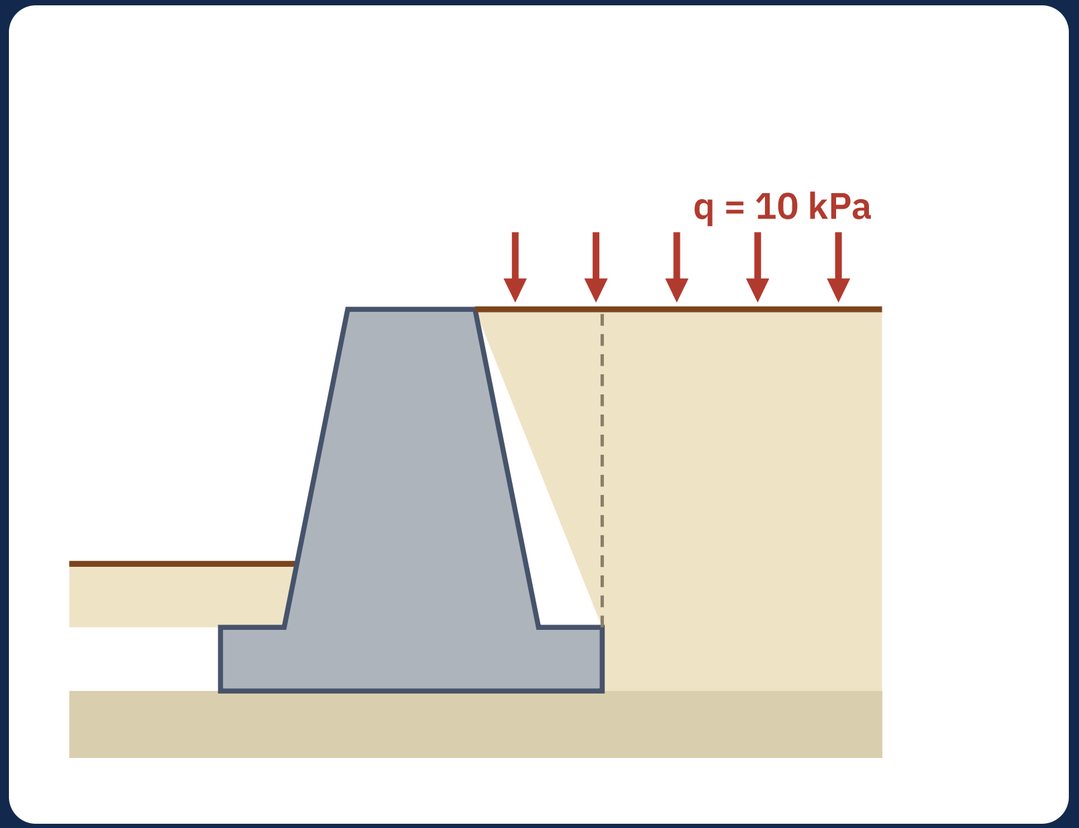
地盤工学の講義スライド・擁壁

重力式擁壁

講義：石材またはコンクリートの重力式擁壁の外部安定。擁壁とそれとともに挙動する地盤、主働および受働土圧、水、揚圧力および地震、滑動・転倒・支持力の照査、各項目に計算例。

- 滑動・転倒・支持力
- Rankine・Coulomb・Mononobe–Okabe
- 水と揚圧力
- 地震時の慣性力
- 力の集計表



この講義で学ぶこと

重力式擁壁の**形状**および重量を部分に分割して（面積、図心、腕の長さ）計算すること

壁とともに移動する**土塊**、および基礎の後端を通る**鉛直圧力面**

主働土圧（Rankine＝Coulomb、鉛直面上）、上載荷重、**受働前面抵抗**（K_{mob}）および**水圧＋揚圧**の力

力の集計表と単一の符号規約（$M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$）を用いた**滑動、転倒および支持力**の照査

地震時に**Mononobe–Okabe**の土圧、地震時増分および壁の慣性力を考慮すること

結果の読み方：安全率、偏心、底面応力

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：規則は何か、なぜそうなるのか

2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

すべて擁壁の1.00 mの長さ当たりである（kN/m、kN·m/m）；圧力の単位はkPa。例題の擁壁：H = 3 mの石積み擁壁（22 kN/m³）。

何を解き、どのように描くか

理論

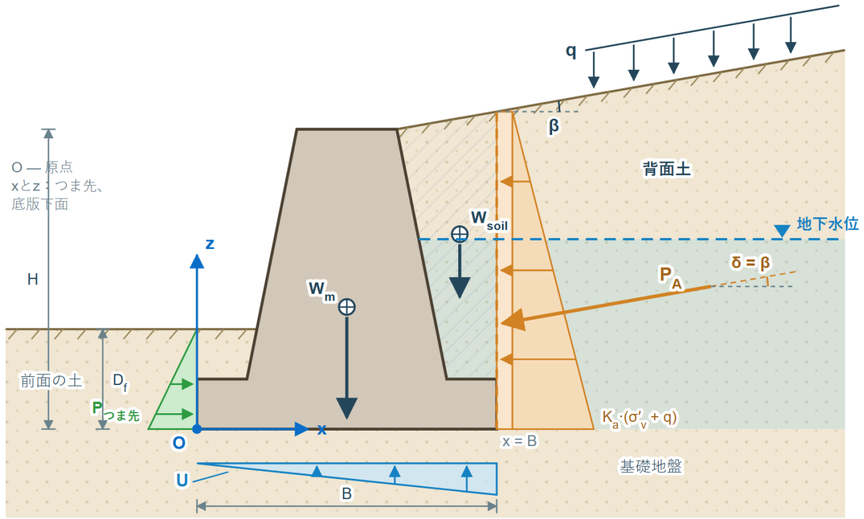
重力式擁壁は**自重によって**滑動と転倒に抵抗する。モジュールは、たて壁が傾斜した台形で両側に段付きフーチングをもつ石積みまたは無筋コンクリートの擁壁を検討する：

$$B = W_{bl} + W_{dl} + W_u + W_{dr} + W_{br}$$

擁壁：Hは全高、W_uは天端幅、W_{dl}、W_{dr}は前面・背面の勾配オフセット、W_{bl}、W_{br}はつま先・かかとの突出量、H_{fl}、H_{fr}はつま先・かかとの高さ；単位体積重量は石材で22、コンクリートで24 kN/m³とする。

地盤：砂質土の背面土（c′ = 0）、傾斜した地表面β、上載荷重q、地下水、前面の高さD_fの土と水。

3つの理論：Rankine、Coulomb（静的）、Mononobe–Okabe（地震）。**照査**：滑動、転倒、偏心、支持力。



自由物体、力の表、単一の符号規約

理論

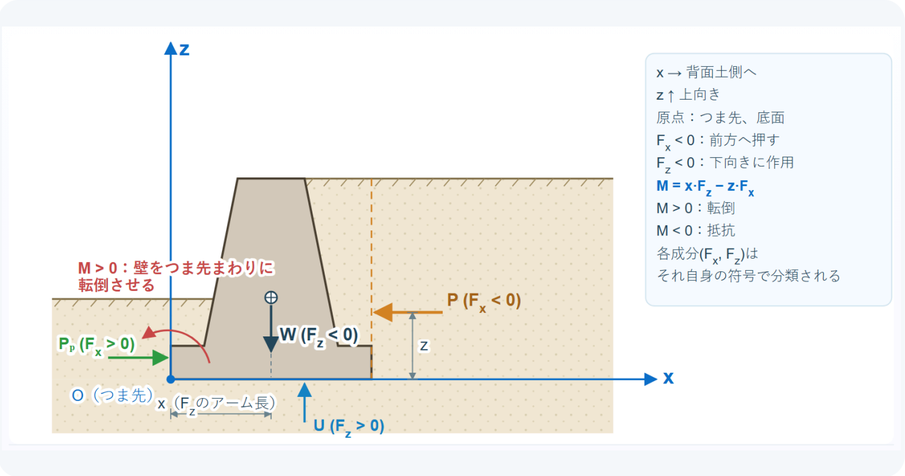
安定は**つり合い**の問題である：まず何がつり合っているのか、力の符号をどう定めるのかを決める。原点Oは**つま先**（前下端の角）に置き、xは背面土方向、zは上向きとする。力は成分(F_x, F_z)と作用点で表される。Oに関するモーメントは：

$$M = x\,F_z - z\,F_x \qquad M > 0:\ \text{転倒},\quad M < 0:\ \text{付着}$$

自重（$F_z = -W$、$x > 0$）では$M = -xW < 0$：壁を保持する。前方への推力（$F_x < 0$）では$M = -zF_x > 0$：壁を転倒させる。揚圧力（$F_z > 0$）は転倒させ、前面抵抗（$F_x > 0$）は保持する。

いかなる力もあらかじめ「抵抗側」と分類しない；各成分はそれぞれの符号で計上する（傾斜した推力の鉛直成分は正しく抵抗側となる）。

自由物体＝壁＋それとともに動く地盤。**力の表**の各項目は3つの照査のいずれでも同一に読む：ある照査で無視した力を別の照査で計上してはならない。



部分分割、重心および腕の長さ

理論

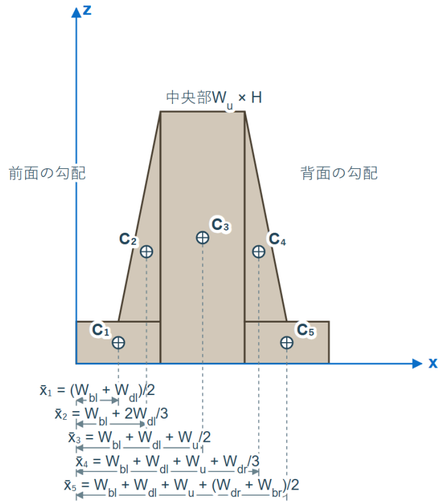
擁壁の自重とつま先に関するモーメントは、2つの安定照査の基礎でもある。断面積と図心が既知の単純図形（つま先、前面勾配、コア、背面勾配、かかと）に分割する：

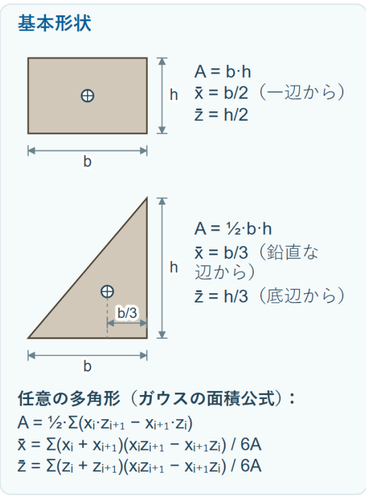
$$W_i = \gamma_m A_i \qquad W_m = \sum W_i \qquad \bar{x}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{x}_i}{W_m} \qquad \bar{z}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{z}_i}{W_m}$$

力の表において擁壁は1項目である：$F_z = -W_m$ は $\bar{x}_m$ の位置に作用し、そのモーメントは $M = -W_m\bar{x}_m = -\sum M_i$ である。

高さ$\bar{z}_m$は水平慣性力$k_h W_m$（地震）のみに必要である。

モジュールは全断面を単一の多角形としても計算する。両者は10^{-9}以内で一致する。





問題

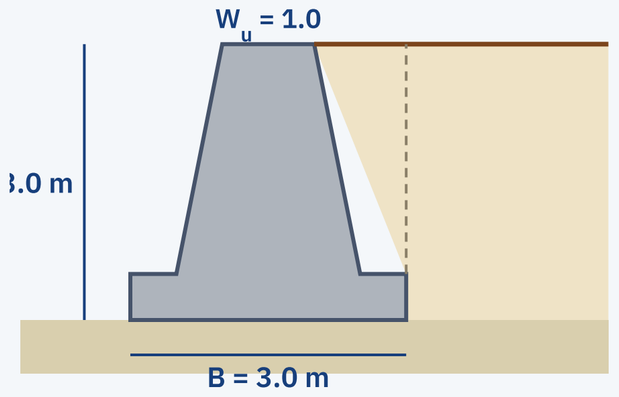
例題

与条件

断面	$H = 3.0$ m; $W_u = 1.0$ m; $W_{dl} = W_{dr} = 0.5$ m; $W_{bl} = W_{br} = 0.5$ m; $H_{fl} = H_{fr} = 0.5$ m **(B = 3.0 m)**
材料	**石積み壁：** $\gamma_m = 22$ kN/m^3

求めるもの

5つの部分の面積と重量；W_m、$\bar{x}_m$、$\bar{z}_m$。



解答

解答

1 分割片（例：前面勾配：A = ½(0.5)(3.0 − 0.5) = 0.625、$\bar{x} = W_{bl} + 2W_{dl}/3 = 0.833$、$\bar{z} = H_{fl} + (H - H_{fl})/3 = 1.333$）

部分	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 22A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
つま先	0.500	0.500	0.250	11.00	5.50	2.75
前面斜面	0.625	0.833	1.333	13.75	11.46	18.33
たて壁（コア）	3.000	1.500	1.500	66.00	99.00	99.00
背面斜面	0.625	2.167	1.333	13.75	29.79	18.33
かかと	0.500	2.500	0.250	11.00	27.50	2.75
合計	**5.250**			**115.50**	**173.25**	**141.17**

2 壁の重心

$$\bar{x}_m = \frac{173.25}{115.50} = \mathbf{1.500}\ \text{m} \qquad \bar{z}_m = \frac{141.17}{115.50} = \mathbf{1.222}\ \text{m}$$

壁の重量は**W_m = 115.50 kN/m**、つま先から$\bar{x}_m$ = 1.50 m、底面から$\bar{z}_m$ = 1.22 m；そのモーメントはM = −173.25 kN·m/m（抵抗側）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

鉛直応力面と土塊

理論

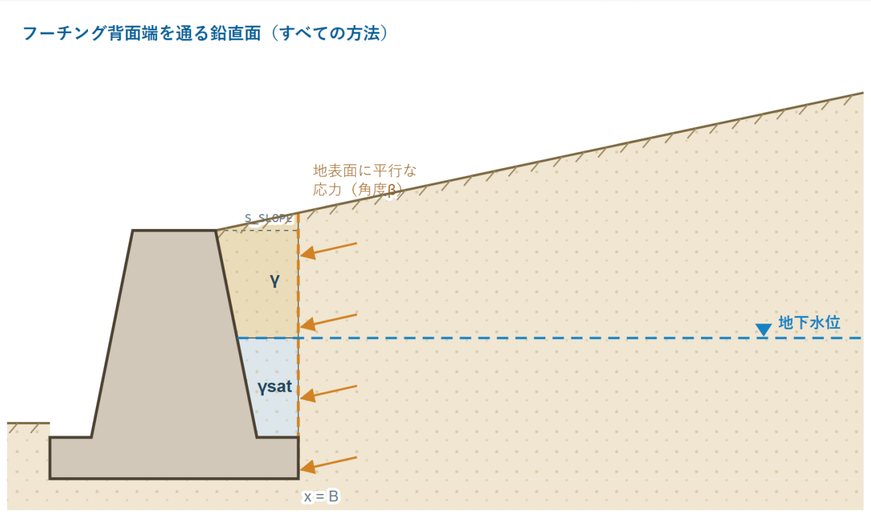
土圧はなぜ壁背面の勾配ではなく**底版の後端**に作用するのか。かかと上の土は壁に対してすべることはできない。壁が動けば土もともに動く。盛土中の破壊面は背面勾配からではなく**かかとの後端**から始まる。整合した自由物体：壁＋この土塊。その外側面における**外圧面**はx = Bにおいて鉛直である：

平面は、背面端部より上の地表面から基礎底面下へと下る。傾斜した背面土の場合には、地表面の盛り上がりも含む。平面と壁背面との間にあるものはすべて**重量**である。平面と地盤の間は地盤と地盤の関係である：壁面摩擦は計上せず、推力は $\delta = \beta$ で作用する。

前面ではつま先上の背面土も擁壁とともに移動する：鉛直荷重W_{toe}；$D_f = 0$を入力すると前面の地盤を考慮できることを意味する。

上載荷重のかかと上の鉛直成分（Q_{heel}）は有利に働くが、存在するかしないか分からない荷重とみなされるため**どの照査にも含めない**。一方、その水平方向の影響は常に計上する。

全応力で計算する：水中の地盤はγ_{sat}で重量を算定し、水自体は別の力（U_{rear}、揚圧力）として加える。γ'と揚圧力を同時に考慮してはならない。



問題

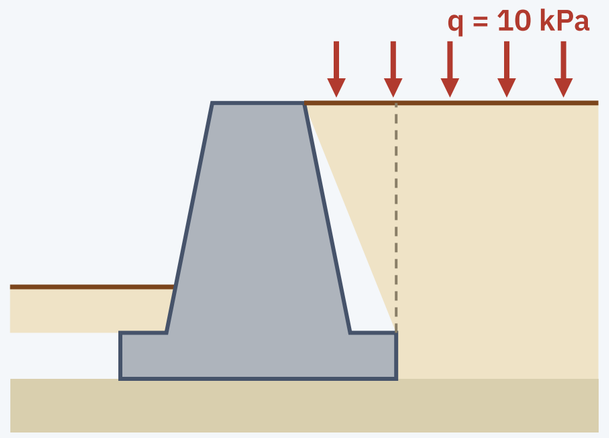
例題

与条件

壁	**例題1の断面；前面地盤高さ** $D_f = 1.0$ **m**
地盤	**乾燥盛土：** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$**、水平面**
上載荷重	$q = 10$ **kPa（地表面）**

求めるもの

壁とともに移動する**地盤ブロック**の重量と位置、**前面盛土**、Q_{heel}がなぜ照査に含まれないのか



解答 (1/2)

解答

1 かかと上の矩形＋後方斜面横の三角形（x = B = 3.0の面まで）

$$A_r = W_{br}(H - H_{fr}) = 0.5(2.5) = 1.250\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.75,\ \bar{z} = 1.75)$$

$$A_t = \tfrac{1}{2} W_{dr}(H - H_{fr}) = 0.625\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.333,\ \bar{z} = 2.167)$$

$$W_s = \gamma(A_r + A_t) = 18(1.875) = \mathbf{33.75}\ \text{kN/m}$$

2 位置

$$\bar{x}_s = \frac{1.250(2.75) + 0.625(2.333)}{1.875} = \mathbf{2.611}\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = \mathbf{1.889}\ \text{m}$$

解答 (2/2)

解答

3 前面盛土（つま先の上方、D_f = 1.0 m）と上載荷重

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(0.5 + 0.60)(0.5) = 0.275\ \text{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.275) = \mathbf{4.95}\ \text{kN/m}\ (\bar{x} = 0.276)$$

$$Q_{heel} = q(B - x_{BT}) = 10(3 - 2) = \mathbf{10.0}\ \text{kN/m}$$ （いずれの照査にも該当しない）

鉛直荷重の合計 N = W_m + W_s + W_{toe} = 115.50 + 33.75 + 4.95 = **154.20 kN/m**。Q_{heel} = 10.00 kN/mは表で「未使用」とされた項目である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

RankineとCoulomb、鉛直面において

理論

盛土表面がβの傾きをもつ場合、Rankineの半無限斜面の解では鉛直面に働く応力は**表面に平行である**：$\sigma'_a = K_{a\beta}\,\sigma'_v$：

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'}\ (\beta = 0)$$

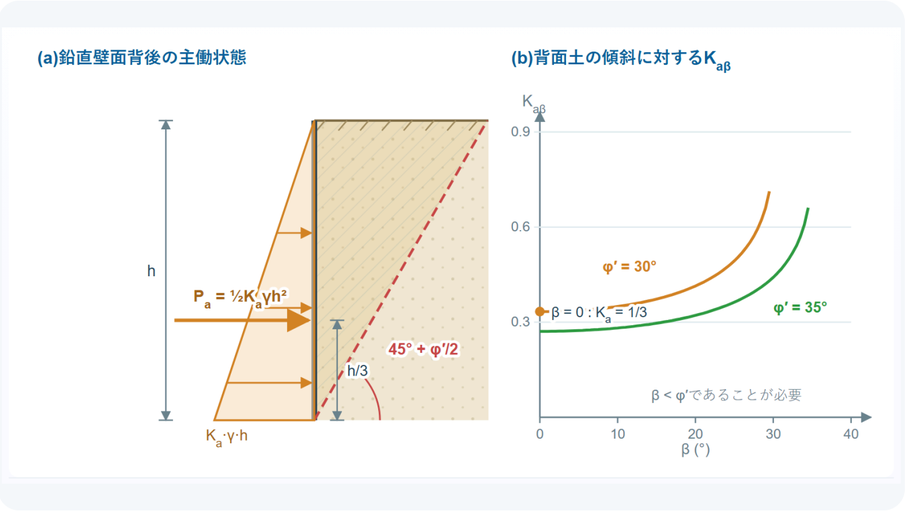
$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ \ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ \ (h/2)$$

平方根には$\beta < \phi'$が必要である；$\beta \geq \phi'$の場合、斜面自体が安定でなくなり計算は阻止される。

Coulomb：鉛直面（α = 90°）かつ$\delta = \beta$の場合、K_aは**すべてのβについて**Rankineの$K_{a\beta}$に**完全に等しい**。この面において両手法は同じ土圧を与える。h = 面の高さ（地表面の盛り上がりを含む）。

水平成分はP cos β、鉛直成分はP sin β（上昇斜面では下向き：抵抗側）。

上載荷重を2回計算する（qありとqなし）；P_Qはその差である。



問題

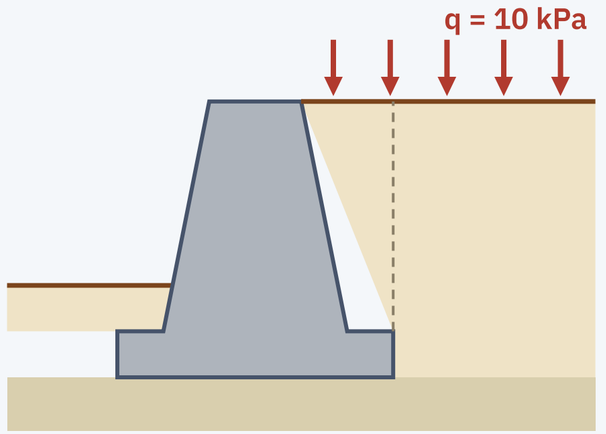
例題

求めるもの

K_a、土の推力P_Aおよび上載荷重の推力P_Qとそのモーメント。

与条件

壁体と地盤	**例題2の擁壁と背面土：**$h = H = 3.0$ **m；** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$ **；水平地表面**
上載荷重	$q = 10$ **kPa**



解答

解答

1 K_a = (1 − sin30°)/(1 + sin30°) = 0.3333；土圧（鉛直面内、水平）

$$P_A = \frac{1}{2}K_a\gamma h^2 = \frac{1}{2}(0.3333)(18)(9) = \mathbf{27.00}\ \text{kN/m}\quad (z = 1.00\ \text{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(3) = \mathbf{10.00}\ \text{kN/m}\quad (z = 1.50\ \text{m})$$

2 全水平推力と転倒モーメント（つま先に関する）

$$\Sigma H_{drive} = 27.0 + 10.0 = \mathbf{37.0}\ \text{kN/m}$$

$$M_o = 27.0(1.00) + 10.0(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

土の推力27.00、上載荷重による推力10.00 kN/m：合計**37.00 kN/m**、つま先に関するモーメント**42.00 kN·m/m**。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

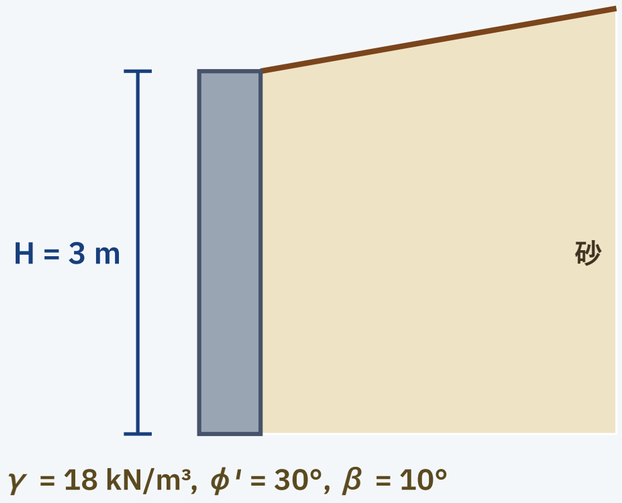
例題

与条件

壁体と地盤	**例題2の擁壁。同一の背面土であるが、壁から離れるにつれて地表面が$\beta = 10°$上昇する。**
上載荷重	$q = 10$ **kPa**

求めるもの

K_a、β、推力の成分；水平背面土に対する結果の変化（滑動、転倒、偏心）。



解答 (1/2)

解答

1 係数$K_{a\beta}$（cos β = 0.9848, $\sqrt{(\cos^2\beta - \cos^2\phi')}$ = 0.4689）

$$K_{a\beta} = \cos\beta\frac{\cos\beta - r}{\cos\beta + r} = 0.9848\frac{0.5159}{1.4537} = \mathbf{0.3495}\ \text{(水平方向に } 0.3333\text{)}$$

2 駆動力（h = すべり面の高さ = H + 地表の隆起量；動力）

$$P_A:\ F_x = 31.25,\ F_z = 5.51\ \text{kN/m}\ \text{(水平および鉛直)}$$

$$P_Q:\ F_x = 10.93,\ F_z = 1.93\ \text{kN/m}$$

解答 (2/2)

解答

3 照査（エンジン）

$$\Sigma F_z = -N = -163.23 \text{ kN/m} \quad (\text{土塊 } 35.34)$$

$$FS_s = 2.412 \qquad FS_o = 5.734 \qquad e = 0.037 \text{ m} \qquad q_{max} = 58.4 \text{ kPa}$$

斜面を高くすると推力は増大する（$K_{a\beta}$ 0.333 → 0.350）が、**推力の鉛直成分**とより重い地盤ブロックが安定に寄与する：滑動FS 2.62 → 2.41、転倒FS 6.26 → 5.73、偏心量0.068 → 0.037 m。

GeoTervaで解答を確認する ↗

静止土圧と受働土圧の間の複合係数

理論

壁前面の地盤（c′ = 0）は、Rankineの受働土圧係数とJakyの静止土圧係数の**混合**で定義する。完全な受働抵抗は、機能する擁壁が許容しない大きさの変位を必要とするためである：

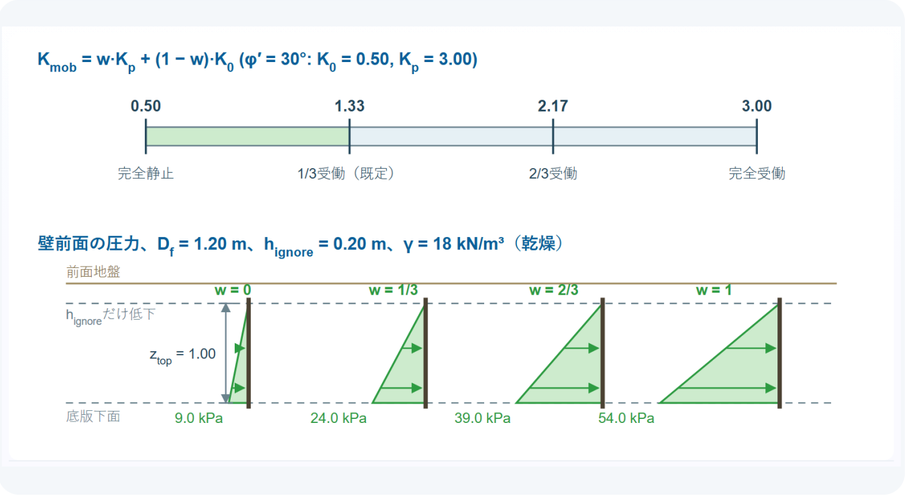
$$K_{mob} = w\,K_p + (1-w)\,K_0 \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

$$p(z) = K_{mob}\,\sigma'_v(z) \qquad P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob}\gamma D_f^2\ (D_f/3)$$

w = 0で完全静止、1/3（既定値）、2/3、1で完全受働。前面地盤の上部h_{ignore}厚さ（掘削可能、軟化しうる）は考慮しない。

前面抵抗は**滑動**においてのみ（静的では全量、地震時は$\eta_{p,E}$を乗じて）考慮される。**転倒および支持力では一切**用いない。

前面の水（h_{wf}）の推力は背面向きであり、正味の推力を減少させる。



問題

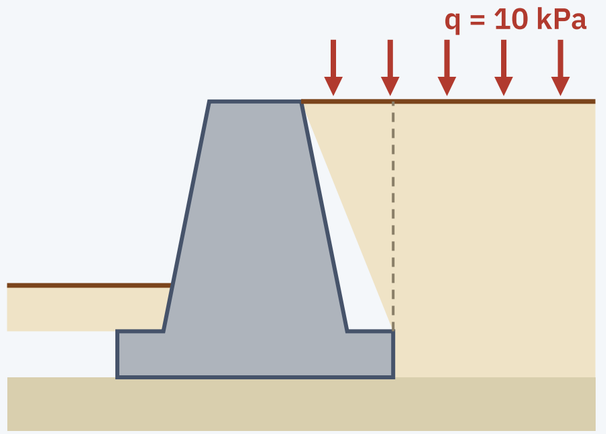
例題

求めるもの

K_{mob}、P_Pおよび滑動安全率FS_s（例題2の擁壁について）。

与条件

前面の地盤	$D_f = 1.0$ m; $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$; $h_{ignore} = 0$
ケース	**完全静止、1/3、2/3、完全受働；また前面抵抗を全く考慮しない場合**



解答

解答

1 K_{mob}と土圧（既定値 w = 1/3）

$$K_{mob} = \tfrac{1}{3}(3.000) + \tfrac{2}{3}(0.500) = \mathbf{1.333}$$

$$P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1)^2 = \mathbf{12.0}\ \text{kN/m}\ \ (z = D_f/3 = 0.333\ \text{m})$$

2 4つのケース（$FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive} = (84.81 + P_P)/37.0$）

条件	w	K_{mob}	P_P (kN/m)	FS_s
完全静止	0	0.500	4.50	2.414
受働1/3 + 静止2/3（既定値）	1/3	1.333	12.00	2.616
2/3 受働 + 1/3 静止	2/3	2.167	19.50	2.819
完全受働	1	3.000	27.00	3.022
先端支持力は考慮しない	–	–	0	2.292

前面の抵抗を考慮するとFS_sは2.29から3.02の間で変化する（既定値**2.62**）；前面の地盤が掘削可能な場合は考慮をゼロに戻す：D_fとh_{ignore}は意識的に選択しなければならない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

同一の力の表から3つの照査

理論

滑動：底面は摩擦によって保持される。必要せん断力は $\Sigma H_{drive} - \Sigma P_{resist}$、保有せん断力は $\mu_b N$ である（付着なし。Nは揚圧力を含む有効鉛直力）。抵抗は分母に合算する：

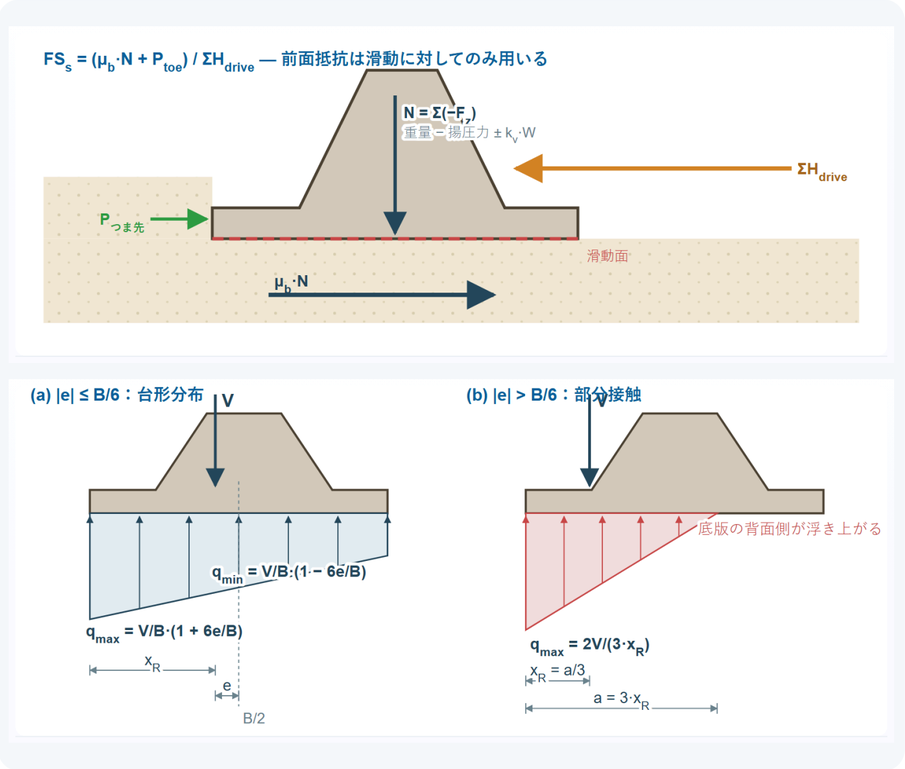
$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad \mu_b = \tan\delta_b$$

転倒はつま先まわりで検討する：各要素の $-zF_x$ および xF_z 成分は、その符号に応じて $\Sigma M_{転倒}$ または $\Sigma M_{抵抗}$ に算入される。前面の抵抗は含めない：

$$FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

支持力：$|e| \le B/6$ なら底面は全面接地する。そうでなければ地盤は引張に抵抗できず、一部のみが接地する：

$$q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6}:\ q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$



問題

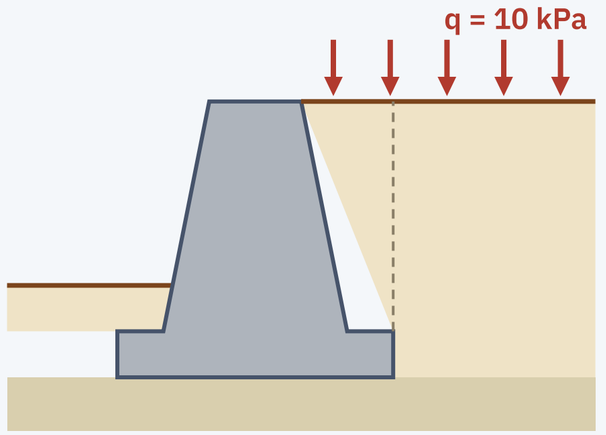
例題

与条件

擁壁と荷重	**例題1–5の擁壁：** $B = 3.0$ **m；** $W_m = 115.5,\ W_s = 33.75,\ W_{toe} = 4.95$ kN/m；$P_A = 27.0,\ P_Q = 10.0$ kN/m
抵抗	$\mu_b = 0.55$**；先端抵抗** $P_P = 12.0$ **kN/m（w = 1/3）；** $q_{all} = 200$ **kPa**
必要	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**；底面は完全に接触していなければならない**

求めるもの

FS_s、FS_o、x_R、e、q_{max}、q_{min}および各照査の結果。



解答 (1/3)

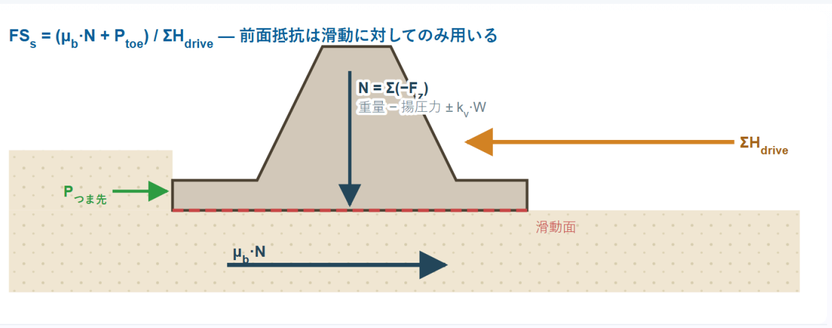
解答

1 底面摩擦：N = W_m + W_s + W_{toe}（Q_{heel}を除く）

$$N = 115.50 + 33.75 + 4.95 = \mathbf{154.20}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(154.20) = 84.81\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{84.81 + 12.0}{37.0} = \mathbf{2.616}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



解答 (2/3)

解答

2 転倒モーメント（つま先まわり；土圧のみ）

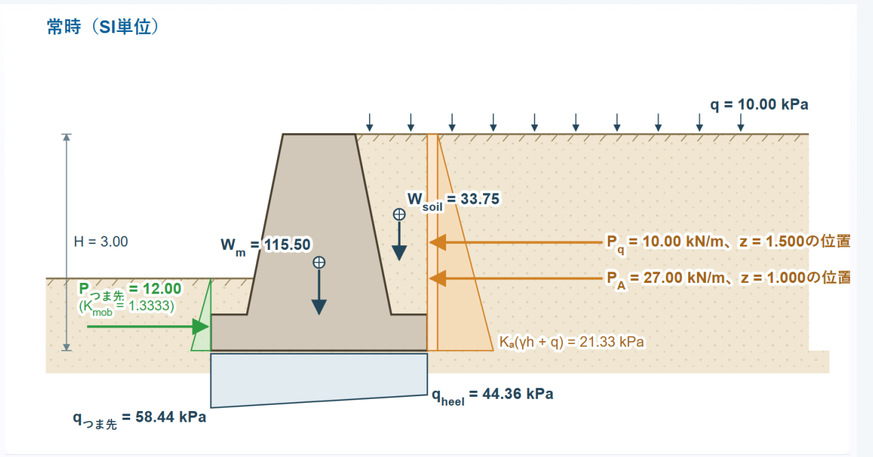
$$M_o = P_A(1.00) + P_Q(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

3 抵抗モーメント：擁壁＋土塊＋前面盛土

$$M_r = W_m\bar{x}_m + W_s\bar{x}_s + W_{toe}\bar{x}_{toe}$$

$$= 173.25 + 88.13 + 1.36 = \mathbf{262.74}$$

$$FS_o = \frac{262.74}{42.0} = \mathbf{6.256}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



解答 (3/3)

解答

4 合力の位置と偏心

$$\Sigma M = M_o - M_r = 42.00 - 262.74 = -220.74$$

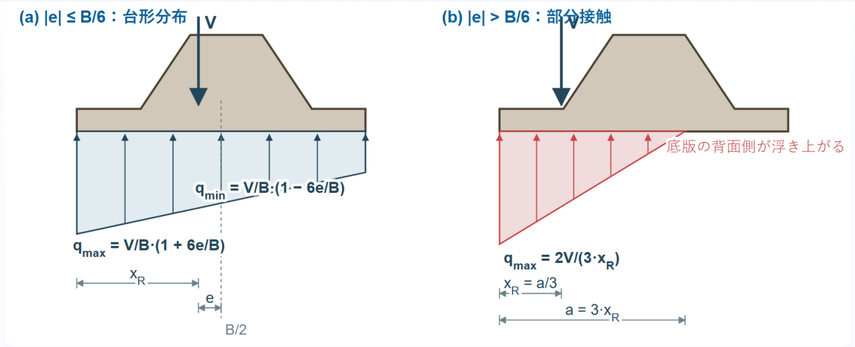
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{220.74}{154.2} = \mathbf{1.4315}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.0685}\ \text{m} \le \frac{B}{6} = 0.500\ \checkmark$$

5 底面応力（全面接触）

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.0685)}{3}\right) = \mathbf{58.44}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{44.36}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.62**、FS_o = **6.26**、e = 0.068 m、q_{max} = **58.4 kPa** ≤ 200、q_{min} = 44.4 kPa > 0：**静的状態ではすべての照査を満足する。**

GeoTervaで解答を確認する ↗

両側に静水圧、底面に直線的な揚圧力

理論

水圧は等方であり、接するすべての面に垂直に作用する。自由物体は三つの境界で水に囲まれている：背面の圧力面、壁の前面、底面の下面である。それぞれが力の表において別項目となる：

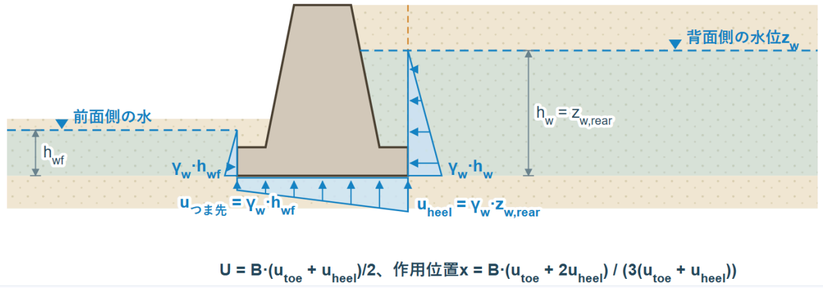
$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \ \ (h_w/3) \qquad U_{front} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_{wf}^2 \ \ (h_{wf}/3,\ \text{背面へ})$$

基礎底面下の間隙水圧はつま先の荷重からかかとの荷重へ**直線的**に変化する（直線的な荷重損失）：

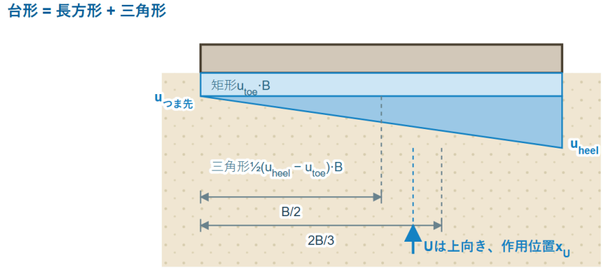
$$U = \frac{B\,(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B\,(u_{toe} + 2u_{heel})}{3\,(u_{toe} + u_{heel})}$$

浮力は上向きに作用する（$F_z = +U$）：N′ひいては底面摩擦を減少させ、転倒モーメント$U \cdot x_U$を付加する。

$h_w = H - z_w$（z_w：壁頂からの地下水の深さ）；前面水位h_{wf}は背面方向に作用し正味の推力を低減する。水位が異なる場合は水理安定（浸透）を別途考慮しなければならない。



$U = B\cdot(u_{toe} + u_{heel})/2$、作用位置$x = B\cdot(u_{toe} + 2u_{heel}) / (3(u_{toe} + u_{heel}))$



問題

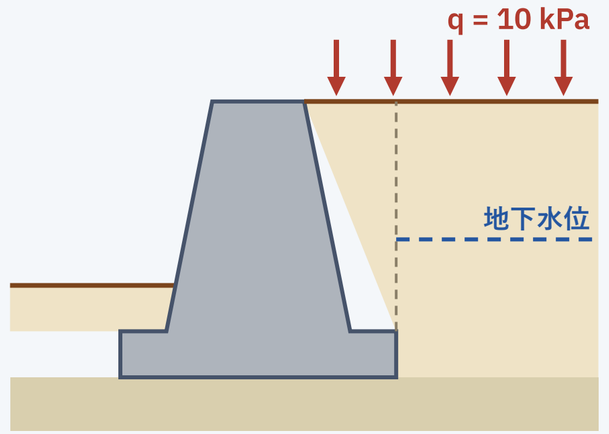
例題

与条件

壁体と地盤	**例題1–5の擁壁と背面土（$\gamma = 18$, $\gamma_{sat} = 20$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $q = 10$ kPa）；静的状態**
水	**盛土内では地下水位が擁壁天端の1.5 m下（$h_w = 1.5$ m）；前面には水がない；底面下では線形の揚圧力**

求めるもの

地盤の推力と水の変化；**浮き上がり**と**N**；FS_s、FS_o、e、q_{max}。



解答 (1/2)

解答

1 地盤の推力（上層 γ、下層 $\gamma' = 20 - 9.81 = 10.19$）と水の推力

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma d_1^2 + K_a\gamma d_1 d_2 + \tfrac{1}{2}K_a\gamma' d_2^2$$

$$= 6.75 + 13.50 + 3.82 = \mathbf{24.07}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.061\ \text{m})$$

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}(9.81)(1.5)^2 = \mathbf{11.04}\ \text{kN/m}\ \ (z = 0.50\ \text{m}) \qquad P_Q = 10.0$$

2 揚圧力（つま先で u = 0、かかとで u = 9.81·1.5 = 14.72 kPa；三角形分布）

$$U = \tfrac{1}{2}(14.72)(3.0) = \mathbf{22.07}\ \text{kN/m}\ \text{（上向き）}\quad \text{at } x_U = \tfrac{2B}{3} = 2.00\ \text{m}$$

解答 (2/2)

解答

3 有効法線力と摩擦（土塊をγ_{sat}でとる：$W_s = 34.95$）

$$N = W_m + W_s + W_{toe} - U = 115.50 + 34.95 + 4.95 - 22.07 = \mathbf{133.33}\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{0.55(133.33) + 12.0}{24.07 + 10.0 + 11.04} = \frac{85.33}{45.11} = \mathbf{1.892}$$

4 転倒と底面

$$M_o = 25.54 + 15.00 + 5.52 + 44.14 = 90.20\ \ (P_A,\ P_Q,\ U_{rear},\ \text{揚圧力}) \qquad M_r = 265.98$$

$$FS_o = \frac{265.98}{90.20} = \mathbf{2.949} \qquad x_R = \frac{175.78}{133.33} = 1.318\ \text{m} \quad e = 0.182\ \text{m}$$

$$q_{max} = \mathbf{60.58} \qquad q_{min} = \mathbf{28.30}\ \text{kPa}$$

水はFS_sを2.62 → **1.89**、FS_oを6.26 → **2.95**、q_{min}を44.4 → 28.3 kPaに低下させた（揚圧力によりNが22.1 kN/m減少し、44.1 kN·m/mの転倒モーメントが加わった）。照査は依然として満足される。

GeoTervaで解答を確認する ↗

Mononobe–Okabeの主働土圧と壁体の慣性力

理論

震度法では各質量に水平力$k_h mg$および鉛直力$\pm k_v mg$が作用する；臨界方向は慣性力が前方（推力と同じ向き）に押す向きである。重力と慣性力は合わせてθだけ回転した重力場のようなものとなる；Coulombくさびは慣性力を用いて解く（Mononobe–Okabe）。鉛直面内で、水平背面土の場合（$\delta = \beta = 0$）：

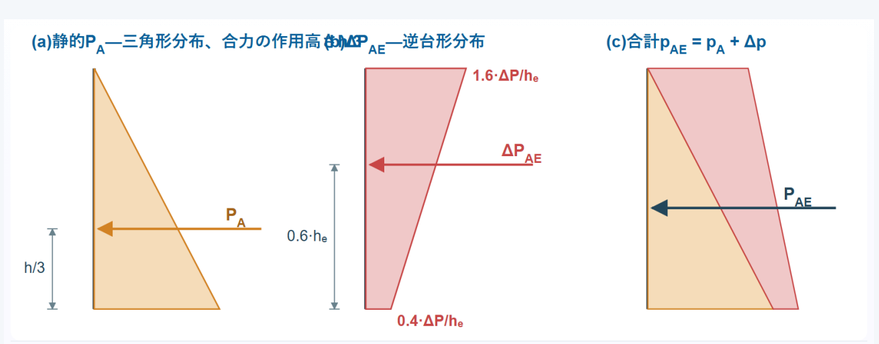
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right)K_{AE}$$

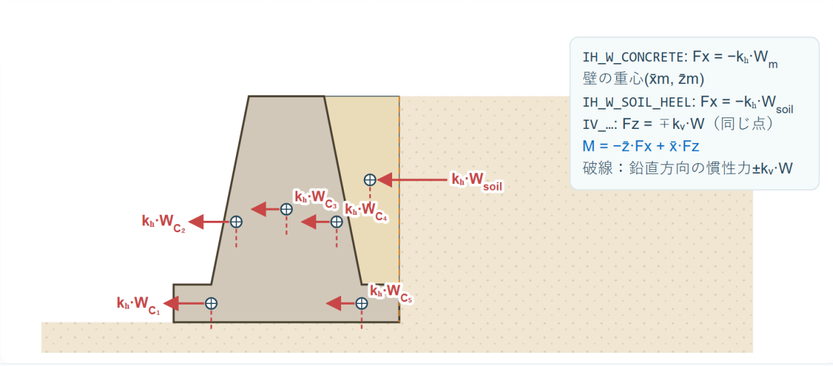
$\phi' - \theta < 0$なら、いかなるくさびも釣合いを保てない：「解なし」となり、照査は満足しないものとみなす。

分布：P_{AE}は大きさを与えるが位置は与えない。$\Delta P_{AE} = P_{AE} - P_{A,statik}$は逆台形として（上部1.6 ΔP/h、下部0.4 ΔP/h；合力は**0.6h**）；静的成分は静的時の形状を保つ。

慣性力：擁壁、土塊、前面盛土は重心位置で$k_h W$の力で前方へ押される。$k_v > 0$の場合は$(1 \pm k_v)$で両ケースを検討し、最小のFSが支配的となる。水の動水圧$(7/12)k_h \gamma_w h_w^2$（作用位置$0.4h_w$）を加算する。

前面の受働抵抗は地震時に$\eta_{p,E}$を乗じる。既定値は**0**（抵抗を見込まない）。





問題

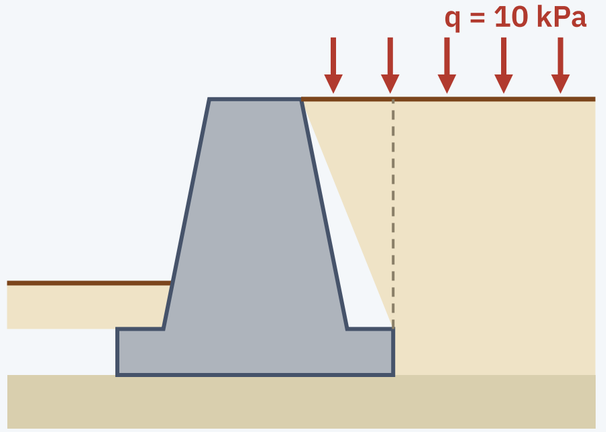
例題

与条件

壁体と地盤	**例題1–6の擁壁と背面土（静的FS_s = 2.62；FS_o = 6.26）**
地震	**$k_h = 0.15$、$k_v = 0$；前面抵抗の控除$\eta_{p,E} = 0$；必要$FS_s,\ FS_o \geq 1.1$**

求めるもの

θ、K_{AE}、P_{AE}、ΔP_{AE}、$\bar{z}$；慣性力；FS_s、FS_o、e、q_{max}。



解答 (1/3)

解答

1 地震角と係数

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ\,(1+0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

2 動的土圧と地震時増分（静的P_A + P_Q = 37.0 kN/m）

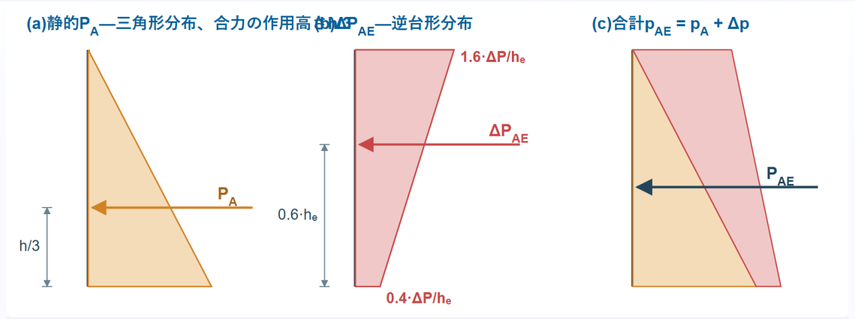
$$P_{AE} = (81+30)(0.4329) = \mathbf{48.06}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 48.06 - 37.0 = \mathbf{11.06}\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

3 荷重の作用高さ

$$\bar{z}_{AE} = [27.0(1.00) + 10.0(1.50) + 11.06(1.80)]/48.06$$

$$= 61.90/48.06 = \mathbf{1.288}\ \text{m}$$



解答 (2/3)

解答

4 慣性力 $k_h W$（重心位置に、前面方向へ）

$$IH_m = 0.15(115.50) = 17.325 \ \ (z = 1.222 \text{ m})$$

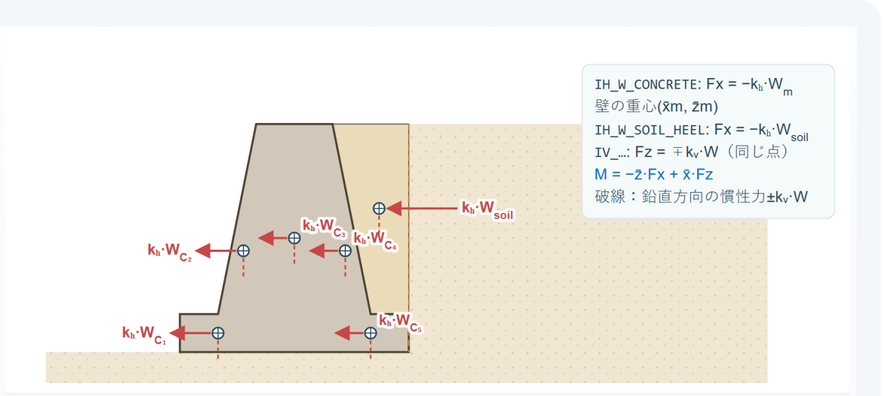
$$IH_s = 0.15(33.75) = 5.062 \ \ (z = 1.889 \text{ m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(4.95) = 0.743 \ \ (z = 0.758 \text{ m})$$

5 滑動（前面抵抗は考慮しない）

$$\Sigma H_{drive} = 48.06 + 17.32 + 5.06 + 0.74 = 71.19$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{84.81}{71.19} = \mathbf{1.191} \ \geq 1.1 \ \checkmark$$



解答 (3/3)

解答

6 転倒と合力の位置

$$M_{o,E} = P_{AE}\bar{z} + \Sigma IH\, z = 61.90 + 21.18 + 9.56 + 0.56 = 93.20$$

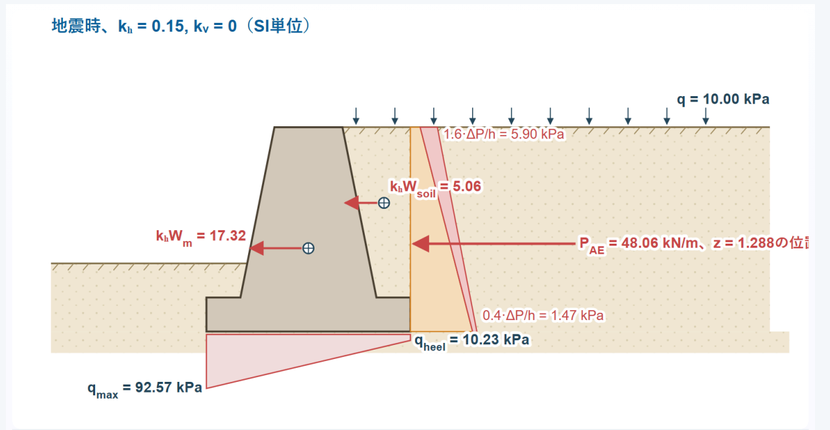
$$FS_{o,E} = \frac{262.74}{93.20} = \mathbf{2.819} \;\geq 1.1$$

$$x_R = \frac{262.74 - 93.20}{154.2} = 1.099 \text{ m} \qquad e = \mathbf{0.401} \text{ m}$$

7 底面応力（|e| = 0.401 m ≤ B/6 = 0.50 m：全面接触）

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.401)}{3}\right) = \mathbf{92.57} \text{ kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{10.23} \text{ kPa}$$



地震時はFS_s = **1.19**、FS_o = **2.82**、e = **0.401 m**、q_{max} = **92.6 kPa**である；地震によりFS_sは2.62 → 1.19、eは0.068 → 0.401 mに変化した：**滑動**と**偏心**が支配的な照査項目である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

照査が終わる箇所

理論

これらの照査は、基礎上の擁壁を**単一の剛体ブロック**として扱う：擁壁の**外部安定**である。石積みまたは無筋コンクリートの重力式擁壁は**内部**でも崩壊しうる（特に高さが大きい場合や細長い断面、空石積み、弱いモルタル、および地震時）。これらの照査は本モジュールが与える作用から行う。

粘着力のない背面土（$c' = 0$）。二層または成層の背面土はこのモジュールには含まれない。背面土の表面は水平または単一勾配である。

底面摩擦 $\mu_b = \tan \delta_b$（組積造・コンクリートでは一般に$2/3\,\phi' \sim \phi'$）。付着は用いない。前面の受働抵抗の全量を摩擦の余裕に加え、転倒および支持力では用いない。

計算は壁長さ1.00 m当たりである；帯状および集中上載荷重による土圧はBoussinesq（剛体壁）により加算する。

転倒に関する影響（水理安定、浸透、全体安定、沈下）はこのモジュールの範囲外である。

まとめ

ポイントのまとめ

自由物体 = 擁壁＋それとともに動く地盤；土圧は**底版の後端における鉛直面**に作用する（$\delta = \beta$）；単一の符号規約：$M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$、転倒を正とする

重量：$W_i = \gamma_m A_i$、$\bar{x} = \Sigma W_i \bar{x}_i / \Sigma W_i$；土塊と前面盛土も壁とともに移動する；かかと上の上載荷重（Q_{heel}）はどの照査にも用いない

主働：$P_A = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$（h/3）、$P_Q = K_a q h$（h/2）；傾斜背面土では$K_{a\beta}$（鉛直面でのRankine = Coulomb）；**受働**：$K_{mob} = wK_p + (1 - w)K_0$、滑動のみ

滑動 $FS_s = (\mu_b N + P_P) / \Sigma H_{drive}$；**転倒** $FS_o = \Sigma M_{res} / \Sigma M_{ov}$（つま先）；**支持力**：$x_R = -\Sigma M / V$、$e = B/2 - x_R$、$q = V/B(1 \pm 6e/B)$、$|e| > B/6$ のとき $q_{max} = 2V/(3x_R)$

水：γ_{sat}による重量 + U_{rear}を別項目とする。揚圧力はつま先でu_{toe}、かかとでu_{heel}の線形分布：N′を減らし、転倒モーメントを増やす

地震：$\theta = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$；$P_{AE} = (\frac{1}{2} \gamma h^2 + qh)K_{AE}$；$\Delta P_{AE}$は0.6hで作用；$k_h W$は慣性力；前面受働抵抗の考慮 $\eta_{p,E}$（既定値0）

参考文献

本ソフトウェアの3つの理論と、その閉形式（Ka、Kp、KAE）の提示を本マニュアルが踏襲している出典。これらから導かれないものはすべて本モジュール固有の仮定であり、本文中にその旨を明示している。

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

注記

数値例はすべてモジュール自身の計算エンジンで作成されている；モジュールは同じ値を与える。モジュールページの手順ごとの例もこの擁壁である（H = 3 mの石積み擁壁、q = 10 kPa、k_h = 0.15）。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

自分の擁壁の断面、背面土、上載荷重、水、地震係数をGeoTervaに入力する；モジュールは力の一覧表、3つの照査、底面応力をまとめて与える。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com