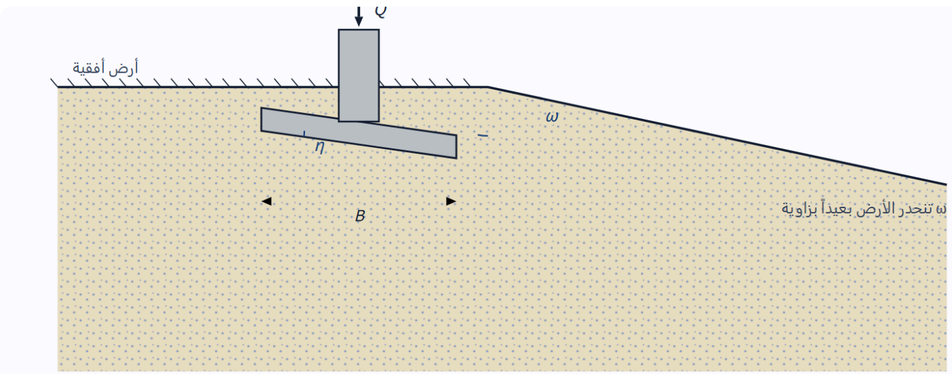


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الأساسات

معادلة قدرة التحمل وفق Hansen

المحاضرة: من المعامل N_γ الخاص بـ Hansen إلى تصحيحات الشكل والعمق، ومن معاملات الميل المعتمدة على الحمل الفعلي إلى ميل القاعدة وميل الأرض؛ ومثال محلول لكل موضوع.

- Hansen N_γ
- الشكل · العمق
- الميل المرتبط بالحمل الفعلي
- ميل القاعدة والأرض
- الصيغة الجمعية غير المصرفة
- أمثلة محلولة

يستند إلى صفحة النظرية في GeoTerva · geoterva.com

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- التعرف على الحدود الثلاثة في **معادلة Hansen** ومعاملات التصحيح الستة لكل حد (الشكل والعمق وميل الحمل وميل القاعدة وميل سطح الأرض)
- أن نحسب **معامل N_γ الخاص بـ Hansen** ونقارنه بمعامل Vesic
- تطبيق **معاملات الشكل** و**العمق**، بما في ذلك الانتقال عند $D_f/B = 1$
- حساب **معاملات الميل** بالأحمال الفعلية h وv والتحقق من حدود القص
- **معامل ميل القاعدة η** و**معامل ميل سطح الأرض ω**
- تناول **صيغة الإجهاد الكلي** في حالة غير المصرفة ($\varphi = 0$) وحالات المياه الجوفية
- إيجاد إجهاد التحمل المسموح به الإجمالي والصافي و**التحقق** منه

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1. **النظرية**: ما القاعدة، ولماذا هي كذلك؟
2. **المسألة**: المعطيات والمطلوب
3. **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

قاعدة المثال، وهي النموذج الابتدائي للوحدة: قاعدة مربعة $2\ m \times 2\ m$ على تربة $c = 10\ kPa$ و $D_f = 1\ m$، $\varphi' = 25°$ و $\gamma = 18\ kN/m^3$، دون مياه جوفية.

النظرية

ثلاثة حدود، لكل منها ستة تصحيحات

اشتق Hansen (1970) معادلة قدرة التحمل بآلية الانهيار الخاصة به، بصورة مستقلة عن Vesic. ويحمل كل حد **ستة معاملات تصحيح** تضرب فيه:

$$q_u = c\,N_c\,s_c d_c i_c b_c g_c + q\,N_q\,s_q d_q i_q b_q g_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma$$

N_c و N_q هما نفسهما في جميع طرق هذا القسم (الصيغتان المغلقتان لـ Prandtl و Reissner). أما **N_γ فخاص بـ Hansen** وهو أصغر من قيمة Vesic عند φ' نفسها.

معاملات **الشكل** (s) و**العمق** (d) و**ميل الحمل** (i) و**ميل القاعدة** (b) و**ميل سطح الأرض** (g) هي مجموعة Hansen الخاصة؛ ويعالج الحمل المائل والقاعدة المائلة والأرض المنحدرة في المعادلة نفسها.

عند قاع أفقي للقاعدة وسطح أرض أفقي وحمل رأسي يكون **i = b = g = 1**: وتؤول المعادلة إلى المعادلة العامة ذات معاملي الشكل والعمق.

الرموز

c', φ': التماسك، زاوية الاحتكاك الداخلي

$q = \gamma D_f$: الحمل الإضافي عند منسوب قاع القاعدة

B, L: الضلع القصير والضلع الطويل؛ وتحدد النسبة B/L الشكل

h, v: الضغطان H/A و V/A لحالة التحميل

η: ميل قاع القاعدة عن الأفقي

ω: ميل سطح الأرض بجانب القاعدة

النظرية

N_γ لدى Hansen أصغر من نظيره لدى Vesic

معاملات N_c و N_q هي نفسها في كل طريقة:

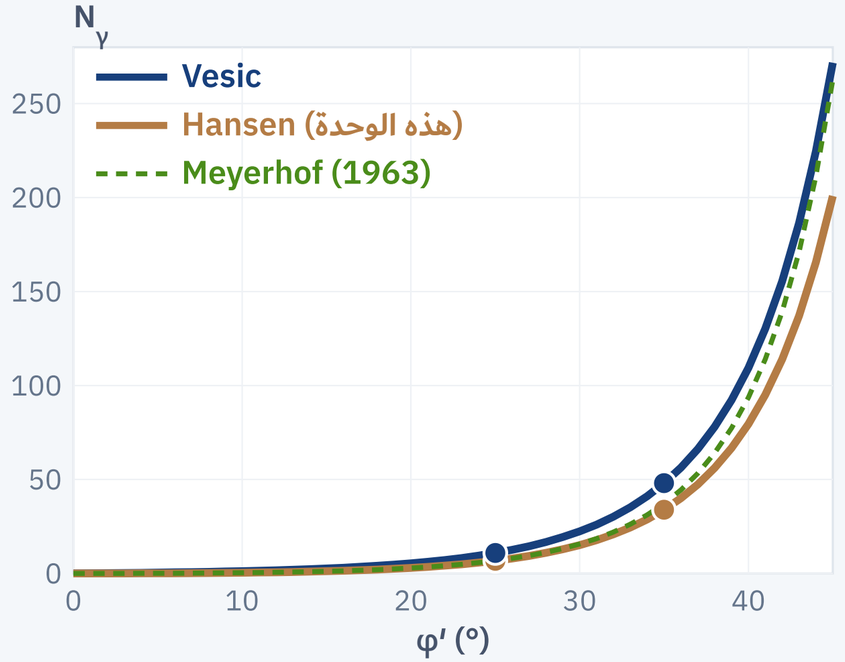
$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$$

ليس هناك تعبير مغلق ومقبول عموماً للمعامل N_γ. وقد توصل Hansen إلى تعبيره الخاص بمثالية مختلفة قليلاً لسطح الانهيار:

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5\,(N_q - 1)\tan\varphi \qquad N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2\,(N_q + 1)\tan\varphi$$

كلتاهما اشتقاقان معتبران؛ ولا يعد أي منهما «أدق» بالمعنى المطلق. المهم هو **استخدام معاملات الطريقة نفسها معاً**: أي N_γ الخاصة بطريقة Hansen مع معاملات الشكل والميل الخاصة بطريقة Hansen.

كلما زاد φ′ تقل الفروق تناسبياً لكنها لا تنتهي؛ وعند φ′ = 25° يكون Hansen بنسبة 62% من Vesic.



المسألة

مثال

المعطيات

التربة: $\varphi' = 25^\circ$ **(النموذج الذي تُفتح فيه الوحدة)؛** $\varphi' = 35^\circ$ **للمقارنة**

الطرق: **Vesic** · **Hansen:** $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$ ، $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$

المطلوب

أوجد قيم N_c، N_q وقيم N_γ وفق الطريقتين؛ واحسب النسبة المئوية التي تقل بها قيمة Hansen عن قيمة Vesic.

الحل (1/2)

الحل

1 N_q و N_c ($\varphi' = 25°$، $\tan 25° = 0.4663$)

$$N_q = e^{\pi \tan 25^\circ} \tan^2(57.5^\circ) = e^{1.4649}(2.4639) = \mathbf{10.66} \qquad N_c = \frac{10.66 - 1}{0.4663} = \mathbf{20.72}$$

2 Hansen: N_γ و Vesic

$$N_\gamma^{\text{Hansen}} = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.76}$$
$$N_\gamma^{\text{Vesic}} = 2(10.66 + 1)(0.4663) = \mathbf{10.88}$$

تبلغ N_γ عند Hansen نحو **62%** من قيمتها عند Vesic: ففي التربة نفسها يخرج حد الوزن الذاتي أصغر بنحو **38%**.

الحل (2/2)

الحل

Hansen / Vesic	N_γ Vesic	N_γ Hansen	N_c	N_q	φ′ (°)
%32	1.22	0.39	8.34	2.47	10
%45	2.65	1.18	10.98	3.94	15
%55	5.39	2.95	14.83	6.40	20
%62	10.88	6.76	20.72	10.66	25
%67	22.40	15.07	30.14	18.40	30
%69	30.21	20.79	35.49	23.18	32
%71	48.03	33.92	46.12	33.30	35
%73	109.41	79.54	75.31	64.20	40
%74	271.75	200.81	133.87	134.87	45

وكذلك الحال عند $\varphi' = 35°$: $N_\gamma = 33.92$ (Hansen) و 48.03 (Vesic)، والنسبة 71%. وترتفع النسبة من 32% إلى 74% بازدياد φ′، ولا تبلغ 1 أبداً: **لا تخلط بين الطرائق.**

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

ثلاثة معاملات تعتمد على نسبة B/L

في القاعدة غير الشريطية يكون الانهيار ثلاثي الأبعاد. ومعاملات الشكل عند Hansen مشابهة لمعاملات De Beer؛ وتتضمن **النسبة N_q/N_c**:

$$s_c = 1 + \frac{B}{L}\frac{N_q}{N_c} \qquad s_q = 1 + \frac{B}{L}\sin\varphi \qquad s_\gamma = 1 - 0.4\,\frac{B}{L}$$

في التحميل غير المصرف ($\varphi = 0$) لا تسلك النسبة N_q/N_c سلوكاً سليماً؛ ويتخذ معامل التماسك صيغته البسيطة الخاصة. وهذا المعامل **جمعي** وليس معامل ضرب، ولذلك يُكتب s'_c:

$$s'_c = 0.2\,\frac{B}{L} \qquad (\varphi = 0)$$

القاعدة الشريطية ($B/L \to 0$): $s_\gamma = s_q = s_c = 1$ و $s'_c = 0$. وفي القاعدة المربعة والدائرية تؤخذ $B/L = 1$.

المقارنة مع De Beer: يتساوى s_c وs_γ؛ أما في s_q فيستخدم De Beer الدالة $\tan\varphi$ ويستخدم Hansen الدالة $\sin\varphi$.

من أجل $\varphi' = 25°$

B/L	s_c	s_q	s_γ
0 (شريطي)	1,000	1,000	1,000
0.5	1.257	1.211	0.800
1 (مربعة)	1.515	1.423	0.600

المسألة

مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 25^\circ$: $\sin 25^\circ = 0.4226$، $N_q = 10.66$، $N_c = 20.72$ (المثال 1)
الأساسات	(a) مربع 2 × 2 m · (b) مستطيل 2 × 4 m (B/L = 0.5) · (c) شريط
غير مصّرف	$\varphi = 0$: مربع و 2 × 4 m

المطلوب

أوجد قيم s_c، s_q، s_γ (وقيمة s'_c عند $\varphi = 0$) لكل قاعدة؛ وقارن s_q للقاعدة المربعة بقيمتها عند De Beer.

الحل

الحل

1 (أ) قاعدة مربعة (B/L = 1)

$$s_c = 1 + (1)\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.515} \qquad s_q = 1 + \sin 25^\circ = \mathbf{1.423} \qquad s_\gamma = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

2 (ب) مستطيل 2 × 4 m (B/L = 0.5)

$$s_c = 1 + 0.5\frac{10.66}{20.72} = \mathbf{1.257} \qquad s_q = 1 + 0.5(0.4226) = \mathbf{1.211} \qquad s_\gamma = 1 - 0.2 = \mathbf{0.800}$$

3 (c) الحالة الشريطية وغير المصرفة (φ = 0)

$$\varphi = 0: \; s'_c = 0.2 \text{ (مربعة)},\; 2)\ 0.1 \times 4),\; 0 \text{ (شريطية)} \qquad \text{شريطية}: \; s_c = s_q = s_\gamma = 1$$

في القاعدة المربعة يزداد حد q بنسبة **42%** وينقص حد الوزن الذاتي بنسبة 40%. وقيمة s_q عند De Beer = 1 + tan φ = 1.466، وعند Hansen 1.423: والفرق نحو 3%.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

الصيغة الخطية وصيغة قوس الظل

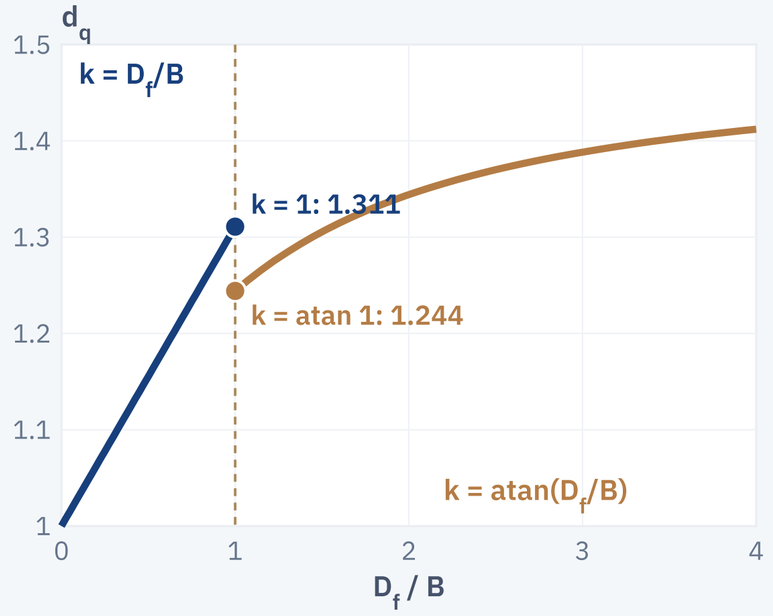
تسهم التربة الواقعة فوق القاعدة في قدرة التحمل. وتتوقف معاملات العمق عند Hansen على النسبة **k = Df/B**؛ وعندما تتجاوز Df/B القيمة 1 تؤخذ k بقوس الظل (بالراديان):

$$d_c = 1 + 0.4\,k \qquad d_q = 1 + 2\tan\varphi\,(1-\sin\varphi)^2\,k \qquad d_\gamma = 1$$

$$k = \frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} \le 1\right) \qquad k = \tan^{-1}\frac{D_f}{B}\ \left(\frac{D_f}{B} > 1\right)$$

عند φ = 0 تكون $d_q = 1$؛ وفي الصيغة الجمعية غير المصّرفة يكتب $d'_c = d_c - 1 = 0.4\,k$.

يلتقي الشكلان بقفزة عند Df/B = 1: فعندما k = 1 تكون $d_q = 1.311$، وبعدها مباشرة حيث k = $\tan^{-1}1 = 0.785$ تكون $d_q = 1.244$. ولذلك يستحسن مقارنة قيم Df المتجاورة.



المسألة

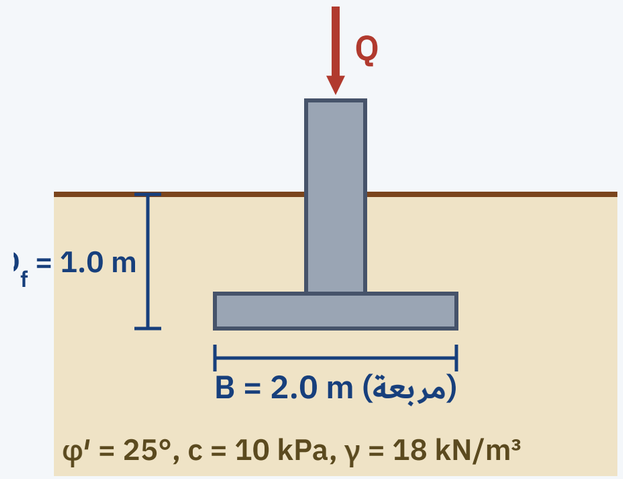
مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 25^\circ$: $(1 - \sin 25^\circ)^2 = 0.3334$, $\tan\varphi = 0.4663$
الأساس	$B = 2$ m؛ $D_f = 1$ m (مثال)، والمقارنة $D_f = 2$ m و 3 m
غير مصّرف	$\varphi = 0$: $D_f = 1.5$ m

المطلوب

أوجد قيم d_c, d_q و d_γ لكل حالة؛ واشرح ما يحدث عندما تزداد D_f من 2 m إلى 3 m.



الحل

الحل

1 $D_f = 1$ m ($D_f/B = 0.5 \le 1$: $k = 0.5$)

$$d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.5) = \mathbf{1.155} \qquad d_c = 1 + 0.4(0.5) = \mathbf{1.200} \qquad d_\gamma = 1$$

2 $D_f = 2$ m ($D_f/B = 1$: خطي، $k = 1$) و $D_f = 3$ m ($D_f/B = 1.5$: $k = \tan^{-1}1.5 = 0.9828$)

$$D_f = 2: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(1) = \mathbf{1.311}, \; d_c = \mathbf{1.400}$$

$$D_f = 3: \; d_q = 1 + 2(0.4663)(0.3334)(0.9828) = \mathbf{1.306}, \; d_c = \mathbf{1.393}$$

3 الحالة غير المصرفة ($\varphi = 0$): $D_f/B = 1.5/2 = 0.75$

$$d_c = 1 + 0.4(0.75) = \mathbf{1.300} \quad (d'_c = 0.3) \qquad d_q = 1$$

$D_f = 2$ m → 3 m: **تنخفض** d_q من 1.311 إلى 1.306، لأن k تنتقل من 1 إلى $\tan^{-1}1.5 = 0.98$ (انتقال درجي).
أما عند $D_f = 1$ → 2 m فتزداد من 1.155 إلى 1.311.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

بالحمل الفعلي لا بالزاوية

النظرية

لا تعتمد معاملات ميل الحمل عند Meyerhof إلا على زاوية الحمل مع الرأسي. أما معاملات Hansen فتعتمد على **الإجهادين الأفقي والرأسي الفعليين**؛ و $h = H/A$ و $v = V/A$ هما إجهادا حالة التحميل نفسها ($v = q_{app}$):

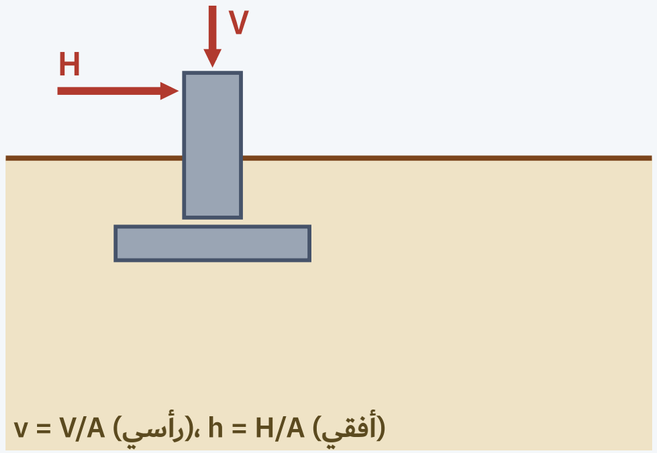
$$i_q = \left(1 - \frac{0.5\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5 \qquad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \quad (\geq 0)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{0.7\,h}{v + c\cot\varphi}\right)^5$$

$$\eta > 0:\ 0.7 \to 0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}\ (i_\gamma) \qquad \varphi = 0:\ i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right),\ i_q = i_\gamma = 1$$

إذا كانت $h > 0$ فيجب إدخال $q_{applied}$: إذ يستخدم تحقق القاعدة بمعاملات الميل **الحمل نفسه**.

كلما كبرت $h/(v + c\cot\varphi)$ تؤول المعاملات الثلاثة جميعاً إلى الصفر؛ ولا تبقى قدرة تحمل للقاعدة التي تقترب من الانزلاق.



النظرية

لا تصل القاعدة إلى قدرة التحمل قبل الانزلاق

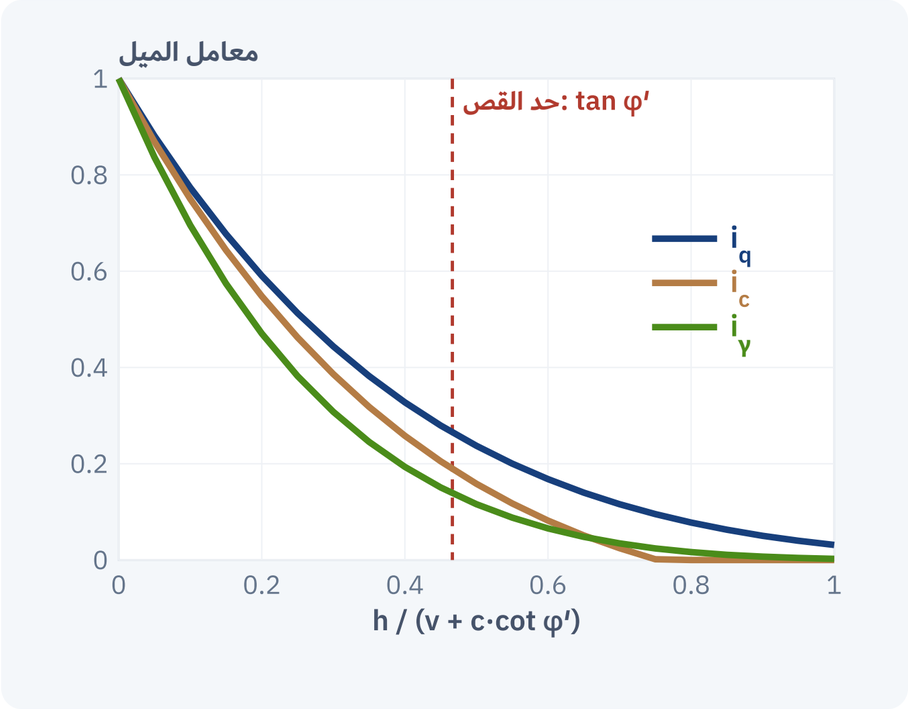
تنزلق القاعدة عندما يتجاوز الحمل الأفقي مقاومة الاحتكاك والالتصاق عند القاع. الحد الأعلى (بأخذ احتكاك القاع φ والالتصاق c):

$$h_{shear} = v\tan\varphi + c = \tan\varphi\,(v + c\cot\varphi)$$

إذا كان h > v tan φ + c تصدر الوحدة تحذيراً: القاعدة المنزلقة لا تبلغ قدرة التحمل؛ وللقاعدة الفعلية يجب التحقق من الانزلاق بصورة منفصلة. وفي المخطط يمثل هذا الحد الخط **h/(v + c cot φ) = tan φ**.

إذا تحقق **h ≥ v + c cot φ** (h ≥ c عند φ = 0) تتوقف الوحدة: إذ تفقد معاملات الميل معناها.

عندما ينخفض i_c وi_q إلى ما دون $N_q/1$ يثبتان عند الصفر؛ ولا يصبح حد التماسك سالباً أبداً.



المسألة

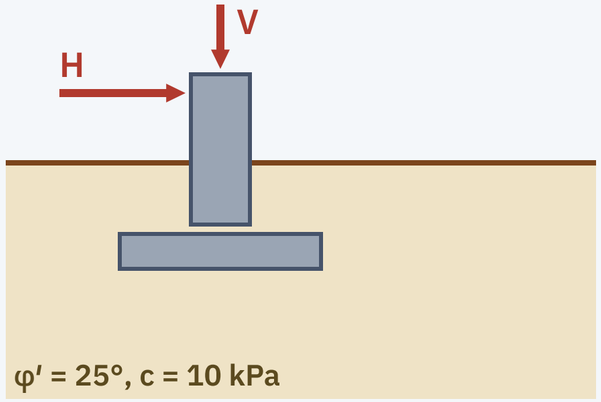
مثال

المعطيات

القاعدة، التربة	**نموذج الوحدة:** $c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$, $N_q = 10.66$
حالة التحميل	$v = q_{apply} = 150$ kPa, $h = 30$ kPa **(ek: 60, 90, 120)**
القاع	**أفقي (η = 0)**

المطلوب

أوجد المعاملات i_c, i_q, i_γ وتحقق من حد الانزلاق.



الحل (1/2)

الحل

1 النسبة: v + c cot φ = 150 + 10 (2.1445) = 171.45 kPa

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{171.45} = \mathbf{0.1750}$$

2 المعاملات

$$i_q = (1 - 0.5 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_\gamma = (1 - 0.7 \cdot 0.175)^5 = \mathbf{0.520}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.633 - \frac{0.367}{9.66} = \mathbf{0.595}$$

3 حد الانزلاق

$$v\tan\varphi + c = 150(0.4663) + 10 = \mathbf{79.9}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{لا انزلاق}$$

$$v + c\cot\varphi = 171.4\ \text{kPa} > h$$

الحل (2/2)

الحل

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	تحقق الانزلاق
0	0.000	1.000	1.000	1.000	يمر
30	0.175	0.595	0.633	0.520	يمر
60	0.350	0.318	0.382	0.245	يمر
90	0.525	0.137	0.218	0.101	**تحذير: h > 79.9**
120	0.700	0.025	0.116	0.035	**تحذير: h > 79.9**

تخفض $h = 30$ kPa (20% من v) حد q بنسبة **37%** وحد c بنسبة **41%** وحد الوزن الذاتي بنسبة **48%**. وإذا كانت القاعدة مائلة بزاوية 10° فإن $i_\gamma = (1 - (0.7 - 10/450)\cdot 0.175)^5 = 0.532$. وعند $h = 90$ و 120 kPa اللتين تتجاوزان الحد تنزلق القاعدة: ما زالت المعاملات تحسب لكن يجب التحقق من الانزلاق على حدة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

قاعدة غير مستوية وأرض مائلة

لا تكون القواعد الفعلية دائماً ذات قاع أفقي ومقامة على أرض أفقية: فقد يجعل القاع مائلاً عمداً، أو قد تقع القاعدة عند قمة منحدر. وتشمل معاملات Hansen الحالتين (η و ω بالدرجات؛ وبالراديان في التعابير الأسية):

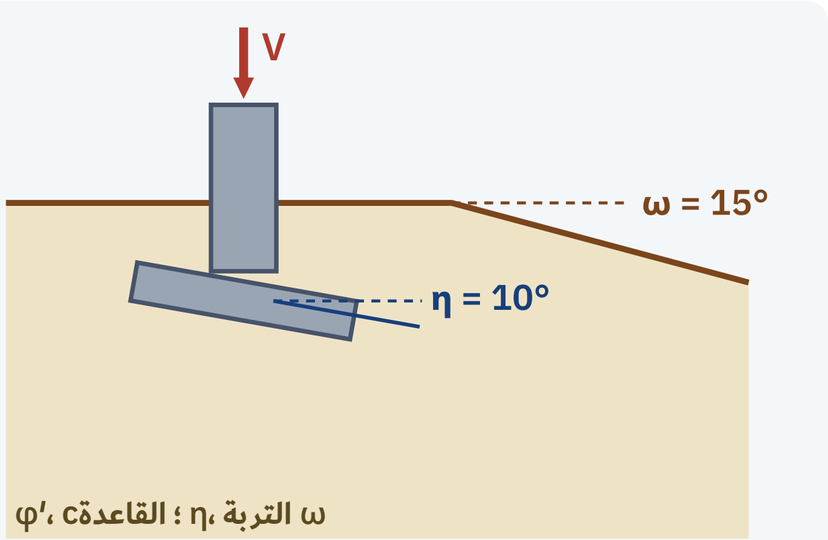
$$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \qquad b_q = e^{-2\eta \tan\varphi} \qquad b_\gamma = e^{-2.7\,\eta \tan\varphi}$$

$$g_c = 1 - \frac{\omega^\circ}{147^\circ} \qquad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan\omega)^5$$

أس b_γ (2.7) أكبر من أس b_q (2): فالقاعدة المائلة تضر بحد الوزن الذاتي أكثر مما تضر بحد الحمل الإضافي.

تُدخل η و ω بحد أقصى 45°؛ فإذا كان φ < ω فإن المنحدر غير متزن بذاته وتتوقف الوحدة.

$(1 - \tan\omega)^2$ هي صيغة **Vesic** وليست صيغة Hansen، وهي أكبر قليلاً: عند ω = 5° تعطي 0.833؛ بينما تعطي صيغة Hansen 0.800. ولا ينبغي خلطها بمعادلة Hansen.



المسألة

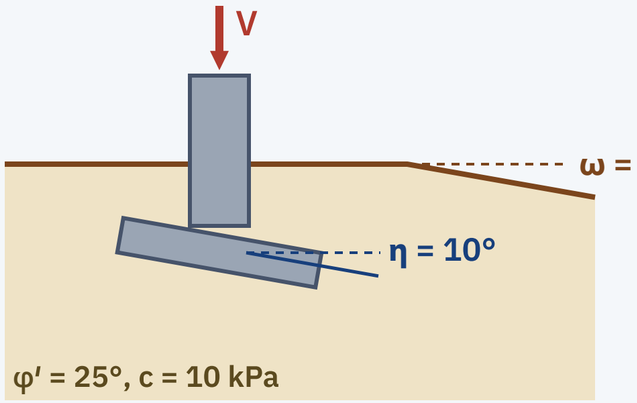
مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 25^\circ,\ \tan\varphi = 0.4663$
ميل القاعدة	**η = 10°**
ميل سطح الأرض	**ω = 10° و ω = 15°**

المطلوب

أوجد قيم b_c, b_q, b_γ و g_c, g_q, g_γ؛ وقارن g_q بصيغة Vesic $(1 - \tan\omega)^2$.



الحل (1/2)

الحل

1 ميل القاعدة $\eta = 10°$ (0.1745 rad)

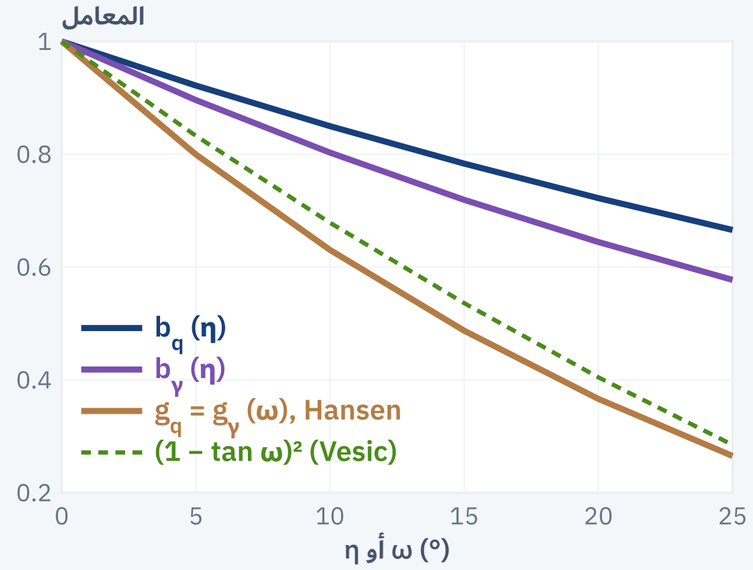
$$b_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad b_q = e^{-2(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.850} \quad b_\gamma = e^{-2.7(0.1745)(0.4663)} = \mathbf{0.803}$$

2 ميل سطح الأرض $\omega = 10°$ ($\tan 10° = 0.1763$)

$$g_c = 1 - \frac{10}{147} = \mathbf{0.932} \quad g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \cdot 0.1763)^5 = (0.9118)^5 = \mathbf{0.630}$$

الحل (2/2)

الحل



ω (°)	g_c	$g_q = g_\gamma$ Hansen	g_q وفق Vesic $(1 - \tan \omega)^2$
10	0.932	0.630	0.678
15	0.898	0.487	0.536

قيمة g_q عند Hansen أصغر منها عند Vesic (0.630 : ω = 10° و 0.678)، فهي أكثر **تحفظاً**. ويخفض ميل القاعدة η = 10° حد الوزن الذاتي بنسبة 20% وحد الحمل الإضافي بنسبة 15%.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

دمج المعاملات الستة

النظرية

مع أن المعاملات الستة قد تبدو مرهبة فإنها **جميعاً تساوي 1 في الحالة المعتادة**؛ ولا تدخل المعادلة الكاملة في العمل إلا عند انتفاء أحد الافتراضات. و q_u هو الضغط الرأسي عند الانهيار؛ وتفصل الوحدة بين الضغط الإجمالي والصافي:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

الضغط المطبق $q_{applied}$ هو **الضغط الرأسي الإجمالي** عند القاع لحالة التحميل نفسها (V/A). وتكون القاعدة مقبولة في الشروط التالية:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{الفعلي}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

الحمل الرأسي المسموح به $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. وإذا لم تُدخل $q_{applied}$ عندما $h > 0$ فلا تتمكن الوحدة من حساب قدرات التحمل، بل ولا معاملات الميل أيضاً.

متى يكون المعامل 1؟

المعامل	الحالة التي يكون فيها 1
s	قاعدة شريطية (B/L = 0)
d	(القاعدة عند السطح) $D_f = 0$
i	(حمل رأسي) $h = 0$
b	(قاع أفقي) $\eta = 0$
g	(أرض مستوية) $\omega = 0$

النظرية

المعاملات لا تتغير؛ q و γ يتغيران

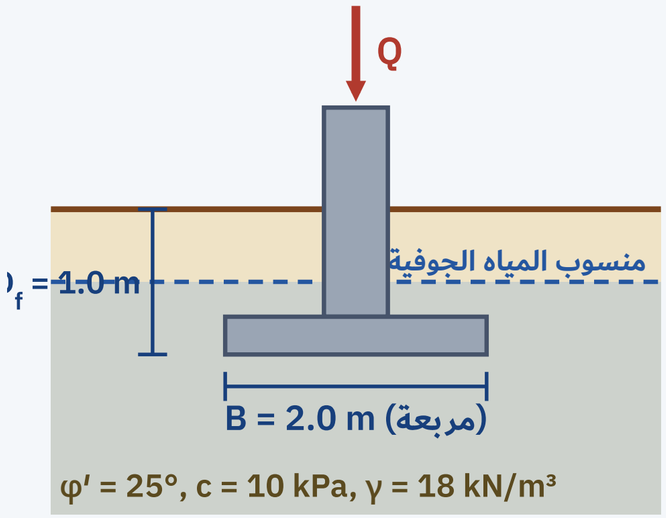
تعالج وحدة Hansen المياه الجوفية **بالحالات الثلاث نفسها** المعتمدة في وحدات قدرة التحمل الأخرى. أسفل منسوب المياه الجوفية يكون الوزن الحجمي الفعال ($\gamma_w = 9.81$) $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$. حيث D_w هو عمق المياه الجوفية تحت السطح:

(الحد الثالث) $$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\quad \gamma \to \gamma'$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

في حالة $D_W = D_f$ يؤخذ $q = \gamma D_f$ ويستخدم γ' في الحد الثالث.

الماء الواقع على عمق يزيد على B تحت قاع القاعدة **عديم التأثير**. ويدخل الماء في الحساب عن طريق **q و γ** فقط؛ أما s و d و i و b و g فتبقى كما هي.



المسألة

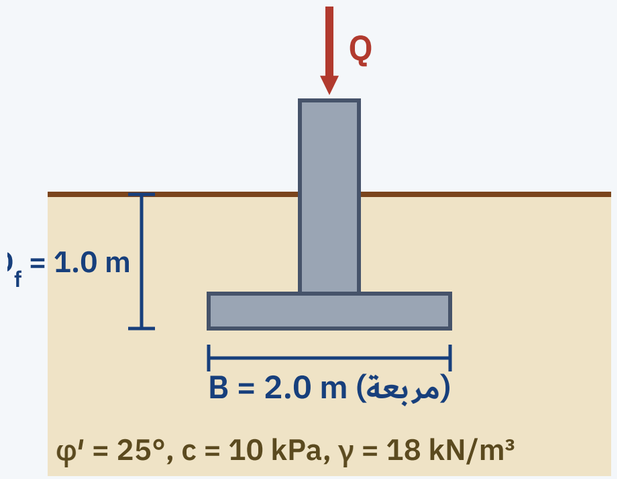
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 2.0$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m**
التربة	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 18$ kN/m^3**؛ لا توجد مياه جوفية**
الحمل	**رأسي، مركزي**
الأمان	**FS = 3**

المطلوب

أوجد q_u و q_{all} الإجمالي والصافي، والحمل المسموح به Q_{all}؛ وحصة كل حد.



الحل (1/2)

الحل

1 معاملات قدرة التحمل ($\varphi' = 25°$)

$$N_c = \mathbf{20.72}, \quad N_q = \mathbf{10.66}, \quad N_\gamma = 1.5(10.66 - 1)(0.4663) = \mathbf{6.758}$$

2 معاملات التصحيح ($B/L = 1$؛ $D_f/B = 0.5$؛ $h = \eta = \omega = 0$)

$$s_c = 1.515, \; s_q = 1.423, \; s_\gamma = 0.6 \qquad d_c = 1.200, \; d_q = 1.155, \; d_\gamma = 1 \qquad i = b = g = 1$$

الحل (2/2)

الحل

3 قدرة التحمل ($q = \gamma D_f = 18$ kPa)

$$q_u = 10(20.72)(1.515)(1.200) + 18(10.66)(1.423)(1.155)$$
$$+ \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6) = 376.6 + 315.5 + 73.0 = \mathbf{765.05}\ \text{kPa}$$

4 إجهاد التحمل المسموح به والحمل ($A = 2^2 = 4$ m²)

$$q_{all,g} = \frac{765.05}{3} = \mathbf{255.02}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{765.05 - 18}{3} = 249.02\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 255.02(4) = \mathbf{1{,}020}\ \text{kN}$$

49% من قدرة التحمل يأتي من التماسك، و **41%** من الحمل الإضافي، و **10%** فقط من الوزن الذاتي: فالقيمتان الصغيرتان N_γ و $s_\gamma = 0.6$ تضعفان حد الوزن الذاتي.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

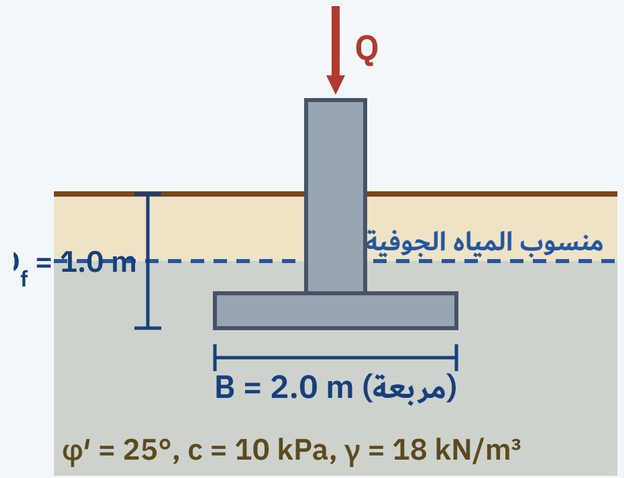
مثال

المعطيات

الأساس	مربعة، $B = L = 2.0$ m، $D_f = 1.0$ m
التربة	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 18$ (في الأعلى)، $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3 (تحت منسوب المياه الجوفية)
المياه الجوفية	$D_W = 0.5$؛ 1.0؛ 2.0 و 4.0 m

المطلوب

أوجد لكل حالة قيمة **q** والوزن الحجمي في الحد الثالث وقيمة **q_u**. (المعاملات كما في المثال 6.)



الحل (1/2)

الحل

1 الحالة I ($D_w \le D_f$): $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \quad q = 18(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.595}\ \text{kPa}$$

$$D_w = 1.0: \quad q = 18(1.0) = \mathbf{18.0}\ \text{kPa}$$

2 الحالة III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B$) والماء دون تأثير ($D_w = 4.0 \Rightarrow D = 3.0 > B$)

$$D_w = 2.0: \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\left[18(1) + 9.19(1)\right] = \mathbf{13.595}\ \text{kN/m}^3,\ q = 18\ \text{kPa}$$

$$D_w = 4.0: \quad q = 18\ \text{kPa},\ \gamma = 18\ \text{kN/m}^3$$

الحل (2/2)

الحل

D_w (m)	الحالة	q (kPa)	الحد الثالث γ	q_u (kPa)
0.5	I	13.59	9.19	**652.1**
1.0	I	18.00	9.19	**729.3**
2.0	III	18.00	13.59	**747.2**
4.0	مهمل	18.00	18.00	**765.1**

عندما يكون الماء على عمق 0.5 m تكون q_u = 652، وعندما يكون عميقاً 765 kPa (بفارق 15%). ومصدر الفرق **q و γ فقط**: أما حد التماسك (376.6 kPa) فلا يتغير إطلاقاً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

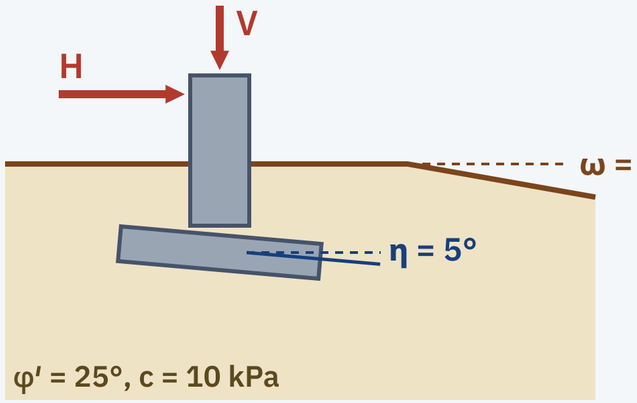
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، B = L = 2.0 m، عمق التأسيس D_f = 1.0 m**
التربة	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 18$ kN/m^3؛ **لا توجد مياه جوفية**
حالة التحميل	$v = q_{apply} = 150$ kPa, $h =$ 30 kPa
القاع، التربة	**η = 5°, ω = 10°**
الأمان	**FS = 3**

المطلوب

أوجد قيمتي q_u و q_{all}؛ وتحقق مما إذا كانت القاعدة مقبولة عند $q_{applied}$ = 150 kPa؛ وتحقق من الانزلاق.



الحل (1/3)

الحل

1 معاملات الميل (v + c cot φ = 171.45 kPa؛ القاعدة مائلة: 0.7 → 0.7 − 5/450 = 0.6889)

$$x = \frac{30}{171.45} = 0.175 \qquad i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.633} \qquad i_c = \mathbf{0.595}$$

$$i_\gamma = (1 - 0.6889x)^5 = \mathbf{0.526}$$

2 معاملات ميل القاعدة وميل سطح الأرض (ω = 10°، η = 5°)

$$b_c = 0.966,\ b_q = 0.922,\ b_\gamma = 0.896$$

$$g_c = 0.932,\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5\tan 10^\circ)^5 = 0.630$$

الحل (2/3)

الحل

3 ثلاثة حدود (معاملات الشكل والعمق كما في المثال 6)

$$c \text{ مصطلح} = 10(20.72)(1.515)(1.20)(0.595)(0.966)(0.932) = 201.6$$

$$q \text{ مصطلح} = 18(10.66)(1.423)(1.155)(0.633)(0.922)(0.630) = 116.0$$

$$\gamma \text{ مصطلح} = \tfrac{1}{2}(18)(2)(6.758)(0.6)(1)(0.526)(0.896)(0.630) = 21.7$$

4 قدرة التحمل وإجهاد التحمل المسموح به

$$q_u = 201.6 + 116.0 + 21.7 = \mathbf{339.3}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{339.3}{3} = \mathbf{113.1}\ \text{kPa}$$

الحل (3/3)

الحل

5 التحقق (q_{app} = 150 kPa)

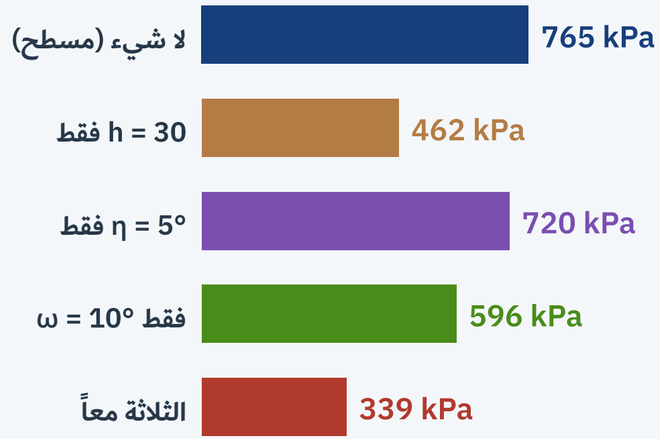
$$q_{apply} = 150 > q_{all,g} = 113.1 \;\Rightarrow\; \textbf{لا يتحقق}$$

$$FS_{\text{الفعلي}} = \frac{339.3}{150} = \mathbf{2.26} < 3$$

6 حد الانزلاق

$$h = 30 \le v\tan\varphi + c = 79.9 \text{ kPa} \;\Rightarrow\; \text{لا تحذير من الانزلاق}$$

تنخفض قيمة q_u التي تبلغ 765 kPa في النموذج المستوي إلى **339 kPa** (56%) في حالة التحميل هذه. وبحسب كل عامل على حدة: الحمل الأفقي **40%–**، وميل سطح الأرض 22%–، وميل القاعدة 6%–. ولا تتحقق القاعدة (FS = 2.26 < 3)؛ والمعالجة: زيادة B أو D_f، وتقليل h، وجعل قاع القاعدة أفقيا.



تحقق من الحل في GeoTerva ↗

$\varphi = 0$: يُكتب حد التماسك بصورة جمعية

النظرية

عند $\varphi = 0$ لا يستخدم حد التماسك الضربي. ويكتبه Hansen بصيغة **جمعية**: إذ تضاف التصحيحات إلى 1 أو تطرح منه، وبذلك لا ينعدم حد التماسك عندما تكون h و η و ω مساوية للصفر. $N_\gamma = 0$، $N_q = 1$، $N_c = 5.14$:

$$q_u = c\,N_c\,(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q\,g_q$$

$$s'_c = 0.2\frac{B}{L} \quad d'_c = 0.4k \quad i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{c}}\right) \quad b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad g'_c = \frac{\omega^\circ}{147^\circ}$$

يختزل حد الحمل الإضافي إلى $q\,g_q$: على سطح الأرض المستوي، q فقط. ولا يوجد حد للوزن الذاتي ($N_\gamma = 0$).

يجب أن تكون **h < c**؛ أما إذا كانت h ≥ c فينزلق القاع وتتوقف الوحدة. ويجب أن يبقى المقدار بين القوسين موجبا أيضا (فلو كانت h و η و ω كبيرة جدا معا لأصبح حد التماسك سالبا).

مثال: $c = 40$ kPa، قاعدة مربعة $D_f = 1$ m، 2 m

المعامل	القيمة
$s'_c = 0.2(B/L)$	0.2
$d'_c = 0.4\ k\ (k = 0.5)$	0.2
i'_c, b'_c, g'_c	0
قوس	1.4
$q_u = 40 \times 5.14 \times 1.4 + 18 =$ **305.84 kPa**	

المسألة

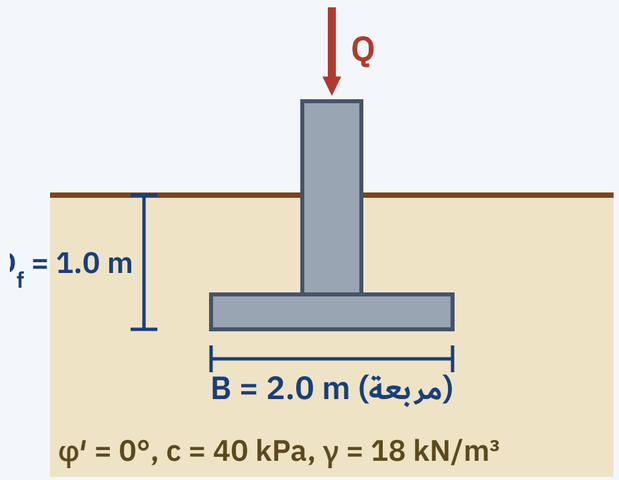
مثال

المعطيات

الأساس	**قاعدة مربعة $B = L = 2$ m، $D_f = 1$ m**
التربة	**طين:** $\varphi = 0,\ c_u = 40$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m^3؛ **لا توجد مياه جوفية**
الحالات	**(أ) حمل رأسي · (ب)** $v = 100,\ h = 10$ kPa · **(ج)** $h = 10$ و $\eta = \omega = 10^\circ$

المطلوب

أوجد قيمة q_u لكل حالة.



الحل (1/2)

الحل

1 (أ) الحمل الرأسي: القوس $s'_c + d'_c = 1 + 0.2 + 0.2 + 1$

$$q_u = 40(5.14)(1.4) + 18 = 287.84 + 18 = \mathbf{305.84}\ \text{kPa}$$

2 (b) $h = 10$ kPa ($h/c = 0.25 < 1$)

$$i'_c = 0.5\left(1 - \sqrt{0.75}\right) = 0.0670 \;\Rightarrow\; q_u = 40(5.14)(1.4 - 0.0670) + 18 = \mathbf{292.07}\ \text{kPa}$$

الحل (2/2)

الحل

3 h = 10 kPa, η = ω = 10°: $b'_c = g'_c = 10/147 = 0.068$; $g_q = (1 - 0.5 \tan 10°)^5$ (c)

$$1.4 - 0.067 - 0.068 - 0.068 = 1.197$$

$$q_u = 40(5.14)(1.197) + 18(0.630) = 246.1 + 11.3 = \mathbf{257.4}\ \text{kPa}$$

الحالة	قوس	(…)c N_c	q g_q	q_u (kPa)
(أ) رأسي	1,400	287.8	18.0	**305.8**
h = 10 (b)	1.333	274.1	18.0	**292.1**
h, η, ω (c)	1.197	246.1	11.3	**257.4**

تنخفض قدرة التحمل بنسبة 5% بتأثير h = 10 kPa وحده، وبنسبة 16% عند إضافة ميل القاعدة وميل سطح الأرض إلى h. وبفضل الصيغة الجمعية لا يتلاشى حد التماسك في الحالة المستوية الرأسية: 305.84 kPa.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

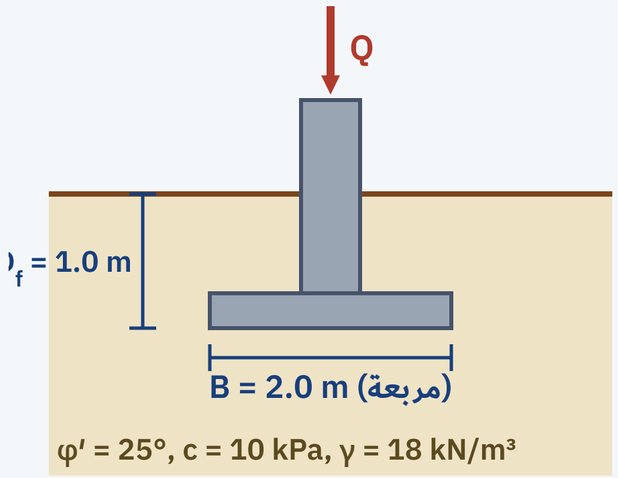
مثال

المعطيات

الأساس	مربعة، $B = L = 2.0$ m، عمق التأسيس $D_f = 1.0$ m
التربة	$c = 10$ kPa, $\varphi' = 25°$
الوزن الحجمي	$\gamma = 18$ kN/m^3؛ لا توجد مياه جوفية
المقارنة	معادلة Vesic: معامل الشكل حسب De Beer، و N_γ حسب Vesic، $d_c = d_q - (1 - d_q)/(N_c \tan \varphi)$
حالة التحميل (إضافية)	مثال 8: $q_{app} = 150$، $h = 30$ kPa، $\eta = 5°$، $\omega = 10°$

المطلوب

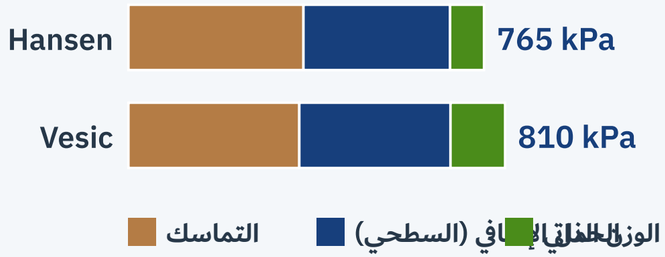
قارن قيم q_u للمعادلتين حداً بحد؛ ثم في حالة التحميل للمثال 8 أيضاً.



الحل (1/2)

الحل

Vesic	Hansen	
10.88	6.76	N_γ
1.466	1.423	s_q
1.172	1.200	d_c
367.7	376.6	حد c
325.2	315.5	حد q
117.5	73.0	حد γ
810.3	**765.1**	**q_u (kPa)**



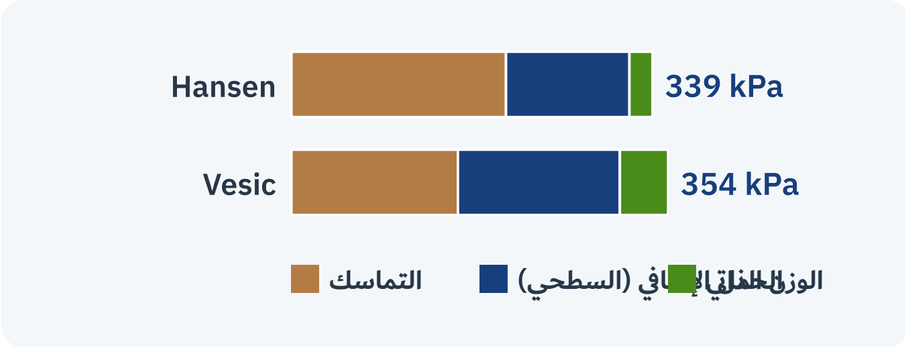
Hansen أصغر بنسبة **5.6%** (765 و 810 kPa). ويكمن الفرق كله تقريباً في حد الوزن الذاتي (73 و 117 kPa): فقيمة N_γ صغيرة.

الحل (2/2)

الحل

المعامل	Hansen	Vesic
i_c, i_q, i_γ	0.526 · 0.633 · 0.595	0.618 · 0.749 · 0.723
b_c, b_q, b_γ	0.896 · 0.922 · 0.966	0.920 · 0.920 · 0.912
g_c, g_q, g_γ	0.630 · 0.630 · 0.932	0.678 · 0.678 · 0.645
q_u (kPa)	**339.3**	**354.0**

في حالة التحميل نفسها يبلغ الفرق 4.3%: يعطي أس الميل عند Vesic ($m = 1.5$ للقاعدة المربعة) وصيغتا $b = (1 - \eta \tan\varphi)^2$ و $g = (1 - \omega \tan\omega)^2$ **تخفيضاً أقل** قليلاً من نظيراتها عند Hansen. ولا ينبغي الخلط بين المعادلتين؛ فمعاملات كل طريقة متسقة مع N_γ الخاص بها.



تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

معادلة Hansen: $q_u = cN_c(s\,d\,i\,b\,g) + qN_q(s\,d\,i\,b\,g) + \tfrac{1}{2}\gamma B N_\gamma(s\,d\,i\,b\,g)$؛ وفي الحالة العادية $i = b = g = 1$

$N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi$: أصغر من قيمة Vesic (عند $\varphi' = 25°$: 6.76 و 10.88)؛ وتستخدم معاملات الطريقة معاً

الشكل: $s_\gamma = 1 - 0.4\,B/L$، $s_q = 1 + (B/L)\sin\varphi$، $s_c = 1 + (B/L)(N_q/N_c)$ · **العمق**: $k = D_f/B$ أو $\tan^{-1}(D_f/B)$؛ قفزة عند $D_f/B = 1$

الميل: باستخدام h و v الفعليين؛ $i_\gamma = (1 - 0.7h/(\ldots))^5$، $i_q = (1 - 0.5h/(v + c\cot\varphi))^5$؛ تحذير من الانزلاق عند $h > v\tan\varphi + c$، وتتوقف الوحدة عند $h \geq v + c\cot\varphi$

ميل القاعدة $b_\gamma = e^{-2.7\eta\tan\varphi}$، $b_q = e^{-2\eta\tan\varphi}$؛ **ميل سطح الأرض** $g_\gamma = g_q = (1 - 0.5\tan\omega)^5$ (ويختلف عنه $(1 - \tan\omega)^2$ عند Vesic)

غير مصّرف ($\varphi = 0$): $cN_c(1 + s' + d' - i' - b' - g') + qg_q$؛ $N_c = 5.14$ و $N_\gamma = 0$؛ $h < c$

المياه الجوفية تغير q و γ فقط؛ **التحقق**: $q_{applied} \leq q_{all,g}$ و FS_{actual} والقيمة الصافية

المراجع

معادلة قدرة التحمل الكاملة لهانسن — التي تتضمن Nγ الخاصة به، ومعاملات الشكل، ومعاملات ميل الحمل، ومعاملات ميل القاعدة وميل سطح الأرض — تتبع Hansen, J.B., A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity, Danish Geotechnical Institute Bulletin 28, 1970، كما تم إعادة صياغتها باتساق عبر المراجع الجيوتقنية القياسية. ومعاملات العمق المستخدمة في هذا القسم بأكمله هي معاملات هانسن، كما هي موضحة في Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (Chapter 16).

ملاحظة

أُخذ جزء من أشكال هذا العرض التقديمي من صفحة النظرية في GeoTerva؛ أما الأمثلة العددية جميعها فقد أُنتجت بمكتبة الحساب الخاصة بالوحدة، وتعطي الوحدة القيم نفسها.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

احسب قاعدة المثال الواردة في هذا العرض خطوة بخطوة في GeoTerva: تفتح الوحدة بهذا النموذج.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com