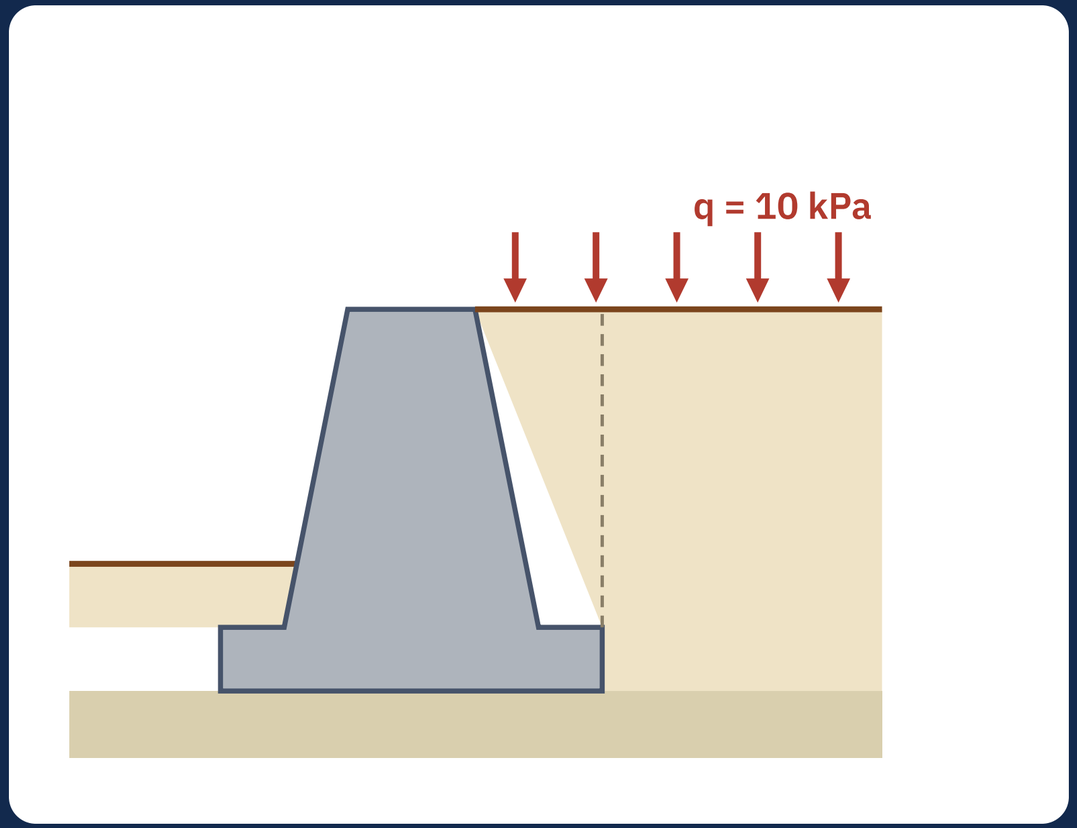
Presentazione didattica di geotecnica · Muri di sostegno

Muro di sostegno a gravità

Lezione: stabilità esterna di un muro di sostegno a gravità in pietrame o calcestruzzo; il muro e il terreno che si muove con esso, spinta attiva e passiva delle terre, acqua, sottospinta e sisma; verifiche allo scorrimento, al ribaltamento e al carico limite; un esempio di calcolo per ogni argomento.

- Scorrimento · ribaltamento · carico limite
- Rankine · Coulomb · Mononobe–Okabe
- Acqua e sottospinta
- Inerzia sismica
- Quadro delle forze



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- Calcolare la **geometria** e il peso del muro a gravità suddividendolo in parti (area, baricentro, braccio del momento)
- Il **blocco di terreno** che si muove insieme al muro e il **piano di pressione verticale** passante per il bordo posteriore della fondazione
- **Attiva** (Rankine = Coulomb, sul piano verticale), sovraccarico, **resistenza passiva frontale** (K_{mob}) e forze **acqua + sottospinta**
- Le verifiche di **scorrimento, ribaltamento e carico limite** utilizzando il **quadro delle forze** e un'unica convenzione dei segni ($M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$)
- In caso di sisma, la spinta secondo **Mononobe–Okabe**, l'incremento sismico e l'inerzia del muro
- Saper leggere il risultato: fattori di sicurezza, eccentricità, tensioni alla base

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Tutto è riferito a 1.00 m di lunghezza del muro (kN/m, kN·m/m); le pressioni sono in kPa. Muro di esempio: H = 3 m in muratura di pietrame (22 kN/m³).

Che cosa si risolve, come si traccia?

TEORIA

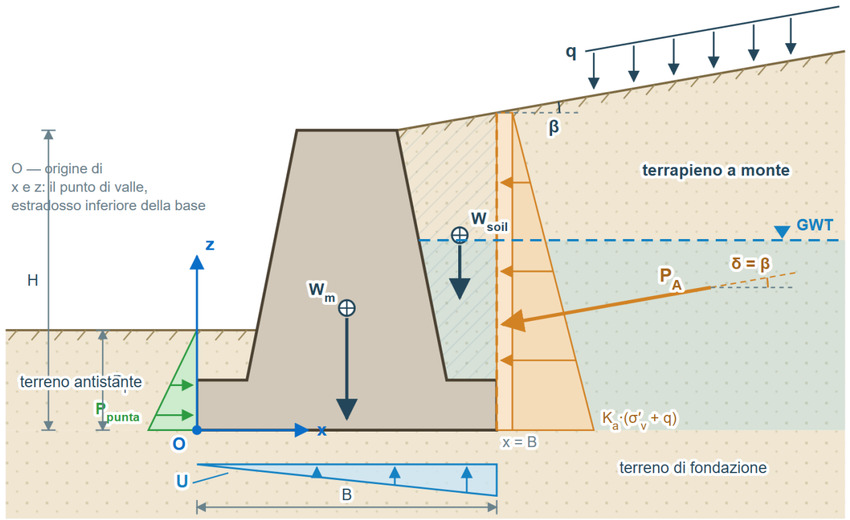
Il muro a gravità resiste allo scorrimento e al ribaltamento **con il proprio peso**. Il modulo esamina un muro in pietra o in calcestruzzo massivo, con paramento trapezoidale inclinato e fondazione a gradoni su entrambi i lati:

$$B = W_{bl} + W_{dl} + W_u + W_{dr} + W_{br}$$

Muro: H altezza totale, W_u larghezza superiore, W_{dl}, W_{dr} offset dei pendii anteriore e posteriore, W_{bl}, W_{br} sporgenze della suola, H_{fl}, H_{fr} altezze della suola; peso dell'unità di volume 22 per la pietra, 24 kN/m³ per il calcestruzzo.

Terreno: terreno di riporto granulare (c′ = 0), superficie inclinata β, sovraccarico q, falda freatica, e a valle terreno e acqua di altezza D_f.

Le **tre teorie**: Rankine, Coulomb (statico), Mononobe–Okabe (sisma). **Verifiche**: scorrimento, ribaltamento, eccentricità, capacità portante.



Corpo libero, quadro delle forze, unica convenzione sui segni

TEORIA

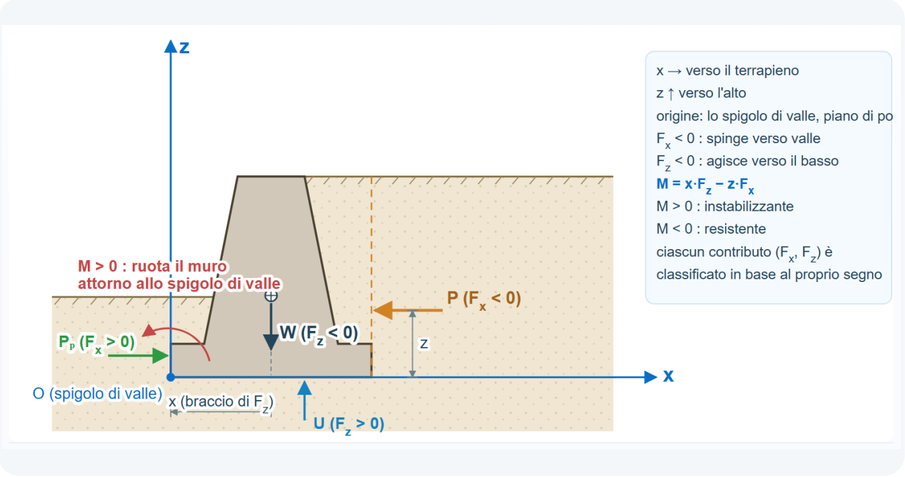
La stabilità è un problema di **equilibrio**: si stabilisce anzitutto che cosa è in equilibrio e come si assumono i segni delle forze. L'origine O è nella **punta** (spigolo inferiore di valle), x verso il terrapieno, z verso l'alto. Una forza si scrive con le sue componenti (F_X, F_Z) e il punto di applicazione; il momento rispetto a O:

$$M = x\,F_z - z\,F_x \qquad M > 0:\ \text{ribaltamento}, \quad M < 0:\ \text{aderenza}$$

Per il peso ($F_Z = -W$, $x > 0$) si ha $M = -xW < 0$: esso trattiene il muro. Per una spinta verso valle ($F_X < 0$) si ha $M = -zF_X > 0$: essa ribalta il muro. La sottospinta ($F_Z > 0$) lo ribalta, la resistenza frontale ($F_X > 0$) lo trattiene.

Nessuna forza è classificata in anticipo come "resistente"; ogni componente è conteggiata con il proprio segno (la componente verticale della spinta inclinata è correttamente resistente).

Corpo libero = muro + il terreno che si muove con esso; **nel quadro delle forze** ogni voce è letta in modo identico da tutte e tre le verifiche: nessuna forza può essere omessa in una e conteggiata in un'altra.



Scomposizione in parti, baricentri e bracci

TEORIA

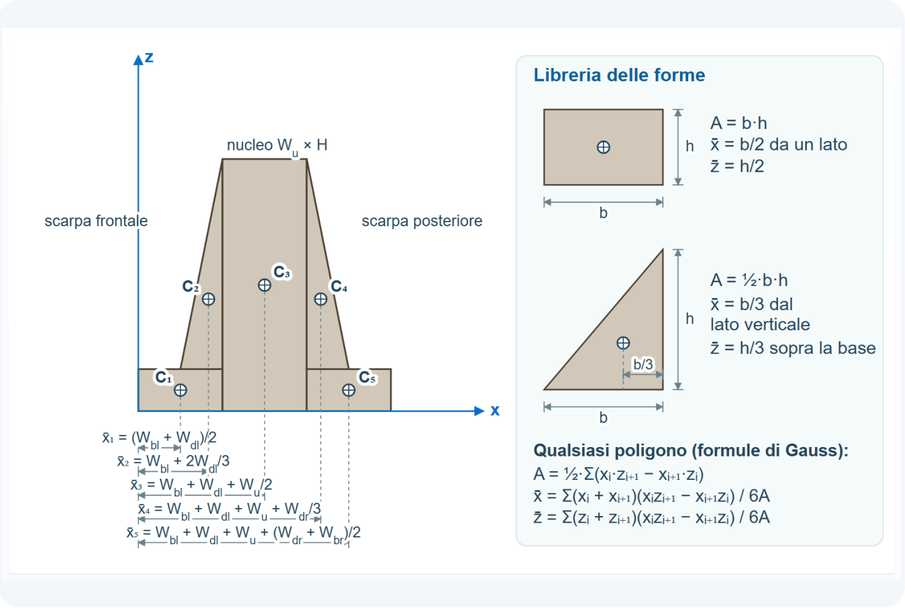
Il peso del muro e il suo momento rispetto alla punta costituiscono anche la base di entrambe le verifiche di stabilità. La sezione viene suddivisa in figure semplici di area e baricentro noti (punta, scarpa di monte, nucleo, scarpa di valle, tallone):

$$W_i = \gamma_m A_i \qquad W_m = \sum W_i \qquad \bar{x}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{x}_i}{W_m} \qquad \bar{z}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{z}_i}{W_m}$$

Nel quadro delle forze il muro è una singola voce: $F_z = -W_m$ in $\bar{x}_m$; il suo momento è $M = -W_m\bar{x}_m = -\Sigma M_i$.

L'altezza $\bar{z}_m$ è necessaria solo per la forza d'inerzia orizzontale $k_h W_m$ (sisma).

Il modulo calcola inoltre l'intera sezione come un unico poligono; i due risultati concordano entro 10^{-9}.



Traccia

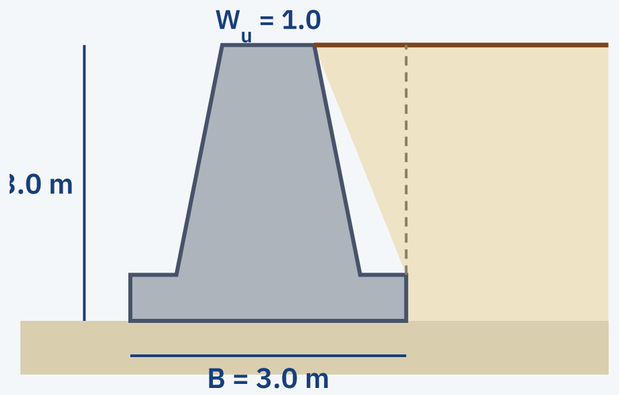
ESEMPIO

RICHIESTO

Area e peso delle cinque parti; W_m, $\bar{x}_m$, $\bar{z}_m$.

Dati

Sezione	$H = 3.0$ **m;** $W_u = 1.0$ **m;** $W_{dl} = W_{dr} = 0.5$ **m;** $W_{bl} = W_{br} = 0.5$ **m;** $H_{fl} = H_{fr} = 0.5$ **m** **(B = 3.0 m)**
Materiale	**muro in pietra:** $\gamma_m = 22\ \mathrm{kN/m^3}$



Soluzione

SOLUZIONE

1 Parti (ad es. scarpa anteriore: A = ½(0.5)(3.0 − 0.5) = 0.625; $\bar{x} = W_{bl} + 2W_{dl}/3 = 0.833$; $\bar{z} = H_{fl} + (H - H_{fl})/3 = 1.333$)

Pezzo	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 22A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Punta	0.500	0.500	0.250	11.00	5.50	2.75
Pendio a monte	0.625	0.833	1.333	13.75	11.46	18.33
Corpo (nucleo)	3.000	1.500	1.500	66.00	99.00	99.00
Pendio a monte	0.625	2.167	1.333	13.75	29.79	18.33
Tallone	0.500	2.500	0.250	11.00	27.50	2.75
Totale	**5.250**			**115.50**	**173.25**	**141.17**

2 Centro di gravità del muro

$$\bar{x}_m = \frac{173.25}{115.50} = \mathbf{1.500\ m} \qquad \bar{z}_m = \frac{141.17}{115.50} = \mathbf{1.222\ m}$$

Il peso del muro è **W_m = 115.50 kN/m**, con $\bar{x}_m$ = 1.50 m dalla punta e $\bar{z}_m$ = 1.22 m dalla base; il suo momento è M = −173.25 kN·m/m (resistente).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Piano di pressione verticale e blocco di terreno

TEORIA

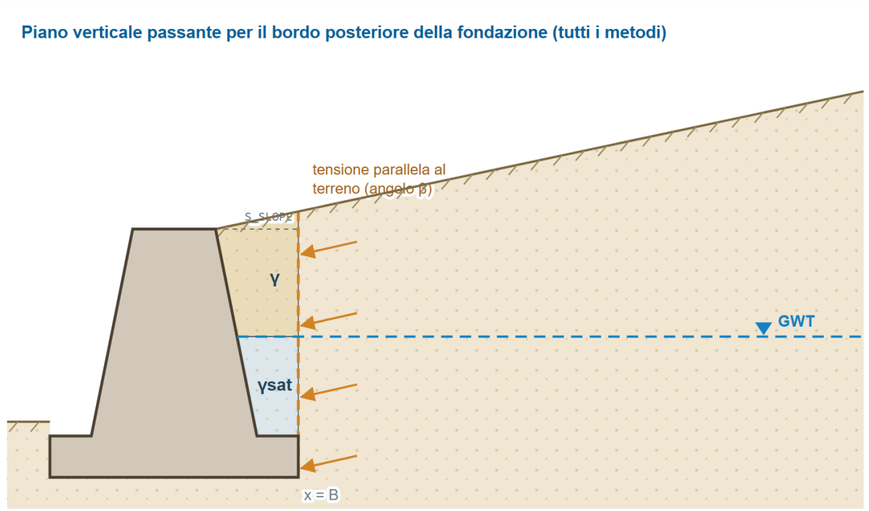
Perché la spinta delle terre agisce sul **bordo posteriore della base** e non sulla scarpata posteriore del muro? Il terreno sopra il tallone non può scorrere rispetto al muro: se il muro si muove, si muove con esso. I piani di rottura nel terrapieno partono dal **bordo posteriore del tallone**, non dalla scarpata posteriore. Corpo libero coerente: il muro più questo blocco di terreno; il **piano di spinta esterna** sulla sua faccia esterna è verticale in x = B:

Il piano va dalla superficie al di sopra del bordo posteriore fino al di sotto della base; nel terrapieno inclinato comprende anche l'innalzamento della superficie. Tutto ciò che si trova tra il piano e il retro del muro è **peso**; il piano contro il terreno è terreno contro terreno: l'attrito terra-muro non viene conteggiato e la spinta agisce con δ = β.

Sul fronte, anche il riporto sopra la punta si muove con il muro: carico verticale W_{toe}; inserire $D_f = 0$ significa che il terreno frontale può essere considerato.

La parte verticale del **sovraccarico** sul tallone (Q_{heel}) è favorevole, ma poiché è considerata un carico che può essere presente o assente **non entra in alcuna verifica**; il suo effetto laterale è invece sempre computato.

Si opera in tensioni totali: il terreno immerso è pesato con γ_{sat}, e l'acqua stessa è aggiunta come forza separata (U_{rear}, sottospinta); γ′ e sottospinta non si considerano insieme.



Traccia

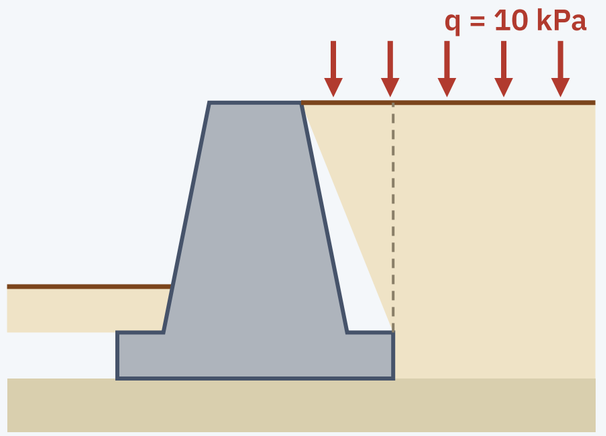
ESEMPIO

Dati

Muro	**La sezione dell'Esempio 1; altezza del terreno a valle $D_f = 1.0$ m**
Terreno	**terreno di riporto asciutto: $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; superficie orizzontale**
Sovraccarico	$q = 10$ **kPa (in superficie)**

RICHIESTO

Peso e posizione del **blocco di terreno** che si muove insieme al muro; **riempimento antistante**; perché $\mathbf{Q_{heel}}$ non entra nelle verifiche?



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Area rettangolare sopra il tallone + triangolo a fianco del pendio di monte (fino al piano x = B = 3.0)

$$A_r = W_{br}(H - H_{fr}) = 0.5(2.5) = 1.250\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.75,\ \bar{z} = 1.75)$$

$$A_t = \tfrac{1}{2} W_{dr}(H - H_{fr}) = 0.625\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.333,\ \bar{z} = 2.167)$$

$$W_s = \gamma(A_r + A_t) = 18(1.875) = \mathbf{33.75}\ \text{kN/m}$$

2 Posizione

$$\bar{x}_s = \frac{1.250(2.75) + 0.625(2.333)}{1.875} = \mathbf{2.611}\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = \mathbf{1.889}\ \text{m}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Terreno di riporto anteriore (sopra la punta, D_f = 1.0 m) e sovraccarico

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(0.5 + 0.60)(0.5) = 0.275\ \mathrm{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.275) = \mathbf{4.95}\ \mathrm{kN/m}\ (\bar{x} = 0.276)$$

$$Q_{heel} = q(B - x_{BT}) = 10(3 - 2) = \mathbf{10.0}\ \mathrm{kN/m}\ (\text{non soggetto ad alcuna verifica})$$

Carico verticale totale N = W_m + W_s + W_{toe} = 115.50 + 33.75 + 4.95 = **154.20 kN/m**. Q_{heel} = 10.00 kN/m è la voce contrassegnata come "non utilizzata" nella tabella.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Rankine e Coulomb, sul piano verticale

TEORIA

Se la superficie del terrapieno è inclinata di β, nella soluzione di Rankine per il pendio semi-infinito la tensione sul piano verticale è **parallela alla superficie**: $\sigma'_a = K_{a\beta}\sigma'_v$:

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'}\ (\beta = 0)$$

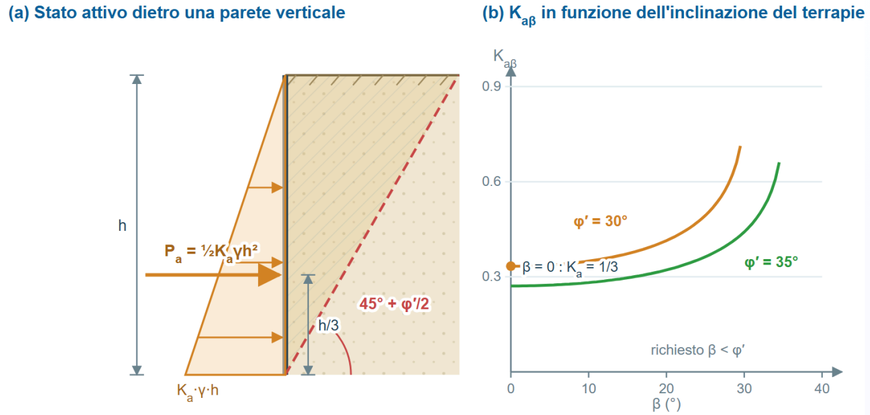
$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ \ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ \ (h/2)$$

La radice quadrata richiede β < φ′; se β ≥ φ′ il pendio stesso è instabile e il calcolo viene bloccato.

Coulomb: per un piano verticale (α = 90°) e δ = β, K_a è **esattamente uguale** alla $K_{a\beta}$ di Rankine **per ogni β**; i due metodi forniscono la stessa spinta su questo piano. h = altezza del piano (incluso il rialzo della superficie).

Componente orizzontale P cos β, componente verticale P sin β (diretta verso il basso su un pendio in salita: resistente).

Il sovraccarico si calcola due volte (con e senza q); P_Q è la differenza.



Traccia

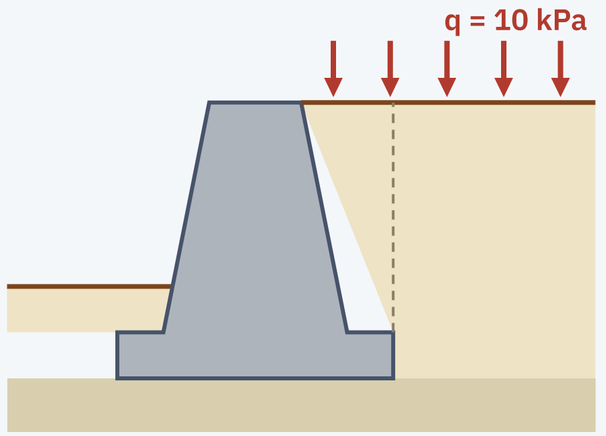
ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	**Muro e terrapieno dell'Esempio 2:** $h = H = 3.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**; superficie orizzontale**
Sovraccarico	$q = 10$ **kPa**

RICHIESTO

Con $\mathbf{K_a}$, la spinta del terreno $\mathbf{P_A}$ e la spinta del sovraccarico $\mathbf{P_Q}$ con i relativi momenti.



Soluzione

SOLUZIONE

1 $K_a = (1 - \sin30°)/(1 + \sin30°) = 0.3333$; le spinte (nel piano verticale, orizzontali)

$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(9) = \mathbf{27.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.00\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(3) = \mathbf{10.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.50\ \mathrm{m})$$

2 Spinta orizzontale totale e momento ribaltante (rispetto alla punta)

$$\Sigma H_{drive} = 27.0 + 10.0 = \mathbf{37.0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 27.0(1.00) + 10.0(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

Spinta del terreno 27.00, spinta del sovraccarico 10.00 kN/m: totale **37.00 kN/m**, rispetto alla punta **42.00 kN·m/m**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

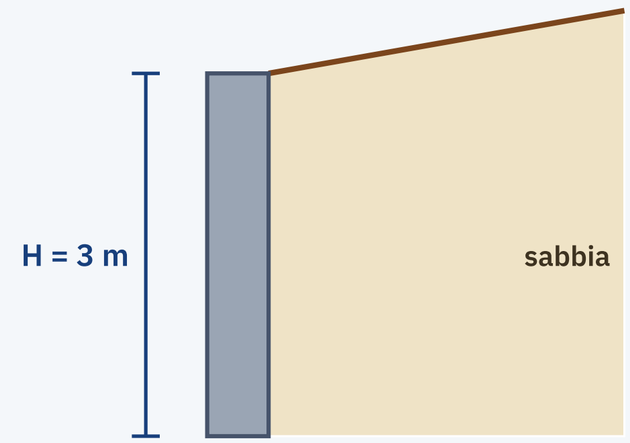
ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	**Il muro dell'Esempio 2; stesso terrapieno ma con superficie che si innalza di $\beta = 10°$ (allontanandosi dal muro)**
Sovraccarico	$q = 10$ **kPa**

RICHIESTO

$\mathbf{K_{a\beta}}$, componenti della spinta; variazione del risultato rispetto al terrapieno orizzontale (scorrimento, ribaltamento, eccentricità).



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Coefficiente $K_{a\beta}$ ($\cos\beta = 0.9848$, $\sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'} = 0.4689$)

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - r}{\cos\beta + r} = 0.9848\,\frac{0.5159}{1.4537} = \mathbf{0.3495} \;\; (\text{in orizzontale } 0.3333)$$

2 Forze instabilizzanti (h = altezza del piano = H + innalzamento della superficie; motore)

$$P_A:\;\; F_x = 31.25,\;\; F_z = 5.51\ \text{kN/m} \;\; (\text{orizzontale e verticale})$$

$$P_Q:\;\; F_x = 10.93,\;\; F_z = 1.93\ \text{kN/m}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Verifiche (motore di calcolo)

$$\Sigma F_z = -N = -163.23\ \text{kN/m} \quad (\text{blocco di terreno } 35.34)$$

$$FS_s = 2.412 \qquad FS_o = 5.734 \qquad e = 0.037\ \text{m} \qquad q_{max} = 58.4\ \text{kPa}$$

L'innalzamento del pendio incrementa la spinta ($K_{a\beta}$ 0.333 → 0.350), ma la **componente verticale della spinta** e il blocco di terreno più pesante sono stabilizzanti: FS allo scorrimento 2.62 → 2.41, FS al ribaltamento 6.26 → 5.73; eccentricità 0.068 → 0.037 m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Coefficiente intermedio tra la condizione a riposo e quella passiva

TEORIA

Il terreno a valle del muro (c′ = 0) è definito da una **combinazione** dei coefficienti di spinta passiva di Rankine e a riposo di Jaky; la resistenza passiva piena richiederebbe infatti uno spostamento di entità che un muro in esercizio non consentirebbe:

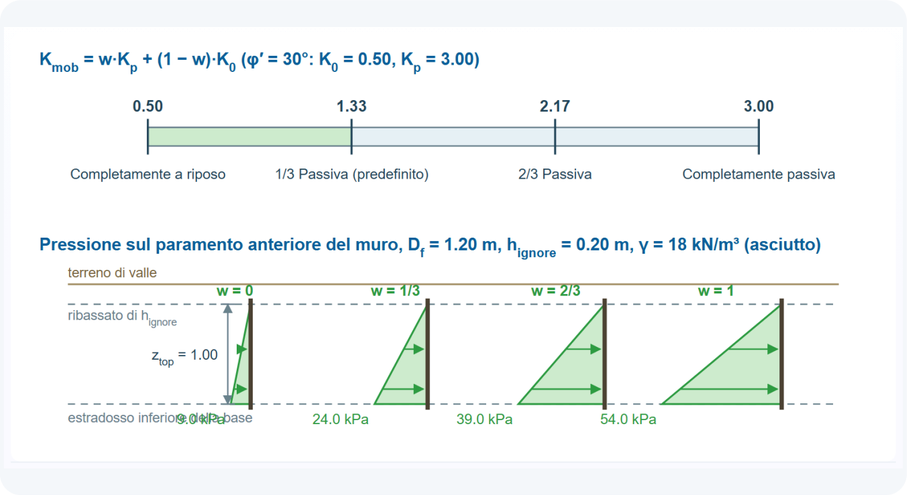
$$K_{mob} = w\,K_p + (1-w)\,K_0 \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

$$p(z) = K_{mob}\,\sigma'_v(z) \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_f^2 \;\; (D_f/3)$$

w = 0 piena spinta a riposo, 1/3 (predefinito), 2/3, 1 piena spinta passiva. Lo spessore **h_{ignore}** superiore del terreno antistante (scavabile, può rammollire) non viene considerato.

La resistenza passiva è considerata **solo nello scorrimento** (per intero in condizioni statiche, con $\eta_{p,E}$ in caso di sisma); **non è mai** utilizzata nel **ribaltamento e nel carico limite**.

La spinta dell'acqua a monte (h_{wf}) è diretta verso valle e riduce la spinta netta.



Traccia

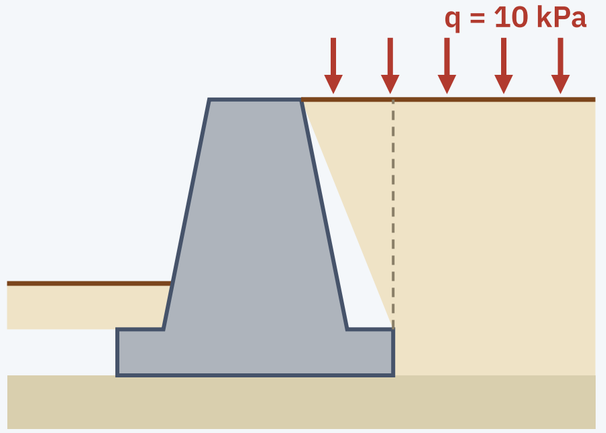
ESEMPIO

Dati

Terreno a valle	$D_f = 1.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**;** $h_{ignore} = 0$
Casi	**spinta a riposo completa, 1/3, 2/3, passiva completa; e nel caso in cui la resistenza frontale non sia affatto computata**

RICHIESTO

K_{mob}, P_P e il fattore di sicurezza allo scorrimento FS_s (per il muro dell'Esempio 2).



Soluzione

SOLUZIONE

1 K_{mob} e spinta (valore predefinito w = 1/3)

$$K_{mob} = \tfrac{1}{3}(3.000) + \tfrac{2}{3}(0.500) = \mathbf{1.333}$$

$$P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob} \gamma D_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1)^2 = \mathbf{12.0}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = D_f/3 = 0.333\ \mathrm{m})$$

2 Quattro casi ($FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive} = (84.81 + P_P)/37.0$)

Condizione	w	K_{mob}	P_P (kN/m)	FS_s
A riposo pieno	0	0.500	4.50	2.414
1/3 passiva + 2/3 a riposo (predefinito)	1/3	1.333	12.00	2.616
2/3 passiva + 1/3 a riposo	2/3	2.167	19.50	2.819
Passivo completo	1	3.000	27.00	3.022
La resistenza alla punta non viene considerata	–	–	0	2.292

Il credito della resistenza frontale fa variare FS_s tra 2.29 e 3.02 (valore predefinito **2.62**); se il terreno antistante può essere rimosso, il credito si azzera: D_f e h_{ignore} devono essere scelti consapevolmente.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Tre verifiche dal medesimo quadro delle forze

TEORIA

Scorrimento: la base è trattenuta per attrito; taglio necessario $\Sigma H_{drive} - \Sigma P_{resist}$, taglio disponibile $\mu_b N$ (nessuna adesione; N è la forza normale efficace, sottospinta inclusa). La resistenza si somma al denominatore:

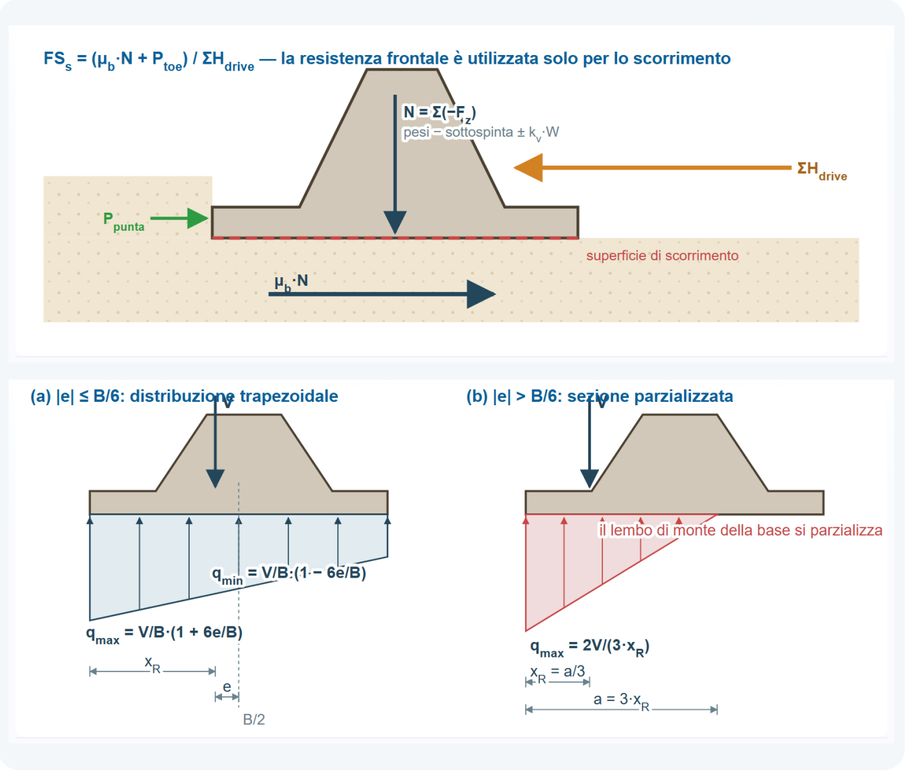
$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad \mu_b = \tan \delta_b$$

Il **ribaltamento** si valuta rispetto allo spigolo di valle: le componenti $-zF_x$ e xF_z di ciascun elemento entrano in $\Sigma M_{ribaltamento}$ o in $\Sigma M_{stabilizzante}$ secondo il loro segno; la resistenza frontale non viene inclusa:

$$FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

Carico limite: se |e| ≤ B/6 la base è interamente in contatto; altrimenti il terreno non può resistere a trazione e solo una parte è in contatto:

$$q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6}: \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$



Traccia

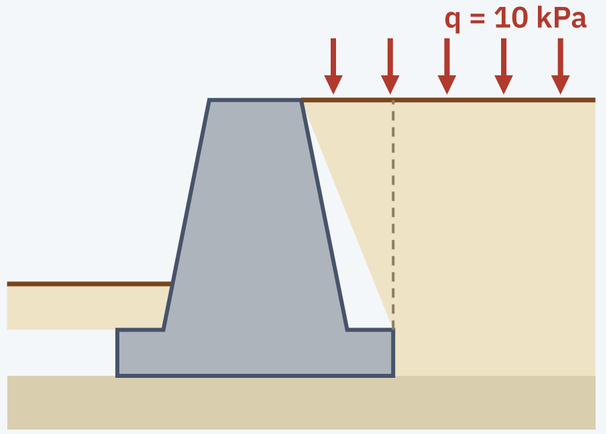
ESEMPIO

Dati

Muro e carichi	**Muro dell'Esempio 1–5:** $B = 3.0$ **m;** $W_m = 115.5,\ W_s = 33.75,\ W_{toe} = 4.95\ \mathrm{kN/m}$**;** $P_A = 27.0,\ P_Q = 10.0\ \mathrm{kN/m}$
Resistenza	$\mu_b = 0.55$**; resistenza alla punta** $P_P = 12.0$ **kN/m (w = 1/3);** $q_{all} = 200$ **kPa**
Richiesto	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; la base deve essere completamente a contatto**

RICHIESTO

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} e il risultato di ciascuna verifica.



Soluzione (1/3)

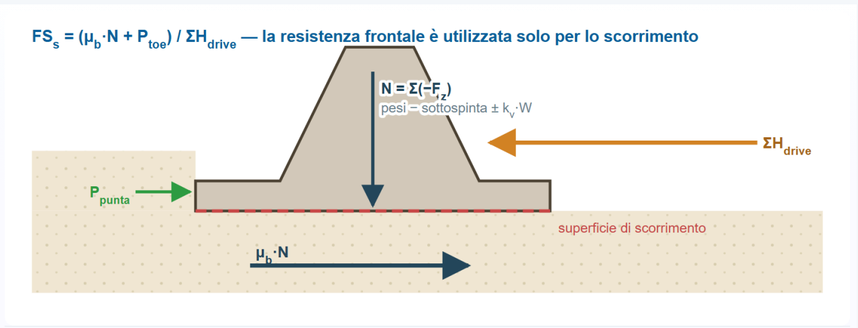
SOLUZIONE

1 Attrito alla base: N = W_m + W_s + W_{toe} (escluso Q_{heel})

$$N = 115.50 + 33.75 + 4.95 = \mathbf{154.20}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(154.20) = 84.81\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{84.81 + 12.0}{37.0} = \mathbf{2.616}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

2 Momento ribaltante (rispetto allo spigolo di valle; solo forze instabilizzanti)

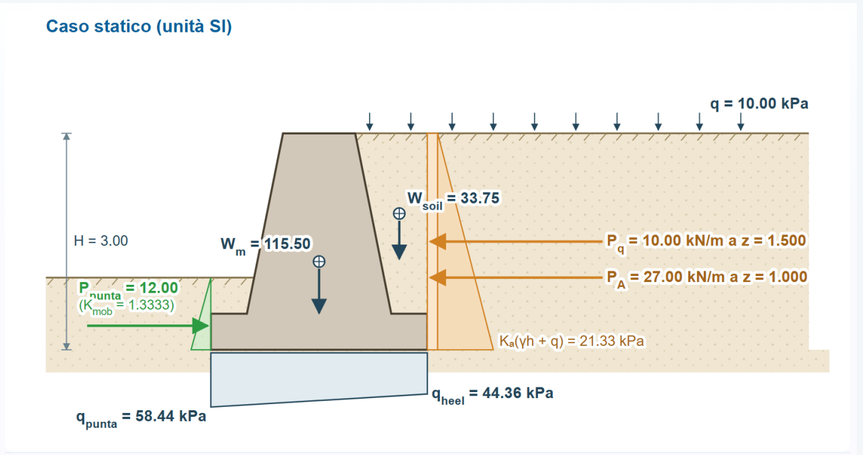
$$M_o = P_A(1.00) + P_Q(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

3 Momento resistente: muro + blocco di terreno + rinterro di valle

$$M_r = W_m\bar{x}_m + W_s\bar{x}_s + W_{toe}\bar{x}_{toe}$$

$$= 173.25 + 88.13 + 1.36 = \mathbf{262.74}$$

$$FS_o = \frac{262.74}{42.0} = \mathbf{6.256}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

4 Posizione della risultante ed eccentricità

$$\Sigma M = M_o - M_r = 42.00 - 262.74 = -220.74$$

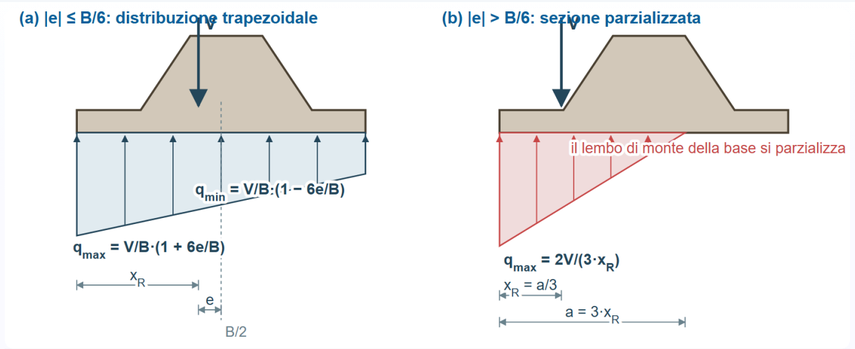
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{220.74}{154.2} = \mathbf{1.4315}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.0685}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.500\ \checkmark$$

5 Tensioni alla base (contatto completo)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.0685)}{3}\right) = \mathbf{58.44}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{44.36}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.62**, FS_o = **6.26**, e = 0.068 m, q_{max} = **58.4 kPa** ≤ 200, q_{min} = 44.4 kPa > 0: **in condizioni statiche tutte le verifiche risultano soddisfatte**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Acqua idrostatica su entrambi i lati, sottospinta lineare alla base

TEORIA

La pressione dell'acqua è isotropa e agisce perpendicolarmente a ogni superficie con cui è a contatto. Il corpo libero è circondato dall'acqua su tre contorni: il piano di pressione a tergo, la faccia frontale del muro e la faccia inferiore della suola. Ciascuno costituisce una voce distinta nel quadro delle forze:

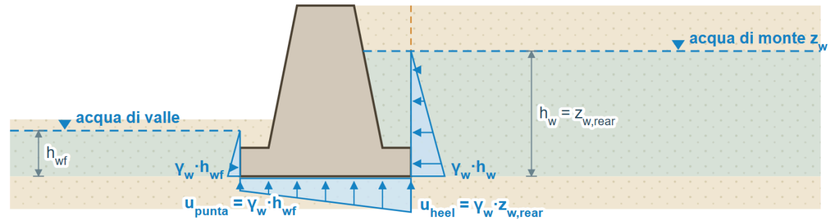
$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U_{front} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_{wf}^2 \;\; (h_{wf}/3,\ \text{verso il retro})$$

La pressione interstiziale al di sotto della base varia **linearmente** dal carico alla punta al carico al tallone (perdita di carico lineare):

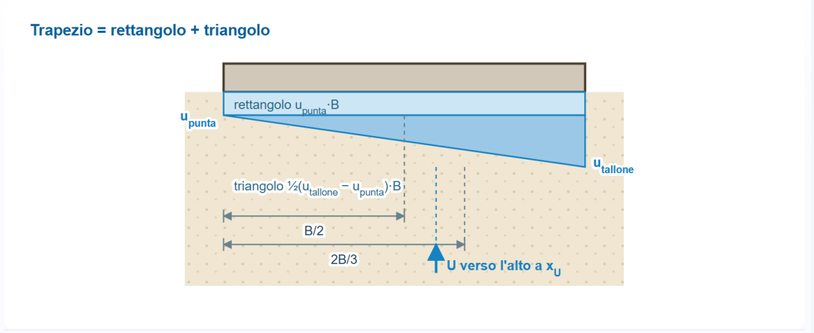
$$U = \frac{B\,(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B\,(u_{toe} + 2u_{heel})}{3\,(u_{toe} + u_{heel})}$$

La sottospinta agisce verso l'alto (F_z = +U): riduce N′ e quindi l'attrito alla base e aggiunge un momento ribaltante $U \cdot x_U$.

$h_W = H - z_W$ (z_W: profondità della falda freatica dalla sommità del muro); l'altezza d'acqua frontale h_{wf} agisce verso monte e riduce la spinta netta. Se i livelli d'acqua sono diversi, la stabilità idraulica (sifonamento) deve essere considerata separatamente.



$U = B \cdot (u_{toe} + u_{heel})/2$ a $x = B \cdot (u_{toe} + 2u_{heel}) / (3(u_{toe} + u_{heel}))$



Traccia

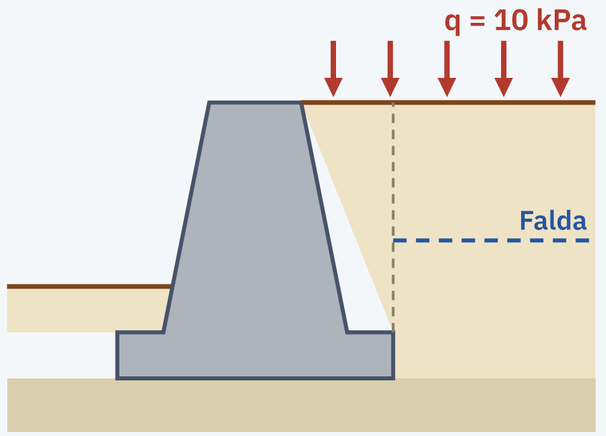
ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	**Muro e terrapieno degli Esempi 1–5 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°,\ q = 10$ kPa); condizione statica**
Acqua	**nel riporto la falda freatica è 1.5 m sotto la sommità del muro ($h_w = 1.5$ m); assenza di acqua a valle; sottospinta lineare sotto la base**

RICHIESTO

Variazione della spinta delle terre e dell'acqua; **sottospinta** e **N**; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Spinta delle terre (γ in alto, γ′ = 20 − 9.81 = 10.19 in basso) e spinta dell'acqua

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma d_1^2 + K_a\gamma d_1 d_2 + \tfrac{1}{2}K_a\gamma' d_2^2$$

$$= 6.75 + 13.50 + 3.82 = \mathbf{24.07}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.061\ \text{m})$$

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}(9.81)(1.5)^2 = \mathbf{11.04}\ \text{kN/m}\ \ (z = 0.50\ \text{m}) \qquad P_Q = 10.0$$

2 Sottospinta (u = 0 alla punta, u = 9.81·1.5 = 14.72 kPa al tallone; triangolare)

$$U = \tfrac{1}{2}(14.72)(3.0) = \mathbf{22.07}\ \text{kN/m}\ (\text{verso l'alto})\ \ \text{at}\ x_U = \tfrac{2B}{3} = 2.00\ \text{m}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Forza normale efficace e attrito (con il blocco di terreno γ_{sat}: W_s = 34.95)

$$N = W_m + W_s + W_{toe} - U = 115.50 + 34.95 + 4.95 - 22.07 = \mathbf{133.33}\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{0.55(133.33) + 12.0}{24.07 + 10.0 + 11.04} = \frac{85.33}{45.11} = \mathbf{1.892}$$

4 Ribaltamento e base

$$M_o = 25.54 + 15.00 + 5.52 + 44.14 = 90.20\ \ (P_A,\ P_Q,\ U_{rear},\ \text{sottospinta}) \qquad M_r = 265.98$$

$$FS_o = \frac{265.98}{90.20} = \mathbf{2.949} \qquad x_R = \frac{175.78}{133.33} = 1.318\ \text{m} \quad e = 0.182\ \text{m}$$

$$q_{max} = \mathbf{60.58} \qquad q_{min} = \mathbf{28.30}\ \text{kPa}$$

L'acqua ha ridotto FS_s da 2.62 a **1.89**, FS_o da 6.26 a **2.95** e q_{min} da 44.4 a 28.3 kPa (la sottospinta ha ridotto N di 22.1 kN/m e ha aggiunto 44.1 kN·m/m di momento instabilizzante); le verifiche risultano comunque soddisfatte.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Spinta di Mononobe–Okabe e inerzia del muro

TEORIA

Nel metodo pseudostatico ogni massa è soggetta a una forza orizzontale $k_h$mg e a una forza verticale ±$k_v$mg; la direzione critica è quella in cui l'inerzia spinge in avanti (nello stesso verso della spinta). Gravità e inerzia insieme agiscono come un campo gravitazionale ruotato di θ; il cuneo di Coulomb si risolve con le forze d'inerzia (Mononobe–Okabe). Nel piano verticale, per terrapieno orizzontale (δ = β = 0):

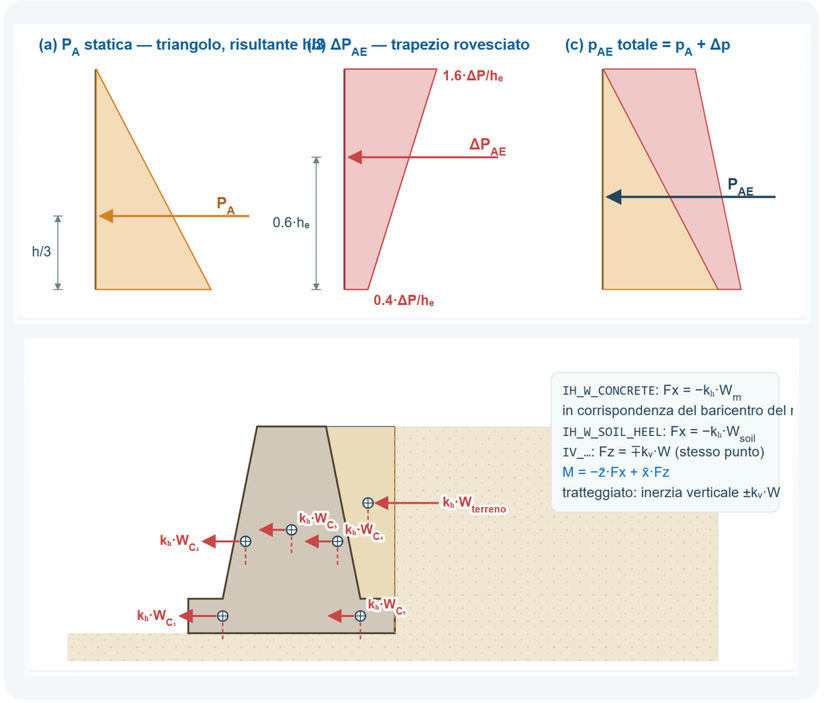
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi'-\theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right)K_{AE}$$

Se φ′ − θ < 0 nessun cuneo può restare in equilibrio: «nessuna soluzione», le verifiche si considerano non soddisfatte.

Distribuzione: P_{AE} fornisce la grandezza, non la posizione. $\Delta P_{AE} = P_{AE} - P_{A,statico}$ come trapezio rovescio (1.6ΔP/h in sommità, 0.4ΔP/h alla base; risultante a **0.6h**); la parte statica conserva la sua forma statica.

Inerzia: il muro, il blocco di terreno e il riempimento anteriore spingono in avanti con la forza k_hW applicata nel loro baricentro; se $k_V > 0$ si analizzano entrambi i casi con $(1 \pm k_V)$ e il valore minimo di FS è determinante. Si aggiunge la pressione idrodinamica dell'acqua $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ (a $0.4h_w$).

La resistenza passiva frontale è moltiplicata per $\eta_{p,E}$ in caso di sisma; valore predefinito **0** (nessun contributo).



Traccia

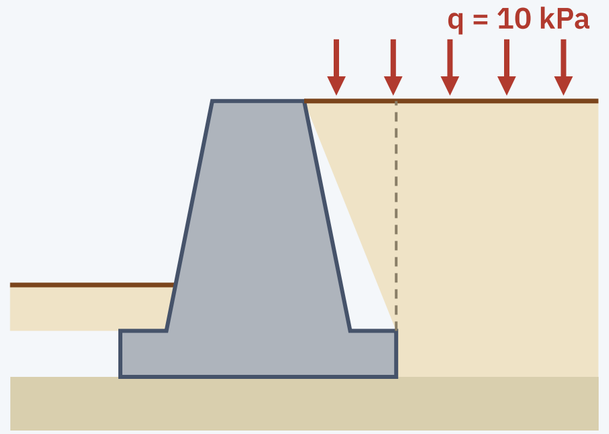
ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	**Il muro e il terrapieno degli Esempi 1–6 (FS_s statico = 2.62; FS_o = 6.26)**
Sisma	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$**; credito di resistenza frontale** $\eta_{p,E} = 0$**; richiesto** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$

RICHIESTO

θ, **K_{AE}**, **P_{AE}**, **ΔP_{AE}**, **$\bar{z}$**; forze d'inerzia; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 Angolo e coefficiente sismico

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ\,(1+0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

2 Spinta dinamica e incremento sismico (P_A + P_Q statici = 37.0 kN/m)

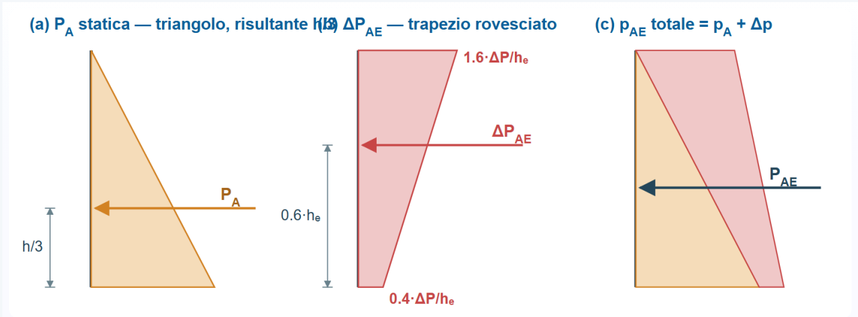
$$P_{AE} = (81+30)(0.4329) = \mathbf{48.06}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 48.06 - 37.0 = \mathbf{11.06}\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

3 Altezza di applicazione del carico

$$\bar{z}_{AE} = [27.0(1.00) + 10.0(1.50) + 11.06(1.80)]/48.06$$

$$= 61.90/48.06 = \mathbf{1.288}\ \text{m}$$



Soluzione (2/3)

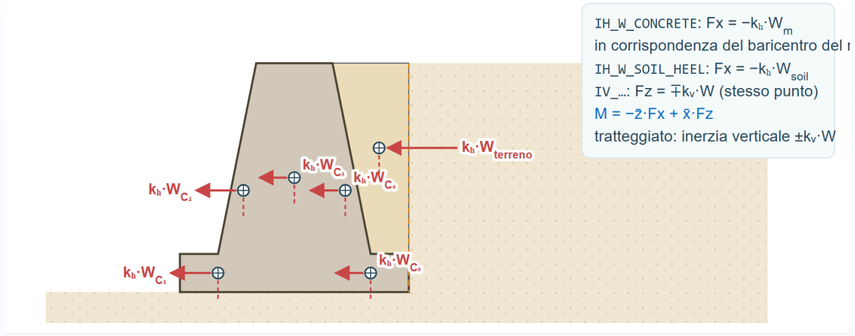
SOLUZIONE

4 Forze d'inerzia $k_h W$ (nei baricentri, verso valle)

$$IH_m = 0.15(115.50) = 17.325 \quad (z = 1.222\ \text{m})$$
$$IH_s = 0.15(33.75) = 5.062 \quad (z = 1.889\ \text{m})$$
$$IH_{toe} = 0.15(4.95) = 0.743 \quad (z = 0.758\ \text{m})$$

5 Scorrimento (senza contributo della resistenza frontale)

$$\Sigma H_{drive} = 48.06 + 17.32 + 5.06 + 0.74 = 71.19$$
$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{84.81}{71.19} = \mathbf{1.191} \ \geq 1.1 \ \checkmark$$



Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

6 Ribaltamento e posizione della risultante

$$M_{o,E} = P_{AE}\bar{z} + \Sigma IH\, z = 61.90 + 21.18 + 9.56 + 0.56 = 93.20$$

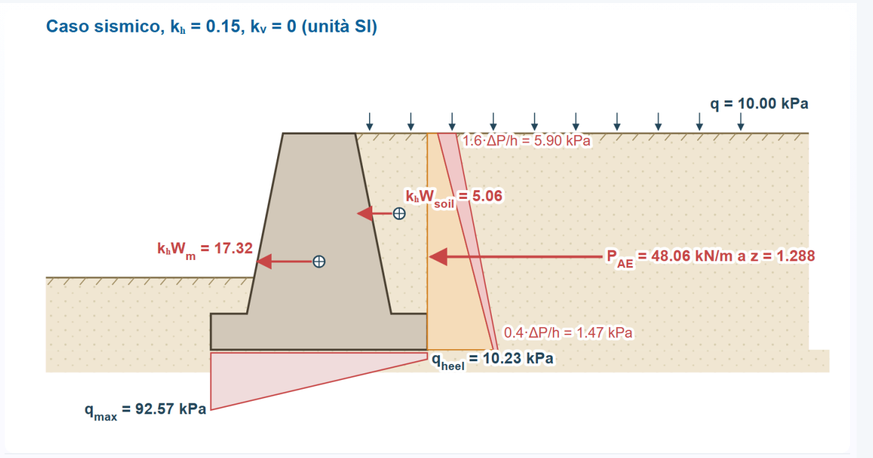
$$FS_{o,E} = \frac{262.74}{93.20} = \mathbf{2.819} \;\geq 1.1$$

$$x_R = \frac{262.74 - 93.20}{154.2} = 1.099 \text{ m} \qquad e = \mathbf{0.401} \text{ m}$$

7 Tensioni alla base (|e| = 0.401 m ≤ B/6 = 0.50 m: contatto completo)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.401)}{3}\right) = \mathbf{92.57} \text{ kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{10.23} \text{ kPa}$$



In condizioni sismiche FS_s = **1.19**, FS_o = **2.82**, e = **0.401 m**, q_{max} = **92.6 kPa**; il sisma ha fatto passare FS_s da 2.62 a 1.19 e e da 0.068 a 0.401 m: **scorrimento** ed **eccentricità** sono le verifiche dominanti.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Dove terminano le verifiche

TEORIA

Queste verifiche trattano il muro sulla sua fondazione come **un unico blocco rigido**: la **stabilità esterna** del muro. Un muro a gravità in muratura di pietrame o in calcestruzzo a massa può anche collassare **al suo interno** (soprattutto in una sezione alta o snella, nella muratura a secco, con malta debole e sotto sisma); tali verifiche si conducono a partire dagli effetti prodotti da questo modulo.

Terreno di riporto incoerente ($c' = 0$); il riporto a due terreni o stratificato non è incluso in questo modulo. La superficie del riporto è piana o con un'unica pendenza.

Attrito alla base $\mu_b = \tan \delta_b$ (in genere $2/3\varphi'–\varphi'$ per muratura/calcestruzzo); non si utilizza l'adesione. L'intera resistenza passiva frontale viene aggiunta al contributo di attrito e non è utilizzata nel ribaltamento né nel carico limite.

Il **calcolo** è riferito a 1.00 m di lunghezza della parete; le spinte laterali dovute al sovraccarico a striscia e concentrato sono aggiunte con la soluzione di Boussinesq (parete rigida).

Gli effetti di ribaltamento (stabilità idraulica, filtrazione, stabilità globale, cedimenti) sono esclusi dall'ambito di questo modulo.

Sintesi

Punti chiave

Corpo libero = muro + il terreno che si muove con esso; la spinta agisce **sul piano verticale in corrispondenza del bordo posteriore della fondazione** ($\delta = \beta$); convenzione di segno unica: $M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$, ribaltamento positivo

Peso: $W_i = \gamma_m A_i$, $\bar{x} = \Sigma W_i \bar{x}_i / \Sigma W_i$; il blocco di terreno e il rinterro antistante si muovono anch'essi con il muro; il sovraccarico sul tallone ($Q_{tallone}$) non entra in alcuna verifica

Attiva: $P_A = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$ (h/3), $P_Q = K_a q h$ (h/2); nel terrapieno inclinato $K_{a\beta}$ (Rankine sul piano verticale = Coulomb); **passiva**: $K_{mob} = w K_p + (1 - w) K_0$, solo per lo scorrimento

Scorrimento $FS_s = (\mu_b N + P_P) / \Sigma H_{drive}$; **ribaltamento** $FS_o = \Sigma M_{res} / \Sigma M_{ov}$ (spigolo di valle); **carico limite**: $x_R = -\Sigma M / V$, $e = B/2 - x_R$, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$, se $|e| > B/6$ allora $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Acqua: peso con γ_{sat} + U_{rear} come voce separata; sottospinta u_{toe} alla punta – u_{heel} al tallone, lineare: riduce N′ e aggiunge ribaltamento

Sisma: $\theta = \tan^{-1} k_h / (1 - k_v)$; $P_{AE} = (\frac{1}{2}\gamma h^2 + qh) K_{AE}$; ΔP_{AE} a 0.6h; inerzia $k_h W$; credito di spinta passiva frontale $\eta_{p,E}$ (predefinito 0)

Bibliografia

Le tre teorie dello strumento e la fonte di cui il manuale segue la trattazione in forma chiusa (Ka, Kp, KAE). Tutto ciò che non ne deriva direttamente costituisce un'ipotesi del presente modulo ed è indicato come tale nel testo.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Anche l'esempio passo passo riportato nella pagina del modulo è questo muro (muro in muratura H = 3 m, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva la sezione del proprio muro, il terrapieno, il sovraccarico, l'acqua e i coefficienti sismici; il modulo fornisce insieme il quadro delle forze, le tre verifiche e le tensioni alla base.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com