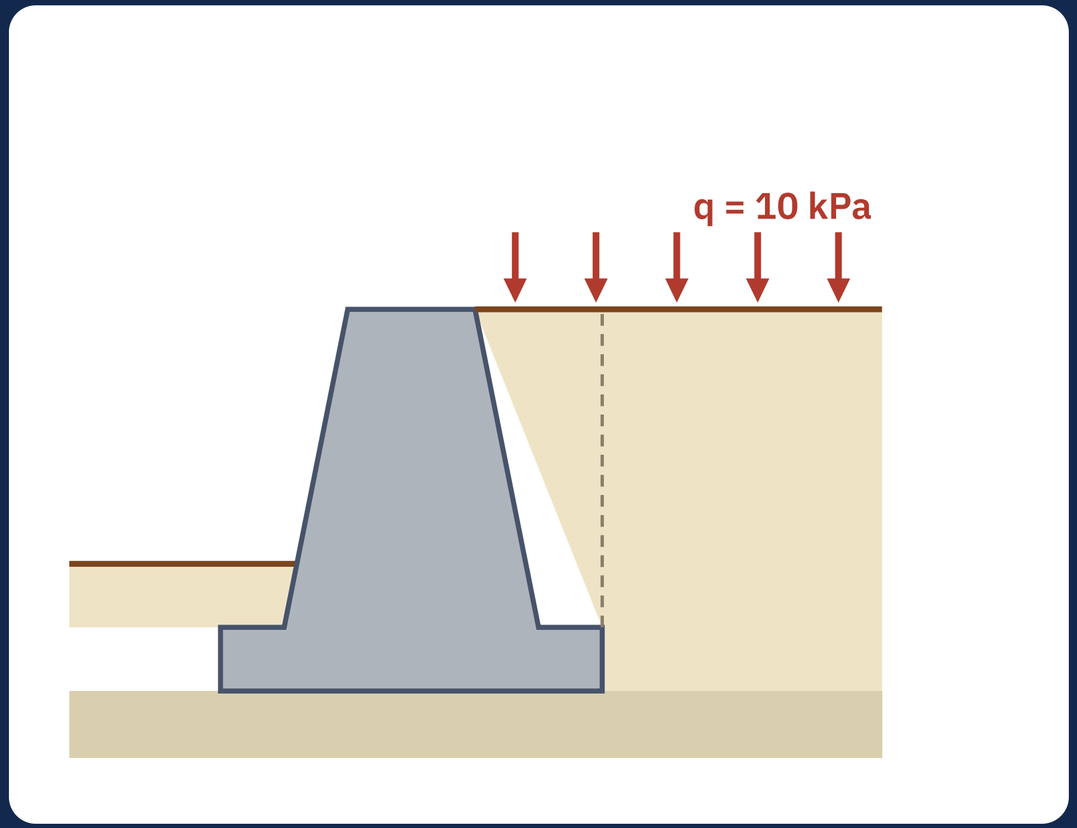
Apresentação de aula de geotecnia · Muros de arrimo

Muro de gravidade

Aula: estabilidade externa de um muro de gravidade de pedra ou de concreto; o muro e o solo que se move com ele, empuxo ativo e passivo, água, subpressão e sismo; verificações de deslizamento, tombamento e capacidade de carga; exemplo resolvido em cada tópico.

- Deslizamento · tombamento · capacidade de carga
- Rankine · Coulomb · Mononobe–Okabe
- Água e subpressão
- Inércia no sismo
- Quadro de forças



Introdução

O que veremos nesta aula?

- Calcular a **geometria** e o peso do muro de gravidade, dividindo-o em partes (área, centro de gravidade, braço de alavanca)
- O **bloco de solo** que se move junto com o muro e o **plano vertical de pressão** que passa pela borda posterior da sapata
- As forças do empuxo **ativo** (Rankine = Coulomb, em plano vertical), da sobrecarga, da **resistência passiva frontal** (K_{mob}) e da **água + subpressão**
- As verificações de **deslizamento, tombamento e capacidade de carga**, usando o **quadro de forças** e uma única convenção de sinais ($M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$)
- Considerar, em caso de sismo, o empuxo de **Mononobe–Okabe**, o incremento sísmico e a inércia do muro
- Ler o resultado: fatores de segurança, excentricidade, tensões na base

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: qual é a regra e por que é assim?

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Tudo é por 1.00 m de comprimento do muro (kN/m, kN·m/m); pressões em kPa. Muro do exemplo: H = 3 m, de alvenaria de pedra (22 kN/m³).

O que se resolve e como se desenha?

TEORIA

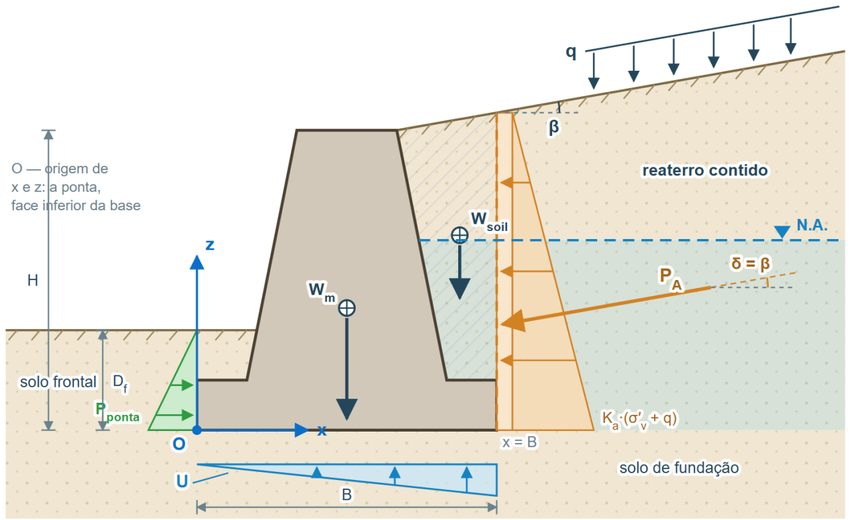
O muro de gravidade resiste ao deslizamento e ao tombamento **com o próprio peso**. O módulo analisa um muro de pedra ou de concreto massa, com fuste trapezoidal inclinado e sapatas em degraus nos dois lados:

$$B = W_{bl} + W_{dl} + W_u + W_{dr} + W_{br}$$

Muro: H altura total, W_u largura do topo, W_{dl}, W_{dr} deslocamentos horizontais de inclinação das faces frontal e posterior, W_{bl}, W_{br} projeções da sapata, H_{fl}, H_{fr} alturas da sapata; peso específico 22 para a pedra e 24 kN/m³ para o concreto.

Solo: reaterro não coesivo (c′ = 0), superfície inclinada β, sobrecarga q, água subterrânea, e solo e água de altura D_f à frente.

Três teorias: Rankine, Coulomb (estática), Mononobe–Okabe (sismo). **Verificações**: deslizamento, tombamento, excentricidade, capacidade de carga.



Corpo livre, quadro de forças, convenção de sinais única

TEORIA

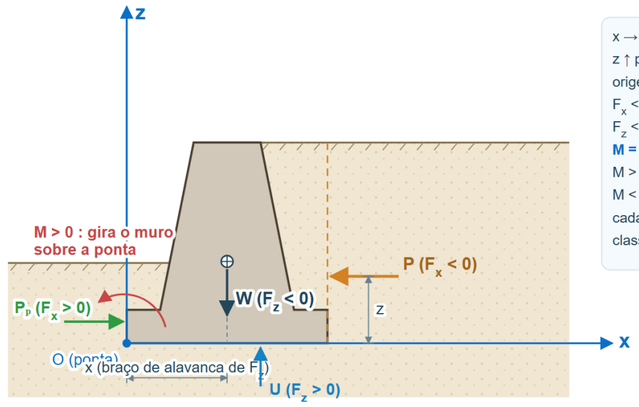
A estabilidade é um problema de **equilíbrio**: primeiro se decide o que está em equilíbrio e como os sinais das forças serão adotados. A origem O fica na **ponta** (canto frontal inferior), x aponta para o reaterro, z para cima. Uma força é escrita por suas componentes (F_X, F_Z) e pelo ponto de aplicação; o momento em relação a O:

$$M = x\,F_z - z\,F_x \qquad M > 0:\ \text{tombamento}, \quad M < 0:\ \text{aderência}$$

Para o peso ($F_Z = -W$, $x > 0$), $M = -xW < 0$: estabiliza o muro. Para um empuxo dirigido para a frente ($F_X < 0$), $M = -zF_X > 0$: tomba o muro. A subpressão ($F_Z > 0$) o tomba; a resistência frontal ($F_X > 0$) o estabiliza.

Nenhuma força é classificada previamente como “resistente”; cada componente é contada com o seu próprio sinal (a componente vertical do empuxo inclinado é, corretamente, resistente).

Corpo livre = muro + o solo que se move com ele; cada item **do quadro de forças** é lido da mesma forma pelas três verificações: nenhuma força pode ser esquecida em uma e contada em outra.



Divisão em partes, centros de gravidade e braços de alavanca

TEORIA

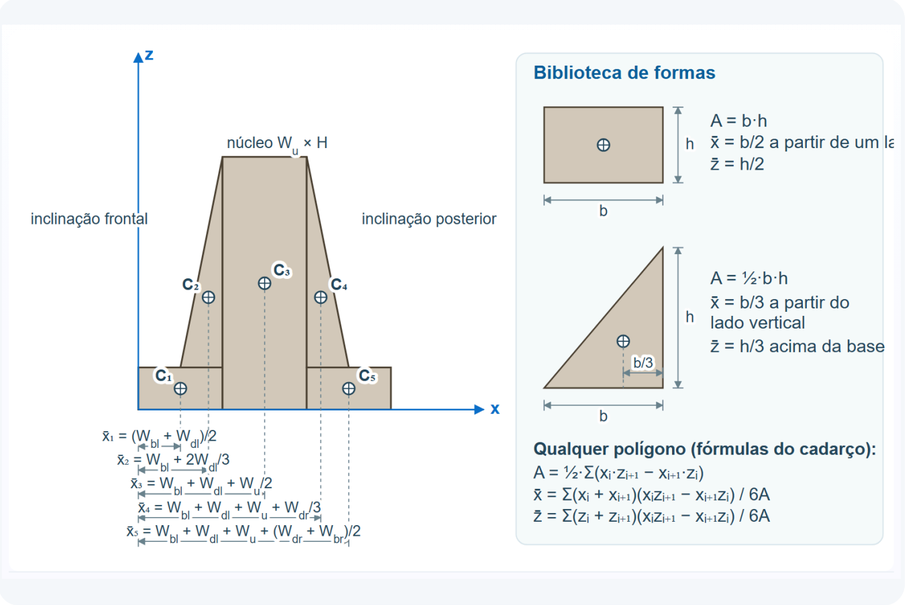
O peso do muro e o seu momento em relação à ponta são a base de ambas as verificações de estabilidade. A seção transversal é dividida em figuras simples, de área e centroide conhecidos (ponta, parte inclinada frontal, núcleo, parte inclinada posterior, calcanhar):

$$W_i = \gamma_m A_i \qquad W_m = \sum W_i \qquad \bar{x}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{x}_i}{W_m} \qquad \bar{z}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{z}_i}{W_m}$$

No quadro de forças, o muro é um único item: $F_z = -W_m$ em $\bar{x}_m$; seu momento é $M = -W_m\bar{x}_m = -\Sigma M_i$.

A altura $\bar{z}_m$ é necessária apenas para a força de inércia horizontal $k_h W_m$ (sismo).

O módulo também calcula toda a seção transversal como um único polígono; os dois resultados concordam dentro de 10^{-9}.



Enunciado

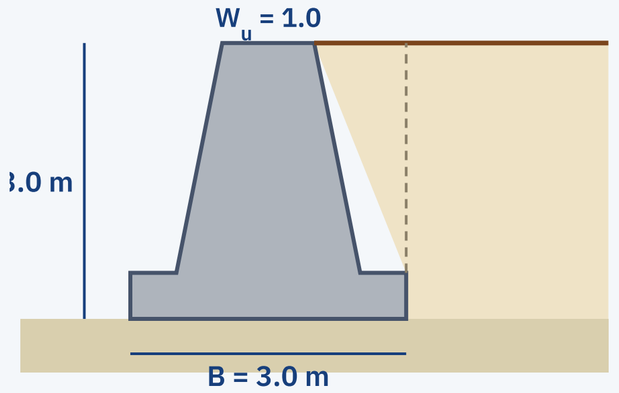
EXEMPLO

PEDE-SE

Área e peso das cinco partes; W_m, $\bar{x}_m$, $\bar{z}_m$.

Dados

Corte	$H = 3.0$ **m;** $W_u = 1.0$ **m;** $W_{dl} = W_{dr} = 0.5$ **m;** $W_{bl} = W_{br} = 0.5$ **m;** $H_{fl} = H_{fr} = 0.5$ **m** **(B = 3.0 m)**
Material	**muro de pedra:** $\gamma_m = 22\ \mathrm{kN/m^3}$



Solução

SOLUÇÃO

1 Partes (p. ex., talude frontal: $A = \frac{1}{2}(0.5)(3.0 - 0.5) = 0.625$; $\bar{x} = W_{bl} + 2W_{dl}/3 = 0.833$; $\bar{z} = H_{fl} + (H - H_{fl})/3 = 1.333$)

Peça	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 22A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Ponta	0.500	0.500	0.250	11.00	5.50	2.75
Talude frontal	0.625	0.833	1.333	13.75	11.46	18.33
Corpo (núcleo)	3.000	1.500	1.500	66.00	99.00	99.00
Talude posterior	0.625	2.167	1.333	13.75	29.79	18.33
Calcanhar	0.500	2.500	0.250	11.00	27.50	2.75
Total	**5.250**			**115.50**	**173.25**	**141.17**

2 Centro de gravidade do muro

$$\bar{x}_m = \frac{173.25}{115.50} = \mathbf{1.500\ m} \qquad \bar{z}_m = \frac{141.17}{115.50} = \mathbf{1.222\ m}$$

O peso do muro é **W_m = 115.50 kN/m**, a $\bar{x}_m$ = 1.50 m da ponta e $\bar{z}_m$ = 1.22 m da base; seu momento é M = −173.25 kN·m/m (resistente).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Plano de pressão vertical e bloco de solo

TEORIA

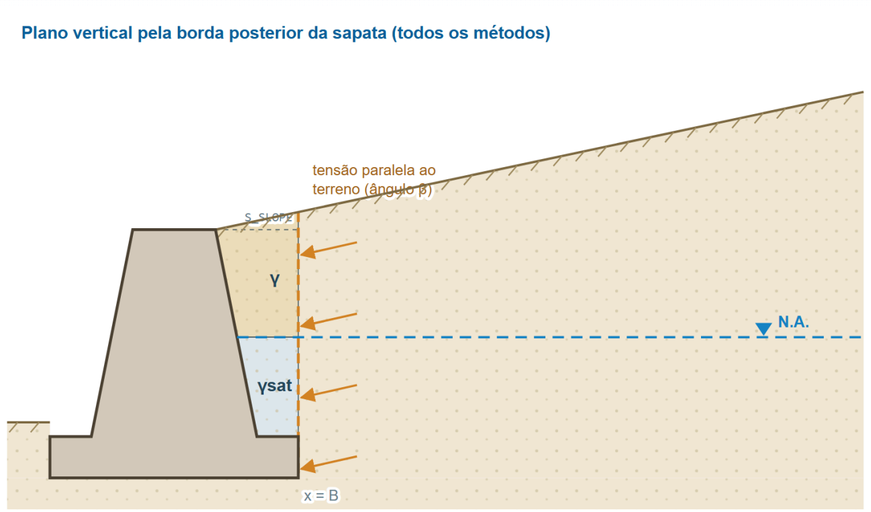
Por que o empuxo de terra atua na **aresta posterior da base** e não no dorso inclinado do muro? O solo acima do calcanhar não pode deslizar em relação ao muro: se o muro se move, o solo se move com ele. Os planos de ruptura no reaterro partem da **aresta posterior do calcanhar**, e não do dorso inclinado. Corpo livre coerente: o muro mais esse bloco de solo; o **plano de pressão externo** em sua face externa é vertical em x = B:

O plano desce da superfície acima da borda posterior até abaixo da base; em aterro inclinado, inclui também a elevação da superfície. Tudo o que está entre o plano e o tardoz do muro é **peso**; o plano é solo contra solo: o atrito do muro não é considerado, e o empuxo atua com δ = β.

Na frente, o aterro acima da ponta também se move com o muro: carga vertical W_{toe}; se for informado $D_f = 0$, isso significa que o solo frontal pode ser considerado.

A parte vertical da **sobrecarga** sobre o calcanhar (Q_{heel}) é favorável, mas, por ser considerada uma carga que pode ou não estar presente, **não entra em nenhuma verificação**; o seu efeito lateral, porém, é sempre contabilizado.

O cálculo é feito com tensões totais: o solo submerso é pesado com γ_{sat}, e a própria água é acrescentada como força separada (U_{rear}, subpressão); γ′ e subpressão não são considerados juntos.



Enunciado

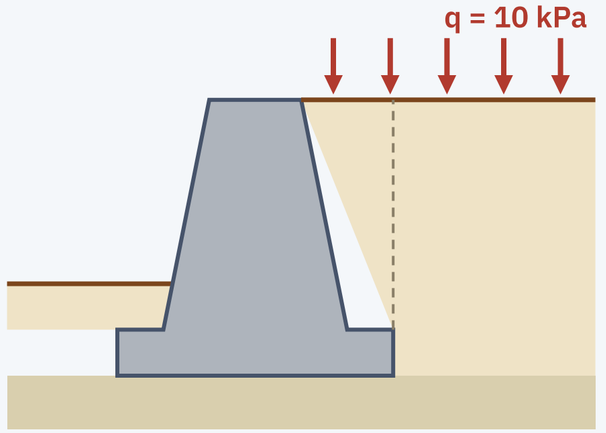
EXEMPLO

PEDE-SE

Peso e posição do **bloco de solo** que se move junto com o muro; **aterro frontal**; por que $\mathbf{Q_{heel}}$ não entra nas verificações?

Dados

Muro	**Seção do Exemplo 1; altura do solo à frente** $D_f = 1.0$ **m**
Solo	**aterro seco:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**; superfície horizontal**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa (na superfície)**



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Retângulo acima do calcanhar + triângulo ao lado do talude posterior (até o plano x = B = 3.0)

$$A_r = W_{br}(H - H_{fr}) = 0.5(2.5) = 1.250\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.75,\ \bar{z} = 1.75)$$

$$A_t = \tfrac{1}{2} W_{dr}(H - H_{fr}) = 0.625\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.333,\ \bar{z} = 2.167)$$

$$W_s = \gamma(A_r + A_t) = 18(1.875) = \mathbf{33.75}\ \text{kN/m}$$

2 Localização

$$\bar{x}_s = \frac{1.250(2.75) + 0.625(2.333)}{1.875} = \mathbf{2.611}\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = \mathbf{1.889}\ \text{m}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Aterro frontal (acima da ponta, D_f = 1.0 m) e sobrecarga

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(0.5 + 0.60)(0.5) = 0.275\ \mathrm{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.275) = \mathbf{4.95}\ \mathrm{kN/m}\ (\bar{x} = 0.276)$$

$$Q_{heel} = q(B - x_{BT}) = 10(3 - 2) = \mathbf{10.0}\ \mathrm{kN/m}\ (\text{não entra em nenhuma verificação})$$

Carga vertical total N = W_m + W_s + W_{toe} = 115.50 + 33.75 + 4.95 = **154.20 kN/m**. Q_{heel} = 10.00 kN/m é o item “não utilizado” no quadro.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Rankine e Coulomb, em plano vertical

TEORIA

Se a superfície do aterro tem inclinação β, na solução de talude semi-infinito de Rankine a tensão no plano vertical é **paralela à superfície**: $\sigma'_a = K_{a\beta}\sigma'_v$:

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'}\ (\beta = 0)$$

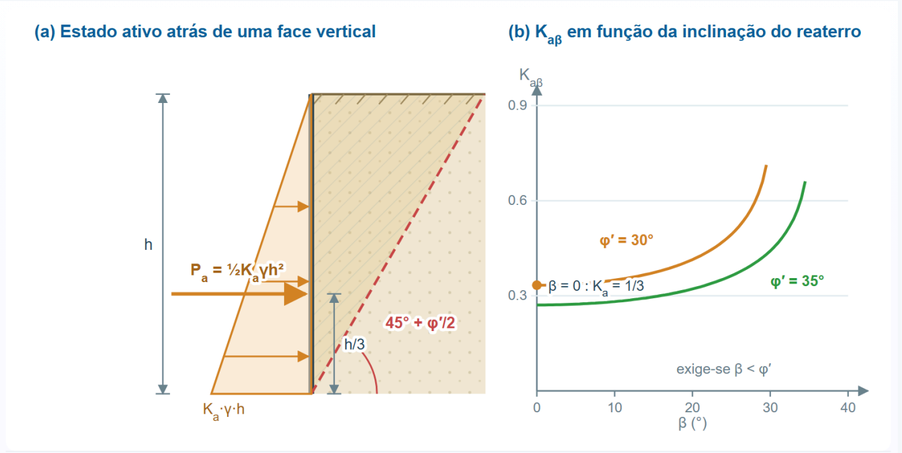
$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ \ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ \ (h/2)$$

Para a raiz quadrada, é necessário β < φ′; se β ≥ φ′, o próprio talude não é estável e o cálculo é bloqueado.

Coulomb: para um plano vertical (α = 90°) e δ = β, K_a coincide com o $K_{a\beta}$ de Rankine, **exatamente, para qualquer β**; os dois métodos fornecem o mesmo empuxo nesse plano. h = altura do plano (incluindo a elevação da superfície).

Componente horizontal P cos β, componente vertical P sin β (para baixo em talude ascendente: resistente).

A sobrecarga é calculada duas vezes (com q e sem q); P_Q é a diferença.



Enunciado

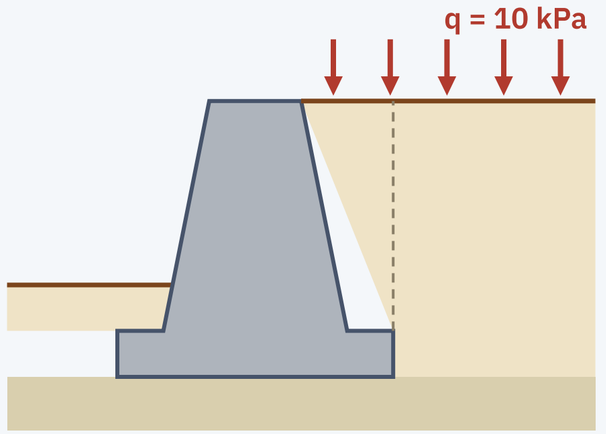
EXEMPLO

PEDE-SE

K_a, empuxo do solo **P_A** e empuxo da sobrecarga **P_Q**, com seus momentos.

Dados

Muro e solo	**Muro e aterro do Exemplo 2: $h = H = 3.0$ m; $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; superfície horizontal**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa**



Solução

SOLUÇÃO

1 K_a = (1 − sin30°)/(1 + sin30°) = 0.3333; os empuxos (no plano vertical, horizontais)

$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(9) = \mathbf{27.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.00\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(3) = \mathbf{10.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.50\ \mathrm{m})$$

2 Empuxo horizontal total e momento de tombamento (em relação à ponta)

$$\Sigma H_{drive} = 27.0 + 10.0 = \mathbf{37.0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 27.0(1.00) + 10.0(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

Empuxo do solo 27.00, empuxo da sobrecarga 10.00 kN/m: total **37.00 kN/m**, em relação à ponta **42.00 kN·m/m**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

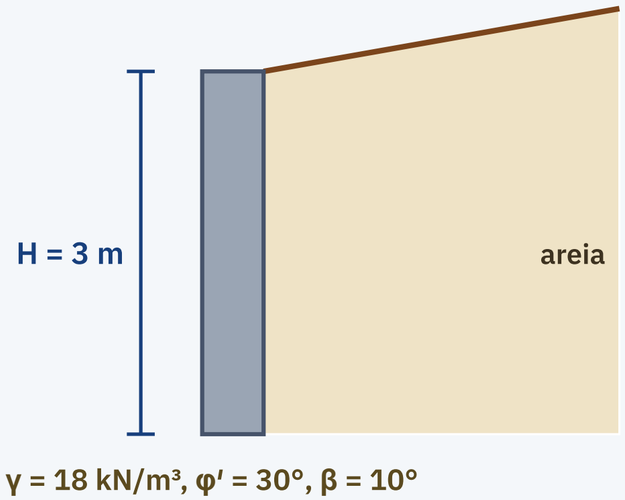
EXEMPLO

PEDE-SE

$K_{a\beta}$, componentes do empuxo; variação do resultado em relação ao reaterro horizontal (deslizamento, tombamento, excentricidade).

Dados

Muro e solo	**O muro do Exemplo 2; mesmo reaterro, mas com a superfície subindo $\beta = 10°$ (afastando-se do muro)**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa**



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficiente $K_{a\beta}$ ($\cos\beta = 0.9848$, $\sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'} = 0.4689$)

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - r}{\cos\beta + r} = 0.9848\,\frac{0.5159}{1.4537} = \mathbf{0.3495} \;\; (\text{na horizontal } 0.3333)$$

2 Empuxos (h = altura do plano = H + elevação da superfície; motor de cálculo)

$$P_A:\; F_x = 31.25,\; F_z = 5.51\ \text{kN/m} \;\; (\text{horizontal e vertical})$$

$$P_Q:\; F_x = 10.93,\; F_z = 1.93\ \text{kN/m}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Verificações (motor de cálculo)

$$\Sigma F_z = -N = -163.23\ \text{kN/m} \quad (\text{bloco de solo } 35.34)$$

$$FS_s = 2.412 \qquad FS_o = 5.734 \qquad e = 0.037\ \text{m} \qquad q_{max} = 58.4\ \text{kPa}$$

O talude ascendente aumenta o empuxo ($K_{a\beta}$ 0.333 → 0.350), mas **a componente vertical do empuxo** e o bloco de solo mais pesado são estabilizantes: FS ao deslizamento 2.62 → 2.41, FS ao tombamento 6.26 → 5.73; excentricidade 0.068 → 0.037 m.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Coeficiente combinado entre o empuxo em repouso e o passivo

TEORIA

O solo à frente da parede (c′ = 0) é definido por uma **mistura** dos coeficientes passivo de Rankine e em repouso de Jaky; isso porque a resistência passiva plena exige um deslocamento de magnitude que uma parede funcional não permitiria:

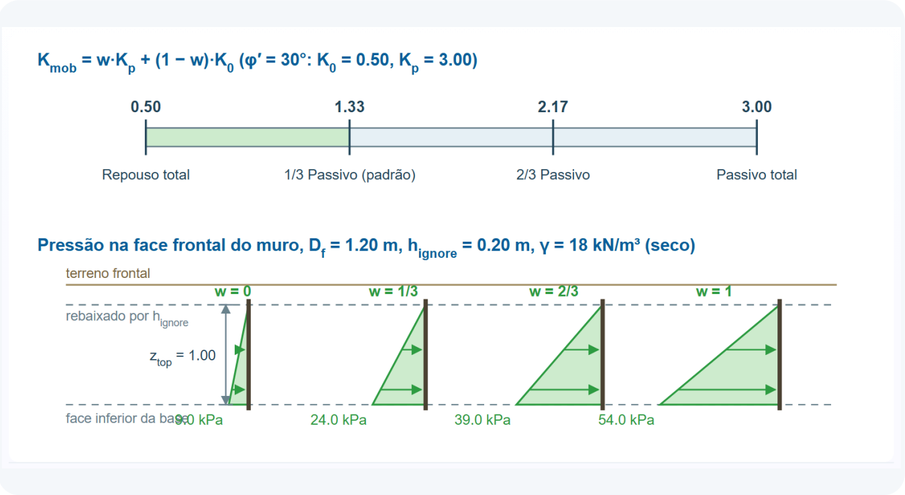
$$K_{mob} = w\,K_p + (1-w)\,K_0 \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

$$p(z) = K_{mob}\,\sigma'_v(z) \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_f^2 \;\; (D_f/3)$$

w = 0 repouso pleno, 1/3 (padrão), 2/3, 1 passivo pleno. A espessura superior **h_{ignore}** do solo à frente (escavável, passível de amolecer) não é considerada no cálculo.

A resistência frontal é considerada **apenas no deslizamento** (integral no caso estático, com $\eta_{p,E}$ no caso sísmico); **jamais é utilizada no tombamento nem na capacidade de carga**.

O empuxo da água à frente (h_{wf}) é dirigido para trás e reduz o empuxo líquido.



Enunciado

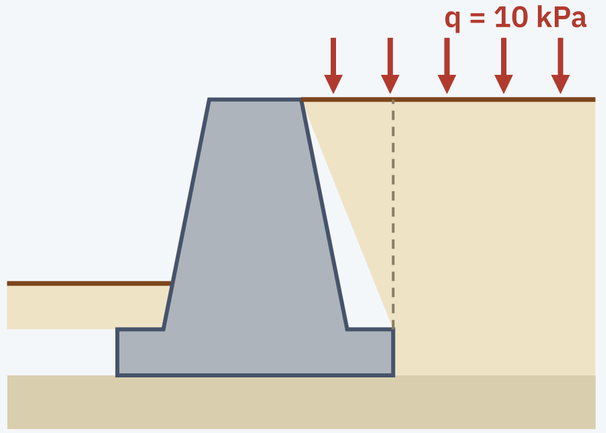
EXEMPLO

Dados

Solo frontal	$D_f = 1.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**;** $h_{ignore} = 0$
Casos	**repouso total, 1/3, 2/3, passivo total; e se a resistência frontal não for considerada de modo algum**

PEDE-SE

K_{mob}, P_P e o fator de segurança ao deslizamento FS_s (para o muro do Exemplo 2).



Solução

SOLUÇÃO

1 K_{mob} e empuxo (padrão: w = 1/3)

$$K_{mob} = \tfrac{1}{3}(3.000) + \tfrac{2}{3}(0.500) = \mathbf{1.333}$$

$$P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob} \gamma D_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1)^2 = \mathbf{12.0}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = D_f/3 = 0.333\ \mathrm{m})$$

2 Quatro casos ($FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive} = (84.81 + P_P)/37.0$)

Situação	w	K_{mob}	P_P (kN/m)	FS_s
Repouso total	0	0.500	4.50	2.414
1/3 passivo + 2/3 em repouso (padrão)	1/3	1.333	12.00	2.616
2/3 passivo + 1/3 em repouso	2/3	2.167	19.50	2.819
Passivo total	1	3.000	27.00	3.022
A resistência de ponta não é considerada	–	–	0	2.292

O crédito da resistência frontal altera FS_s entre 2.29 e 3.02 (padrão **2.62**); se o solo frontal puder ser removido, o crédito é zerado: D_f e h_{ignore} devem ser escolhidos com critério.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Três verificações a partir do mesmo quadro de forças

TEORIA

Deslizamento: a base é retida pelo atrito; esforço cortante necessário $\Sigma H_{drive} - \Sigma P_{resist}$, esforço cortante disponível $\mu_b N$ (sem adesão; N é a força normal efetiva, incluída a subpressão). A resistência é somada no denominador:

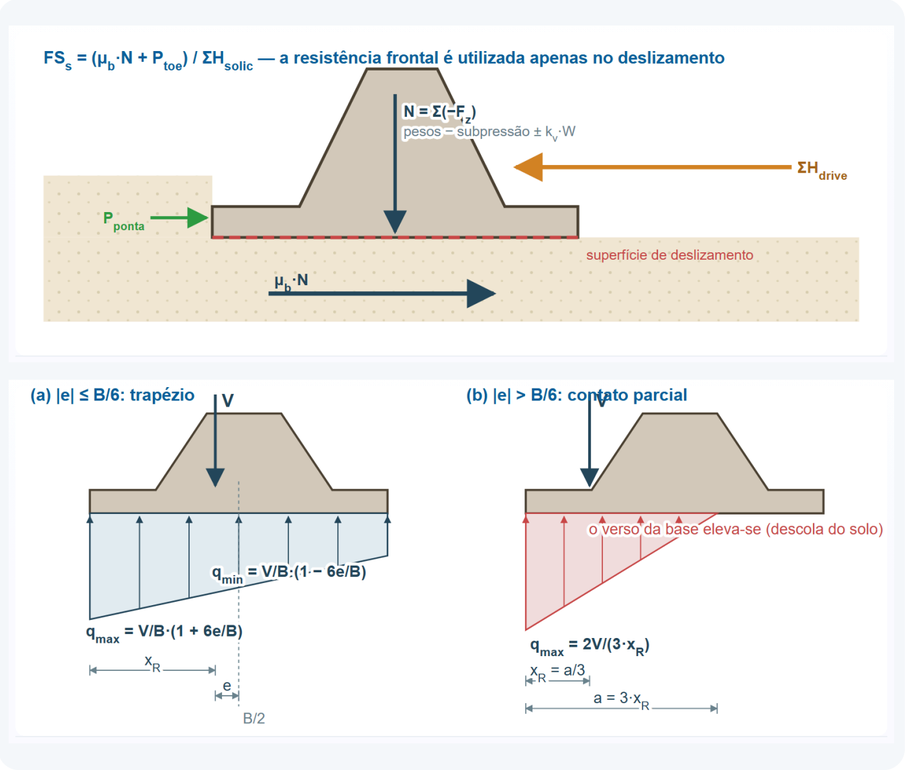
$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad \mu_b = \tan \delta_b$$

O **tombamento** ocorre em torno da ponta: as parcelas $-zF_x$ e xF_z de cada item entram em $\Sigma M_{overturning}$ ou em $\Sigma M_{resisting}$ conforme o seu sinal; a resistência frontal não é considerada:

$$FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

Capacidade de carga: se |e| ≤ B/6, a base está inteiramente em contato; caso contrário, o solo não resiste à tração e apenas uma parte da base fica em contato:

$$q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6} : \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$



Enunciado

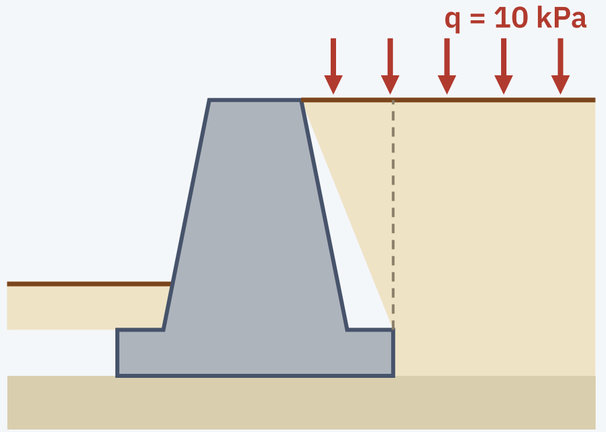
EXEMPLO

Dados

Muro e cargas	**O muro dos Exemplos 1–5:** $B = 3.0$ **m;** $W_m = 115.5,\ W_s = 33.75,\ W_{toe} = 4.95$ kN/m; $P_A = 27.0,\ P_Q = 10.0$ kN/m
Resistência	$\mu_b = 0.55$**; resistência passiva frontal** $P_P = 12.0$ **kN/m (w = 1/3);** $q_{all} = 200$ **kPa**
Necessário	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; a base deve estar totalmente em contato**

PEDE-SE

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} e o resultado de cada verificação.



Solução (1/3)

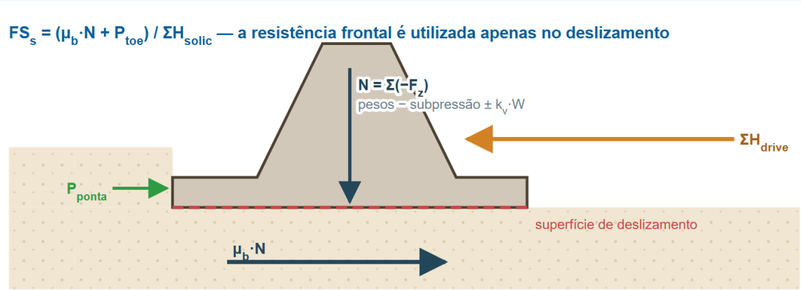
SOLUÇÃO

1 Atrito na base: N = W_m + W_s + W_{toe} (exceto Q_{heel})

$$N = 115.50 + 33.75 + 4.95 = \mathbf{154.20}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(154.20) = 84.81\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{84.81 + 12.0}{37.0} = \mathbf{2.616}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Solução (2/3)

SOLUÇÃO

2 Momento de tombamento (em relação à ponta; apenas os empuxos)

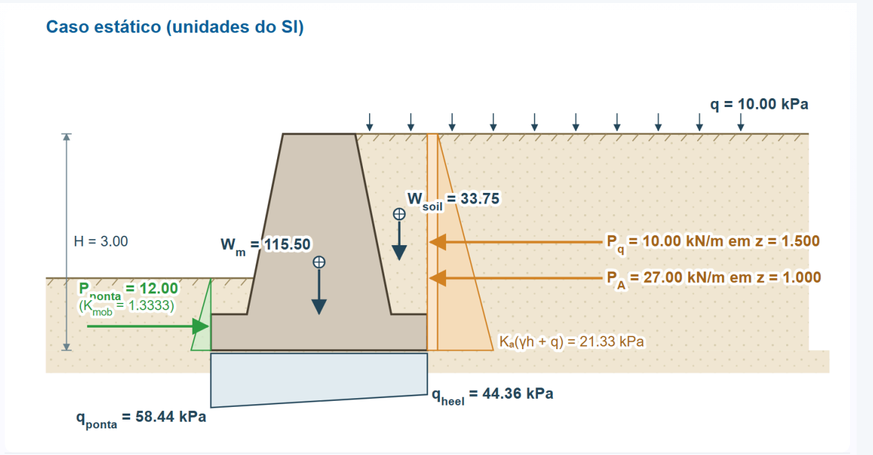
$$M_o = P_A(1.00) + P_Q(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

3 Momento resistente: muro + bloco de solo + aterro frontal

$$M_r = W_m\bar{x}_m + W_s\bar{x}_s + W_{toe}\bar{x}_{toe}$$

$$= 173.25 + 88.13 + 1.36 = \mathbf{262.74}$$

$$FS_o = \frac{262.74}{42.0} = \mathbf{6.256}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Solução (3/3)

SOLUÇÃO

4 Posição da resultante e excentricidade

$$\Sigma M = M_o - M_r = 42.00 - 262.74 = -220.74$$

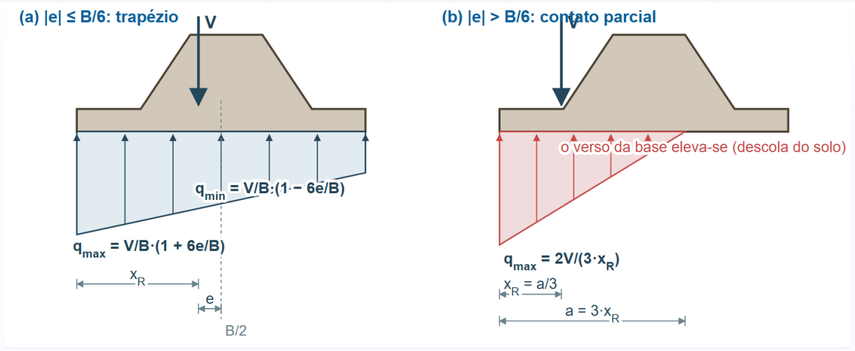
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{220.74}{154.2} = \mathbf{1.4315}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.0685}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.500\ \checkmark$$

5 Tensões na base (contato total)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.0685)}{3}\right) = \mathbf{58.44}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{44.36}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.62**, FS_o = **6.26**, e = 0.068 m, q_{max} = **58.4 kPa** ≤ 200, q_{min} = 44.4 kPa > 0: **todas as verificações são atendidas no caso estático**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Água hidrostática em ambos os lados, subpressão linear na base

TEORIA

A pressão da água é isotrópica e atua perpendicularmente a toda superfície com que entra em contato. O corpo livre é envolvido por água em três fronteiras: o plano posterior de pressão, a face frontal do muro e a face inferior da base. Cada uma é um item separado no quadro de forças:

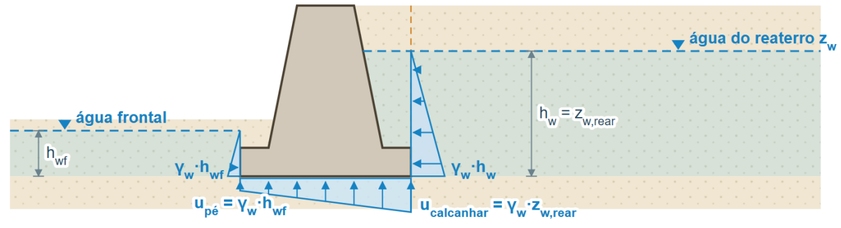
$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U_{front} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_{wf}^2 \;\; (h_{wf}/3,\ \text{para trás})$$

A poropressão sob a base varia **linearmente** da carga na ponta à carga no calcanhar (perda de carga em linha reta):

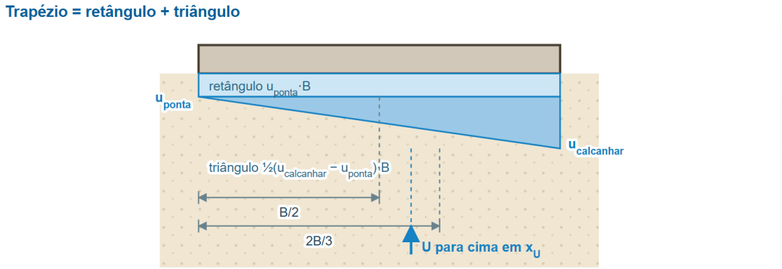
$$U = \frac{B\,(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B\,(u_{toe} + 2u_{heel})}{3\,(u_{toe} + u_{heel})}$$

A subpressão atua para cima (F_z = +U): reduz N′ e, consequentemente, o atrito na base, além de acrescentar um momento de tombamento $U \cdot x_U$.

$h_W = H - z_W$ (z_W: profundidade do lençol freático a partir do topo do muro); a altura de água frontal h_{wf} atua em direção ao tardoz e reduz o empuxo líquido. Se os níveis de água forem diferentes, a estabilidade hidráulica (percolação) deve ser considerada separadamente.



$U = B \cdot (u_{toe} + u_{heel})/2$ em $x = B \cdot (u_{toe} + 2u_{heel}) / (3(u_{toe} + u_{heel}))$



Enunciado

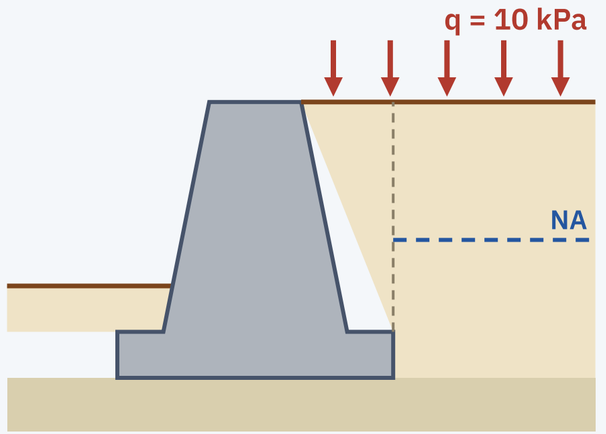
EXEMPLO

Dados

Muro e solo	**Muro e aterro dos Exemplos 1–5 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°,\ q = 10$ kPa); condição estática**
Água	**no reaterro, o nível do lençol freático está 1.5 m abaixo do topo do muro ($h_w = 1.5$ m); sem água à frente; subpressão linear sob a base**

PEDE-SE

Variação do empuxo do solo e da água; **subpressão** e **N**; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Empuxo do solo (γ acima, γ′ = 20 − 9.81 = 10.19 abaixo) e empuxo da água

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma d_1^2 + K_a\gamma d_1 d_2 + \tfrac{1}{2}K_a\gamma' d_2^2$$

$$= 6.75 + 13.50 + 3.82 = \mathbf{24.07}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.061\ \text{m})$$

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}(9.81)(1.5)^2 = \mathbf{11.04}\ \text{kN/m}\ \ (z = 0.50\ \text{m}) \qquad P_Q = 10.0$$

2 Subpressão (u = 0 na ponta, u = 9.81·1.5 = 14.72 kPa no calcanhar; triangular)

$$U = \tfrac{1}{2}(14.72)(3.0) = \mathbf{22.07}\ \text{kN/m}\ (\text{para cima})\ \ \text{at}\ x_U = \tfrac{2B}{3} = 2.00\ \text{m}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Força normal efetiva e atrito (bloco de solo com γ_{sat}: W_s = 34.95)

$$N = W_m + W_s + W_{toe} - U = 115.50 + 34.95 + 4.95 - 22.07 = \mathbf{133.33}\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{0.55(133.33) + 12.0}{24.07 + 10.0 + 11.04} = \frac{85.33}{45.11} = \mathbf{1.892}$$

4 Tombamento e base

$$M_o = 25.54 + 15.00 + 5.52 + 44.14 = 90.20\ \ (P_A,\ P_Q,\ U_{rear},\ \text{subpressão}) \qquad M_r = 265.98$$

$$FS_o = \frac{265.98}{90.20} = \mathbf{2.949} \qquad x_R = \frac{175.78}{133.33} = 1.318\ \text{m} \quad e = 0.182\ \text{m}$$

$$q_{max} = \mathbf{60.58} \qquad q_{min} = \mathbf{28.30}\ \text{kPa}$$

A água reduziu FS_s de 2.62 para **1.89**, FS_o de 6.26 para **2.95** e q_{min} de 44.4 para 28.3 kPa (a subpressão reduziu N em 22.1 kN/m e acrescentou 44.1 kN·m/m de tombamento); as verificações continuam sendo satisfeitas.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Empuxo de Mononobe–Okabe e inércia do muro

TEORIA

No método pseudoestático, cada massa fica sujeita a uma força horizontal $k_h$mg e a uma força vertical ±$k_V$mg; a direção crítica é aquela em que a inércia empurra para a frente (no mesmo sentido do empuxo). A gravidade e a inércia juntas atuam como um campo gravitacional girado de θ; a cunha de Coulomb é resolvida com as forças de inércia (Mononobe–Okabe). No plano vertical, com reaterro horizontal (δ = β = 0):

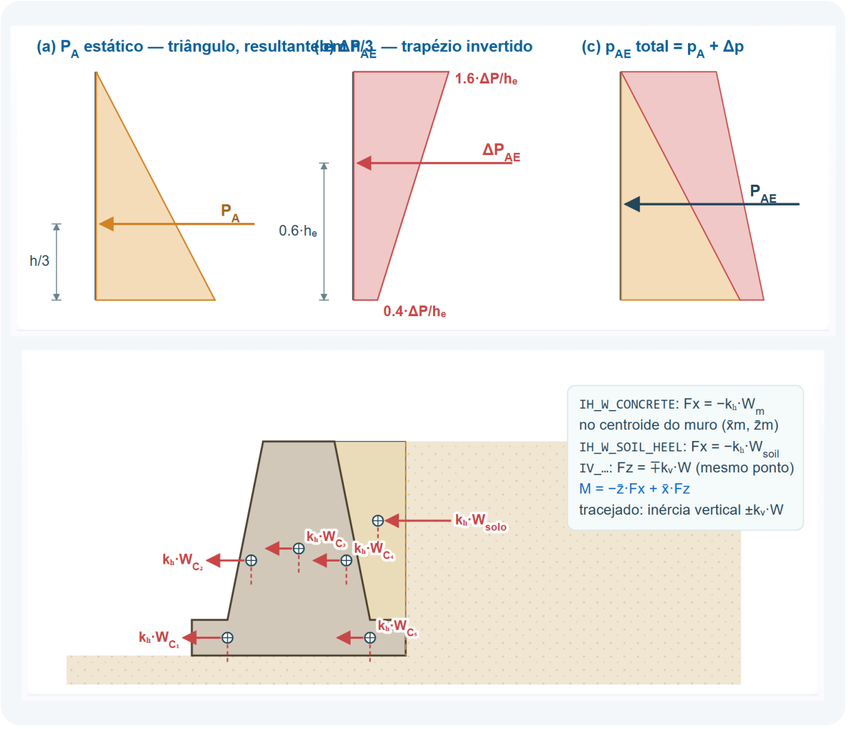
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right)K_{AE}$$

Se φ′ − θ < 0, nenhuma cunha pode permanecer em equilíbrio: “sem solução”, e as verificações são consideradas não atendidas.

Distribuição: P_{AE} fornece a intensidade, não a posição. $\Delta P_{AE} = P_{AE} - P_{A,static}$ como trapézio invertido (1.6ΔP/h no topo, 0.4ΔP/h na base; resultante em **0.6h**); a parcela estática mantém a sua forma estática.

Inércia: o muro, o bloco de solo e o aterro frontal empurram para a frente com k_hW em seus centros de gravidade; se $k_V > 0$, ambos os casos são analisados com $(1 \pm k_V)$ e governa o menor FS. Acrescenta-se a pressão hidrodinâmica da água $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ (a $0.4h_w$).

A resistência passiva frontal é multiplicada por $\eta_{p,E}$ em caso de sismo; valor padrão **0** (sem crédito).



Enunciado

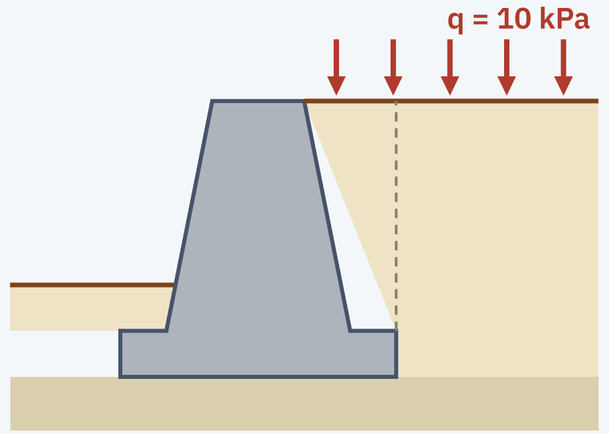
EXEMPLO

Dados

Muro e solo	**O muro e o aterro dos Exemplos 1–6 (estático: FS_s = 2.62; FS_o = 6.26)**
Sismo	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; **resistência passiva frontal considerada** $\eta_{p,E} = 0$; **necessário** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$

PEDE-SE

θ, K_{AE}, P_{AE}, ΔP_{AE}, $\bar{z}$; forças de inércia; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Solução (1/3)

SOLUÇÃO

1 Ângulo sísmico e coeficiente

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ\,(1+0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

2 Empuxo dinâmico e acréscimo sísmico (estático $P_A + P_Q$ = 37.0 kN/m)

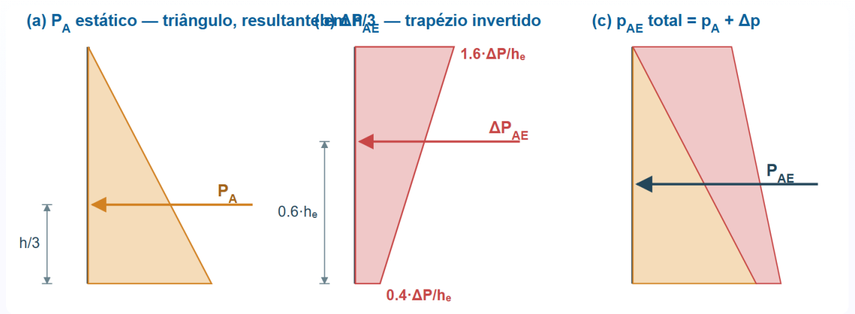
$$P_{AE} = (81+30)(0.4329) = \mathbf{48.06}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 48.06 - 37.0 = \mathbf{11.06}\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

3 Altura de aplicação da carga

$$\bar{z}_{AE} = [27.0(1.00) + 10.0(1.50) + 11.06(1.80)]/48.06$$

$$= 61.90/48.06 = \mathbf{1.288}\ \text{m}$$



Solução (2/3)

SOLUÇÃO

4 Forças de inércia $k_h W$ (nos centros de gravidade, para a frente)

$$IH_m = 0.15(115.50) = 17.325 \quad (z = 1.222\ \text{m})$$

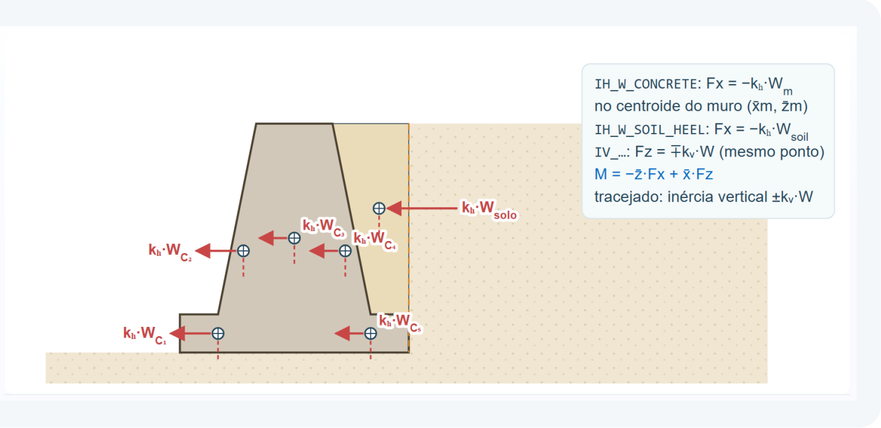
$$IH_s = 0.15(33.75) = 5.062 \quad (z = 1.889\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(4.95) = 0.743 \quad (z = 0.758\ \text{m})$$

5 Deslizamento (sem considerar a resistência frontal)

$$\Sigma H_{drive} = 48.06 + 17.32 + 5.06 + 0.74 = 71.19$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{84.81}{71.19} = \mathbf{1.191} \ \geq 1.1 \ \checkmark$$



Solução (3/3)

SOLUÇÃO

6 Tombamento e posição da resultante

$$M_{o,E} = P_{AE}\bar{z} + \Sigma IH\, z = 61.90 + 21.18 + 9.56 + 0.56 = 93.20$$

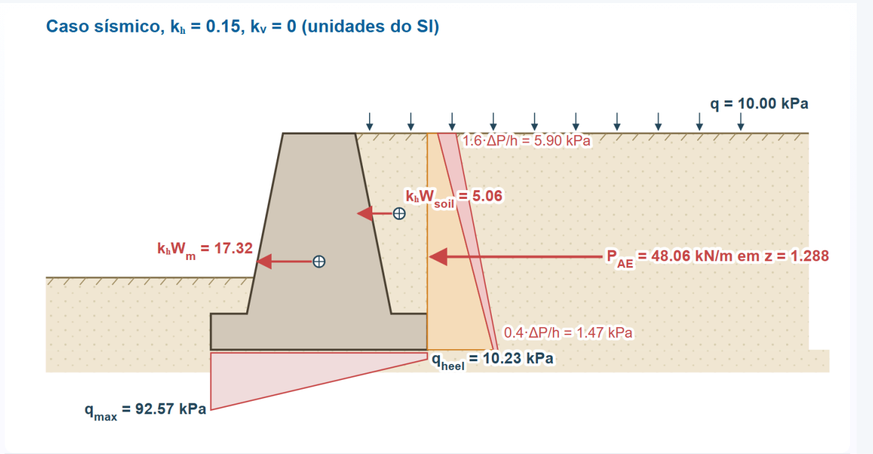
$$FS_{o,E} = \frac{262.74}{93.20} = \mathbf{2.819} \;\geq 1.1$$

$$x_R = \frac{262.74 - 93.20}{154.2} = 1.099 \text{ m} \qquad e = \mathbf{0.401} \text{ m}$$

7 Tensões na base (|e| = 0.401 m ≤ B/6 = 0.50 m: contato total)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.401)}{3}\right) = \mathbf{92.57} \text{ kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{10.23} \text{ kPa}$$



Sob sismo, FS_s = **1.19**, FS_o = **2.82**, e = **0.401 m**, q_{max} = **92.6 kPa**; o sismo alterou FS_s de 2.62 para 1.19 e e de 0.068 para 0.401 m: o **deslizamento** e a **excentricidade** são as verificações governantes.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Onde as verificações terminam

TEORIA

Essas verificações tratam o muro sobre a sua fundação como **um único bloco rígido**: a **estabilidade externa** do muro. Um muro de gravidade de pedra ou de concreto massa também pode romper **internamente** (especialmente em seção alta ou esbelta, em muro de pedra seca, com argamassa fraca e sob sismo); essas verificações são feitas a partir dos esforços fornecidos por este módulo.

Reaterro não coesivo ($c' = 0$); reaterro de dois solos ou estratificado não está disponível neste módulo. A superfície do reaterro é plana ou com uma única inclinação.

Atrito na base $\mu_b = \tan \delta_b$ (em geral $2/3\varphi'–\varphi'$ para alvenaria/concreto); a adesão não é utilizada. A resistência passiva frontal é somada por inteiro à parcela de atrito; não é utilizada no tombamento nem na capacidade de carga.

O **cálculo** é feito por 1.00 m de comprimento do muro; as pressões laterais devidas às sobrecargas em faixa e pontual são somadas por Boussinesq (muro rígido).

Efeitos desestabilizantes (estabilidade hidráulica, percolação, estabilidade global, recalque) estão fora do escopo deste módulo.

Resumo

Pontos-chave

Corpo livre = muro + solo que se move com ele; o empuxo atua **no plano vertical da borda posterior da base** ($\delta = \beta$); convenção de sinal única: $M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$, tombamento +

Peso: $W_i = \gamma_m A_i$, $\bar{x} = \Sigma W_i \bar{x}_i / \Sigma W_i$; o bloco de solo e o aterro frontal também se movem com o muro; a sobrecarga sobre o calcanhar (Q_{heel}) não entra em nenhuma verificação

Ativo: $P_A = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$ $(h/3)$, $P_Q = K_a q h$ $(h/2)$; para aterro inclinado, $K_{a\beta}$ (Rankine em plano vertical = Coulomb); **passivo**: $K_{mob} = wK_p + (1 - w)K_0$, apenas para o deslizamento

Deslizamento $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive}$; **tombamento** $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$ (ponta); **capacidade de carga**: $x_R = -\Sigma M/V$, $e = B/2 - x_R$, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$, se $|e| > B/6$, $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Água: peso com γ_{sat} + U_{rear} como item separado; a subpressão é u_{toe} na ponta e u_{heel} no calcanhar, linear: reduz N e acrescenta tombamento

Sismo: $\theta = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$; $P_{AE} = (\frac{1}{2}\gamma h^2 + qh)K_{AE}$; ΔP_{AE} a $0.6h$; $k_h W$ inércia; crédito passivo frontal $\eta_{p,E}$ (padrão 0)

Referências bibliográficas

As três teorias do software e a fonte cujas formas fechadas (Ka, Kp, KAE) o manual segue. Tudo o que não for derivado delas é uma premissa deste módulo e está indicado no texto.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram gerados com o próprio motor de cálculo do módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O exemplo passo a passo da página do módulo também é este muro (H = 3 m, muro de pedra, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva a seção, o reaterro, a sobrecarga, a água e os coeficientes sísmicos do próprio muro; o módulo fornece em conjunto o quadro de forças, as três verificações e as tensões na base.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.