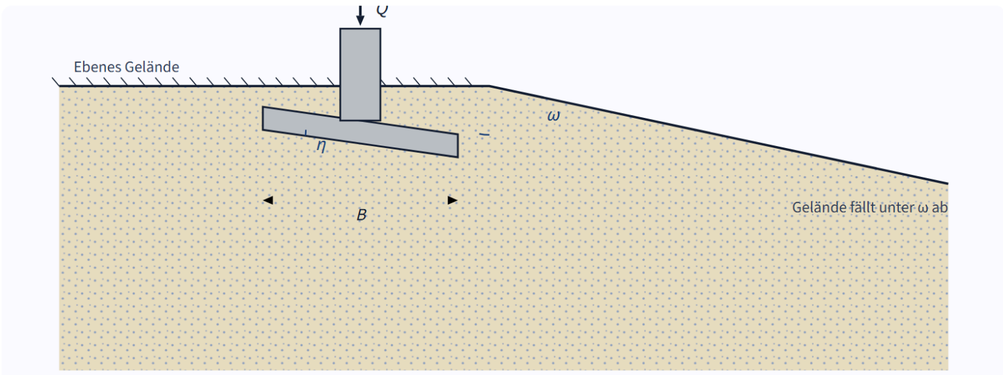
Geotechnische Vorlesungspräsentation · Fundamente

Tragfähigkeitsgleichung nach Hansen

Vorlesung: vom eigenen N_γ-Beiwert nach Hansen über Form- und Tiefenbeiwerte bis zu den von der tatsächlichen Last abhängigen Lastneigungsbeiwerten sowie Sohl- und Geländeneigungsbeiwerten; zu jedem Thema ein Rechenbeispiel.



- Hansen N_γ
- Form · Tiefe
- Neigung in Abhängigkeit von der tatsächlichen Last
- Sohl- und Geländeneigung
- Undränierte additive Form
- Rechenbeispiele

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

- **die drei Terme der Hansen-Gleichung** und die sechs Korrekturbeiwerte jedes Terms (Form, Tiefe, Lastneigung, Sohlneigung, Geländeneigung) zu erkennen
- Hansens **eigenen N_γ-Beiwert** zu berechnen und mit dem von Vesic zu vergleichen
- **Formbeiwerte** und **Tiefenbeiwerte** anwenden, einschließlich des Übergangs bei $D_f/B = 1$
- Die **Neigungsbeiwerte** mit den tatsächlichen Lasten h und v zu berechnen und die Schergrenzen zu prüfen
- Verwendung der Beiwerte für die **Sohlneigung η** und die **Geländeneigung ω**
- Die Behandlung der undränierten **Totalspannungsform** ($\varphi = 0$) und der Grundwasserverhältnisse
- Die Brutto- und Netto-Grundbruchspannung zu ermitteln und zu **prüfen**

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielfundament, das vom Modul geöffnete Modell: 2 m × 2 m quadratisches Fundament auf Boden mit $c = 10$ kPa, $\varphi' = 25°$, $D_f = 1$ m, $\gamma = 18$ kN/m³, kein Grundwasser.

Drei Terme, jeder mit sechs Korrekturen

THEORIE

Hansen (1970) leitete die Tragfähigkeitsgleichung mit einem eigenen Bruchmechanismus unabhängig von Vesic ab. Jeder Term trägt **sechs Korrekturbeiwerte**, die multipliziert werden:

$$\begin{aligned} q_u = {} & c\, N_c\, s_c d_c i_c b_c g_c \\ & + q\, N_q\, s_q d_q i_q b_q g_q \\ & + \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma\, s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma \end{aligned}$$

N_c und N_q stimmen mit allen Verfahren dieses Abschnitts überein (den geschlossenen Formeln nach Prandtl und Reissner). **N_γ ist spezifisch für Hansen** und ist bei gleichem φ′ kleiner als der Wert nach Vesic.

Formbeiwerte (s), **Tiefenbeiwerte** (d), **Lastneigungsbeiwerte** (i), **Sohlneigungsbeiwerte** (b) und **Geländeneigungsbeiwerte** (g) sind Hansens eigener Satz; geneigte Last, geneigte Sohle und geneigtes Gelände werden in derselben Gleichung behandelt.

Bei ebener Sohle, ebenem Gelände und vertikaler Last gilt **i = b = g = 1**: Die Gleichung reduziert sich auf die allgemeine Gleichung mit Form- und Tiefenbeiwerten.

BEZEICHNUNGEN

c, φ′: Kohäsion, Reibungswinkel

q = γ D_f: Auflast in Höhe der Gründungssohle

B, L: kurze und lange Seite; B/L bestimmt die Form

h, v: H/A- und V/A-Drücke des Lastfalls

η: Neigung der Sohle gegen die Horizontale

ω: Neigung der Geländeoberfläche neben dem Fundament

Der Beiwert N_γ nach Hansen ist kleiner als der nach Vesic

THEORIE

N_c und N_q sind bei jedem Verfahren gleich:

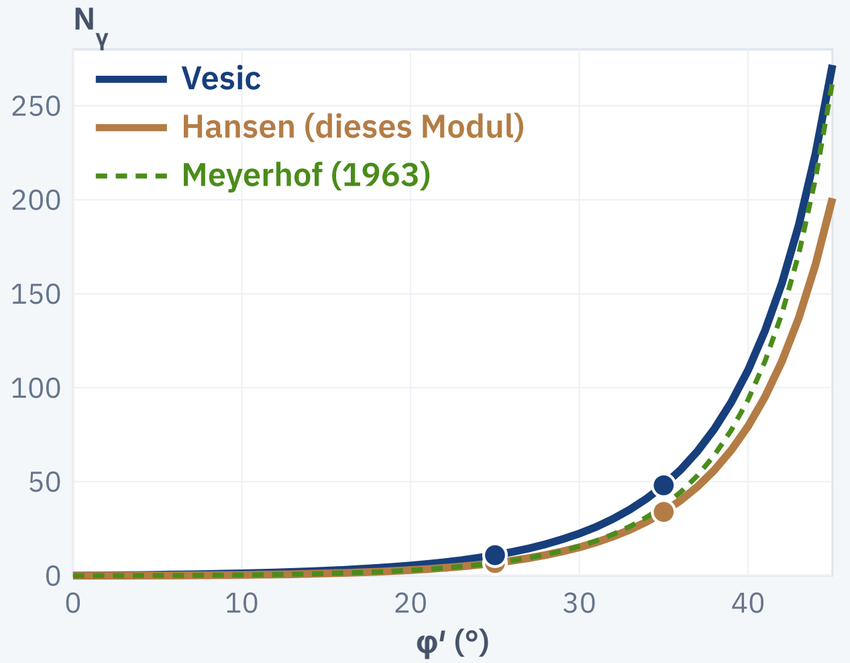
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

Für N_γ gibt es keinen geschlossenen und allgemein anerkannten Ausdruck. Hansen erhielt seinen eigenen Ausdruck, indem er die Bruchfläche etwas anders idealisierte:

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

Beide sind anerkannte Herleitungen; keine von beiden ist im absoluten Sinne „richtiger“. Entscheidend ist, **die Beiwerte desselben Verfahrens gemeinsam zu verwenden**: das N_γ nach Hansen mit den Form- und Neigungsbeiwerten nach Hansen.

Mit wachsendem φ′ nimmt die Differenz proportional ab, schließt sich aber nicht; bei φ′ = 25° beträgt Hansen 62 % von Vesic.



Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	$\varphi' = 25°$ **(Modell, in dem das Modul geöffnet wird);** $\varphi' = 35°$ **zum Vergleich**
Verfahren	**Hansen:** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ **· Vesic:** $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

GESUCHT

Ermitteln Sie die Werte **N_q, N_c** und **N_γ** nach beiden Verfahren; berechnen Sie, um wie viel Prozent der Wert nach Hansen kleiner ist als der nach Vesic.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 N_q und N_c ($\varphi' = 25°$, $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 N_γ: Hansen und Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

Hansen's N_γ beträgt **62 %** des Wertes von Vesic: Im selben Boden fällt der Eigengewichtsterm um etwa **38 % kleiner** aus.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

φ′ (°)	N_q	N_c	N_γ nach Hansen	N_γ Vesic	Hansen / Vesic
10	2.47	8.34	0.39	1.22	%32
15	3.94	10.98	1.18	2.65	%45
20	6.40	14.83	2.95	5.39	%55
25	10.66	20.72	6.76	10.88	%62
30	18.40	30.14	15.07	22.40	%67
32	23.18	35.49	20.79	30.21	%69
35	33.30	46.12	33.92	48.03	%71
40	64.20	75.31	79.54	109.41	%73
45	134.87	133.87	200.81	271.75	%74

Dasselbe gilt für φ′ = 35°: N_γ = 33.92 (Hansen) und 48.03 (Vesic), ein Verhältnis von 71%. Das Verhältnis steigt mit zunehmendem φ′ von 32% auf 74% und wird nie 1: **Methoden nicht vermischen**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Drei Beiwerte in Abhängigkeit vom Verhältnis B/L

THEORIE

Bei einem Nicht-Streifenfundament ist der Bruch dreidimensional. Hansens Formbeiwerte ähneln denen von De Beer; sie enthalten das **Verhältnis N_q/N_c**:

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

Bei undränierter Belastung (φ = 0) verhält sich das Verhältnis N_q/N_c schlecht; der Kohäsionsbeiwert nimmt seine eigene einfache Form an. Dieser Beiwert ist **additiv** und kein Multiplikator, daher wird s'_c geschrieben:

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

Streifenfundament (B/L → 0): $s_c = s_q = s_\gamma = 1$ und $s'_c = 0$. Bei quadratischem und kreisförmigem Fundament wird B/L = 1 angesetzt.

Vergleich mit De Beer: s_c und s_γ sind gleich; bei s_q verwendet De Beer tan φ, Hansen sin φ.

FÜR φ′ = 25°

B/L	s_c	s_q	s_γ
0 (Streifen)	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1 (quadratisch)	1.515	1.423	0.600

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	$\varphi' = 25°$: $N_c = 20.72,\ N_q = 10.66,\ \sin 25° = 0.4226$ **(Beispiel 1)**
Fundamente	**(a) quadratisch 2 × 2 m · (b) rechteckig 2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c) Streifen**
Undräniert	**φ = 0: quadratisch und 2 × 4 m**

GESUCHT

Für jedes Fundament sind die Werte **s_c, s_q, s_γ** zu ermitteln (s'_c bei φ = 0); beim quadratischen Fundament ist s_q mit dem Wert nach De Beer zu vergleichen.

Lösung

LÖSUNG

1 (a) Quadratisches Fundament (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (b) Rechteck 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) Streifen und undränierter Fall (φ = 0)

$$\text{Streifen}: \; s_c = s_q = s_\gamma = 1 \qquad \varphi = 0: \; s_c' = 0.2 \; (\text{quadratisch}), \; 0.1 \; (2 \times 4), \; 0 \; (\text{Streifen})$$

Beim quadratischen Fundament steigt der q-Term um **42%**, der Eigengewichtsanteil sinkt um 40%. De Beer: $s_q = 1 + \tan\varphi = 1.466$, Hansen: 1.423: Der Unterschied beträgt etwa 3%.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Lineare Form und Arkustangensform

THEORIE

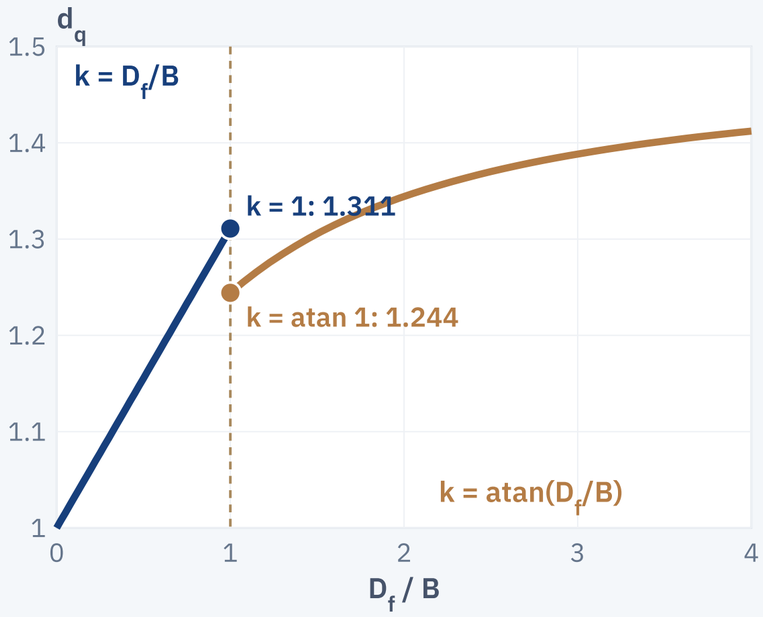
Der Boden über der Sohle trägt zur Tragfähigkeit bei. Die Tiefenbeiwerte nach Hansen hängen vom Verhältnis **k = D_f/B** ab; überschreitet D_f/B den Wert 1, so wird k als Arkustangens (im Bogenmaß) angesetzt:

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

Für φ = 0 gilt d_q = 1; in undränierter additiver Form wird $d'_c = d_c - 1 = 0.4\,k$ angesetzt.

Die beiden Formen treffen bei D_f/B = 1 mit einer Sprungstelle aufeinander: Bei k = 1 ist d_q = 1.311, unmittelbar dahinter ist k = $\tan^{-1}1$ = 0.785 und d_q = 1.244. Daher empfiehlt es sich, benachbarte D_f-Werte zu vergleichen.



Aufgabe

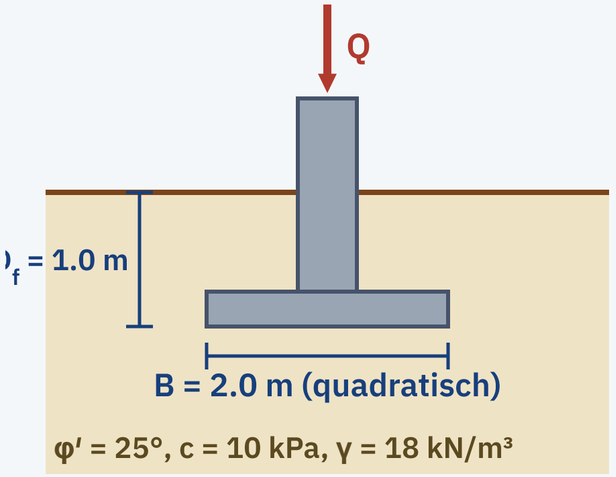
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	$\varphi' = 25°$: $\tan\varphi = 0.4663,\ (1 - \sin 25°)^2 = 0.3334$
Fundament	**B = 2 m; D_f = 1 m (Beispiel), zum Vergleich D_f = 2 m und 3 m**
Undräniert	**φ = 0: D_f = 1.5 m**

GESUCHT

Ermitteln Sie für jeden Fall die Werte **d_c, d_q** und d_γ; erläutern Sie, was geschieht, wenn D_f von 2 m auf 3 m anwächst.



Lösung

LÖSUNG

1 D_f = 1 m (D_f/B = 0.5 ≤ 1: k = 0.5)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 D_f = 2 m (D_f/B = 1: linear, k = 1) und D_f = 3 m (D_f/B = 1.5: k = $\tan^{-1}1.5$ = 0.9828)

$$D_f = 2: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311}, \; d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306}, \; d_c = \mathbf{1.393}$$

3 Undräniert (φ = 0): D_f/B = 1.5/2 = 0.75

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d_c' = 0.3) \qquad d_q = 1$$

D_f = 2 m → 3 m: d_q **nimmt ab** von 1.311 auf 1.306, weil k von 1 auf $\tan^{-1}1.5$ = 0.98 übergeht (Sprung). Bei D_f = 1 → 2 m hingegen steigt er von 1.155 auf 1.311.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Mit der tatsächlichen Last, nicht mit dem Winkel

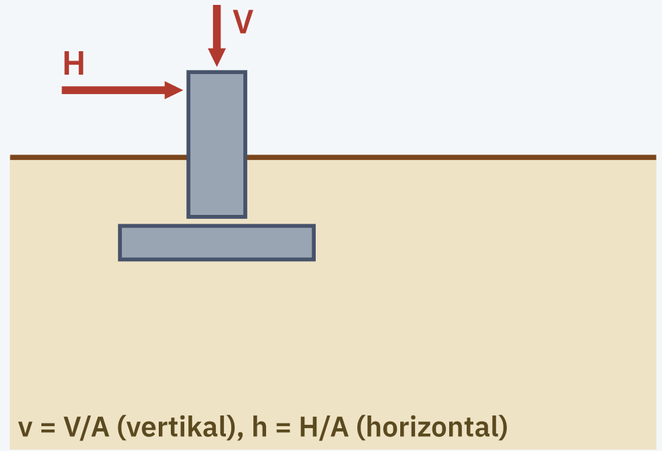
THEORIE

Die Neigungsbeiwerte nach Meyerhof hängen nur vom Winkel der Last zur Vertikalen ab. Die nach Hansen hängen von den **tatsächlichen horizontalen und vertikalen Spannungen** ab; h = H/A und v = V/A sind die Spannungen desselben Lastfalls (v = q_{app}):

$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \;\; (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0: \;\; 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ} \;\; (i_\gamma) \qquad \varphi = 0: \;\; i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right), \;\; i_q = i_\gamma = 1$$



Ist h > 0, muss $q_{aufgebracht}$ eingegeben werden: der Fundamentnachweis mit den Neigungsbeiwerten verwendet **dieselbe Last**.

Je größer h/(v + c cot φ) wird, desto mehr gehen alle drei Beiwerte gegen null; ein Fundament nahe am Gleiten hat keine Tragfähigkeit mehr.

Die Sohle erreicht die Grundbruchspannung vor dem Gleiten

THEORIE

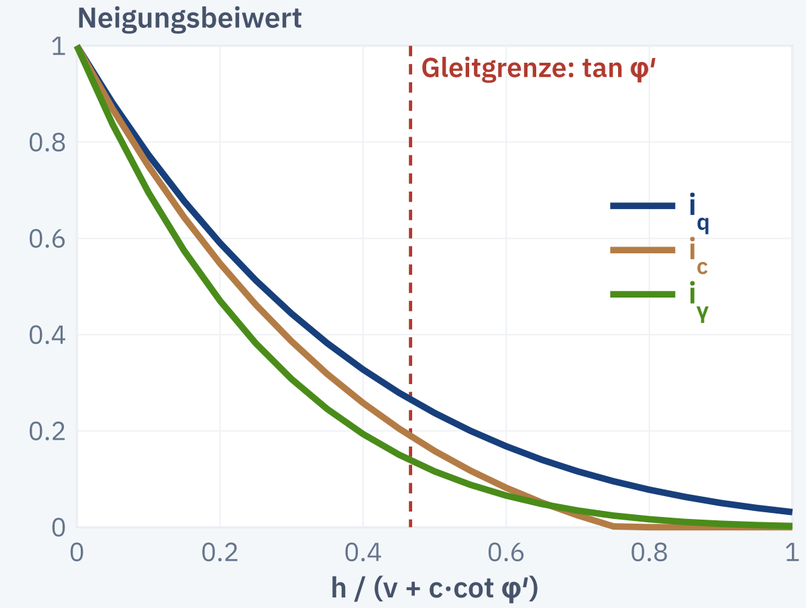
Das Fundament **gleitet**, wenn die Horizontallast den Reibungs- und Adhäsionswiderstand der Sohle überschreitet. Obere Schranke (mit Sohlreibung φ und Adhäsion c):

$$h_{shear} = v \tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

Für **h > v tan φ + c** warnt das Modul: Das gleitende Fundament kann seine Tragfähigkeit nicht erreichen; für die tatsächliche Sohle ist das Gleiten gesondert nachzuweisen. Im Diagramm ist diese Grenze die Gerade **h/(v + c cot φ) = tan φ**.

Wenn **h ≥ v + c cot φ** (h ≥ c bei φ = 0), stoppt das Modul: Die Neigungsbeiwerte verlieren ihre Bedeutung.

Sobald i_c, i_q unter $1/N_q$ fallen, werden sie bei null gehalten; der Kohäsionsterm wird nie negativ.



Aufgabe

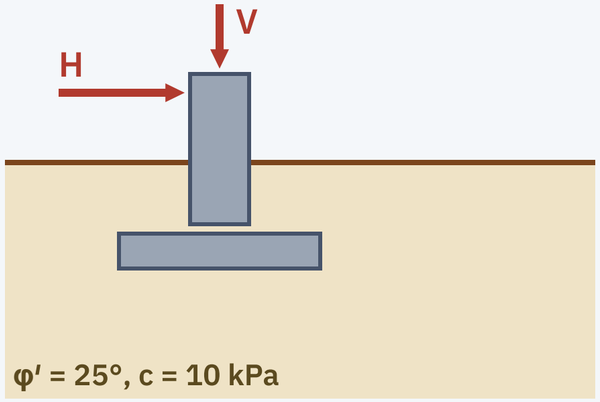
BEISPIEL

Gegeben

Fundament, Baugrund	**Modell des Moduls:** $c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°,\ N_q = 10.66$
Lastfall	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$ **(ek: 60, 90, 120)**
Sohle	**gerade (η = 0)**

GESUCHT

i_c, i_q, i_γ Beiwerte ermitteln und die Gleitgrenze nachweisen.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Verhältnis: v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 Beiwerte

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 Gleitgrenze

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{kein Gleiten}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	Nachweis Gleiten
0	0.000	1.000	1.000	1.000	erfüllt
30	0.175	0.595	0.633	0.520	erfüllt
60	0.350	0.318	0.382	0.245	erfüllt
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**Warnung: h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**Warnung: h > 79.9**

h = 30 kPa (20 % von v) verringert den q-Term um **37 %**, den c-Term um **41 %** und den Eigengewichtsterm um **48 %**. Ist die Sohle um 10° geneigt, ergibt sich $i_\gamma = (1 – (0.7 – 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$. Bei h = 90 und 120 kPa, die den Grenzwert überschreiten, gleitet das Fundament: Die Beiwerte werden weiterhin berechnet, das Gleiten ist jedoch zusätzlich nachzuweisen.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Ungleichmäßige Sohle und geneigtes Gelände

THEORIE

Reale Fundamente sind nicht immer ebensohlig und auf ebenem Gelände gegründet: Die Sohle kann bewusst geneigt ausgeführt werden, oder das Fundament kann am Böschungsrand liegen. Die Beiwerte nach Hansen erfassen beides (η und ω in Grad; in Exponentialausdrücken in Bogenmaß):

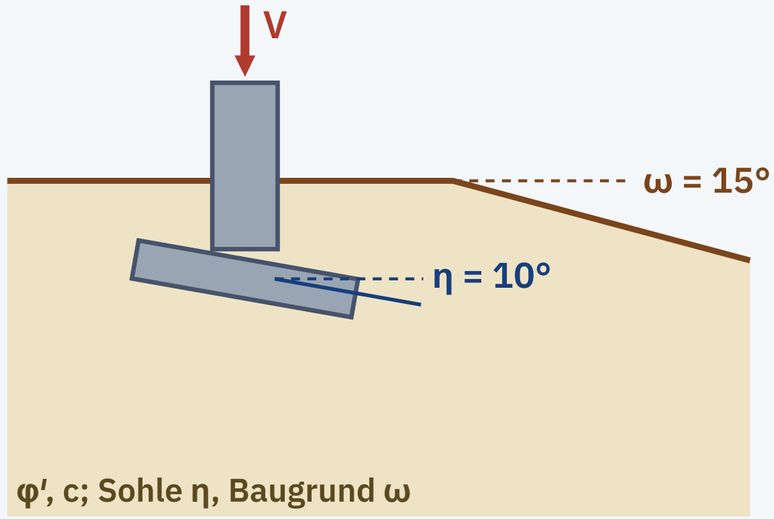
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

Der Exponent von b_γ (2.7) ist größer als der von b_q (2): Eine geneigte Sohle schadet dem Eigengewichtsterm stärker als dem Auflastterm.

η und ω werden mit höchstens 45° eingegeben; ist ω > φ, so ist die Böschung für sich allein nicht im Gleichgewicht und das Modul bricht ab.

$(1 - \tan\omega)^2$ ist die Form von **Vesic**, nicht von Hansen, und ist etwas größer: bei ω = 5° ergibt sie 0.833; Hansen ergibt 0.800. Sie darf in dieser Gleichung nicht mit Hansen verwechselt werden.



Aufgabe

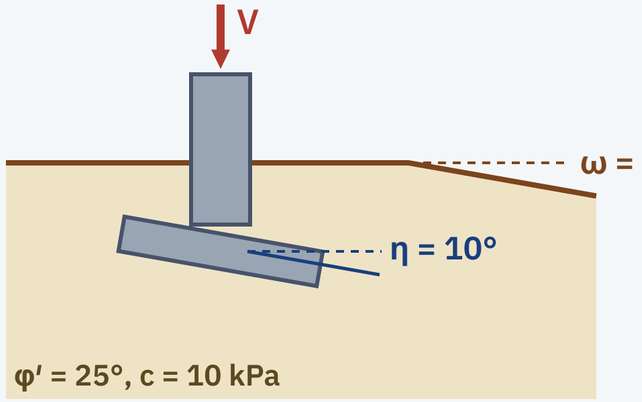
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	$\varphi' = 25°,\ \tan\varphi = 0.4663$
Sohlneigung	**η = 10°**
Geländeneigung	**ω = 10° und ω = 15°**

GESUCHT

Ermitteln Sie die Werte von $\mathbf{b_c}$, $\mathbf{b_q}$, $\mathbf{b_\gamma}$ und $\mathbf{g_c}$, $\mathbf{g_q}$, $\mathbf{g_\gamma}$; vergleichen Sie g_q mit der Form $(1 - \tan\omega)^2$ nach Vesic.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Sohlneigung η = 10° (0.1745 rad)

$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 Geländeneigung ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

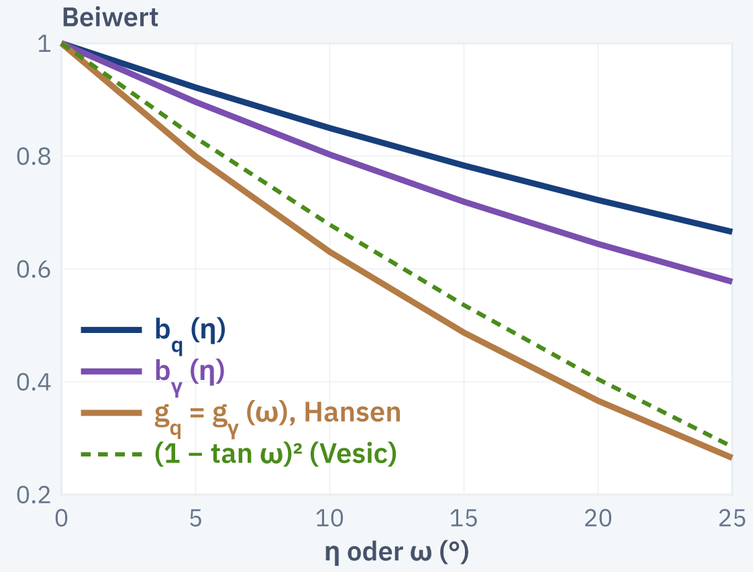
$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q nach Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

Das g_q nach Hansen ist kleiner als das nach Vesic (ω = 10°: 0.630 und 0.678): es ist **konservativer**. Eine Sohlneigung von η = 10° verringert den Eigengewichtsterm um 20 % und den Auflastterm um 15 %.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassen der sechs Beiwerte

THEORIE

Obwohl die sechs Beiwerte abschreckend wirken, **sind sie im Normalfall alle 1**; die vollständige Gleichung kommt erst ins Spiel, wenn eine Annahme verletzt wird. q_u ist der vertikale Druck im Bruchzustand; das Modul hält Brutto- und Nettodruck getrennt:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

Die aufgebrachte Pressung q_{vorh} ist die **vertikale Bruttopressung an der Fundamentsohle** für denselben Lastfall (V/A). Das Fundament ist unter den folgenden Bedingungen zulässig:

$$q_{apply} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{tatsächlich}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$

Zulässige vertikale Last $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. Wenn $h > 0$ ist und q_{appl} nicht eingegeben wird, kann das Modul nicht nur die Tragfähigkeiten, sondern auch die Neigungsbeiwerte nicht berechnen.

WANN IST DER BEIWERT 1?

Beiwert	Fall, in dem er 1 ist
s	Streifenfundament (B/L = 0)
d	$D_f = 0$ (Sohle an der Oberfläche)
i	h = 0 (vertikale Last)
b	η = 0 (glatte Sohle)
g	ω = 0 (ebenes Gelände)

Beiwerte unverändert; q und γ ändern sich

THEORIE

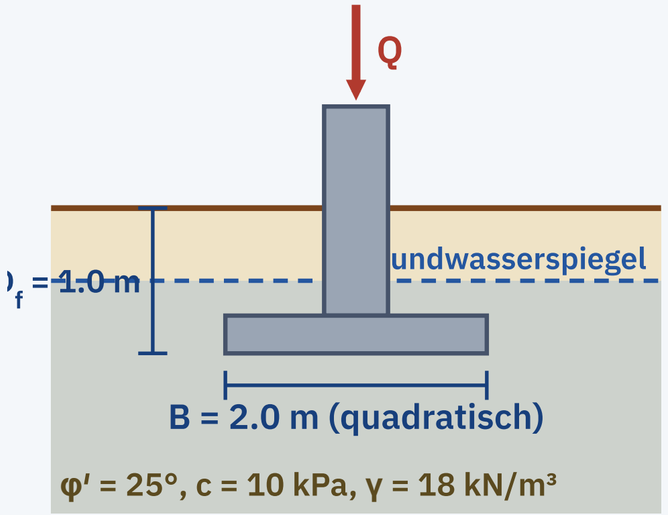
Das Hansen-Modul behandelt das Grundwasser mit **denselben drei Fällen** wie die übrigen Grundbruch-Module. Unterhalb des Grundwasserspiegels ist die wirksame Wichte $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ($\gamma_w = 9.81$). D_w ist die Tiefe des Grundwassers unter der Geländeoberfläche:

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (dritter Term)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Für $D_w = D_f$ gilt $q = \gamma D_f$, und im dritten Term wird γ' verwendet.

Wasser tiefer als ein B unter der Sohle ist **unwirksam**. Das Wasser geht nur über **q und γ** ein; s, d, i, b, g bleiben gleich.



Aufgabe

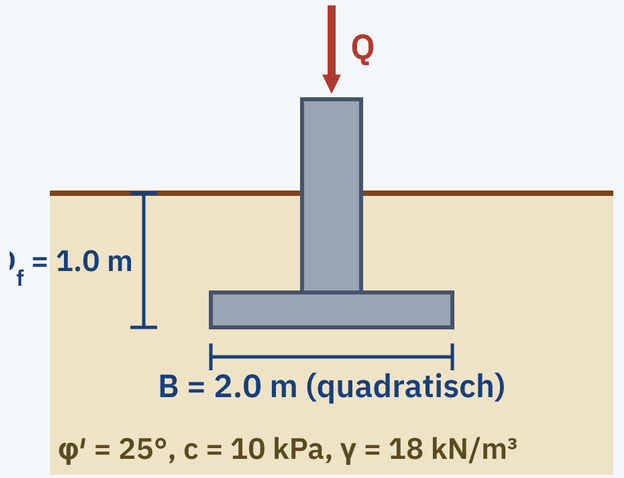
BEISPIEL

Gegeben

Fundament	**quadratisch, B = L = 2.0 m, Einbindetiefe D_f = 1.0 m**
Baugrund	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°$
Wichte	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; kein Grundwasser**
Last	**vertikal, mittig**
Sicherheit	**FS = 3**

GESUCHT

q_u, die Brutto- und Netto-Grundbruchspannung q_{all} sowie die zulässige Last Q_{all}; ermitteln Sie den Anteil jedes Terms.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Tragfähigkeitsbeiwerte (φ′ = 25°)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 Korrekturbeiwerte (B/L = 1; D_f/B = 0.5; h = η = ω = 0)

$$s_c = 1.515,\ s_q = 1.423,\ s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200,\ d_q = 1.155,\ d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Grundbruch ($q = \gamma D_f = 18$ kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 Zulässige Bodenpressung und Last ($A = 2^2 = 4$ m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

49 % der Tragfähigkeit stammen aus der Kohäsion, **41 %** aus der Auflast und nur **10 %** aus dem Eigengewicht: das kleine N_γ und $s_\gamma = 0.6$ schwächen den Eigengewichtsterm.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

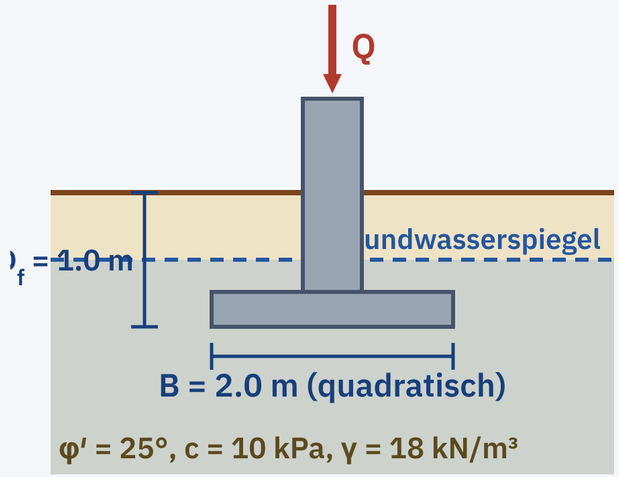
BEISPIEL

Gegeben

Fundament	**quadratisch, B = L = 2.0 m, D_f = 1.0 m**
Baugrund	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°$
Wichte	$\gamma = 18$ **(oben),** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **(unter dem Grundwasserspiegel)**
Grundwasser	**D_W = 0.5; 1.0; 2.0 und 4.0 m**

GESUCHT

Für jeden Fall sind **q**, die Wichte im dritten Term und die Werte **q_u** zu ermitteln. (Beiwerte wie in Beispiel 6.)



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Fall I ($D_w \le D_f$): $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \; q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 1.0: \; q = 18(1.0) = \mathbf{18.0}\ \mathrm{kPa}$$

2 Fall III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$) und Wasser ohne Wirkung ($D_w = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595}\ \mathrm{kN/m^3},\ q = 18\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 4.0: \; q = 18\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

D_w (m)	Zustand	q (kPa)	γ dritter Term	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	vernachlässigbar	18.00	18.00	**765.1**

Bei Wasser in 0.5 m Tiefe ist q_u = 652, bei tieferem Wasser 765 kPa (15 % Unterschied). Die Ursache des Unterschieds sind **nur q und γ**: Der Kohäsionsterm (376.6 kPa) ändert sich überhaupt nicht.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

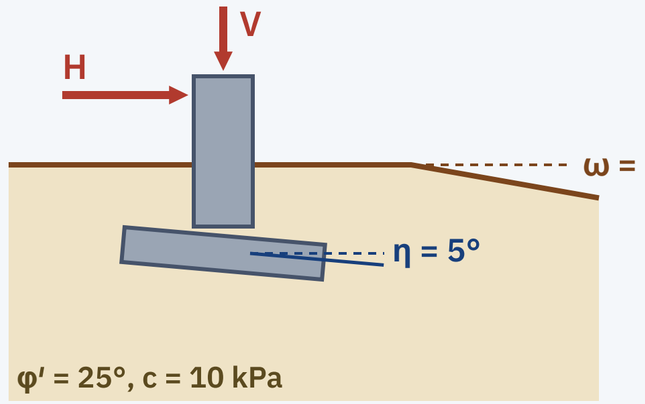
BEISPIEL

Gegeben

Fundament	**quadratisch, B = L = 2.0 m, Einbindetiefe D_f = 1.0 m**
Baugrund	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25^\circ$
Wichte	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; kein Grundwasser**
Lastfall	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$
Sohle, Baugrund	**η = 5°, ω = 10°**
Sicherheit	**FS = 3**

GESUCHT

q_u und **q_{all}** sind zu ermitteln; es ist nachzuweisen, ob das Fundament für q_{vorh} = 150 kPa ausreicht; der Nachweis gegen Gleiten ist zu führen.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Geländeneigungsbeiwerte (v + c cot φ = 171.45 kPa; Sohle geneigt: 0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889)

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 Sohl- und Geländeneigungsbeiwerte (η = 5°, ω = 10°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

Lösung (2/3)

LÖSUNG

3 Drei Terme (Form- und Tiefenbeiwerte wie in Beispiel 6)

$$c\text{-Term} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q\text{-Term} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma\text{-Term} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 Tragfähigkeit und zulässige Bodenpressung

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

Lösung (3/3)

LÖSUNG

5 Nachweis (q_{app} = 150 kPa)

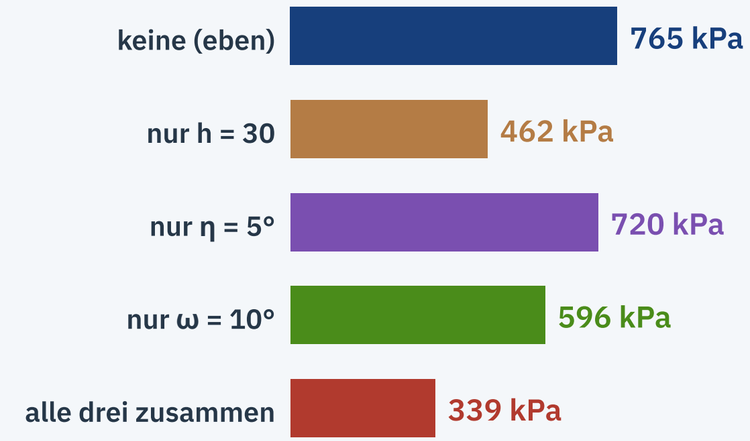
$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{nicht erfüllt}$$

$$FS_{\text{tatsächlich}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 Gleitgrenze

$$h = 30 \leq v \tan\varphi + c = 79.9\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{keine Warnung zu Gleiten}$$

q_u, das im ebenen Modell 765 kPa beträgt, sinkt unter diesem Lastfall auf **339 kPa** (56 %). Einzeln betrachtet: Horizontallast **–40 %**, Geländeneigung –22 %, Sohlneigung –6 %. Das Fundament ist nicht zulässig (FS = 2.26 < 3); Abhilfe: B oder D_f vergrößern, h verringern, die Sohle einebnen.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

φ = 0: Der Kohäsionsterm wird additiv angesetzt

THEORIE

Bei φ = 0 wird der multiplikative Kohäsionsterm nicht verwendet. Hansen schreibt ihn **additiv**: Die Korrekturen werden zu 1 addiert bzw. von 1 subtrahiert, sodass der Kohäsionsterm bei h, η und ω gleich null nicht verschwindet. $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$:

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

Der Auflastterm reduziert sich auf q g_q: bei ebenem Gelände nur q. Ein Eigengewichtsterm ist nicht vorhanden ($N_\gamma = 0$).

Es muss **h < c** gelten; ist h ≥ c, so gleitet die Sohle und das Modul bricht ab. Auch die Klammer muss positiv bleiben (wären h, η und ω gemeinsam sehr groß, so würde der Kohäsionsterm negativ).

BEISPIEL: c = 40 kPa, 2 m quadratisch, D_f = 1 m

Beiwert	Wert
$s'_c = 0.2(B/L)$	0.2
$d'_c = 0.4\ k$ (k = 0.5)	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
Klammer	1.4

$q_u = 40 \times 5.14 \times 1.4 + 18 =$ **305.84 kPa**

Aufgabe

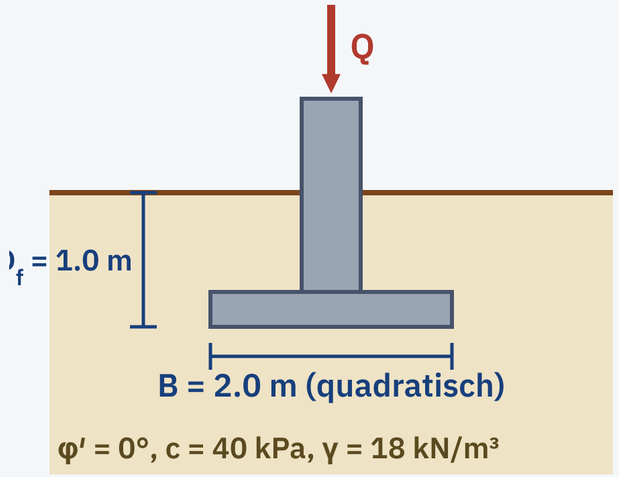
BEISPIEL

Gegeben

Fundament	**quadratisch B = L = 2 m, D_f = 1 m**
Baugrund	**Ton:** $\varphi = 0,\ c_u = 40\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **; kein Grundwasser**
Fälle	**(a) vertikale Last · (b)** $v = 100,\ h = 10\ \mathrm{kPa}$ **· (c)** $h = 10$ **und** $\eta = \omega = 10^\circ$

GESUCHT

Für jeden Fall ist der Wert q_u zu ermitteln.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 (a) Vertikallast: Klammer $1 + s'_c + d'_c = 1 + 0.2 + 0.2$

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa (h/c = 0.25 < 1)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \;\Rightarrow\; q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 (c) h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \mathrm{kPa}$$

Zustand	Klammer	c N_c(...)	q g_q	q_u (kPa)
(a) vertikal	1,400	287.8	18.0	**305.8**
(b) h = 10	1.333	274.1	18.0	**292.1**
(c) h, η, ω	1.197	246.1	11.3	**257.4**

Die Auflast h = 10 kPa allein verringert die Tragfähigkeit um 5%, zusammen mit h verringern die Sohl- und Geländeneigung sie um 16%. Dank der additiven Form verschwindet der Kohäsionsterm im ebenen, vertikalen Fall nicht: 305.84 kPa.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

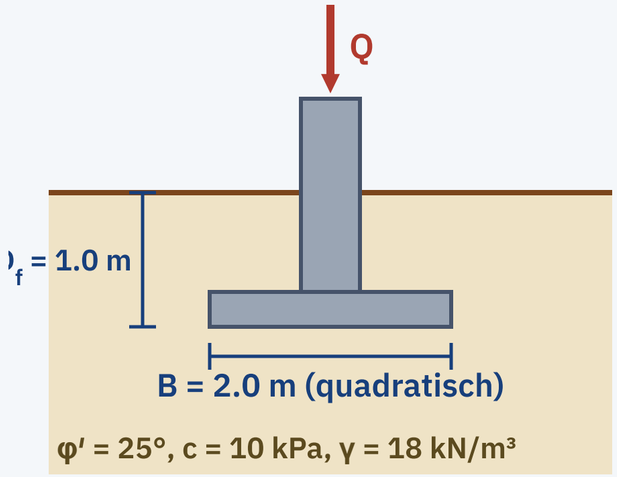
BEISPIEL

Gegeben

Fundament	**quadratisch, B = L = 2.0 m, Einbindetiefe D_f = 1.0 m**
Baugrund	$c = 10\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 25°$
Wichte	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; kein Grundwasser**
Vergleich	**Vesic-Gleichung: Formbeiwerte nach De Beer, Vesic N_γ, $d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$**
Lastfall (ergänzend)	**Beispiel 8: q_{app} = 150, h = 30 kPa, η = 5°, ω = 10°**

GESUCHT

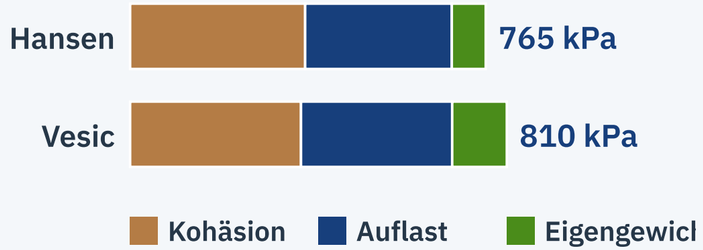
Die **q_u**-Werte der beiden Gleichungen gliedweise vergleichen; anschließend auch für den Lastfall von Beispiel 8.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

	Hansen	Vesic
N_γ	6.76	10.88
s_q	1.423	1.466
d_c	1.200	1.172
c-Term	376.6	367.7
q-Term	315.5	325.2
γ-Term	73.0	117.5
q_u (kPa)	**765.1**	**810.3**



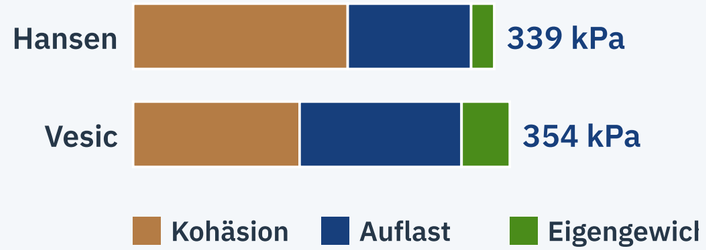
Hansen ist **5.6 % kleiner** (765 und 810 kPa). Der Unterschied liegt fast vollständig im Eigengewichtsterm (73 und 117 kPa): N_γ ist klein.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

Beiwert	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.595 · 0.633 · 0.526	0.723 · 0.749 · 0.618
b_c, b_q, b_γ	0.966 · 0.922 · 0.896	0.912 · 0.920 · 0.920
g_c, g_q, g_γ	0.932 · 0.630 · 0.630	0.645 · 0.678 · 0.678
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

Bei gleichem Lastfall beträgt der Unterschied 4.3 %: Die Neigungsexponenten nach Vesic m = 1.5 (quadratisch) und die Formen $b = (1 - \eta \tan\varphi)^2$, $g = (1 - \tan\omega)^2$ ergeben eine etwas **geringere Abminderung** als die nach Hansen. Die beiden Gleichungen dürfen nicht vermischt werden; die Beiwerte jedes Verfahrens sind mit seinem eigenen N_γ konsistent.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Hansen-Gleichung: $q_u = cN_c(s\ d\ i\ b\ g) + qN_q(s\ d\ i\ b\ g) + ½\gamma BN_\gamma(s\ d\ i\ b\ g)$; im gewöhnlichen Fall $i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$: kleiner als bei Vesic ($\varphi' = 25°$: 6.76 und 10.88); die Beiwerte des Verfahrens werden gemeinsam verwendet

Form: $s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$, $s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$, $s_\gamma = 1 - 0.4\ B/L$ · **Tiefe**: $k = D_f/B$ oder $\tan^{-1}(D_f/B)$; Sprung bei $D_f/B = 1$

Neigung: mit den tatsächlichen h und v; $i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$, $i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$; Warnung vor Gleiten bei $h > v\tan\varphi + c$, Abbruch bei $h \geq v + c\cot\varphi$

Sohlneigung $b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$, $b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$; **Geländeneigung** $g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$ (Vesics $(1 - \tan\omega)^2$ weicht davon ab)

Undräniert ($\varphi = 0$): $cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$; $N_c = 5.14$, $N_\gamma = 0$; $h < c$

Grundwasser verändert nur q und γ; **Nachweis**: $q_{angreifend} \leq q_{all,g}$, $FS_{tatsächlich}$ und netto

Literatur

Die vollständige Grundbruchgleichung nach Hansen – sein eigenes Nγ, die Formbeiwerte, die Lastneigungsbeiwerte sowie die Sohlneigungs- und Geländeneigungsbeiwerte – folgt Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970, wie sie in den gängigen geotechnischen Standardwerken einheitlich wiedergegeben wird. Die in diesem gesamten Abschnitt verwendeten Tiefenbeiwerte stammen von Hansen, wie bei Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (Kapitel 16) dargestellt.

HINWEIS

Ein Teil der Abbildungen in dieser Präsentation stammt von der Theorieseite von GeoTerva; alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsbibliothek des Moduls selbst erzeugt, und das Modul liefert dieselben Werte.

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Berechnen Sie das Beispielfundament aus dieser Vorlesung Schritt für Schritt in GeoTerva: Das Modul öffnet sich mit diesem Modell.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen
Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com