a) 正方形 2 × 2 m ・ (b) 長方形 2 × 4 m (B/L = 0.5) ・ (c) 帯状**
非排水	**ϕ = 0：正方形および2 × 4 m**

求めるもの

各基礎についてs_c、s_q、s_γ（ϕ = 0ではs'_c）の値を求めよ。正方形基礎ではs_qをDe Beerの値と比較せよ。

解答

解答

1 (a) 正方形基礎 (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b) 長方形 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) 帯状および非排水条件（ϕ = 0）

帯状： $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ $\qquad$ $\varphi = 0$： $s_c' = 0.2$ (正方形)，0.1 (2×4)，0 (帯状)

正方形基礎では q の項が**42%**増加し、自重の項が40%減少する。De Beer の $s_q = 1 + \tan\phi$ = 1.466、Hansen のそれは 1.423 であり、差は約3%である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

線形形式と逆正接形式

理論

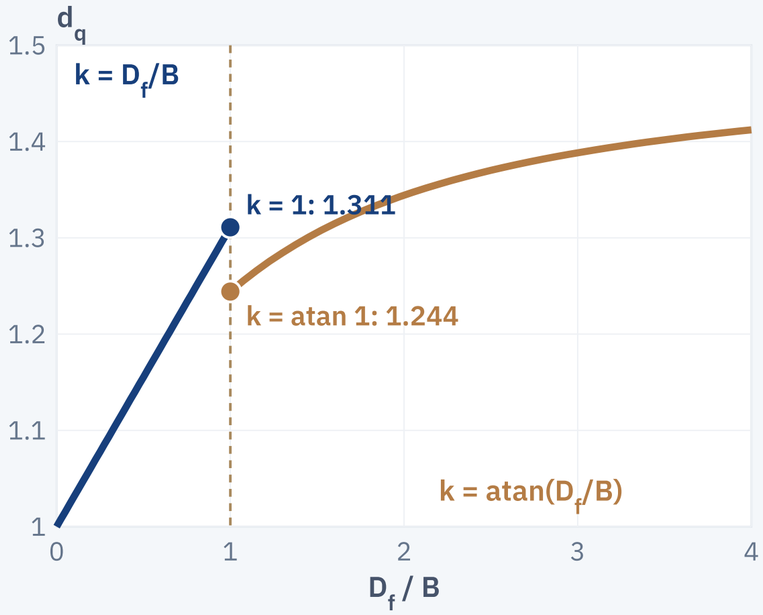
底版より上の土は支持力に寄与する。Hansenの根入れ深さ係数は**k = D_f/B**の比に依存し、D_f/Bが1を超えるとkは逆正接（ラジアン）で求める：

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\quad\left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\quad\left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

ϕ = 0ではd_q = 1；非排水の加算形式では$d'_c = d_c - 1 = 0.4\,k$と書く。

2つの式はD_f/B = 1で段差をもって接する：k = 1ではd_q = 1.311、その直後ではk = $\tan^{-1}1$ = 0.785およびd_q = 1.244となる。したがって隣接するD_fの値を比較することが望ましい。



問題

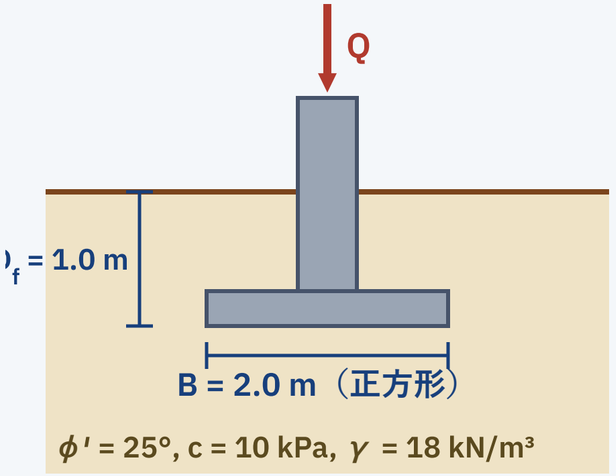
例題

与条件

地盤	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663$, $(1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
基礎	**B = 2 m、D_f = 1 m（例題）、比較として D_f = 2 mおよび3 m**
非排水	**ϕ = 0: D_f = 1.5 m**

求めるもの

各ケースについてd_c、d_q および d_γ の値を求めよ。D_f が 2 m から 3 m に増加するとどうなるかを説明せよ。



解答

解答

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m（D_f/B = 1：線形、k = 1）およびD_f = 3 m（D_f/B = 1.5：k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828）

$$D_f = 2:\ d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311},\ d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3:\ d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306},\ d_c = \mathbf{1.393}$$

3 非排水（ϕ = 0）：D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d_c' = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m：d_q は1.311 → 1.306と**減少する**。kが1から$\tan^{-1}1.5$ = 0.98へ移行するためである（段階）。一方、D_f = 1 → 2 mでは1.155 → 1.311と増加する。

GeoTervaで解答を確認する ↗

角度ではなく実際の荷重で

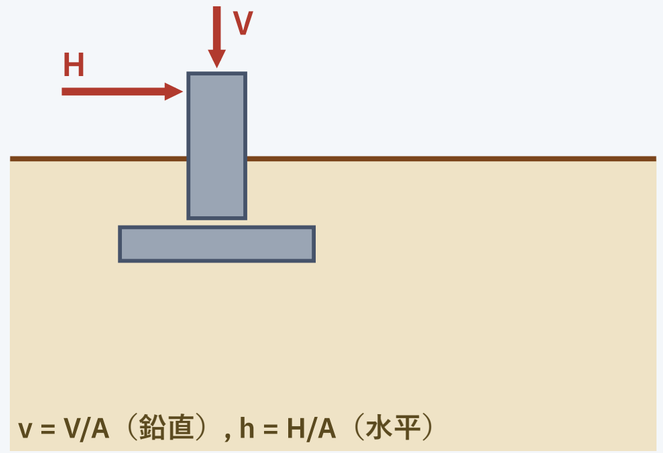
理論

Meyerhofの傾斜係数は荷重の鉛直に対する角度のみに依存する。Hansenの係数は**実際の水平および鉛直応力**に依存する。h = H/Aおよびv = V/Aは同一荷重状態の応力である（v = q_{app}）：

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1}\ (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0:\ 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\ (i_\gamma) \qquad \varphi = 0:\ i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\ i_q = i_\gamma = 1$$



h > 0であれば$q_{適用}$を入力しなければならない：荷重傾斜係数を用いた基礎の照査は**同じ荷重**を用いる。

h/(v + c cot ϕ) が大きくなるにつれ3つの係数はいずれもゼロに近づく；すべりに近づく基礎の支持力は残らない。

底面は滑動する前に支持力に達しない

理論

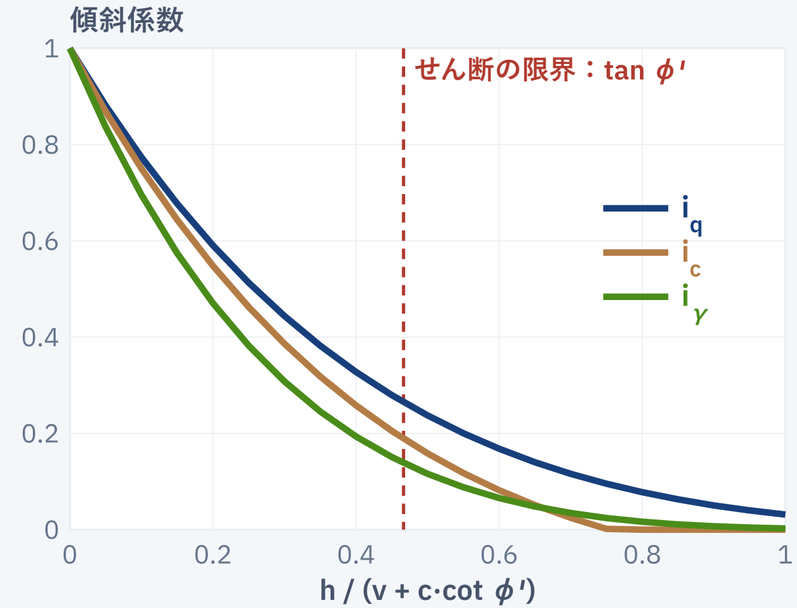
基礎は、水平荷重が底面の摩擦抵抗と粘着力を超えると**滑動**する。上限（底面摩擦 ϕ、粘着力cとして）：

$$h_{shear} = v\tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

h > v tan ϕ + cの場合、モジュールは警告を表示する：滑動する基礎は支持力に到達できない。実際の底面については滑動を別途照査する。グラフ上ではこの限界は**h/(v + c cot ϕ) = tan ϕ**の直線である。

h ≥ v + c cot ϕ（ϕ = 0のとき h ≥ c）ならばモジュールは停止する：勾配係数は意味を失う。

i_c、i_qが$1/N_q$を下回るとゼロに保たれる；粘着力項が負になることはない。



問題

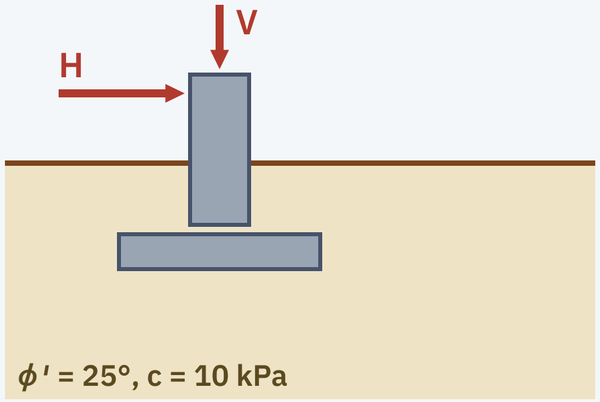
例題

与条件

基礎、地盤	**モジュールモデル：** $c = 10$ kPa, $\varphi' = 25°$, $N_q = 10.66$
荷重ケース	$v = q_{app} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa **(ek: 60, 90, 120)**
底面	**直線 (η = 0)**

求めるもの

i_c, i_q, i_γ 係数を求め、すべり限界を照査せよ。



解答 (1/2)

解答

1 比：v + c cot ϕ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 係数

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 すべり境界

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{すべりなし}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

解答 (2/2)

解答

h (kPa)	h/(v + c cot ϕ)	i_c	i_q	i_γ	滑動の照査
0	0.000	1.000	1.000	1.000	通過する
30	0.175	0.595	0.633	0.520	通過する
60	0.350	0.318	0.382	0.245	通過する
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**警告：h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**警告：h > 79.9**

h = 30 kPa（vの20%）はq項を**37%**、c項を**41%**、自重項を**48%**低減する。基礎底面が10°傾斜している場合、$i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$となる。限界を超えるh = 90および120 kPaでは基礎が滑動する：係数は依然として計算されるが、滑動について別途照査する必要がある。

GeoTervaで解答を確認する ↗

一様でない底面と傾斜地盤

理論

実際の基礎は常に平坦な底面で平坦な地盤上にあるわけではない：底面を意図的に傾斜させたり、基礎を斜面の頂部に設けたりすることがある。Hansenの係数はその両方を考慮する（η および ω は度、指数関数の式中ではラジアン）：

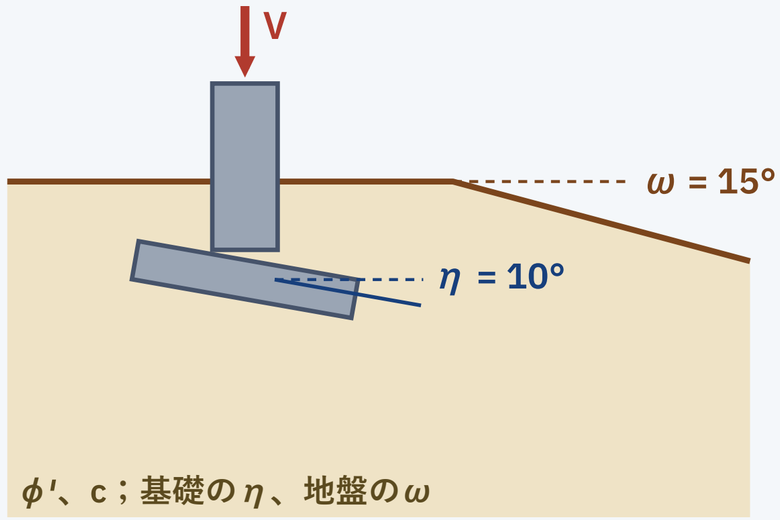
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

b_γ の指数（2.7）は b_q の指数（2）より大きい：傾斜した底面は上載荷重項よりも自重項に大きく影響する。

η と ω は最大45°まで入力する；$\omega > \phi$ なら斜面は単独で釣合いを保てず、モジュールは停止する。

$(1 - \tan\omega)^2$ はHansenではなく**Vesic**の形であり、やや大きい：ω = 5°で0.833、Hansenは0.800。この式でHansenと混同してはならない。



問題

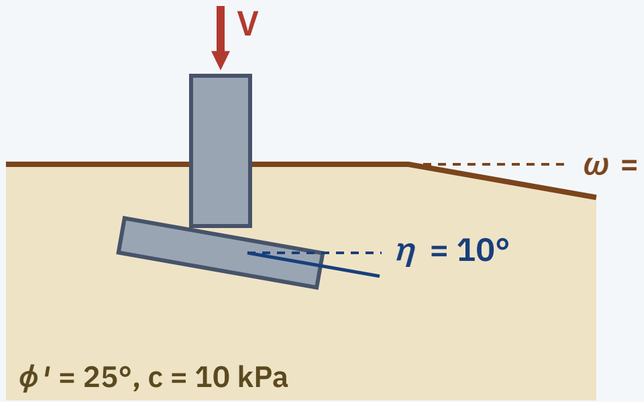
例題

与条件

地盤	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
底面勾配	η = 10°
地表面勾配	ω = 10° および ω = 15°

求めるもの

b_c, b_q, b_γ および g_c, g_q, g_γ の値を求めよ。g_q をVesicの$(1 - \tan\omega)^2$の形と比較せよ。



解答 (1/2)

解答

1 底面傾斜 η = 10°（0.1745 rad）

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 地盤勾配 ω = 10°（tan 10° = 0.1763）

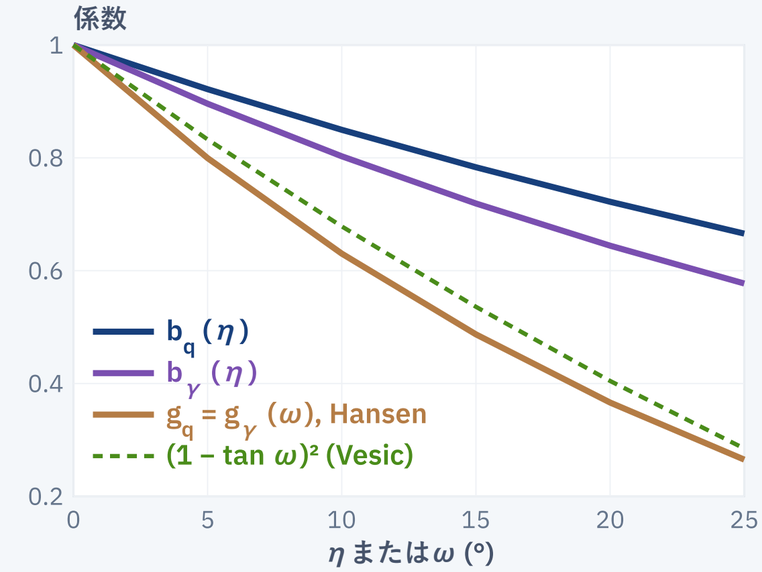
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

解答 (2/2)

解答

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

Hansenのg_qはVesicのものより小さい（$\omega = 10°$：0.630と0.678）：より**安全側**である。底面傾斜$\eta = 10°$は自重項を20%、上載荷重項を15%低下させる。



GeoTervaで解答を確認する ↗

6つの係数の組み合わせ

理論

6つの係数は威圧的に見えるが、**通常のケースではすべて1である**。完全な式が用いられるのは、仮定の一つが崩れた場合に限られる。q_uは破壊時の鉛直圧力であり、モジュールは全圧力と純圧力を別々に扱う：

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

作用する圧力 q_{app} は、同じ荷重状態における基礎底面の**鉛直全応力**である（V/A）。基礎は次の条件を満たす場合に妥当である：

$$q_{app} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{実際の}} = \frac{q_u}{q_{app}} \qquad q_{app} - q \le q_{all,n}$$

許容鉛直荷重$Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$。$h > 0$のとき$q_{app}$を入力しないと、モジュールは支持力だけでなく荷重傾斜係数も計算できない。

係数が1となるのはいつか

係数	1となる場合
s	帯状基礎（B/L = 0）
d	$D_f = 0$（底面が地表面にある）
i	h = 0（鉛直荷重）
b	$\eta = 0$（平滑な底面）
g	$\omega = 0$（水平な地盤）

係数は不変；qとγが変化する

理論

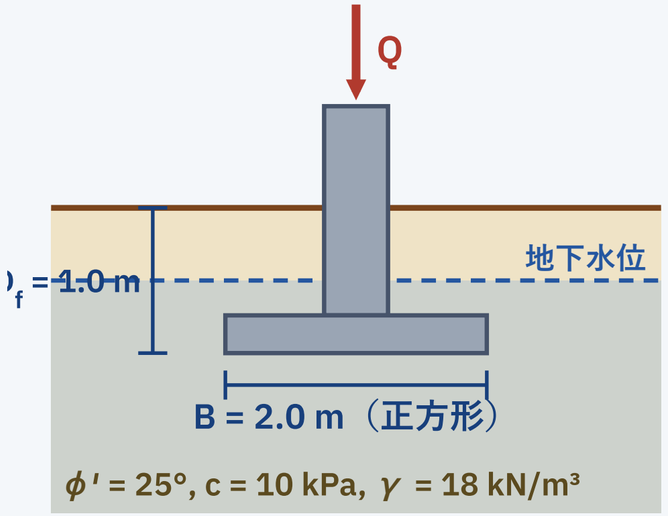
Hansenモジュールは地下水位を他の支持力モジュールと**同じ3つのケース**で扱う。地下水位以下の有効単位体積重量は$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$（$\gamma_w = 9.81$）である。$D_w$は地表面からの地下水位の深さである：

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \gamma \to \gamma' \text{ (第3項)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

$D_w = D_f$の場合、$q = \gamma D_f$とし、第三項にはγ'を用いる。

底面からBの1倍より深い水は**無効**である。水は**qとγ**を通じてのみ影響する；s、d、i、b、gは変化しない。



問題

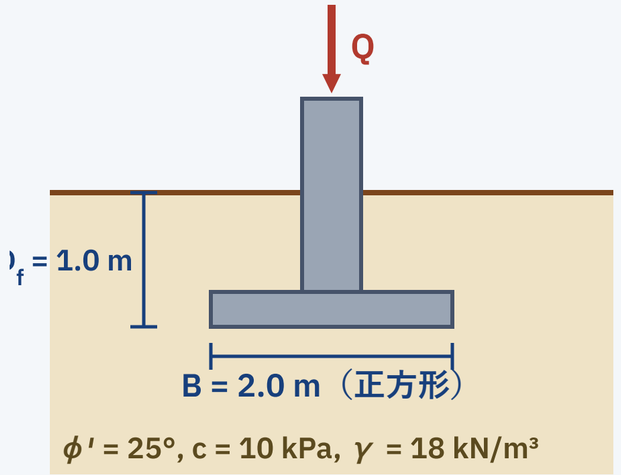
例題

与条件

基礎	**正方形、B = L = 2.0 m、根入れ深さ D_f = 1.0 m**
地盤	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
単位体積重量	$\gamma = 18$ kN/m^3；**地下水なし**
荷重	**鉛直・中央**
安全	**FS = 3**

求めるもの

q_u、全支持力および純支持力q_{all}と許容荷重Q_{all}；各項の寄与を求めよ。



解答 (1/2)

解答

1 支持力係数 ($\phi' = 25°$)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 補正係数（B/L = 1；D_f/B = 0.5；h = η = ω = 0）

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

解答 (2/2)

解答

3 支持力（q = γ D_f = 18 kPa）

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 許容圧力と荷重（A = 2^2 = 4 m^2）

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

支持力の**49%**は粘着力から、**41%**は上載荷重から、わずか**10%**が自重から生じる。小さい N_γ と s_γ = 0.6が自重項を弱めるためである。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

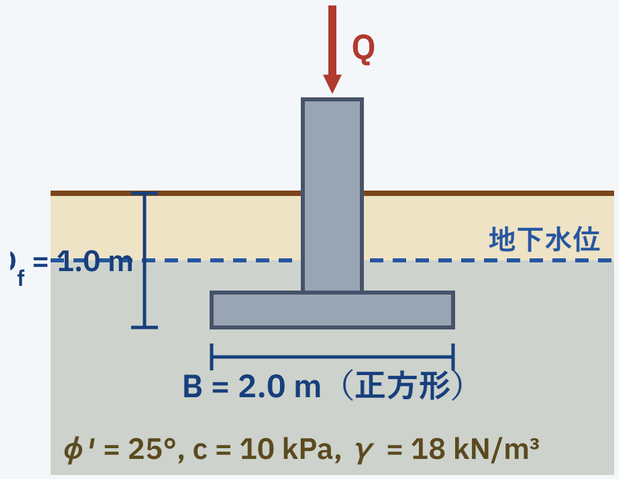
例題

与条件

基礎	**正方形、B = L = 2.0 m、D_f = 1.0 m**
地盤	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25°$
単位体積重量	$\gamma = 18$（**上部**）、$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3（**地下水位以深**）
地下水	**D_w = 0.5; 1.0; 2.0 および 4.0 m**

求めるもの

各ケースについて**q**、第3項の単位体積重量、**q_u**の値を求めよ。（係数は例題6と同じ。）



解答 (1/2)

解答

1 ケースI（$D_W \le D_f$）：$\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \ q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595} \text{ kPa}$$

$$D_w = 1.0: \ q = 18(1.0) = \mathbf{18.0} \text{ kPa}$$

2 ケースIII（$D_W = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$）および水の影響なし（$D_W = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$）

$$D_w = 2.0: \ \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595} \text{ kN/m}^3, \ q = 18 \text{ kPa}$$

$$D_w = 4.0: \ q = 18 \text{ kPa}, \ \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$$

解答 (2/2)

解答

D_w (m)	条件	q (kPa)	γ 第3項	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	無視できる	18.00	18.00	**765.1**

水が0.5 mにあるときq_u = 652、深いとき765 kPa（差は15%）。差の原因は**qとγのみ**：粘着力の項（376.6 kPa）はまったく変化しない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

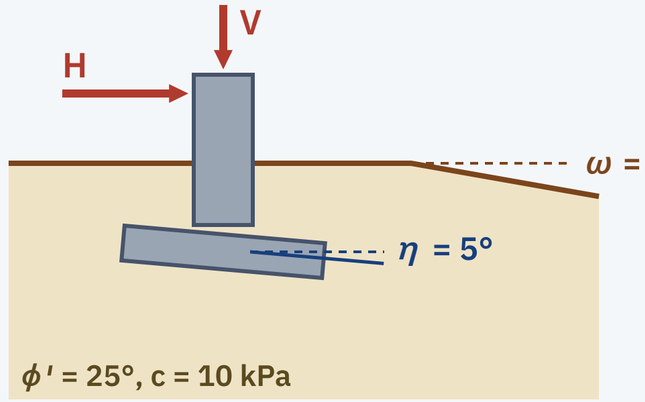
例題

与条件

基礎	**正方形、B = L = 2.0 m、根入れ深さ D_f = 1.0 m**
地盤	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
単位体積重量	$\gamma = 18$ kN/m^3；**地下水なし**
荷重ケース	$v = q_{app} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa
底面、地盤	η = 5°, ω = 10°
安全	**FS = 3**

求めるもの

q_uおよびq_{all}の値を求めよ。基礎がq_{app} = 150 kPaに対して十分かどうかを照査せよ。滑動を照査せよ。



解答 (1/3)

解答

1 荷重傾斜係数（v + c cot ϕ = 171.45 kPa；底面傾斜：0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889）

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 基礎底面および地表面の傾斜係数（η = 5°、ω = 10°）

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

解答 (2/3)

解答

3 3つの項（形状係数と根入れ深さ係数は例題6と同様）

$$c\text{ の項} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q\text{ の項} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma\text{ の項} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 支持力と許容圧力

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

解答 (3/3)

解答

5 照査（q_{app} = 150 kPa）

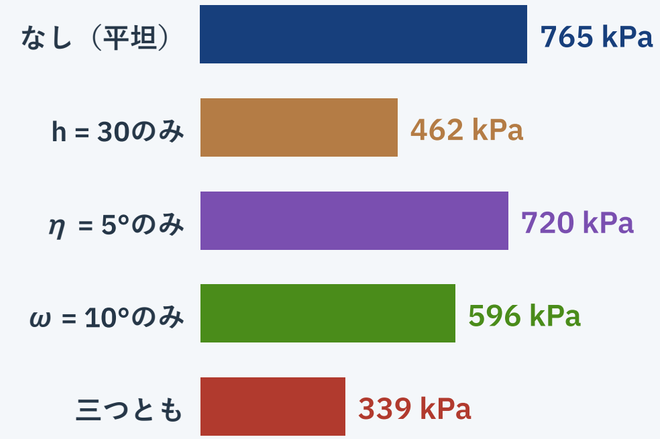
$$q_{app} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{通過しない}$$

$$FS_{\text{実際の}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 すべり境界

$$h = 30 \le v\tan\varphi + c = 79.9\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{すべりの警告なし}$$

水平地盤モデルで765 kPaであったq_uは、この荷重条件では**339 kPa**（56%）まで低下する。個別には、水平荷重**−40%**、地表面傾斜−22%、基礎底面傾斜−6%である。基礎は許容されない（FS = 2.26 < 3）。対策としては、BまたはD_fを増加させる、hを低減させる、基礎底面を水平にすることが挙げられる。



GeoTervaで解答を確認する ↗

$\phi = 0$：粘着力の項は加算的に表す

理論

$\phi = 0$では乗算型の粘着力項は用いない。Hansenはこれを**加算型**で表す：補正は1に加算または減算されるため、h、η、ωがゼロでも粘着力項はゼロにならない。$N_c = 5.14$、$N_q = 1$、$N_\gamma = 0$：

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

上載荷重項は$q\,g_q$に帰着する：平坦地盤ではqのみとなる。自重項はない（$N_\gamma = 0$）。

h < cでなければならない；h ≥ cなら底面が滑動しモジュールは停止する。括弧内も正でなければならない（h、η、ωがともに非常に大きいと粘着力の項が負になる）。

例題：c = 40 kPa、2 m正方形、D_f = 1 m

係数	値
$s'_c = 0.2(B/L)$	0.2
$d'_c = 0.4\,k$ (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
括弧	1.4

$q_u = 40 \times 5.14 \times 1.4 + 18 =$ **305.84 kPa**

問題

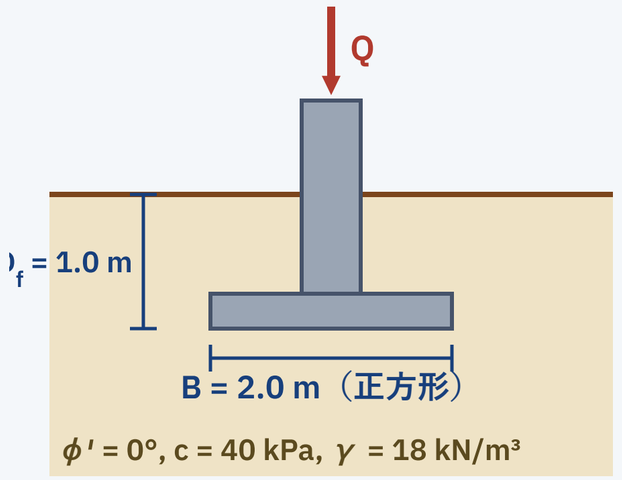
例題

与条件

基礎	**正方形 B = L = 2 m、D_f = 1 m**
地盤	**粘土：** $\varphi = 0,\ c_u = 40$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3 **；地下水なし**
ケース	**(a) 鉛直荷重・(b)** $v = 100,\ h = 10$ kPa **・(c)** $h = 10$ **と** $\eta = \omega = 10^\circ$

求めるもの

各ケースについてq_uの値を求めよ。



解答 (1/2)

解答

1 (a) 鉛直荷重：括弧 1 + s′c + d′c = 1 + 0.2 + 0.2

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \ \Rightarrow\ q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

解答 (2/2)

解答

3 (c) h = 10 kPa, $\eta = \omega = 10°$: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \text{kPa}$$

条件	括弧	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a) 鉛直	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

上載荷重 h = 10 kPa のみでは支持力が5%低下し、hとともに基礎底面と地盤の傾斜によって16%低下する。加法形式のおかげで、平坦で鉛直な場合でも粘着力項はゼロにならない：305.84 kPa。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

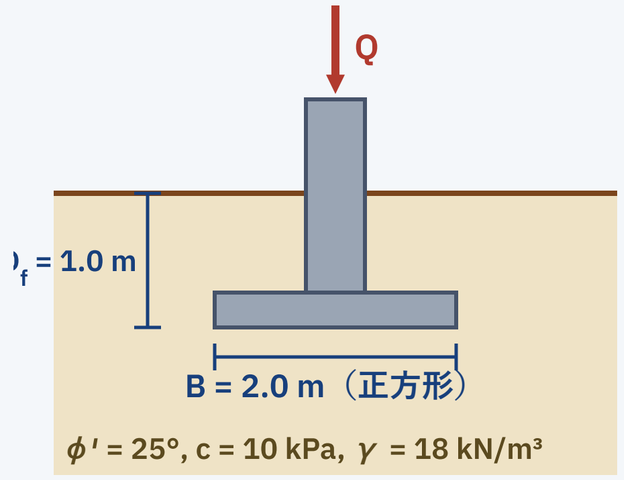
例題

与条件

基礎	**正方形、B = L = 2.0 m、根入れ深さ D_f = 1.0 m**
地盤	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
単位体積重量	$\gamma = 18$ kN/m^3；**地下水なし**
比較	**Vesicの式：De Beerの形状係数、Vesicの N_γ、$d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \phi)$**
荷重ケース（補足）	**例題8：q_{app} = 150、h = 30 kPa、η = 5°、ω = 10°**

求めるもの

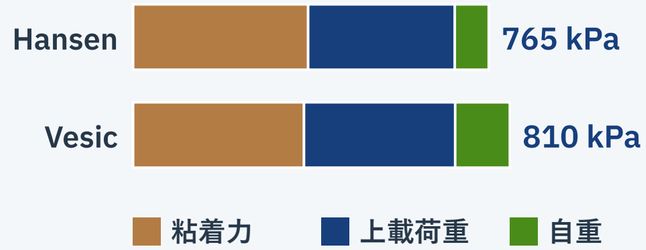
2つの式のq_uの値を項ごとに比較する；次に例題8の荷重状態についても比較する。



解答 (1/2)

解答

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
c項	376.6	367.7
q項	315.5	325.2
γ 項	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



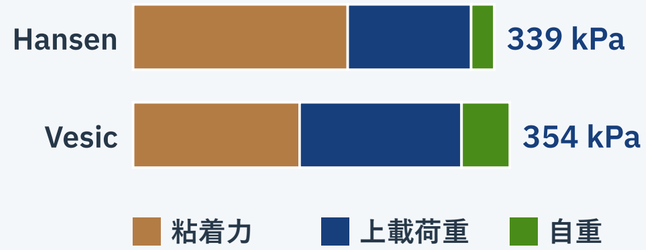
Hansenは**5.6%小さい**（765と810 kPa）。差はほとんどすべて自重項にある（73と117 kPa）：N_γ が小さい。

解答 (2/2)

解答

係数	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

同一載荷条件での差は4.3%：Vesicの傾斜指数m = 1.5（正方形）およびb = $(1 - \eta \tan \phi)^2$、g = $(1 - \tan \omega)^2$の形式は、Hansenのものよりやや**小さい低減**を与える。2つの式を混同してはならない；各手法の係数はそれぞれ固有のN_γと整合している。



GeoTervaで解答を確認する ↗

まとめ

ポイントのまとめ

Hansenの式：$q_u = cN_c(s\,d\,i\,b\,g) + qN_q(s\,d\,i\,b\,g) + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma(s\,d\,i\,b\,g)$；通常の場合は $i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\phi$：Vesicの値より小さい（$\phi' = 25°$：6.76と10.88）。本手法の係数は組み合わせて用いる。

形状：$s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$、$s_q = 1 + (B/L)\sin\phi$、$s_\gamma = 1 - 0.4\,B/L$ ・**根入れ深さ**：$k = D_f/B$ または $\tan^{-1}(D_f/B)$。$D_f/B = 1$で段階的に切り替わる

傾斜：実際のhとvを用いる；$i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\phi))^5$、$i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$；$h > v\tan\phi + c$のとき滑動の警告、$h \geq v + c\cot\phi$のとき停止

基礎の傾斜$b_q = e^{-2\eta\tan\phi}$、$b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\phi}$；**地盤の傾斜**$g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$（Vesicの$(1 - \tan\omega)^2$はこれと異なる）

非排水（$\phi = 0$）：$cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$、$N_c = 5.14$、$N_\gamma = 0$、$h < c$

地下水位はqとγのみを変化させる；**照査**：$q_{app} \leq q_{all,g}$、FS_{actual}および純支持力

参考文献

Hansenの完全な支持力式（独自のNγ、形状係数、荷重傾斜係数、基礎底面傾斜係数、地表面傾斜係数）は、Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970に従っており、標準的な地盤工学の参考文献でも一貫して再掲されている。本節全体で用いる根入れ深さ係数はHansenのものであり、Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018（第16章）に示されているとおりである。

注記

本スライドの図の一部はGeoTervaの理論ページから引用したものである；数値例はすべてモジュール自身の計算ライブラリで生成しており、モジュールも同じ値を与える。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

本講義の例題基礎をGeoTervaで手順ごとに計算する：モジュールはこのモデルで開く。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com