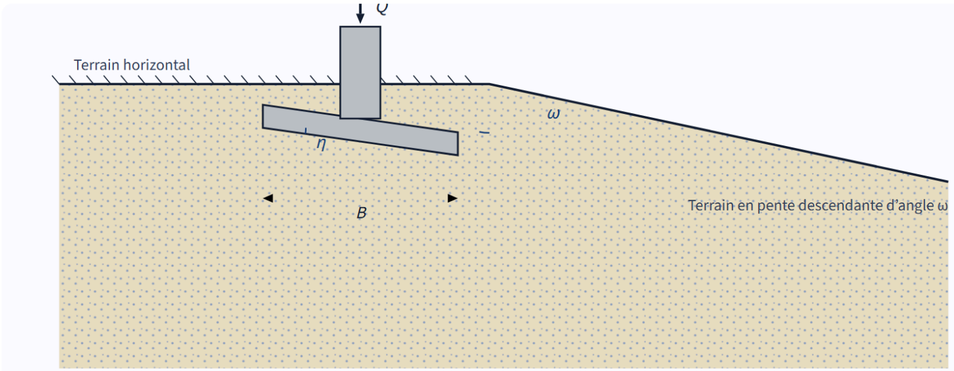
Présentation de cours de géotechnique · Fondations

Équation de capacité portante de Hansen

Cours : du facteur N_γ propre à Hansen aux corrections de forme et de profondeur, des facteurs d'inclinaison dépendant de la charge réelle à l'inclinaison de la base et à celle du terrain ; un exemple de calcul pour chaque sujet.



- Hansen N_γ
- Forme · profondeur
- Inclinaison dépendant de la charge réelle
- Inclinaison de la base et du terrain
- Forme additive non drainée
- Exemples de calcul

Que verrons-nous dans ce cours ?

- Reconnaître les trois termes de l'**équation de Hansen** et les six coefficients correctifs de chaque terme (forme, profondeur, inclinaison de la charge, inclinaison de la base, inclinaison du terrain)
- Calculer le **coefficient N_γ propre** de Hansen et le comparer à celui de Vesic
- Appliquer les facteurs de **forme** et de **profondeur**, y compris la transition en $D_f/B = 1$
- Calculer les **facteurs d'inclinaison** avec les charges réelles h et v et vérifier les limites de glissement
- L'utilisation des coefficients d'**inclinaison de la base η** et d'**inclinaison du terrain ω**
- Traiter la **forme en contraintes totales** non drainée ($\varphi = 0$) et les cas de présence de nappe phréatique
- De déterminer et de **vérifier** la contrainte admissible brute et nette

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Exemple de semelle, modèle ouvert par le module : semelle carrée de 2 m × 2 m sur un sol de c = 10 kPa, $\varphi' = 25°$, $D_f = 1$ m, $\gamma = 18$ kN/m³, sans nappe.

Trois termes, chacun avec six corrections

THÉORIE

Hansen (1970) a établi l'équation de capacité portante avec son propre mécanisme de rupture, indépendamment de Vesic. Chaque terme porte **six coefficients correctifs** par lesquels il est multiplié :

$$\begin{aligned} q_u = {} & c\, N_c\, s_c d_c i_c b_c g_c \\ & + q\, N_q\, s_q d_q i_q b_q g_q \\ & + \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma\, s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma \end{aligned}$$

N_c et N_q sont identiques dans toutes les méthodes de cette section (formes fermées de Prandtl et de Reissner). **N_γ est propre à Hansen** et est inférieur à celui de Vesic pour un même φ′.

Les coefficients de **forme** (s), de **profondeur** (d), d'**inclinaison** (i), d'**inclinaison de la base** (b) et d'**inclinaison du terrain** (g) forment le jeu propre à Hansen ; la charge inclinée, la base inclinée et le terrain en pente sont traités dans la même équation.

Pour une base plane, un terrain horizontal et une charge verticale, **i = b = g = 1** : l'équation se réduit à l'équation générale avec facteurs de forme et de profondeur.

NOTATIONS

c, φ′ : cohésion, angle de frottement interne

q = γ D_f : surcharge au niveau de la base

B, L : petit et grand côtés ; B/L détermine la forme

h, v : pressions H/A et V/A du cas de charge

η : inclinaison de la base par rapport à l'horizontale

ω : inclinaison de la surface du sol à côté de la fondation

Le N_γ de Hansen est inférieur à celui de Vesic

THÉORIE

N_c et N_q sont identiques dans toutes les méthodes :

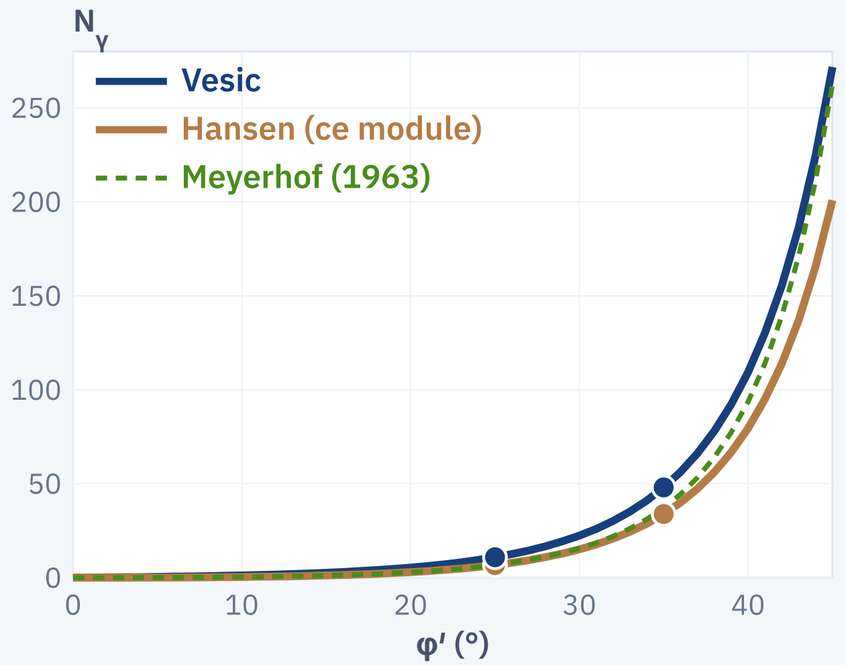
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Il n'existe pas d'expression fermée universellement admise pour N_γ. En idéalisant la surface de rupture de façon légèrement différente, Hansen a établi sa propre expression :

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

Les deux démonstrations sont respectables ; aucune n'est « plus exacte » dans l'absolu. L'essentiel est d'**utiliser ensemble les coefficients d'une même méthode** : N_γ de Hansen avec les coefficients de forme et d'inclinaison de Hansen.

Lorsque φ′ augmente, l'écart diminue proportionnellement mais ne disparaît pas ; pour φ′ = 25°, Hansen représente 62 % de Vesic.



Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 25°$ **(modèle dans lequel le module est ouvert) ;** $\varphi' = 35°$ **pour comparaison**
Méthodes	**Hansen :** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ **· Vesic :** $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs de **N_q**, **N_c** et de **N_γ** selon les deux méthodes ; calculer de quel pourcentage la valeur de Hansen est inférieure à celle de Vesic.

Solution (1/2)

SOLUTION

1 N_q et N_c ($\varphi' = 25°$, $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ : Hansen et Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

Le N_γ de Hansen représente **62 %** de celui de Vesic : dans le même sol, le terme de poids propre est inférieur d'environ **38 %**.

Solution (2/2)

SOLUTION

φ′ (°)	N_q	N_c	N_γ Hansen	N_γ Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

Il en va de même pour φ′ = 35° : N_γ = 33.92 (Hansen) et 48.03 (Vesic), soit un rapport de 71 %. Le rapport passe de 32 % à 74 % lorsque φ′ augmente et n'est jamais égal à 1 : **ne pas mélanger les méthodes**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Trois coefficients dépendant du rapport B/L

THÉORIE

Pour une fondation non filante, la rupture est tridimensionnelle. Les facteurs de forme de Hansen sont proches de ceux de De Beer ; ils comprennent le **rapport N_q/N_c** :

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

En chargement non drainé (φ = 0), le rapport N_q/N_c se comporte mal ; le coefficient de cohésion prend sa propre forme simple. Ce coefficient est **additif** et non un multiplicateur, c'est pourquoi on écrit s'_c :

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

Fondation filante (B/L → 0) : $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ et $s'_c = 0$. Pour les fondations carrée et circulaire, on prend B/L = 1.

Comparaison avec De Beer : s_c et s_γ sont identiques ; pour s_q, De Beer utilise tan φ, Hansen sin φ.

POUR φ′ = 25°

B/L	s_c	s_q	s_γ
0 (bande)	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1 (carré)	1.515	1.423	0.600

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 25^\circ$: $N_c = 20.72,\ N_q = 10.66,\ \sin 25^\circ = 0.4226$ **(Exemple 1)**
Fondations	**(a) carré 2 × 2 m · (b) rectangle 2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c) bande**
Non drainé	**φ = 0 : carrée et 2 × 4 m**

À DÉTERMINER

Pour chaque fondation, déterminer les valeurs de **s_c, s_q, s_γ** (s'_c pour φ = 0) ; pour la semelle carrée, comparer s_q à celui de De Beer.

Solution

SOLUTION

1 (a) Semelle carrée (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b) Rectangle 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) Bande et cas non drainé (φ = 0)

$$\text{bande :}\ \ s_c = s_q = s_\gamma = 1 \qquad \varphi = 0 :\ \ s_c' = 0.2\ (\text{carré}),\ \ 0.1\ (2 \times 4),\ \ 0\ (\text{bande})$$

Pour une semelle carrée, le terme en q augmente de **42 %** et le terme de poids propre diminue de 40 %. Pour De Beer, s_q = 1 + tan φ = 1.466, pour Hansen 1.423 : l'écart est d'environ 3 %.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Forme linéaire et forme arctangente

THÉORIE

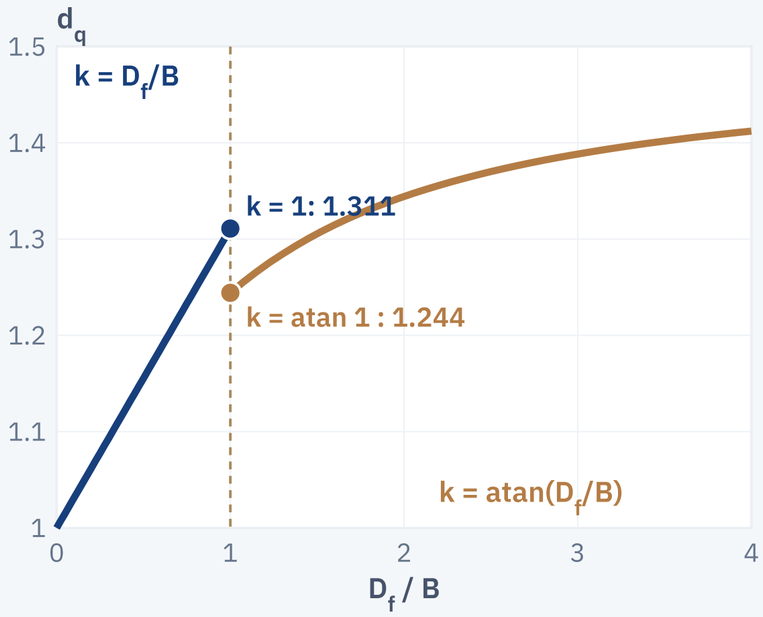
Le sol situé au-dessus de la base contribue à la capacité portante. Les facteurs de profondeur de Hansen dépendent du rapport **k = D_f/B** ; lorsque D_f/B dépasse 1, k est exprimé par un arc tangente (en radians) :

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

Pour φ = 0, d_q = 1 ; sous la forme additive non drainée, on écrit $d'_c = d_c - 1 = 0.4$ k.

Les deux formes se raccordent par un saut à D_f/B = 1 : pour k = 1, d_q = 1.311 ; juste au-delà, k = $\tan^{-1}1$ = 0.785 et d_q = 1.244. Il convient donc de comparer les valeurs voisines de D_f.



Énoncé

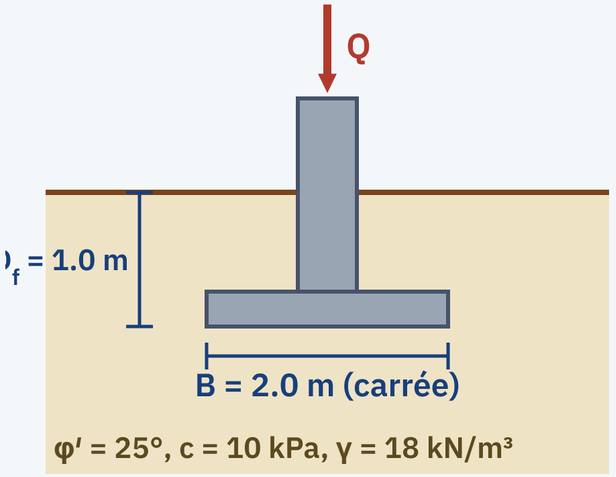
EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663,\ (1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
Fondation	**B = 2 m ; D_f = 1 m (exemple), comparaison avec D_f = 2 m et 3 m**
Non drainé	**φ = 0: D_f = 1.5 m**

À DÉTERMINER

Déterminer, pour chaque cas, les valeurs de $\mathbf{d_c}$, $\mathbf{d_q}$ et d_γ ; expliquer ce qui se produit lorsque D_f passe de 2 m à 3 m.



Solution

SOLUTION

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m (D_f/B = 1 : linéaire, k = 1) et D_f = 3 m (D_f/B = 1.5 : k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828)

$$D_f = 2: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311}, \; d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306}, \; d_c = \mathbf{1.393}$$

3 Non drainé (φ = 0) : D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d'_c = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m : d_q **diminue** de 1.311 à 1.306, car k passe de 1 à $\tan^{-1}1.5$ = 0.98 (palier). Pour D_f = 1 → 2 m, en revanche, il augmente de 1.155 à 1.311.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Avec la charge réelle, non avec l'angle

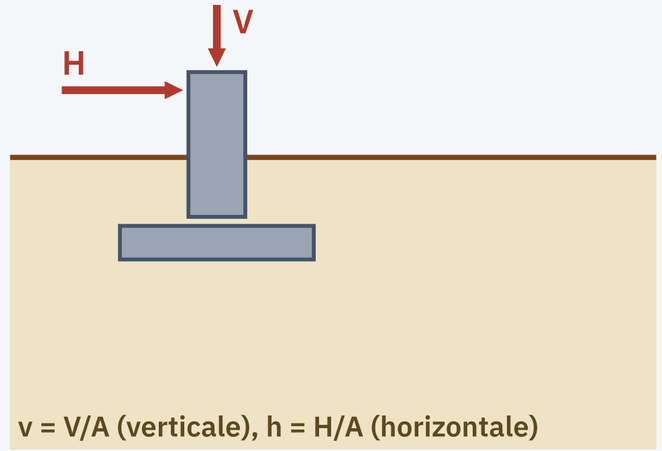
THÉORIE

Les coefficients d'inclinaison de Meyerhof ne dépendent que de l'angle de la charge avec la verticale. Ceux de Hansen dépendent des **contraintes horizontale et verticale réelles** ; h = H/A et v = V/A sont les contraintes du même cas de charge (v = q_{app}) :

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \;\; (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0 : \; 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\;(i_\gamma) \qquad \varphi = 0 : \; i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\; i_q = i_\gamma = 1$$



Si h > 0, il faut saisir q_{app} : la vérification de la fondation avec les coefficients d'inclinaison utilise **la même charge**.

À mesure que h/(v + c cot φ) augmente, les trois coefficients tendent vers zéro ; une fondation dont la charge approche le glissement n'a plus de capacité portante.

La base atteint la capacité portante avant de glisser

THÉORIE

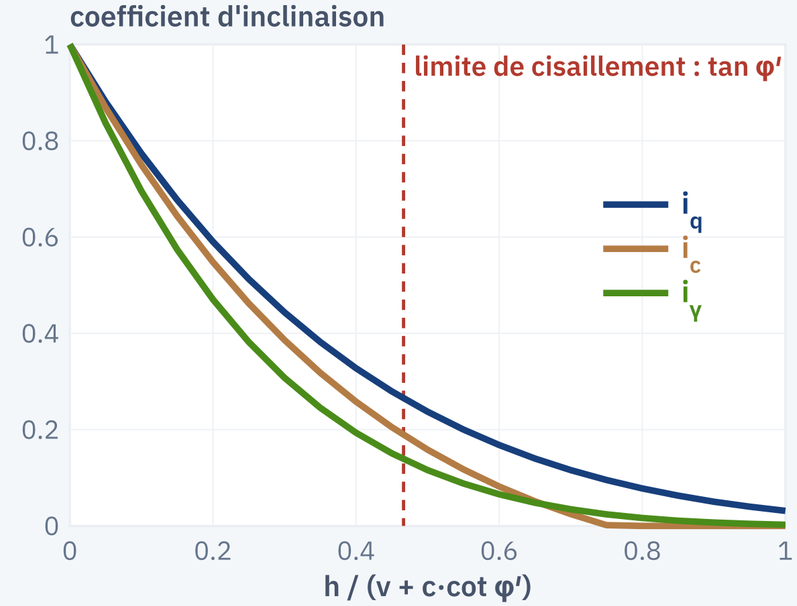
La fondation **glisse** lorsque la charge horizontale dépasse la résistance de frottement et d'adhérence de la base. Borne supérieure (avec un frottement de base φ et une adhérence c) :

$$h_{shear} = v \tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

Si **h > v tan φ + c**, le module émet un avertissement : la semelle en glissement ne peut atteindre sa capacité portante ; pour la base réelle, vérifier séparément le glissement. Sur le graphique, cette limite est la droite **h/(v + c cot φ) = tan φ**.

Si **h ≥ v + c cot φ** (h ≥ c pour φ = 0), le module s'arrête : les facteurs d'inclinaison perdent leur sens.

Lorsque i_c, i_q passent sous $1/N_q$, ils sont maintenus à zéro ; le terme de cohésion ne devient jamais négatif.



Énoncé

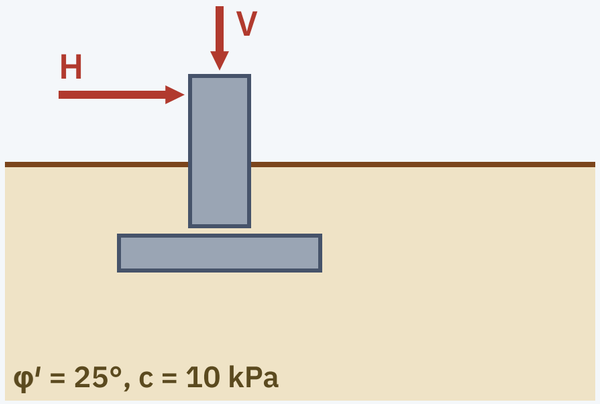
EXEMPLE

Données

Fondation, sol	**modèle de module :** $c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°,\ N_q = 10.66$
Cas de charge	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$ **(ek: 60, 90, 120)**
Base	**droite (η = 0)**

À DÉTERMINER

Déterminer les coefficients i_c, i_q, i_γ et vérifier la limite de glissement.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Rapport : v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 Coefficients

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 Limite de glissement

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{absence de glissement}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

Solution (2/2)

SOLUTION

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	vérification du glissement
0	0.000	1.000	1.000	1.000	passe
30	0.175	0.595	0.633	0.520	passe
60	0.350	0.318	0.382	0.245	passe
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**avertissement : h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**avertissement : h > 79.9**

h = 30 kPa (soit 20 % de v) réduit le terme en q de **37 %**, le terme en c de **41 %** et le terme de poids propre de **48 %**. Si la base est inclinée de 10°, $i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$. Pour h = 90 et 120 kPa, qui dépassent la limite, la fondation glisse : les coefficients sont encore calculés, mais le glissement doit être vérifié séparément.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Base non uniforme et terrain en pente

THÉORIE

Les fondations réelles ne sont pas toujours à base horizontale et sur sol horizontal : la base peut être volontairement inclinée, ou la fondation peut se situer en crête de talus. Les facteurs de Hansen couvrent les deux cas (η et ω en degrés ; en radians dans les expressions exponentielles) :

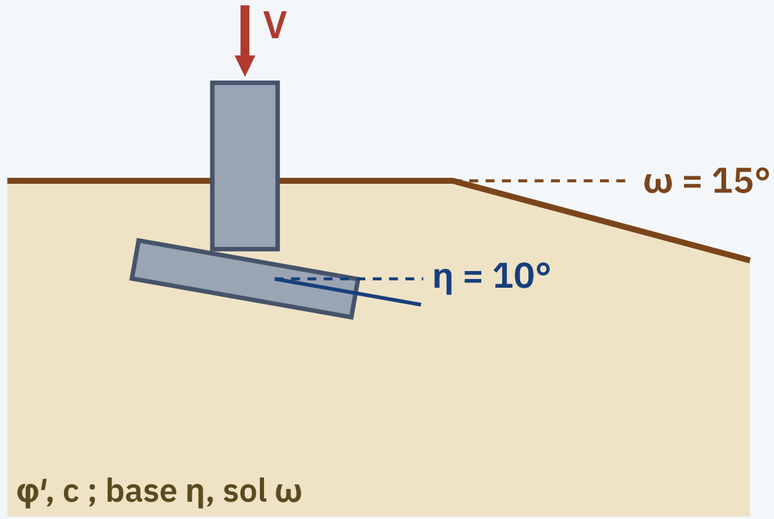
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

L'exposant de b_γ (2.7) est supérieur à celui de b_q (2) : une base inclinée pénalise davantage le terme de poids propre que le terme de surcharge.

η et ω sont saisis à 45° au plus ; si ω > φ, le talus n'est pas en équilibre par lui-même et le module s'arrête.

(1 − tan ω)² est la forme de **Vesic**, et non celle de Hansen, et est légèrement plus grande : pour ω = 5°, 0.833 contre 0.800 pour Hansen. Elle ne doit pas être confondue avec celle de Hansen dans cette équation.



Énoncé

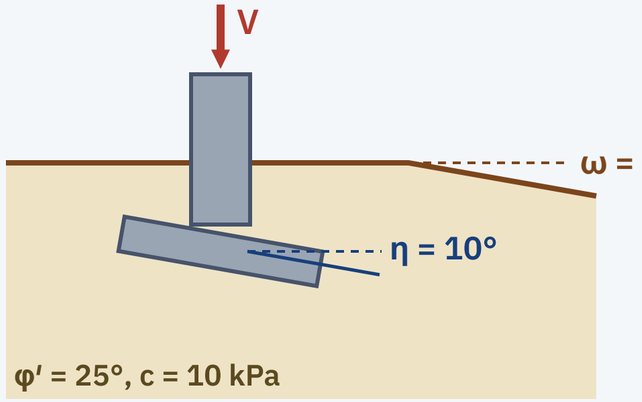
EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
Inclinaison de la base	**η = 10°**
Inclinaison du terrain	**ω = 10° et ω = 15°**

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs de $\mathbf{b_c}$, $\mathbf{b_q}$, $\mathbf{b_\gamma}$ et de $\mathbf{g_c}$, $\mathbf{g_q}$, $\mathbf{g_\gamma}$; comparer g_q à la forme $(1 - \tan\omega)^2$ de Vesic.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Inclinaison de la base η = 10° (0.1745 rad)

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 Pente du terrain ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

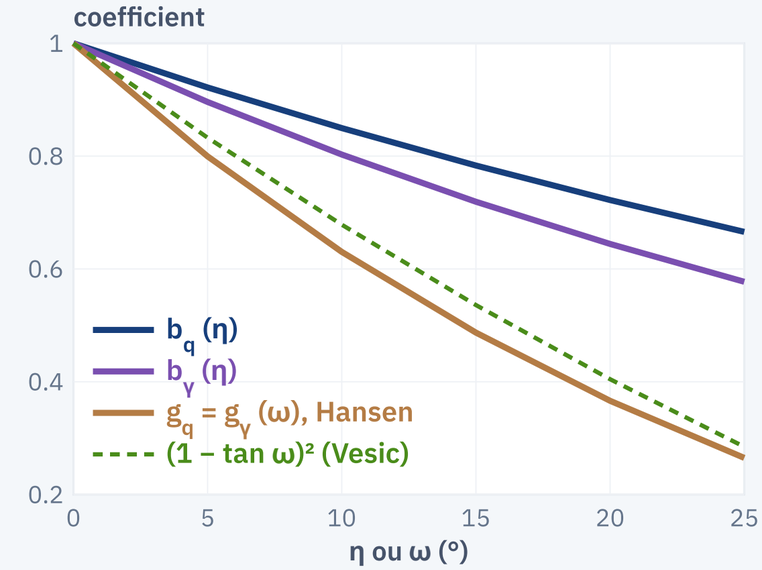
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

Le g_q de Hansen est inférieur à celui de Vesic (ω = 10° : 0.630 et 0.678) : il est plus **prudent**. Une inclinaison de base η = 10° réduit le terme de poids propre de 20 % et le terme de surcharge de 15 %.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Combiner les six coefficients

THÉORIE

Bien que les six coefficients puissent impressionner, **dans le cas ordinaire ils valent tous 1** ; l'équation complète n'intervient que lorsqu'une hypothèse est mise en défaut. q_u est la pression verticale à la rupture ; le module distingue la pression brute et la pression nette :

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La contrainte appliquée q_{app} est la **contrainte verticale brute à la base** pour le même cas de charge (V/A). La fondation est vérifiée dans les conditions suivantes :

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{réel}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Charge verticale admissible $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. Si $h > 0$ et que q_{app} n'est pas saisie, le module ne peut calculer ni les capacités, ni les facteurs d'inclinaison.

QUAND LE COEFFICIENT VAUT-IL 1 ?

Coefficient	cas où la valeur est 1
s	semelle filante (B/L = 0)
d	$D_f = 0$ (base au niveau du terrain)
i	h = 0 (charge verticale)
b	η = 0 (base lisse)
g	ω = 0 (terrain horizontal)

Coefficients inchangés ; q et γ varient

THÉORIE

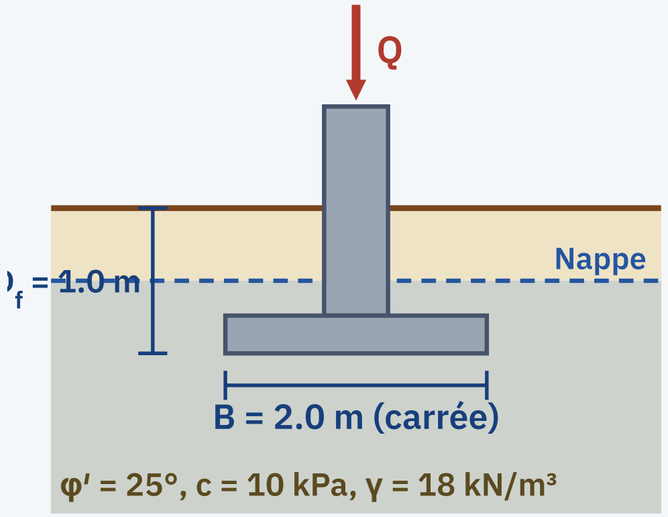
Le module Hansen traite la nappe phréatique avec **les trois mêmes cas** que les autres modules de capacité portante. Sous le niveau de la nappe, le poids volumique effectif est γ′ = γ_{sat} − γ_w (γ_w = 9.81). D_w est la profondeur de la nappe à partir de la surface :

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (troisième terme)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Pour D_w = D_f, q = γ D_f et γ′ est utilisé dans le troisième terme.

L'eau située à plus de B sous la base est **sans effet**. L'eau n'intervient qu'à travers **q et γ** ; s, d, i, b, g restent inchangés.



Énoncé

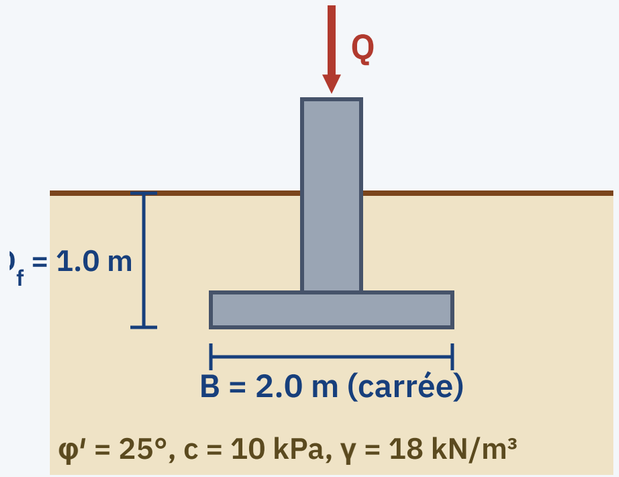
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 2.0 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **; pas de nappe phréatique**
Charge	**verticale, centrée**
Sécurité	**FS = 3**

À DÉTERMINER

q_u, q_{all} brute et nette, et charge admissible Q_{all} ; déterminer la part de chaque terme.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Facteurs de capacité portante (φ′ = 25°)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 Coefficients de correction (B/L = 1 ; D_f/B = 0.5 ; h = η = ω = 0)

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Capacité portante ($q = \gamma D_f = 18$ kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 Contrainte et charge admissibles ($A = 2^2 = 4$ m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

49 % de la capacité portante provient de la cohésion, **41 %** de la surcharge et seulement **10 %** du poids propre : le faible N_γ et $s_\gamma = 0.6$ réduisent le terme de poids propre.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

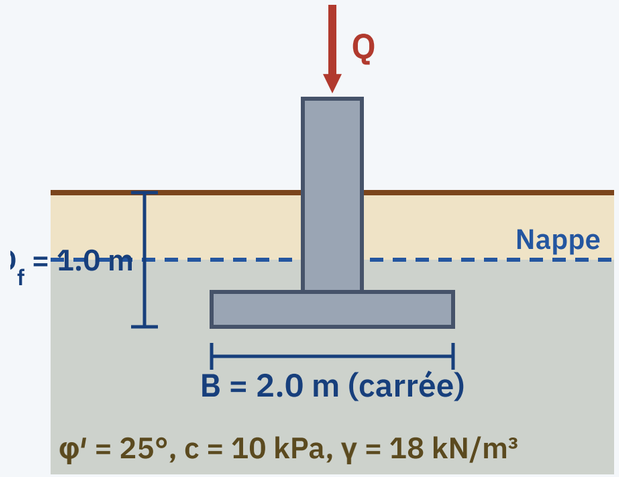
EXEMPLE

Données

Fondation	**carré, B = L = 2.0 m, D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 18$ **(au-dessus),** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sous le niveau de la nappe)**
Nappe phréatique	**D_w = 0.5 ; 1.0 ; 2.0 et 4.0 m**

À DÉTERMINER

Pour chaque cas, déterminer **q**, le poids volumique du troisième terme et les valeurs de **q_u**. (Coefficients comme dans l'Exemple 6.)



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Cas I ($D_w \leq D_f$) : $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5 : \; q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 1.0 : \; q = 18(1.0) = \mathbf{18.0}\ \mathrm{kPa}$$

2 Cas III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \leq B$) et eau sans effet ($D_w = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0 : \; \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kN/m^3},\ q = 18\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 4.0 : \; q = 18\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

D_w (m)	État	q (kPa)	troisième terme γ	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	négligeable	18.00	18.00	**765.1**

Avec la nappe à 0.5 m, q_u = 652 ; nappe profonde, 765 kPa (écart de 15 %). L'écart provient **uniquement de q et de γ** : le terme de cohésion (376.6 kPa) ne change pas du tout.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

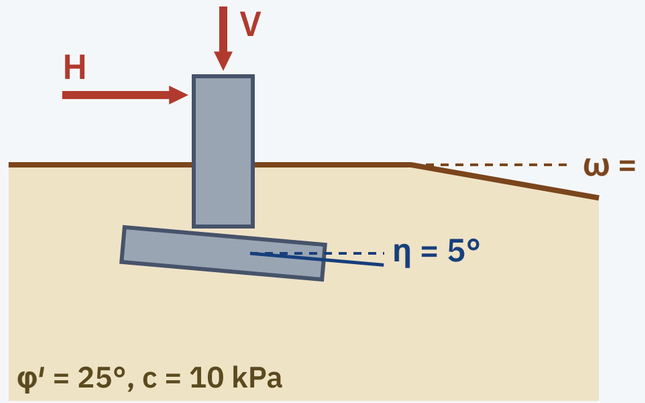
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 2.0 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **; pas de nappe phréatique**
Cas de charge	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$
Base, sol	**η = 5°, ω = 10°**
Sécurité	**FS = 3**

À DÉTERMINER

Déterminer $\mathbf{q_u}$ et $\mathbf{q_{all}}$; vérifier si la fondation convient pour q_{app} = 150 kPa ; vérifier le glissement.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Facteurs d'inclinaison (v + c cot φ = 171.45 kPa ; base inclinée : 0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889)

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 Coefficients d'inclinaison de la base et du terrain (η = 5°, ω = 10°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

Solution (2/3)

SOLUTION

3 Trois termes (facteurs de forme et de profondeur comme dans l'exemple 6)

$$c\text{ terme} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q\text{ terme} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma\text{ terme} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 Capacité portante et contrainte admissible

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

Solution (3/3)

SOLUTION

5 Vérification (q_{app} = 150 kPa)

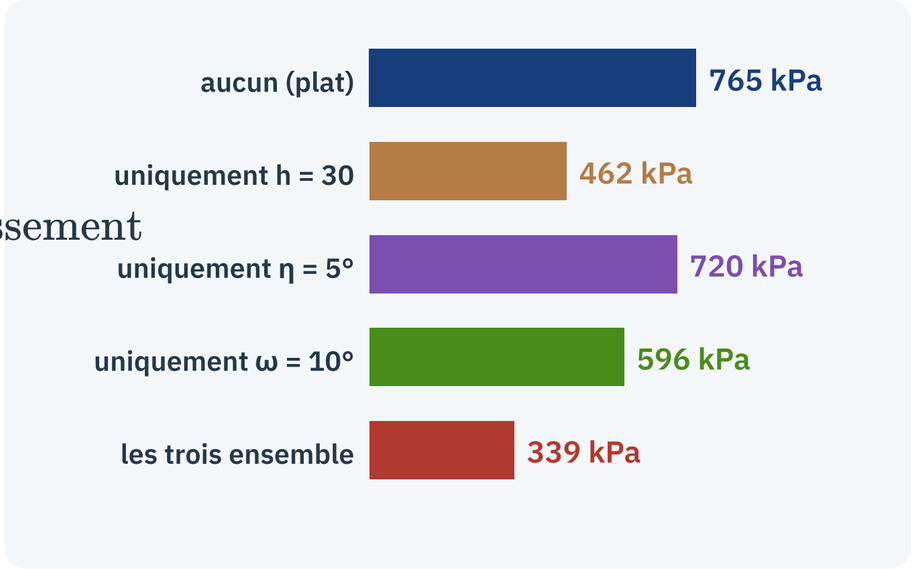
$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{ne convient pas}$$

$$FS_{\text{réel}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 Limite de glissement

$$h = 30 \leq v\tan\varphi + c = 79.9\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{aucun avertissement de glissement}$$

q_u, qui vaut 765 kPa pour le modèle sans inclinaison, tombe à **339 kPa** (baisse de 56 %) pour ce cas de charge. Individuellement : charge horizontale **–40 %**, pente du terrain –22 %, pente de la base –6 %. La semelle n'est pas vérifiée (FS = 2.26 < 3) ; remèdes : augmenter B ou D_f, réduire h, aplanir la base.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

φ = 0 : le terme de cohésion s'écrit de façon additive

THÉORIE

Pour φ = 0, le terme de cohésion multiplicatif n'est pas utilisé. Hansen l'écrit sous forme **additive** : les corrections sont ajoutées à 1 ou retranchées de 1, de sorte que le terme de cohésion ne s'annule pas lorsque h, η et ω sont nuls. $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

Le terme de surcharge se réduit à q g_q : sur terrain plat, simplement q. Il n'y a pas de terme de poids propre ($N_\gamma = 0$).

h < c est requis ; si h ≥ c, la base glisse et le module s'arrête. La parenthèse doit également rester positive (si h, η et ω sont tous très grands, le terme de cohésion deviendrait négatif).

EXEMPLE : c = 40 kPa, carré de 2 m, D_f = 1 m

Coefficient	Valeur
$s'_c = 0.2(B/L)$	0.2
$d'_c = 0.4\ k$ (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
parenthèse	1.4

$q_u = 40 \times 5.14 \times 1.4 + 18 =$ **305.84 kPa**

Énoncé

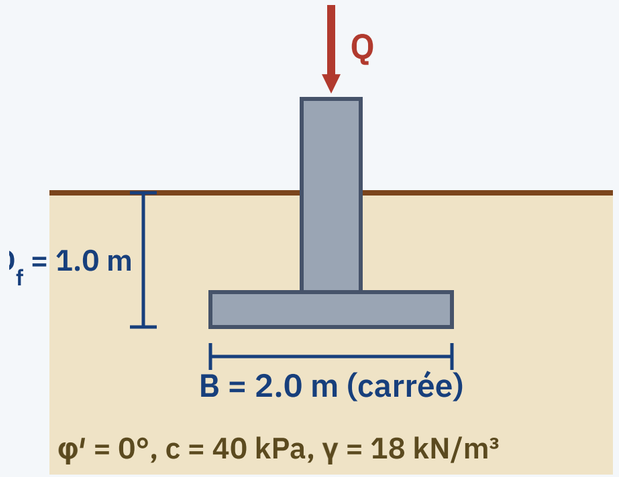
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée B = L = 2 m, D_f = 1 m**
Sol	**argile :** $\varphi = 0,\ c_u = 40\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **; pas de nappe phréatique**
Cas	**(a) charge verticale · (b)** $v = 100,\ h = 10\ \mathrm{kPa}$ **· (c)** $h = 10$ **et** $\eta = \omega = 10^\circ$

À DÉTERMINER

Déterminer la valeur de q_u pour chaque cas.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 (a) Charge verticale : parenthèse 1 + s′$_c$ + d′$_c$ = 1 + 0.2 + 0.2

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \ \Rightarrow\ q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 (c) h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \mathrm{kPa}$$

État	parenthèse	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a) vertical	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

À elle seule, h = 10 kPa réduit la capacité portante de 5 % ; avec l'inclinaison de la base et du terrain, la réduction atteint 16 %. Grâce à la forme additive, le terme de cohésion ne s'annule pas dans le cas plan et vertical : 305.84 kPa.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

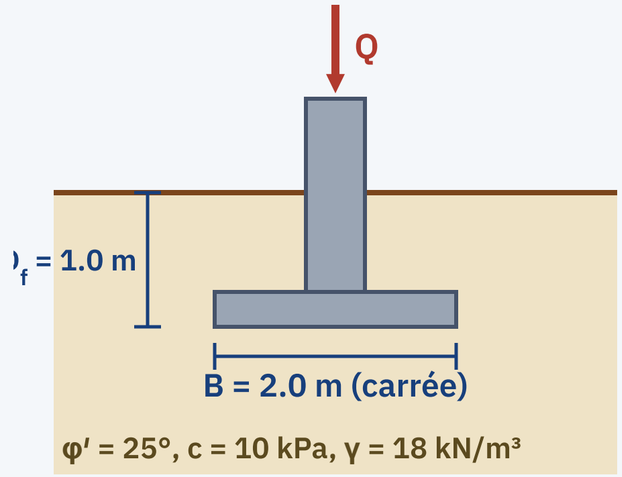
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 2.0 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°$
Poids volumique	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **; pas de nappe phréatique**
Comparaison	**Équation de Vesic : facteur de forme de De Beer, N_γ de Vesic, $d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$**
Cas de charge (complémentaire)	**Exemple 8 : q_{app} = 150, h = 30 kPa, η = 5°, ω = 10°**

À DÉTERMINER

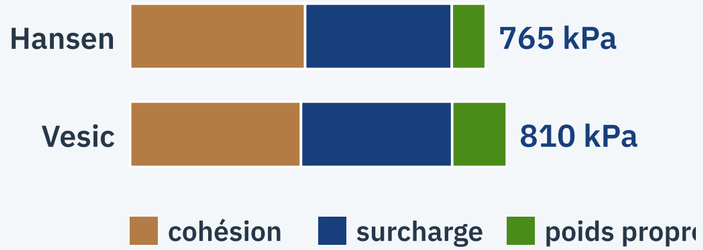
Comparer terme à terme les valeurs de q_u des deux équations, puis aussi pour le cas de charge de l'Exemple 8.



Solution (1/2)

SOLUTION

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
terme c	376.6	367.7
terme q	315.5	325.2
terme γ	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



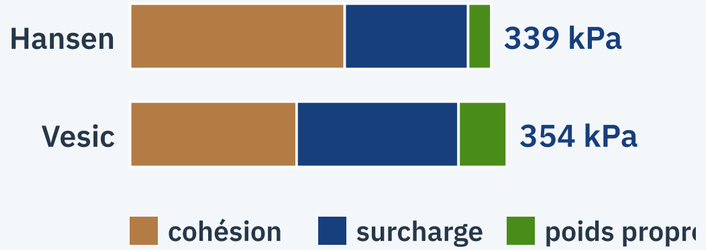
Hansen donne une valeur **inférieure de 5.6 %** (765 et 810 kPa). L'écart se situe presque entièrement dans le terme de poids propre (73 et 117 kPa) : N_γ est faible.

Solution (2/2)

SOLUTION

Coefficient	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

Pour le même cas de charge, l'écart est de 4.3 % : les exposants d'inclinaison de Vesic m = 1.5 (semelle carrée) et les formes $b = (1 - \eta \tan \varphi)^2$, $g = (1 - \tan \omega)^2$ donnent une **pénalité un peu moindre** que celles de Hansen. Ne pas mélanger les deux équations ; les coefficients de chaque méthode sont cohérents avec son propre N_γ.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

Équation de Hansen : $q_u = cN_c(s\ d\ i\ b\ g) + qN_q(s\ d\ i\ b\ g) + ½\gamma BN_\gamma(s\ d\ i\ b\ g)$; dans le cas courant, $i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$: inférieur à celui de Vesic ($\varphi' = 25°$: 6.76 et 10.88) ; les coefficients d'une même méthode s'utilisent ensemble

Forme : $s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$, $s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$, $s_\gamma = 1 - 0.4\ B/L$ · **Profondeur** : $k = D_f/B$ ou $\tan^{-1}(D_f/B)$; saut à $D_f/B = 1$

Inclinaison : avec les valeurs réelles de h et v ; $i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$, $i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$; avertissement de glissement si $h > v\tan\varphi + c$, arrêt du calcul si $h \geq v + c\cot\varphi$

Inclinaison de la base $b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$, $b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$; **inclinaison du terrain** $g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$ (le $(1 - \tan\omega)^2$ de Vesic est différent)

Non drainé ($\varphi = 0$) : $cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$; $N_c = 5.14$, $N_\gamma = 0$; $h < c$

La **nappe** ne modifie que q et γ ; **vérification** : $q_{app} \leq q_{all,g}$, $FS_{réel}$ et net

Références bibliographiques

L’équation complète de capacité portante de Hansen – son propre Nγ, ses facteurs de forme, d’inclinaison, d’inclinaison de la base et d’inclinaison du terrain – suit Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970, telle que reprise de manière cohérente dans les ouvrages de référence usuels de géotechnique. Les facteurs de profondeur employés dans toute cette section sont ceux de Hansen, tels que présentés dans Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (chapitre 16).

REMARQUE

Une partie des figures de cette présentation est tirée de la page de théorie de GeoTerva ; tous les exemples numériques ont été produits avec la bibliothèque de calcul propre au module, et le module donne les mêmes valeurs.

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Calculer pas à pas dans GeoTerva la fondation de l'exemple de cette présentation : le module s'ouvre avec ce modèle.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com