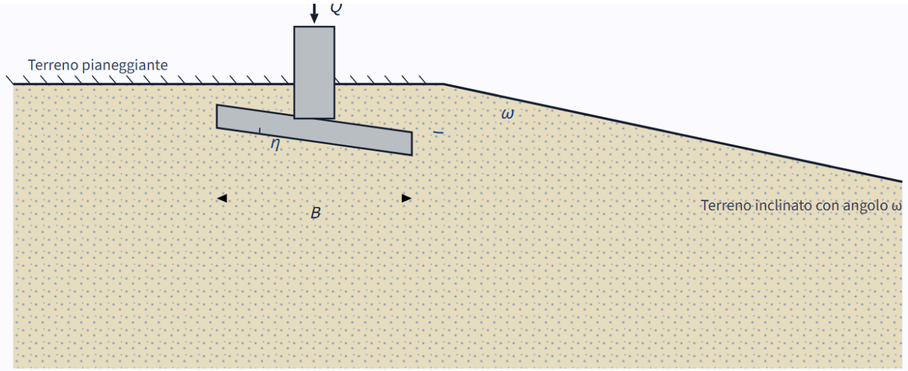
Presentazione didattica di geotecnica · Fondazioni

Equazione di capacità portante di Hansen

Lezione: dal coefficiente N_γ proprio di Hansen alle correzioni di forma e profondità, dai coefficienti di inclinazione dipendenti dal carico effettivo all'inclinazione del piano di posa e del piano di campagna; un esempio di calcolo per ogni argomento.

- N_γ di Hansen
- Forma · profondità
- Inclinazione legata al carico effettivo
- Inclinazione del piano di posa e del piano di campagna
- Forma additiva non drenata
- Esempi di calcolo



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- Riconoscere i tre termini dell'**equazione di Hansen** e i sei coefficienti di correzione di ciascun termine (forma, profondità, inclinazione, inclinazione del piano di posa, inclinazione del piano di campagna)
- Calcolare il **coefficiente N_γ proprio di Hansen** e confrontarlo con quello di Vesic
- Applicare i coefficienti di **forma** e di **profondità**, inclusa la transizione a $D_f/B = 1$
- Calcolare i **coefficienti di pendenza** con i carichi effettivi h e v e verificare i limiti di taglio
- Utilizzare i coefficienti di **inclinazione del piano di posa η** e di **inclinazione del piano di campagna ω**
- Trattare la **forma in tensioni totali** non drenata ($\varphi = 0$) e le condizioni della falda freatica
- Determinare e **verificare** la pressione ammissibile lorda e netta

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Fondazione di esempio, modello aperto dal modulo: fondazione quadrata 2 m × 2 m su terreno con c = 10 kPa, $\varphi' = 25°$, $D_f = 1$ m, $\gamma = 18$ kN/m³, assenza di falda freatica.

Tre termini, ciascuno con sei correzioni

TEORIA

Hansen (1970) derivò l'equazione della capacità portante con il proprio meccanismo di rottura, indipendentemente da Vesic. Ogni termine porta **sei fattori correttivi** moltiplicati:

$$q_u = c\,N_c\,s_c d_c i_c b_c g_c + q\,N_q\,s_q d_q i_q b_q g_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma$$

N_c e N_q sono uguali a quelli di tutti i metodi di questa sezione (le espressioni in forma chiusa di Prandtl e Reissner). **N_γ è specifico di Hansen** ed è minore di quello di Vesic allo stesso φ′.

Forma (s), **profondità** (d), **inclinazione** (i), **inclinazione del piano di posa** (b) e **inclinazione del piano di campagna** (g): questi fattori costituiscono l'insieme proprio di Hansen; carico inclinato, piano di posa inclinato e piano di campagna inclinato sono trattati nella stessa equazione.

Per piano di posa piatto, piano di campagna orizzontale e carico verticale si ha **i = b = g = 1**: l'equazione si riduce all'equazione generale con i fattori di forma e di profondità.

NOTAZIONI

c, φ′: coesione, angolo di attrito interno

q = γ D_f: sovraccarico al livello del piano di posa

B, L: lato corto e lato lungo; B/L determina la forma

h, v: pressioni H/A e V/A della condizione di carico

η: inclinazione del piano di posa rispetto all'orizzontale

ω: inclinazione del piano di campagna a fianco della fondazione

N_γ di Hansen è minore di quello di Vesic

TEORIA

N_c e N_q sono uguali in tutti i metodi:

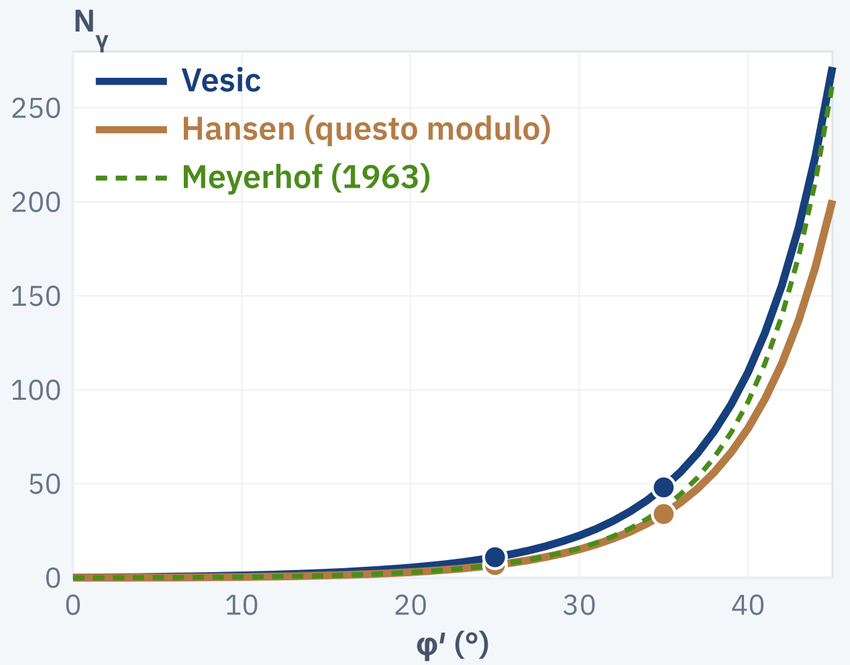
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Non esiste un'espressione in forma chiusa e universalmente accettata per N_γ. Hansen, idealizzando in modo alquanto diverso la superficie di rottura, ha ottenuto la propria espressione:

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

Entrambe sono derivazioni autorevoli; nessuna delle due è in senso assoluto «più corretta». Ciò che conta è **utilizzare insieme i coefficienti dello stesso metodo**: N_γ di Hansen con i fattori di forma e di inclinazione di Hansen.

Al crescere di φ′ la differenza diminuisce in proporzione ma non si annulla; a φ′ = 25° Hansen è il 62% di Vesic.



Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 25°$ **(modello in cui si apre il modulo);** $\varphi' = 35°$ **per confronto**
Metodi	**Hansen:** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ **· Vesic:** $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

RICHIESTO

Determinare i valori di **N_q, N_c** e **N_γ** secondo i due metodi; calcolare di quale percentuale il valore di Hansen è inferiore a quello di Vesic.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 N_q e N_c ($\varphi' = 25°$, $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ: Hansen e Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

N_γ di Hansen vale il **62%** di quello di Vesic: sullo stesso terreno il termine di peso proprio risulta circa il **38% minore**.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

φ′ (°)	N_q	N_c	N_γ Hansen	N_γ Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

Lo stesso vale per φ′ = 35°: N_γ = 33.92 (Hansen) e 48.03 (Vesic), rapporto del 71%. Il rapporto cresce dal 32% al 74% al crescere di φ′ e non è mai pari a 1: **non mescolare i metodi**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Tre coefficienti in funzione del rapporto B/L

TEORIA

Per una fondazione non continua la rottura è tridimensionale. I fattori di forma di Hansen sono simili a quelli di De Beer; includono il **rapporto N_q/N_c**:

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

In condizioni non drenate (φ = 0) il rapporto N_q/N_c si comporta male; il coefficiente di coesione assume la propria forma semplice. Tale coefficiente è **additivo**, non un moltiplicatore, per cui si scrive s'_c:

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

Fondazione continua (B/L → 0): $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ e $s'_c = 0$. Per fondazioni quadrate e circolari si assume B/L = 1.

Confronto con De Beer: s_c e s_γ sono uguali; per s_q, De Beer utilizza tan φ, Hansen sin φ.

PER φ′ = 25°

B/L	s_c	s_q	s_γ
0 (striscia)	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1 (quadrata)	1.515	1.423	0.600

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 25°$: $N_c = 20.72,\ N_q = 10.66,\ \sin 25° = 0.4226$ **(Esempio 1)**
Fondazioni	**(a) quadrata 2 × 2 m · (b) rettangolare 2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c) continua**
Non drenato	**φ = 0: quadrata e 2 × 4 m**

RICHIESTO

Per ciascuna fondazione determinare i valori di **s_c, s_q, s_γ** (s'_c per φ = 0); per la fondazione quadrata confrontare s_q con quello di De Beer.

Soluzione

SOLUZIONE

1 (a) Fondazione quadrata (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b) rettangolo 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) Fondazione continua e caso non drenato (φ = 0)

$$\text{striscia}: \;\; s_c = s_q = s_\gamma = 1 \qquad \varphi = 0: \;\; s_c' = 0.2 \;(\text{quadrata}),\;\; 0.1 \;(2 \times 4),\;\; 0 \;(\text{striscia})$$

Per la fondazione quadrata il termine q aumenta del **42%**, il termine di peso proprio diminuisce del 40%. De Beer: $s_q = 1 + \tan\varphi = 1.466$, Hansen: 1.423: la differenza è circa il 3%.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Forma lineare e forma arcotangente

TEORIA

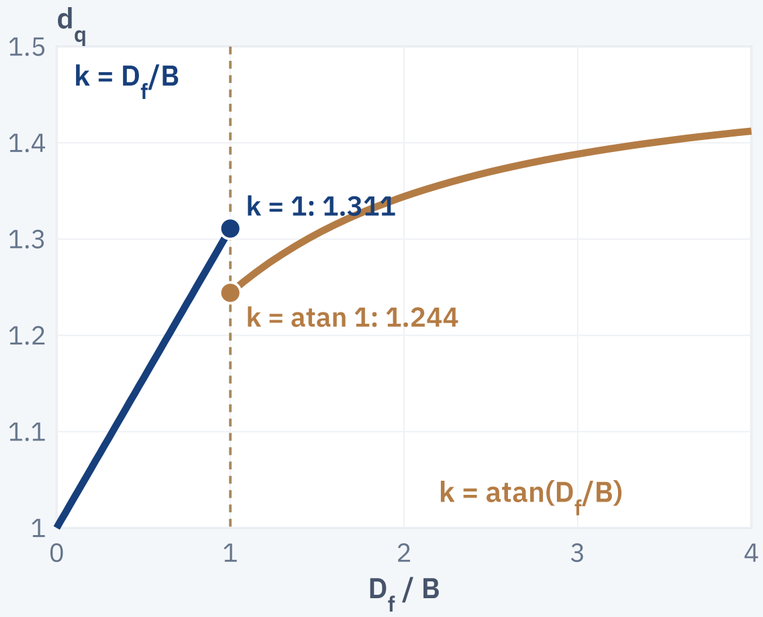
Il terreno sopra il piano di posa contribuisce alla capacità portante. I fattori di profondità di Hansen dipendono dal rapporto **k = D_f/B**; quando D_f/B supera 1, k si assume come arcotangente (in radianti):

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\quad\left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\quad\left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

Per φ = 0, d_q = 1; nella forma additiva non drenata si scrive $d'_c = d_c - 1 = 0.4\,k$.

Le due forme si incontrano con un salto in corrispondenza di D_f/B = 1: con k = 1, d_q = 1.311, subito oltre $k = \tan^{-1}1 = 0.785$ e d_q = 1.244. È pertanto opportuno confrontare valori adiacenti di D_f.



Traccia

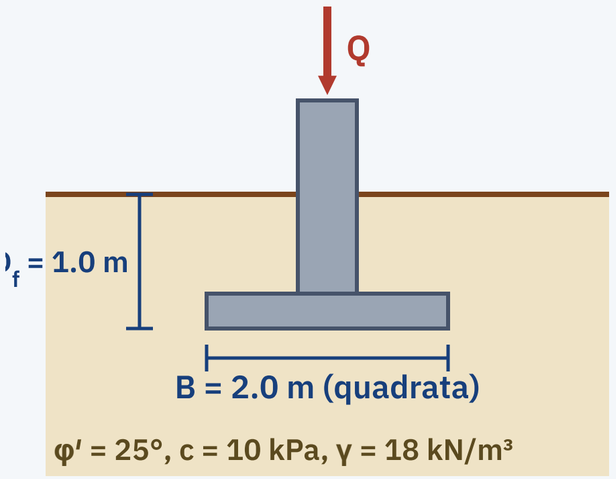
ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663,\ (1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
Fondazione	**B = 2 m; D_f = 1 m (esempio), confronto D_f = 2 m e 3 m**
Non drenato	**φ = 0: D_f = 1.5 m**

RICHIESTO

Per ciascun caso determinare i valori di **d_c, d_q** e d_γ; spiegare che cosa accade quando D_f passa da 2 m a 3 m.



Soluzione

SOLUZIONE

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m (D_f/B = 1: lineare, k = 1) e D_f = 3 m (D_f/B = 1.5: k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828)

$$D_f = 2: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311}, \; d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306}, \; d_c = \mathbf{1.393}$$

3 Non drenato (φ = 0): D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d'_c = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m: d_q **diminuisce** da 1.311 a 1.306, poiché k passa da 1 a $\tan^{-1}1.5$ = 0.98 (discontinuità). Per D_f = 1 → 2 m, invece, aumenta da 1.155 a 1.311.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Con il carico effettivo, non con l'angolo

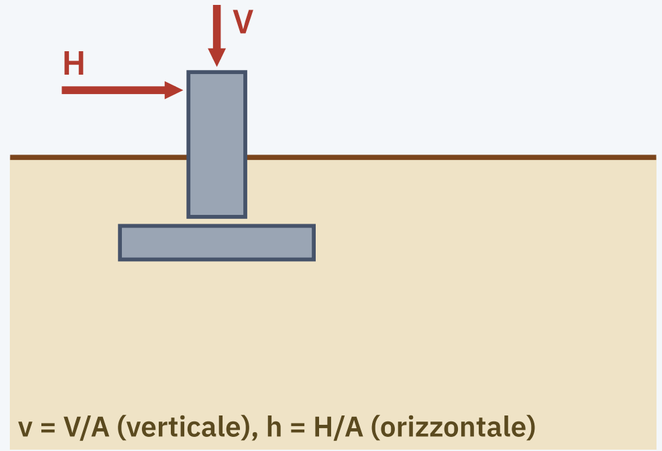
TEORIA

I coefficienti di inclinazione di Meyerhof dipendono soltanto dall'angolo del carico rispetto alla verticale. Quelli di Hansen dipendono dalle **tensioni orizzontale e verticale effettive**; h = H/A e v = V/A sono le tensioni dello stesso caso di carico (v = q_{app}):

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \;\; (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0: \;\; 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\;(i_\gamma) \qquad \varphi = 0: \;\; i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\; i_q = i_\gamma = 1$$



Se h > 0 occorre inserire $q_{applicato}$: la verifica della fondazione con i coefficienti di inclinazione utilizza **lo stesso carico**.

Al crescere di h/(v + c cot φ) i tre coefficienti tendono a zero; una fondazione prossima allo scorrimento non ha più capacità portante.

La base raggiunge il carico limite prima dello scorrimento

TEORIA

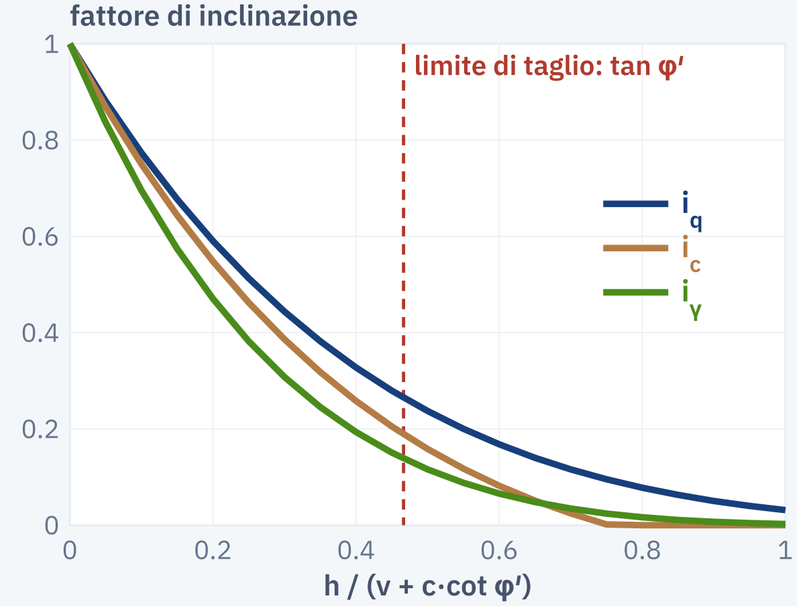
La fondazione **scorre** quando il carico orizzontale supera la resistenza per attrito e adesione della base. Limite superiore (assumendo attrito alla base φ e adesione c):

$$h_{shear} = v\tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

Se **h > v tan φ + c** il modulo segnala un'avvertenza: la fondazione che scivola non può raggiungere il carico limite; per il piano di posa effettivo verificare separatamente lo scorrimento. Nel grafico tale limite è la retta **h/(v + c cot φ) = tan φ**.

Se **h ≥ v + c cot φ** (h ≥ c per φ = 0) il modulo si arresta: i coefficienti di pendenza perdono di significato.

Quando i_c, i_q scendono sotto $1/N_q$ vengono mantenuti a zero; il termine di coesione non diventa mai negativo.



Traccia

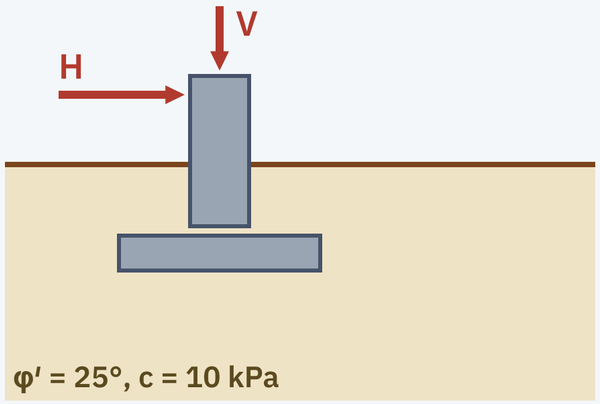
ESEMPIO

Dati

Fondazione, terreno	**modello del modulo:** $c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°,\ N_q = 10.66$
Condizione di carico	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$ **(ek: 60, 90, 120)**
Base	**rettilineo (η = 0)**

RICHIESTO

Determinare i coefficienti $\mathbf{i_c}$, $\mathbf{i_q}$, $\mathbf{i_\gamma}$ e verificare il limite di scorrimento.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Rapporto: v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 Coefficienti

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 Contorno di scorrimento

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{senza scorrimento}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	verifica allo scorrimento
0	0.000	1.000	1.000	1.000	verificato
30	0.175	0.595	0.633	0.520	verificato
60	0.350	0.318	0.382	0.245	verificato
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**avvertenza: h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**avvertenza: h > 79.9**

h = 30 kPa (20% di v) riduce il termine q del **37%**, il termine c del **41%** e il termine di peso proprio del **48%**. Se il piano di posa è inclinato di 10°, si ha $i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$. Per h = 90 e 120 kPa, che superano il limite, la fondazione scorre: i coefficienti vengono comunque calcolati ma occorre verificare anche lo scorrimento.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Base non uniforme e piano di campagna inclinato

TEORIA

Le fondazioni reali non hanno sempre piano di posa orizzontale e terreno pianeggiante: la base può essere volutamente inclinata oppure la fondazione può trovarsi in sommità a un pendio. I coefficienti di Hansen tengono conto di entrambi i casi (η e ω in gradi; nelle espressioni esponenziali, in radianti):

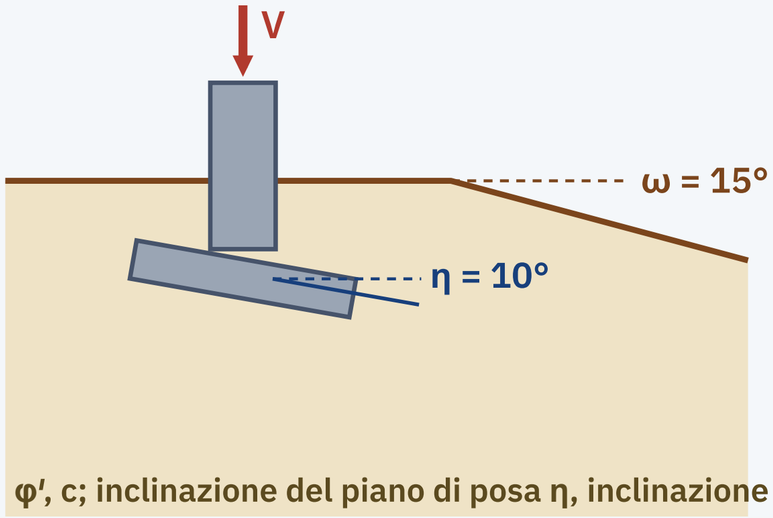
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

L'esponente di b_γ (2.7) è maggiore di quello di b_q (2): un piano di posa inclinato penalizza il termine di peso proprio più del termine di sovraccarico.

η e ω si inseriscono al massimo pari a 45°; se ω > φ il pendio non è in equilibrio da solo e il modulo si arresta.

(1 – tan ω)² è la forma di **Vesic**, non di Hansen, ed è leggermente maggiore: con ω = 5° vale 0.833; quella di Hansen 0.800. Non va confusa con questa equazione.



Traccia

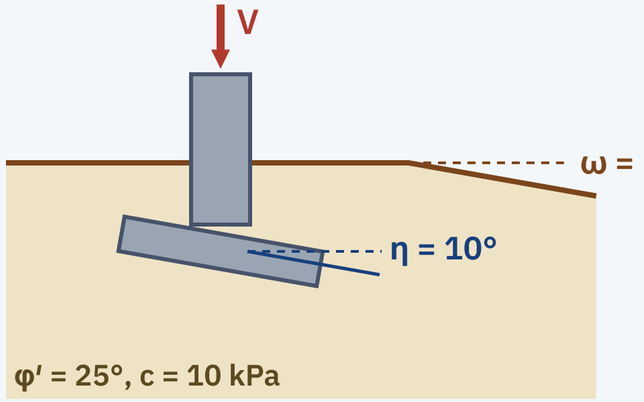
ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
Inclinazione del piano di posa	**η = 10°**
Inclinazione del piano di campagna	**ω = 10° e ω = 15°**

RICHIESTO

Determinare i valori di $\mathbf{b_c}$, $\mathbf{b_q}$, $\mathbf{b_\gamma}$ e $\mathbf{g_c}$, $\mathbf{g_q}$, $\mathbf{g_\gamma}$; confrontare g_q con la forma di Vesic $(1 - \tan\omega)^2$.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Inclinazione del piano di posa η = 10° (0.1745 rad)

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 Inclinazione del piano di campagna ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

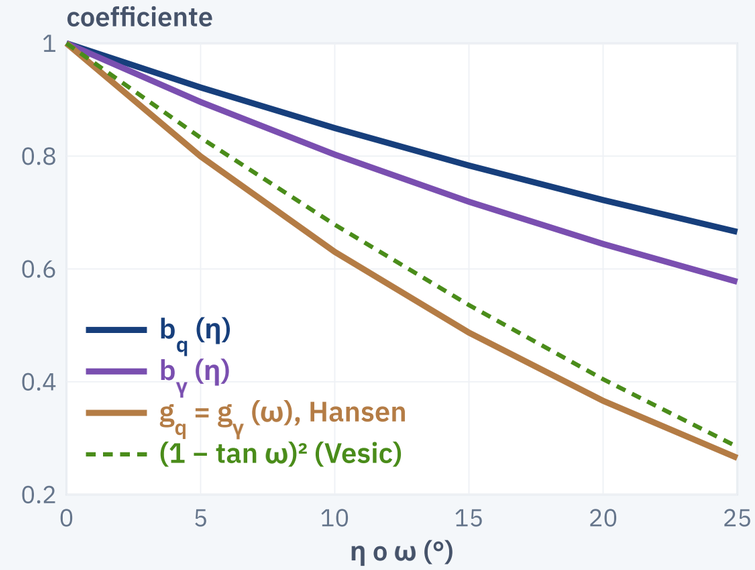
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

Il g_q di Hansen è minore di quello di Vesic (ω = 10°: 0.630 e 0.678): è più **cautelativo**. Un'inclinazione del piano di posa η = 10° riduce del 20% il termine di peso proprio e del 15% il termine di sovraccarico.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Combinazione dei sei coefficienti

TEORIA

Sebbene i sei coefficienti possano intimorire, **nel caso ordinario sono tutti pari a 1**; l'equazione completa entra in gioco solo quando una delle ipotesi viene meno. q_u è la pressione verticale a rottura; il modulo tiene distinti il carico lordo e quello netto:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La pressione applicata $q_{applicata}$ è la **pressione lorda verticale alla base** per lo stesso caso di carico (V/A). La fondazione risulta accettabile alle seguenti condizioni:

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{effettivo}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Carico verticale ammissibile $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. Se $h > 0$ e $q_{applicata}$ non viene inserita, il modulo non può calcolare né le capacità né i fattori di inclinazione.

QUANDO IL COEFFICIENTE È PARI A 1?

Coefficiente	Caso in cui è 1
s	fondazione continua (B/L = 0)
d	$D_f = 0$ (base in superficie)
i	h = 0 (carico verticale)
b	η = 0 (base liscia)
g	ω = 0 (piano di campagna orizzontale)

Coefficienti invariati; q e γ variano

TEORIA

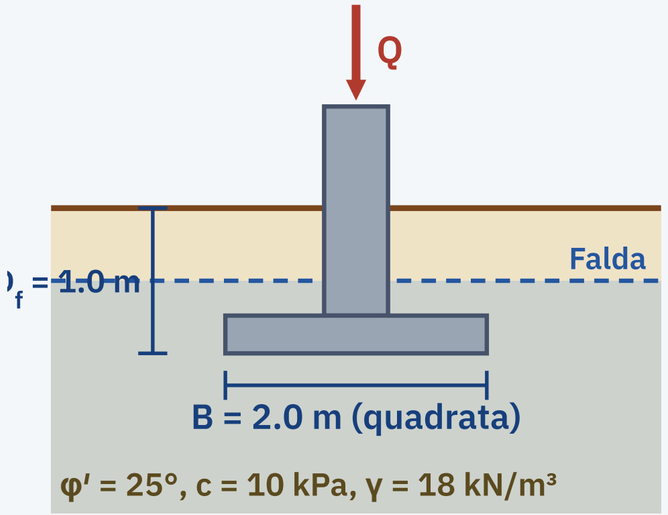
Il modulo Hansen tratta la falda freatica con **gli stessi tre casi** degli altri moduli di capacità portante. Al di sotto della falda freatica il peso dell'unità di volume efficace è $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ($\gamma_w = 9.81$). D_w è la profondità della falda freatica dal piano di campagna:

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (terzo termine)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Per $D_w = D_f$ si ha $q = \gamma D_f$ e nel terzo termine si utilizza γ'.

L'acqua a profondità maggiore di una B sotto la base è **inefficace**. L'acqua interviene solo tramite **q e γ**; s, d, i, b, g restano invariati.



Traccia

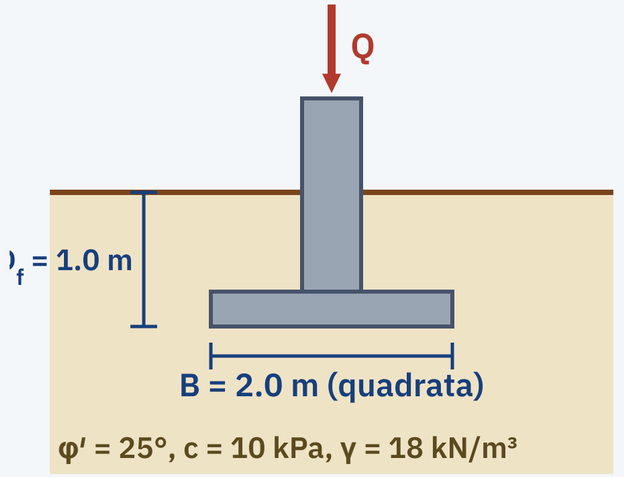
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 2.0 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; assenza di falda freatica**
Carico	**verticale, centrato**
Sicurezza	**FS = 3**

RICHIESTO

q_u, q_{all} lorda e netta e carico ammissibile Q_{all}; determinare il contributo di ciascun termine.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 fattori di capacità portante (φ′ = 25°)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 Coefficienti di correzione (B/L = 1; D_f/B = 0.5; h = η = ω = 0)

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Capacità portante ($q = \gamma D_f = 18$ kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 Pressione ammissibile e carico ($A = 2^2 = 4$ m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

Il **49%** della capacità portante deriva dalla coesione, il **41%** dal sovraccarico e solo il **10%** dal peso proprio: il ridotto N_γ e $s_\gamma = 0.6$ indeboliscono il termine di peso proprio.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

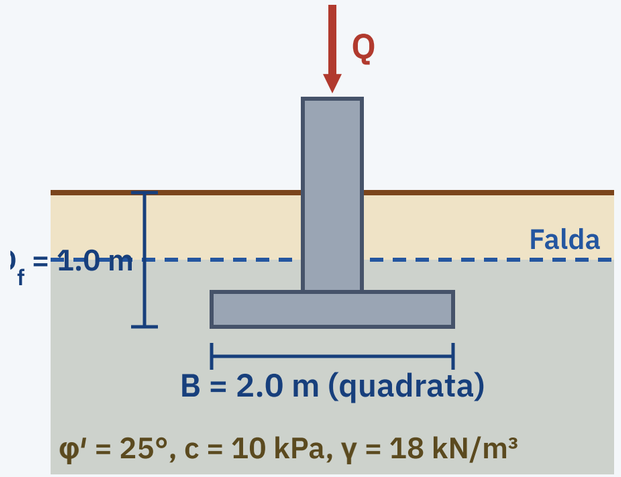
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 2.0 m, D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 18$ **(sopra),** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto la falda freatica)**
Acqua sotterranea	**D_w = 0.5; 1.0; 2.0 e 4.0 m**

RICHIESTO

Per ciascun caso determinare **q**, il peso dell'unità di volume nel terzo termine e i valori di q_u.
(Coefficienti come nell'Esempio 6.)



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Caso I ($D_W \le D_f$): $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \; q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 1.0: \; q = 18(1.0) = \mathbf{18.0}\ \mathrm{kPa}$$

2 Caso III ($D_W = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$) e acqua senza effetto ($D_W = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kN/m^3},\ q = 18\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 4.0: \; q = 18\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

D_w (m)	Condizione	q (kPa)	γ terzo termine	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	trascurabile	18.00	18.00	**765.1**

Con acqua a 0.5 m, q_u = 652, in profondità 765 kPa (differenza del 15%). L'origine della differenza è **solo in q e γ**: il termine di coesione (376.6 kPa) non cambia affatto.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

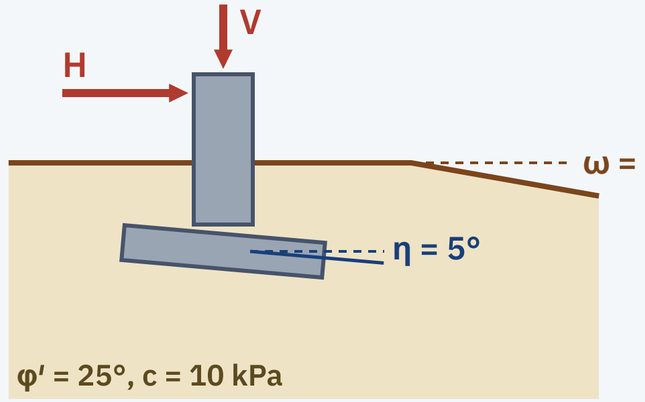
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 2.0 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; assenza di falda freatica**
Condizione di carico	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$
Base, terreno	**η = 5°, ω = 10°**
Sicurezza	**FS = 3**

RICHIESTO

Determinare i valori di q_u e q_{all}; verificare se la fondazione è adeguata per $q_{applied}$ = 150 kPa; verificare lo scorrimento.



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 Coefficienti di inclinazione (v + c cot φ = 171.45 kPa; piano di posa inclinato: 0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889)

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 Fattori di inclinazione del piano di posa e del piano di campagna (η = 5°, ω = 10°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

3 Tre termini (fattori di forma e profondità come nell'Esempio 6)

$$c\text{ termine} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q\text{ termine} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma\text{ termine} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 Capacità portante e pressione ammissibile

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

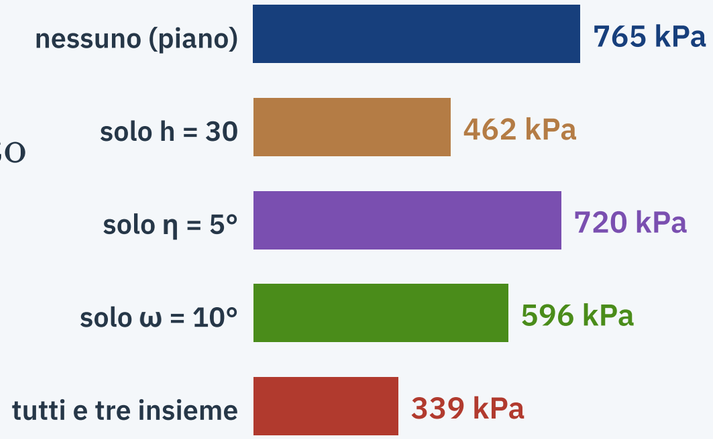
5 Verifica (q_{app} = 150 kPa)

$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{non soddisfatta}$$

$$FS_{\text{effettivo}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 Contorno di scorrimento

$$h = 30 \leq v\tan\varphi + c = 79.9\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{nessuna avvertenza di scorrimento}$$



Nel modello piano q_u vale 765 kPa, mentre in questa condizione di carico scende a **339 kPa** (56%). Singolarmente: carico orizzontale **–40%**, inclinazione del piano di campagna –22%, inclinazione del piano di posa –6%. La fondazione non è verificata (FS = 2.26 < 3); rimedi: aumentare B o D_f, ridurre h, rendere orizzontale il piano di posa.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

φ = 0: il termine di coesione si scrive in forma additiva

TEORIA

Per φ = 0 il termine coesivo moltiplicativo non si utilizza. Hansen lo scrive in forma **additiva**: le correzioni si sommano o si sottraggono a 1, cosicché il termine coesivo non si annulla quando h, η e ω sono nulli. $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

Il termine di sovraccarico si riduce a q g_q: su terreno pianeggiante, solo q. Non vi è alcun termine di peso proprio ($N_\gamma = 0$).

Deve risultare **h < c**; se h ≥ c la base scivola e il modulo si interrompe. Anche la parentesi deve restare positiva (se h, η e ω sono tutti molto grandi, il termine di coesione diventerebbe negativo).

ESEMPIO: c = 40 kPa, 2 m quadrata, D_f = 1 m

Coefficiente	Valore
$s'_c = 0.2(B/L)$	0.2
$d'_c = 0.4\ k$ (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
parentesi	1.4

$q_u = 40 \times 5.14 \times 1.4 + 18 =$ **305.84 kPa**

Traccia

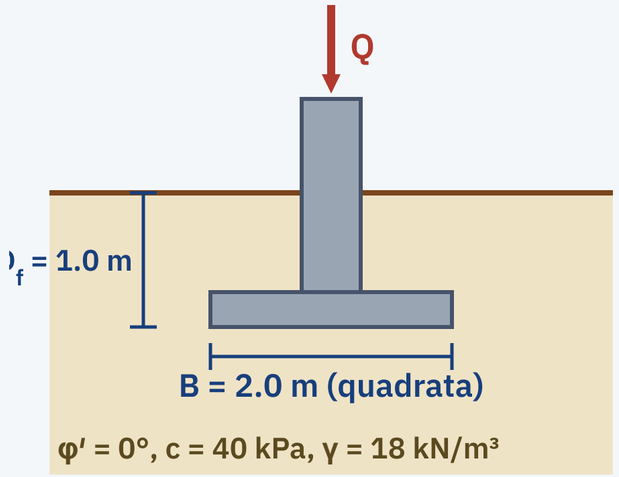
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata B = L = 2 m, D_f = 1 m**
Terreno	**argilla:** $\varphi = 0,\ c_u = 40\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; assenza di falda freatica**
Casi	**(a) carico verticale · (b)** $v = 100,\ h = 10\ \mathrm{kPa}$ **· (c)** $h = 10$ **e** $\eta = \omega = 10^\circ$

RICHIESTO

Determinare il valore di q_u per ciascun caso.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 (a) Carico verticale: parentesi 1 + s′$_c$ + d′$_c$ = 1 + 0.2 + 0.2

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \;\Rightarrow\; q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 (c) h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \text{kPa}$$

Condizione	parentesi	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a) verticale	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

Il solo sovraccarico h = 10 kPa riduce la capacità portante del 5%; insieme a h, l'inclinazione del piano di posa e del piano di campagna la riducono del 16%. Grazie alla forma additiva, nel caso piano e verticale il termine di coesione non si annulla: 305.84 kPa.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

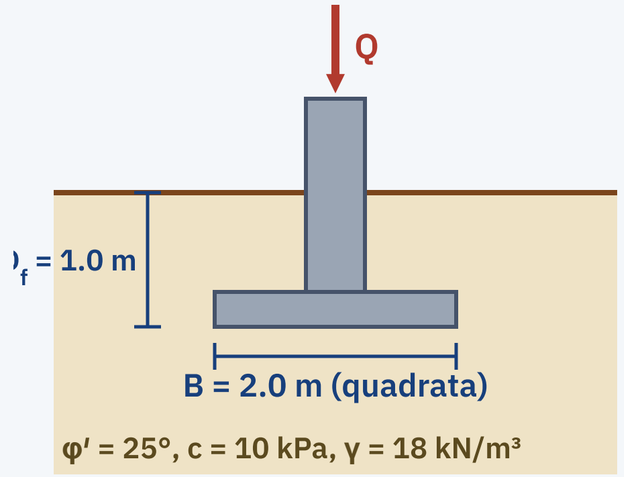
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 2.0 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; assenza di falda freatica**
Confronto	**Equazione di Vesic: fattore di forma di De Beer, N_γ di Vesic, $d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$**
Caso di carico (supplementare)	**Esempio 8: q_{appl} = 150, h = 30 kPa, η = 5°, ω = 10°**

RICHIESTO

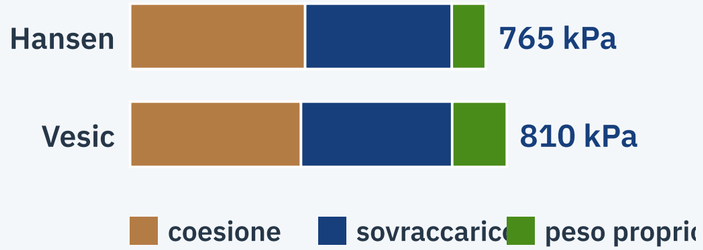
Confrontare termine per termine i valori di q_u delle due equazioni; poi anche per la condizione di carico dell'Esempio 8.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
termine c	376.6	367.7
Termine q	315.5	325.2
Termine γ	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



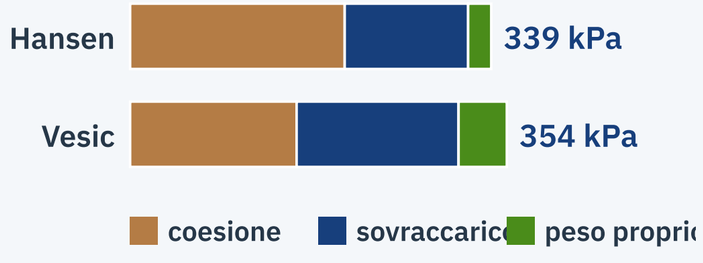
Hansen risulta **5.6% minore** (765 e 810 kPa). La differenza è quasi interamente nel termine di peso proprio (73 e 117 kPa): N_γ è piccolo.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

Coefficiente	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

A parità di condizione di carico la differenza è del 4.3%: gli esponenti di inclinazione di Vesic m = 1.5 (quadrata) e le forme b = (1 − η tan φ)², g = (1 − tan ω)² danno una **penalizzazione leggermente inferiore** rispetto a quelli di Hansen. Non mescolare le due equazioni; i coefficienti di ciascun metodo sono coerenti con il proprio N_γ.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

Equazione di Hansen: $q_u = cN_c(s\ d\ i\ b\ g) + qN_q(s\ d\ i\ b\ g) + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma(s\ d\ i\ b\ g)$; nel caso ordinario $i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$: minore di quello di Vesic ($\varphi' = 25°$: 6.76 e 10.88); i coefficienti del metodo si utilizzano insieme

Forma: $s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$, $s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$, $s_\gamma = 1 - 0.4\ B/L$ · **Profondità**: $k = D_f/B$ oppure $\tan^{-1}(D_f/B)$; discontinuità per $D_f/B = 1$

Inclinazione: con h e v reali; $i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$, $i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$; avvertenza di scorrimento per $h > v\tan\varphi + c$, arresto per $h \geq v + c\cot\varphi$

Inclinazione del piano di posa $b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$, $b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$; **inclinazione del piano di campagna** $g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$ (la formula di Vesic $(1 - \tan\omega)^2$ è diversa)

Non drenato ($\varphi = 0$): $cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$; $N_c = 5.14$, $N_\gamma = 0$; $h < c$

La **falda freatica** modifica soltanto q e γ; **verifica**: $q_{applicata} \leq q_{all,g}$, $FS_{effettivo}$ e netta

Bibliografia

L'equazione completa della capacità portante di Hansen — con i suoi Nγ, fattori di forma, fattori di inclinazione del carico, inclinazione della base e inclinazione del terrapieno — segue Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970, come riportato in modo coerente nei manuali geotecnici di riferimento. I fattori di profondità utilizzati nell'intera sezione sono quelli di Hansen, stabiliti in Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (Capitolo 16).

NOTA

Alcune delle figure di questa presentazione sono tratte dalla pagina di teoria di GeoTerva; tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con la libreria di calcolo del modulo, e il modulo restituisce gli stessi valori.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Calcolare passo per passo in GeoTerva la fondazione dell'esempio di questa lezione: il modulo si apre con questo modello.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com