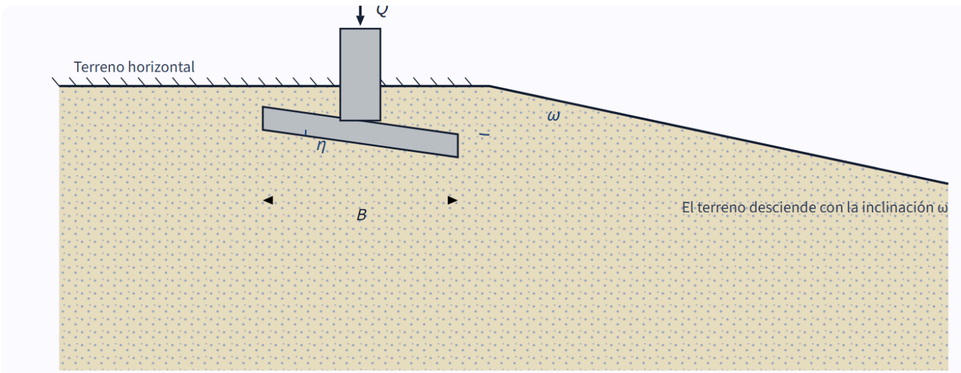
Presentación de clase de geotecnia · Cimentaciones

Ecuación de capacidad portante de Hansen

Clase: del coeficiente N_γ propio de Hansen a las correcciones por forma y profundidad, de los factores de inclinación que dependen de la carga real a la inclinación de la base y del terreno; ejemplo resuelto en cada tema.

- N_γ de Hansen
- Forma · profundidad
- Inclinación según la carga real
- Inclinación de la base y del terreno
- Forma aditiva sin drenaje
- Ejemplos resueltos



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

- Reconocer los tres términos de la **ecuación de Hansen** y los seis factores de corrección de cada término (forma, profundidad, inclinación de la carga, inclinación de la base e inclinación del terreno)
- Calcular el **coeficiente N_γ propio de Hansen** y compararlo con el de Vesic
- Aplicar los coeficientes de **forma** y de **profundidad**, incluida la transición en $D_f/B = 1$
- Calcular los **coeficientes de inclinación** con las cargas reales h y v y comprobar los límites de corte
- Emplear los factores de **inclinación de la base η** y de **inclinación del terreno ω**
- Tratar la **formulación en tensiones totales** sin drenaje ($\varphi = 0$) y las situaciones del nivel freático
- Determinar y **comprobar** la presión admisible bruta y neta

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Cimentación de ejemplo, modelo con el que se abre el módulo: zapata cuadrada de 2 m × 2 m en un terreno con c = 10 kPa, $\varphi' = 25°$, $D_f = 1$ m, $\gamma = 18$ kN/m³, sin nivel freático.

Tres términos, seis correcciones en cada uno

TEORÍA

Hansen (1970) dedujo la ecuación de capacidad portante con su propio mecanismo de rotura, con independencia de Vesic. Cada término lleva **seis factores de corrección** multiplicados:

$$\begin{aligned} q_u = {} & c\, N_c\, s_c d_c i_c b_c g_c \\ & + q\, N_q\, s_q d_q i_q b_q g_q \\ & + \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma\, s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma \end{aligned}$$

N_c y N_q son iguales en todos los métodos de este apartado (formas cerradas de Prandtl y Reissner). **N_γ es propio de Hansen** y, para el mismo φ′, es menor que el de Vesic.

Los factores de **forma** (s), de **profundidad** (d), de **inclinación de la carga** (i), de **inclinación de la base** (b) y de **inclinación del terreno** (g) constituyen el conjunto propio de Hansen; la carga inclinada, la base inclinada y el terreno en pendiente se tratan en la misma ecuación.

Con base plana, terreno horizontal y carga vertical, **i = b = g = 1**: la ecuación se reduce a la ecuación general con factores de forma y de profundidad.

NOTACIÓN

c, φ′: cohesión, ángulo de rozamiento interno

q = γ D_f: sobrecarga a nivel de la base

B, L: lado corto y largo; B/L determina la forma

h, v: presiones H/A y V/A del caso de carga

η: inclinación de la base respecto a la horizontal

ω: inclinación de la superficie del terreno junto a la cimentación

El N_γ de Hansen es menor que el de Vesic

TEORÍA

N_c y N_q son iguales en todos los métodos:

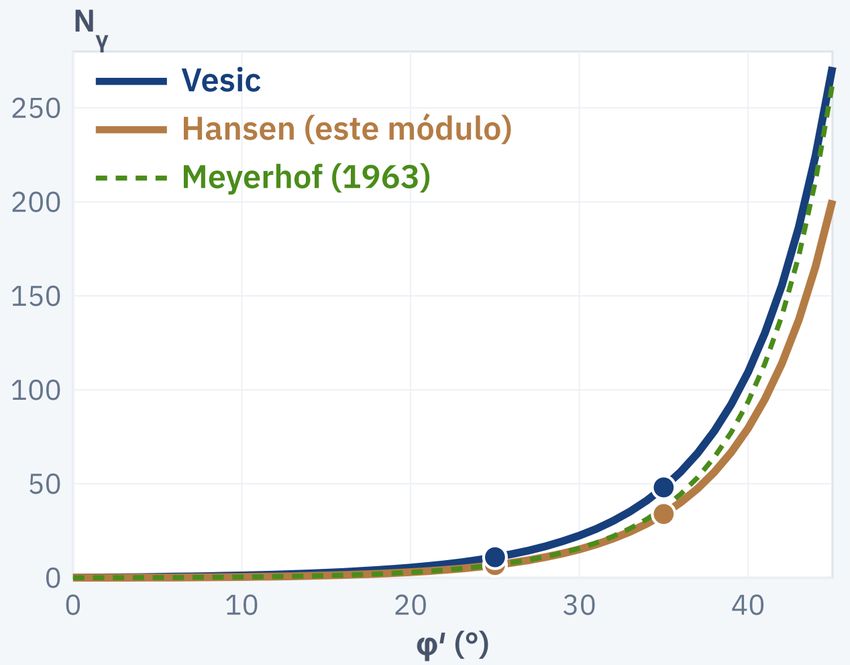
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Para N_γ no existe una expresión cerrada y aceptada por todos. Hansen, idealizando la superficie de rotura de forma algo distinta, obtuvo su propia expresión:

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

Ambas son deducciones respetables; ninguna es «más correcta» en sentido absoluto. Lo importante es **utilizar conjuntamente los coeficientes de un mismo método**: N_γ de Hansen con los factores de forma y de inclinación de Hansen.

A medida que φ′ aumenta, la diferencia disminuye proporcionalmente pero no se anula; con φ′ = 25° el valor de Hansen es el 62% del de Vesic.



Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 25°$ **(modelo con el que se abre el módulo);** $\varphi' = 35°$ **para la comparación**
Métodos	**Hansen:** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ **· Vesic:** $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

SE PIDE

Determinar los valores de **N_q, N_c** y de **N_γ** según los dos métodos; calcular en qué porcentaje es menor el valor de Hansen que el de Vesic.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 N_q y N_c ($\varphi' = 25°$, $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ: Hansen y Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

El N_γ de Hansen equivale al **62%** del de Vesic: en el mismo suelo, el término del peso propio resulta aproximadamente un **38% menor**.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

φ′ (°)	N_q	N_c	N_γ Hansen	N_γ Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

Lo mismo ocurre con φ′ = 35°: N_γ = 33.92 (Hansen) y 48.03 (Vesic), cociente del 71%. El cociente aumenta del 32% al 74% al crecer φ′ y nunca llega a 1: **no deben mezclarse los métodos**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Tres coeficientes dependientes de la relación B/L

TEORÍA

En una cimentación que no es corrida, la rotura es tridimensional. Los factores de forma de Hansen son similares a los de De Beer; incluyen la **relación N_q/N_c**:

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

En carga sin drenaje (φ = 0), la relación N_q/N_c se comporta mal; el coeficiente de cohesión adopta su propia forma simple. Este coeficiente es **aditivo**, no un multiplicador; por ello se escribe s'_c:

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

Zapata corrida (B/L → 0): $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ y $s'_c = 0$. Para zapatas cuadradas y circulares se toma B/L = 1.

Comparación con De Beer: s_c y s_γ son iguales; para s_q, De Beer utiliza tan φ y Hansen sin φ.

PARA φ′ = 25°

B/L	s_c	s_q	s_γ
0 (corrida)	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1 (cuadrada)	1.515	1.423	0.600

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 25°$: $N_c = 20.72,\ N_q = 10.66,\ \sin 25° = 0.4226$ **(Ejemplo 1)**
Cimentaciones	**(a) cuadrado 2 × 2 m · (b) rectángulo 2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c) franja**
Sin drenaje	**φ = 0: cuadrada y 2 × 4 m**

SE PIDE

Para cada cimentación, determinar los valores de $\mathbf{s_c}$, $\mathbf{s_q}$, $\mathbf{s_\gamma}$ (s'_c para φ = 0); en la zapata cuadrada, comparar s_q con el de De Beer.

Solución

SOLUCIÓN

1 (a) Zapata cuadrada (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b) Rectángulo 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) Zapata corrida y caso sin drenaje (φ = 0)

$$\text{franja}: \;\; s_c = s_q = s_\gamma = 1 \qquad \varphi = 0: \;\; s_c' = 0.2\;(\text{cuadrada}),\;\; 0.1\;(2\times 4),\;\; 0\;(\text{franja})$$

En la zapata cuadrada el término q aumenta un **42%** y el término del peso propio disminuye un 40%. s_q = 1 + tan φ = 1.466 de De Beer y 1.423 de Hansen: la diferencia es de alrededor del 3%.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Forma lineal y forma arcotangente

TEORÍA

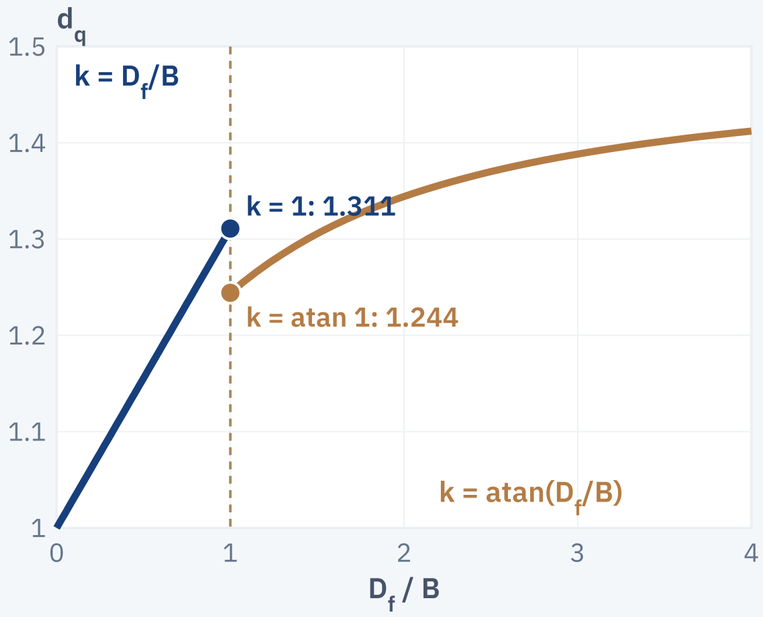
El terreno situado sobre la base contribuye a la capacidad portante. Los factores de profundidad de Hansen dependen de la relación **k = D_f/B**; cuando D_f/B supera 1, k se toma como una arcotangente (en radianes):

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

Con φ = 0, d_q = 1; en la forma aditiva sin drenaje se escribe $d'_c = d_c - 1 = 0.4\,k$.

Las dos expresiones se encuentran con un salto en D_f/B = 1: con k = 1, d_q = 1.311; inmediatamente después, k = $\tan^{-1}1$ = 0.785 y d_q = 1.244. Por ello conviene comparar valores contiguos de D_f.



Enunciado

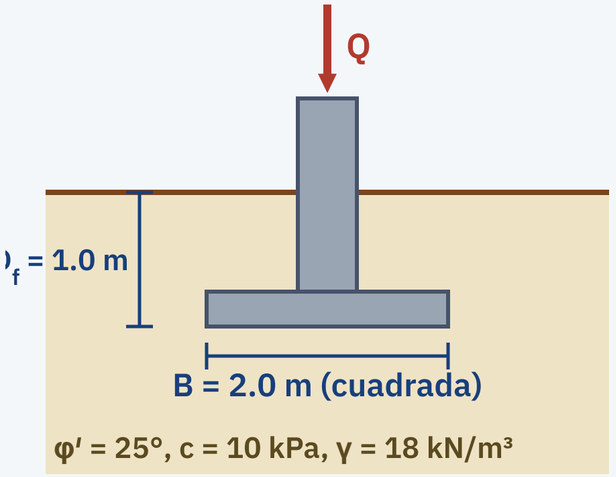
EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663$, $(1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
Cimentación	**B = 2 m; D_f = 1 m (ejemplo), comparación con D_f = 2 m y 3 m**
Sin drenaje	**φ = 0: D_f = 1.5 m**

SE PIDE

Determinar en cada caso los valores de **d_c, d_q** y d_γ; explicar qué ocurre cuando D_f pasa de 2 m a 3 m.



Solución

SOLUCIÓN

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m (D_f/B = 1: lineal, k = 1) y D_f = 3 m (D_f/B = 1.5: k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828)

$$D_f = 2: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311}, \; d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306}, \; d_c = \mathbf{1.393}$$

3 Sin drenaje (φ = 0): D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d'_c = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m: d_q **disminuye** de 1.311 a 1.306, porque k pasa de 1 a $\tan^{-1}1.5$ = 0.98 (escalón). En cambio, de D_f = 1 → 2 m aumenta de 1.155 a 1.311.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Con la carga real, no con el ángulo

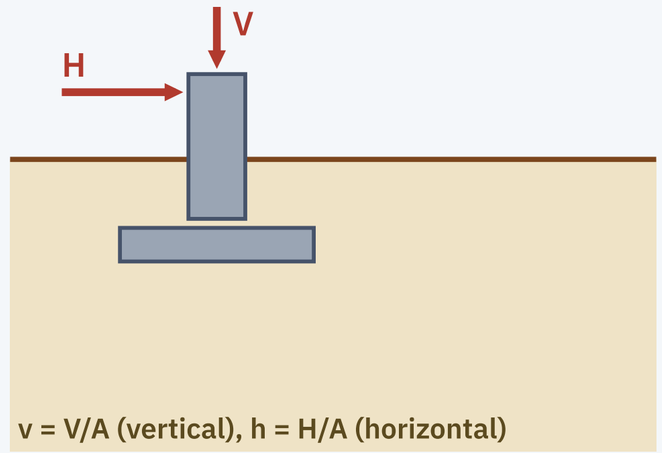
TEORÍA

Los coeficientes de inclinación de Meyerhof dependen solo del ángulo de la carga con la vertical. Los de Hansen dependen de las **presiones horizontal y vertical reales**; h = H/A y v = V/A son las presiones del mismo caso de carga (v = q_{apl}):

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \;\; (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0: \;\; 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\;(i_\gamma) \qquad \varphi = 0: \;\; i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\; i_q = i_\gamma = 1$$



Si h > 0, debe introducirse q_{apl}: la comprobación de la cimentación con los factores de inclinación utiliza **la misma carga**.

A medida que h/(v + c cot φ) crece, los tres coeficientes tienden a cero; una cimentación cuya carga se aproxima al deslizamiento deja de tener capacidad portante.

La base no llega a la capacidad portante antes de deslizar

TEORÍA

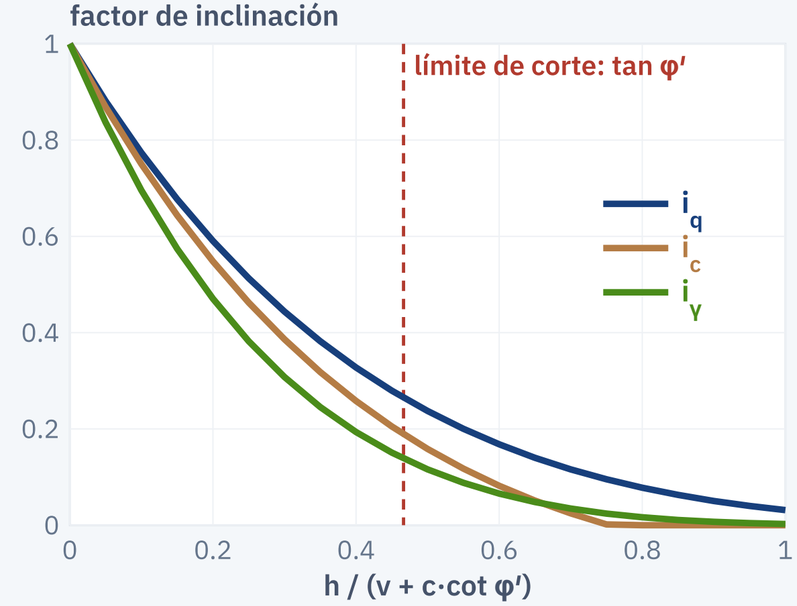
La cimentación **desliza** cuando la carga horizontal supera la resistencia por rozamiento y adherencia de la base. Límite superior (adoptando rozamiento en la base φ y adherencia c):

$$h_{shear} = v \tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

Si **h > v tan φ + c**, el módulo emite una advertencia: la zapata deslizante no puede alcanzar su capacidad portante; para la base real, el deslizamiento se comprueba por separado. En el gráfico, este límite es la línea **h/(v + c cot φ) = tan φ**.

Si **h ≥ v + c cot φ** (h ≥ c cuando φ = 0), el módulo se detiene: los coeficientes de inclinación pierden su significado.

Cuando i_c, i_q descienden por debajo de $1/N_q$, se mantienen en cero; el término de cohesión no pasa a ser negativo.



Enunciado

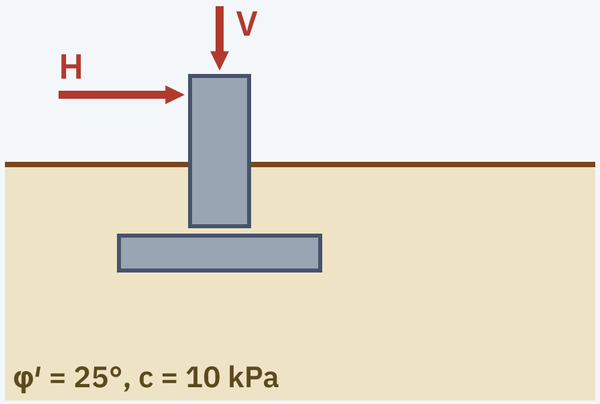
EJEMPLO

Datos

Cimentación, suelo	**modelo del módulo:** $c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°,\ N_q = 10.66$
Caso de carga	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$ **(ek: 60, 90, 120)**
Base	**plano (η = 0)**

SE PIDE

Determinar los factores i_c, i_q, i_γ y comprobar el límite de deslizamiento.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Relación: v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 Coeficientes

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 Límite de deslizamiento

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{sin deslizamiento}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	comprobación al deslizamiento
0	0.000	1.000	1.000	1.000	pasa
30	0.175	0.595	0.633	0.520	pasa
60	0.350	0.318	0.382	0.245	pasa
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**advertencia: h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**advertencia: h > 79.9**

h = 30 kPa (20% de v) reduce el término q un **37%**, el término c un **41%** y el término del peso propio un **48%**. Si la base está inclinada 10°, $i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$.

Con h = 90 y 120 kPa, que superan el límite, la zapata desliza: los coeficientes se siguen calculando, pero además debe comprobarse el deslizamiento.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Base no horizontal y terreno inclinado

TEORÍA

Las cimentaciones reales no siempre tienen la base plana ni están sobre terreno horizontal: la base puede inclinarse deliberadamente o la cimentación puede estar en la coronación de un talud. Los coeficientes de Hansen abarcan ambos casos (η y ω en grados; en las expresiones exponenciales, en radianes):

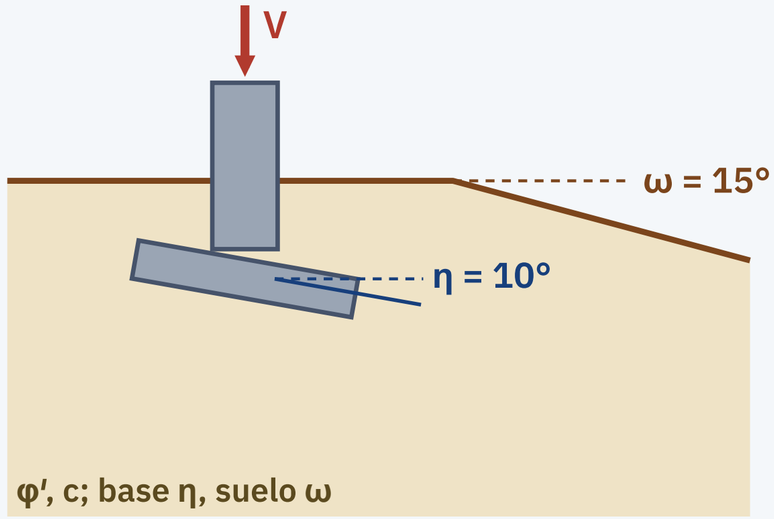
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

El exponente de b_γ (2.7) es mayor que el de b_q (2): una base inclinada perjudica más al término del peso propio que al de la sobrecarga.

η y ω se introducen como máximo con 45°; si ω > φ, el talud no está en equilibrio por sí mismo y el módulo se detiene.

(1 – tan ω)² es la forma de **Vesic**, no la de Hansen, y es algo mayor: para ω = 5° da 0.833; la de Hansen, 0.800. No debe confundirse con la de Hansen en esta ecuación.



Enunciado

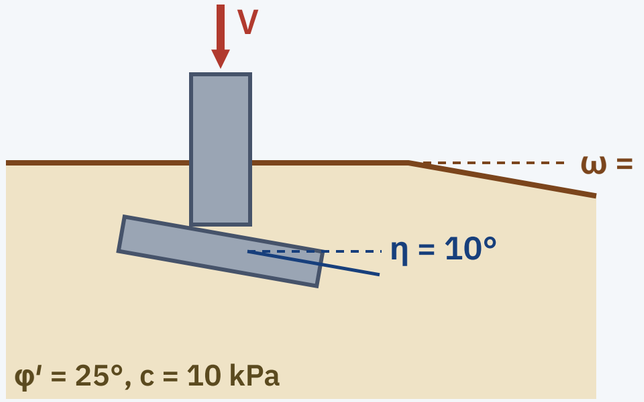
EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
Inclinación de la base	**η = 10°**
Inclinación del terreno	**ω = 10° y ω = 15°**

SE PIDE

Hallar los valores de $\mathbf{b_c}$, $\mathbf{b_q}$, $\mathbf{b_\gamma}$ y $\mathbf{g_c}$, $\mathbf{g_q}$, $\mathbf{g_\gamma}$; comparar g_q con la expresión $(1 - \tan\omega)^2$ de Vesic.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Inclinación de la base η = 10° (0.1745 rad)

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 Pendiente del terreno ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

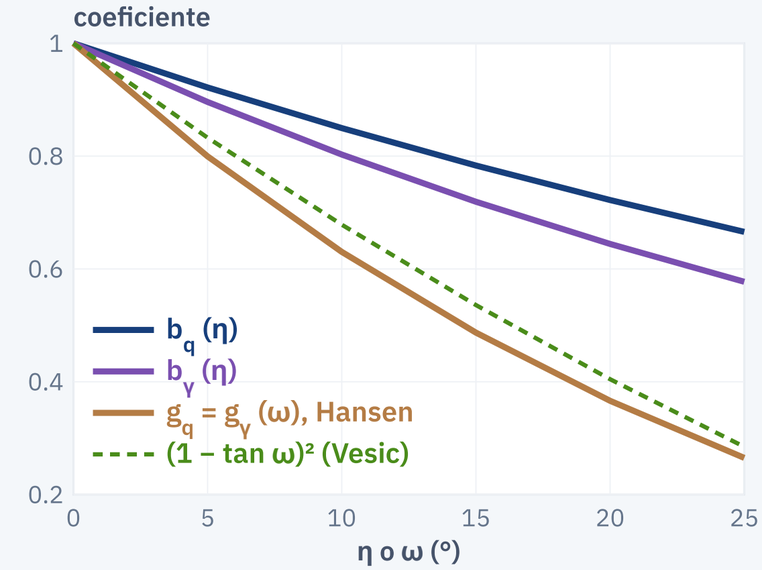
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q según Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

El g_q de Hansen es menor que el de Vesic (ω = 10°: 0.630 y 0.678): es más **conservador**. Una inclinación de la base η = 10° reduce el término del peso propio un 20% y el de sobrecarga un 15%.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Combinación de los seis coeficientes

TEORÍA

Aunque los seis coeficientes parezcan intimidantes, **en el caso ordinario todos valen 1**; la ecuación completa solo interviene cuando se incumple una hipótesis. q_u es la presión vertical en la rotura; el módulo mantiene separadas la presión bruta y la neta:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La presión aplicada q_{apl} es la **presión bruta vertical en la base** para el mismo caso de carga (V/A). La cimentación cumple en las siguientes condiciones:

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{real}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Carga vertical admisible $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. Si h > 0 y no se introduce q_{apl}, el módulo no puede calcular las capacidades ni tampoco los factores de inclinación.

¿CUÁNDO VALE 1 EL COEFICIENTE?

Coeficiente	caso en que vale 1
s	zapata corrida (B/L = 0)
d	$D_f = 0$ (base en la superficie)
i	h = 0 (carga vertical)
b	η = 0 (base horizontal)
g	ω = 0 (terreno horizontal)

Los coeficientes no cambian; cambian q y γ

TEORÍA

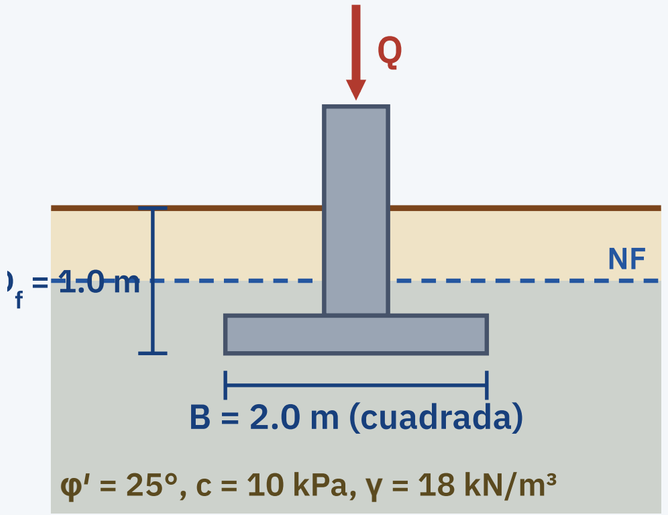
El módulo de Hansen trata el nivel freático con **los mismos tres casos** que los demás módulos de capacidad portante. Por debajo del nivel freático, el peso específico efectivo es $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ($\gamma_w = 9.81$). D_w es la profundidad del nivel freático desde la superficie:

$$\text{I } (D_w \leq D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (tercer término)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \leq D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Cuando $D_w = D_f$, se toma $q = \gamma D_f$ y se emplea γ' en el tercer término.

El agua situada a más de una anchura B por debajo de la base es **ineficaz**. El agua interviene únicamente a través de **q y γ**; s, d, i, b, g permanecen iguales.



Enunciado

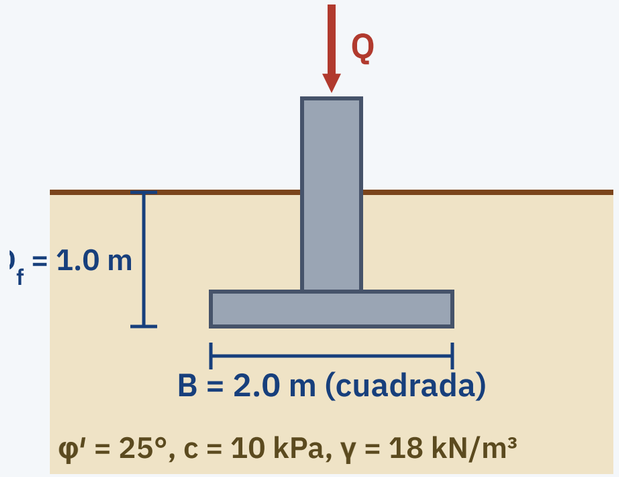
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 2.0 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso específico	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; sin agua subterránea**
Carga	**vertical, centrada**
Seguridad	**FS = 3**

SE PIDE

q_u, q_{all} bruta y neta, y carga admisible **Q_{all}**; determinar la contribución de cada término.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Factores de capacidad portante (φ′ = 25°)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 Coeficientes de corrección (B/L = 1; $D_f/B = 0.5$; h = η = ω = 0)

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Capacidad portante ($q = \gamma D_f = 18$ kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 Presión admisible y carga ($A = 2^2 = 4$ m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

El **49%** de la capacidad portante procede de la cohesión, el **41%** de la sobrecarga y solo el **10%** del peso propio: el pequeño N_γ y $s_\gamma = 0.6$ debilitan el término del peso propio.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

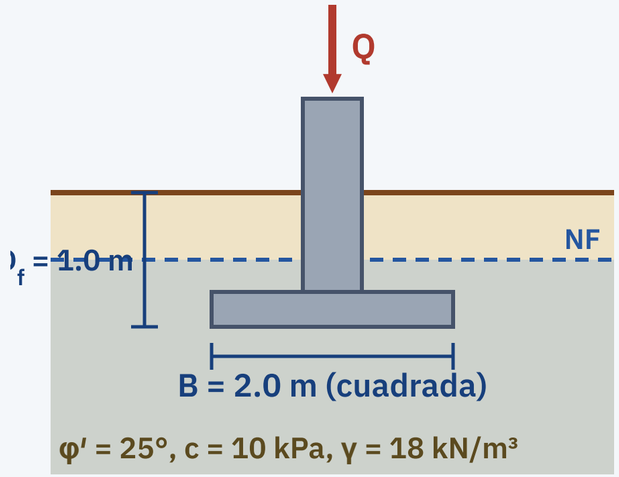
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 2.0 m, D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso específico	$\gamma = 18$ **(arriba),** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **(por debajo del nivel freático)**
Agua subterránea	**D_w = 0.5; 1.0; 2.0 y 4.0 m**

SE PIDE

Para cada caso, determinar **q**, el peso específico del tercer término y los valores de **q_u**. (Factores como en el Ejemplo 6.)



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Caso I ($D_W \le D_f$): $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \; q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 1.0: \; q = 18(1.0) = \mathbf{18.0}\ \mathrm{kPa}$$

2 Caso III ($D_W = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$) y agua sin efecto ($D_W = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kN/m^3},\ q = 18\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 4.0: \; q = 18\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

D_w (m)	Situación	q (kPa)	tercer término de γ	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	despreciable	18.00	18.00	**765.1**

Con el nivel freático a 0.5 m, q_u = 652 y, con el nivel freático profundo, 765 kPa (15% de diferencia). El origen de la diferencia es **únicamente q y γ**: el término de cohesión (376.6 kPa) no varía en absoluto.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

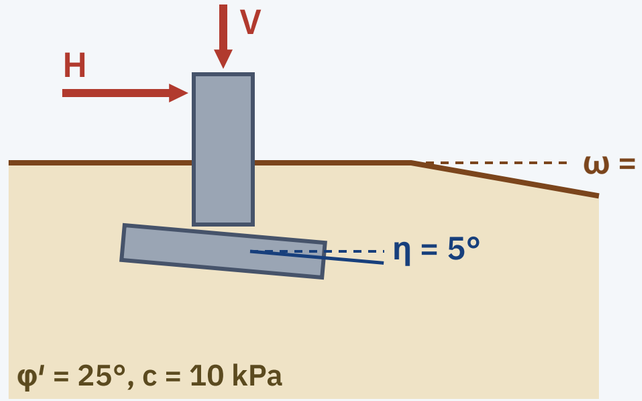
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 2.0 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso específico	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; sin agua subterránea**
Caso de carga	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$
Base, suelo	**η = 5°, ω = 10°**
Seguridad	**FS = 3**

SE PIDE

Determinar $\mathbf{q_u}$ y $\mathbf{q_{all}}$; comprobar si la cimentación cumple para q_{apl} = 150 kPa; comprobar el deslizamiento.



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Factores de inclinación (v + c cot φ = 171.45 kPa; base inclinada: 0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889)

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 Factores de inclinación de la base y del terreno (η = 5°, ω = 10°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

3 Tres términos (factores de forma y de profundidad como en el ejemplo 6)

$$c\text{ término} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q\text{ término} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma\text{ término} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 Capacidad portante y presión admisible

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

5 Comprobación (q_{apl} = 150 kPa)

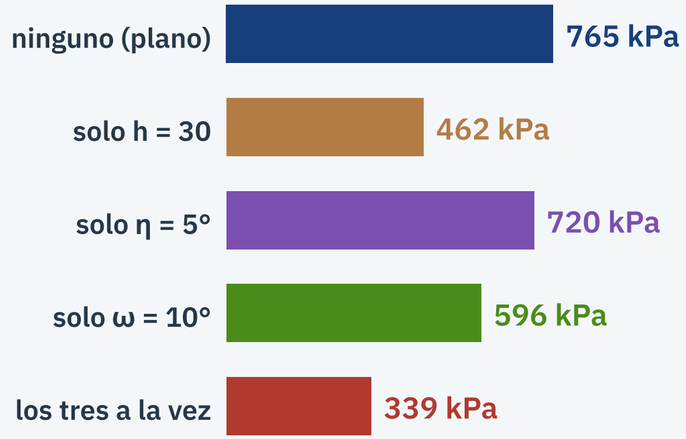
$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{no cumple}$$

$$FS_{\text{real}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 Límite de deslizamiento

$$h = 30 \leq v\tan\varphi + c = 79.9\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{sin advertencia de deslizamiento}$$

q_u, que en el modelo horizontal vale 765 kPa, desciende a **339 kPa** (56%) con este caso de carga. Por separado: carga horizontal **–40%**, inclinación del terreno –22%, inclinación de la base –6%. La zapata no cumple (FS = 2.26 < 3); medidas correctoras: aumentar B o D_f, reducir h, nivelar la base.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

φ = 0: el término de cohesión se escribe de forma aditiva

TEORÍA

Para φ = 0 no se utiliza el término de cohesión multiplicativo. Hansen lo escribe de forma **aditiva**: las correcciones se suman a 1 o se restan de él, de modo que el término de cohesión no se anula cuando h, η y ω son nulos. N_c = 5.14, N_q = 1, N_γ = 0:

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

El término de sobrecarga se reduce a q g_q: en terreno horizontal, solo q. No hay término de peso propio (N_γ = 0).

Debe cumplirse **h < c**; si h ≥ c, la base desliza y el módulo se detiene. El paréntesis también debe seguir siendo positivo (si h, η y ω son a la vez muy grandes, el término de cohesión pasaría a ser negativo).

EJEMPLO: c = 40 kPa, cuadrada de 2 m, D_f = 1 m

Coeficiente	Valor
s'_c = 0.2(B/L)	0.2
d'_c = 0.4 k (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
paréntesis	1.4

q_u = 40 × 5.14 × 1.4 + 18 = **305.84 kPa**

Enunciado

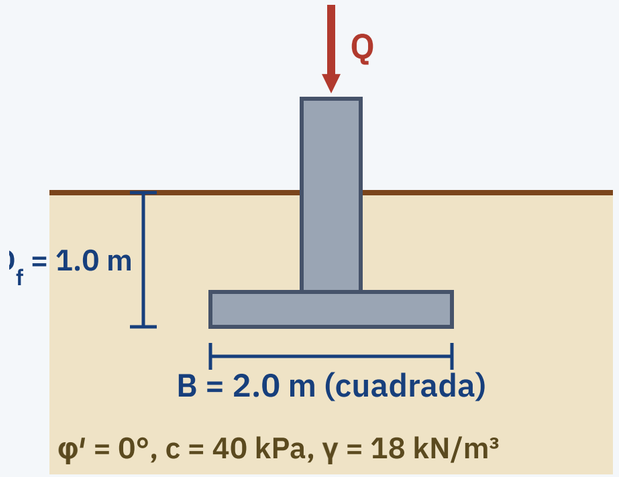
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada B = L = 2 m, D_f = 1 m**
Suelo	**arcilla:** $\varphi = 0,\ c_u = 40\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; sin nivel freático**
Casos	**(a) carga vertical · (b)** $v = 100,\ h = 10\ \mathrm{kPa}$ **· (c)** $h = 10$ **y** $\eta = \omega = 10^\circ$

SE PIDE

Determinar el valor de $\mathbf{q_u}$ para cada caso.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 (a) Carga vertical: paréntesis 1 + s′$_c$ + d′$_c$ = 1 + 0.2 + 0.2

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \;\Rightarrow\; q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 (c) h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \text{kPa}$$

Situación	paréntesis	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a) vertical	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

Solo h = 10 kPa reduce la capacidad portante un 5%; junto con h, la inclinación de la base y del terreno la reducen un 16%. Gracias a la forma aditiva, en el caso horizontal y vertical el término de cohesión no se anula: 305.84 kPa.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

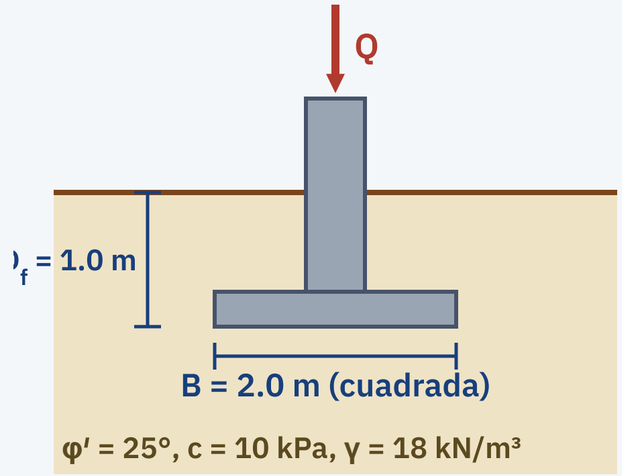
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 2.0 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Peso específico	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; sin agua subterránea**
Comparación	**Ecuación de Vesic: factor de forma de De Beer, N_γ de Vesic, $d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$**
Caso de carga (adicional)	**Ejemplo 8: q_{apl} = 150, h = 30 kPa, η = 5°, ω = 10°**

SE PIDE

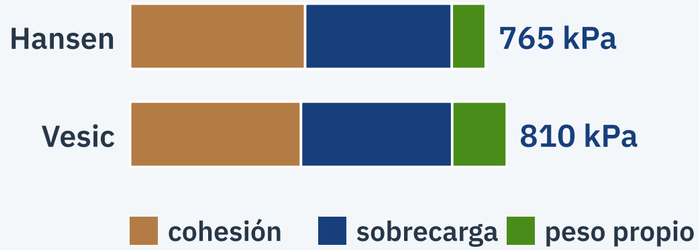
Comparar término a término los valores de q_u de las dos ecuaciones; después, también para el caso de carga del Ejemplo 8.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
término en c	376.6	367.7
término en q	315.5	325.2
término en γ	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



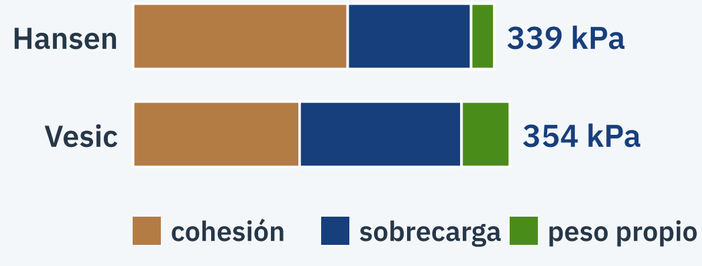
El valor de Hansen es un **5.6% menor** (765 y 810 kPa). La diferencia se encuentra casi por completo en el término del peso propio (73 y 117 kPa): N_γ es pequeño.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

Coeficiente	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

Para el mismo caso de carga la diferencia es del 4.3%: los exponentes de inclinación de Vesic m = 1.5 (cuadrada) y las formas b = (1 − η tan φ)², g = (1 − tan ω)² penalizan algo **menos** que las de Hansen. No deben mezclarse las dos ecuaciones; los coeficientes de cada método son coherentes con su propio N_γ.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Ecuación de Hansen: $q_u = cN_c(s\ d\ i\ b\ g) + qN_q(s\ d\ i\ b\ g) + \tfrac{1}{2}\gamma BN_\gamma(s\ d\ i\ b\ g)$; en el caso habitual $i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$: menor que el de Vesic ($\varphi' = 25°$: 6.76 y 10.88); los coeficientes del método se utilizan conjuntamente

Forma: $s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$, $s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$, $s_\gamma = 1 - 0.4\ B/L$ · **Profundidad**: $k = D_f/B$ o $\tan^{-1}(D_f/B)$; escalón en $D_f/B = 1$

Inclinación: con los valores reales de h y v; $i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$, $i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$; advertencia de deslizamiento si $h > v\tan\varphi + c$, y el módulo se detiene si $h \geq v + c\cot\varphi$

Inclinación de la base $b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$, $b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$; **inclinación del terreno** $g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$ (el $(1 - \tan\omega)^2$ de Vesic es distinto)

Sin drenaje ($\varphi = 0$): $cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$; $N_c = 5.14$, $N_\gamma = 0$; $h < c$

El **agua subterránea** modifica solo q y γ; **comprobación**: $q_{apl} \leq q_{all,g}$, FS_{real} y neto

Referencias bibliográficas

La ecuación completa de capacidad portante de Hansen —su propio Nγ, sus factores de forma, de inclinación de la carga, de inclinación de la base y de inclinación del terreno— sigue a Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970, tal como se reproduce de forma coherente en las referencias geotécnicas habituales. Los factores de profundidad utilizados en toda esta sección son los de Hansen, tal como los expone Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (capítulo 16).

NOTA

Parte de las figuras de esta presentación procede de la página de teoría de GeoTerva; todos los ejemplos numéricos se han obtenido con la propia biblioteca de cálculo del módulo, y el módulo da los mismos valores.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Calcular paso a paso en GeoTerva la cimentación de ejemplo de esta presentación: el módulo se abre con este modelo.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com