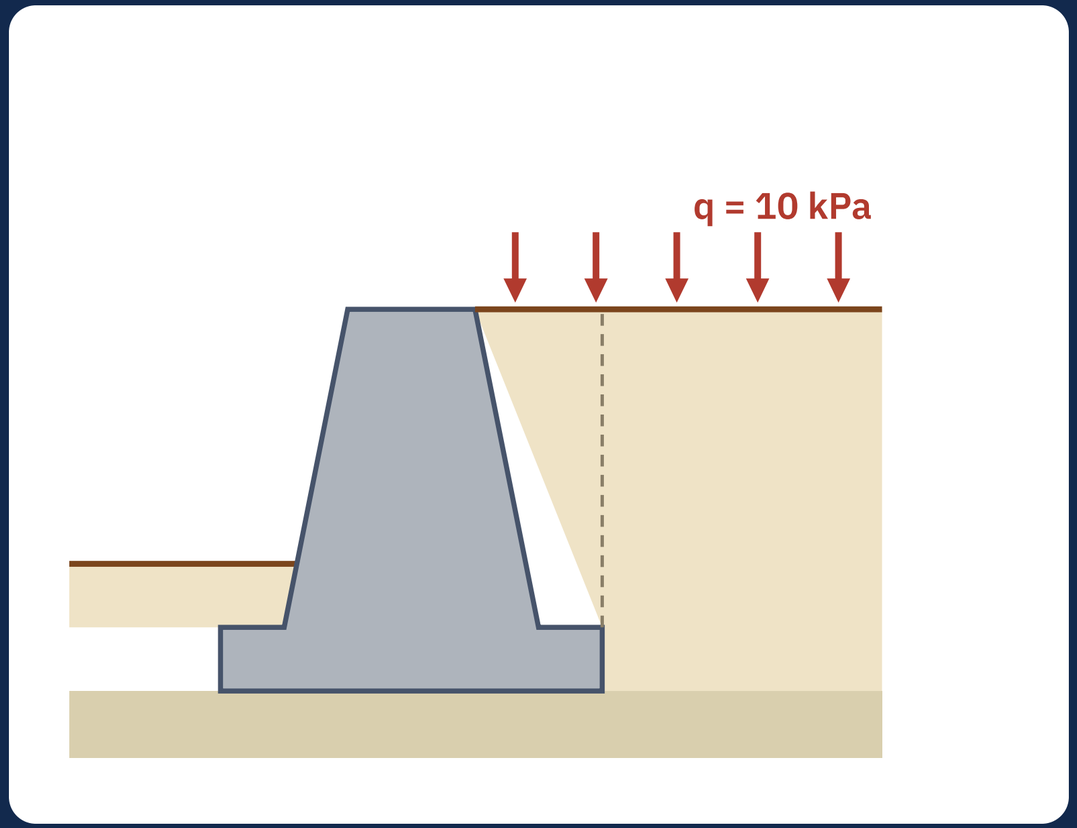
Diapositive de cours de géotechnique · Murs de soutènement

Mur de soutènement poids

Cours : stabilité externe d'un mur-poids de soutènement en pierre ou en béton ; le mur et le sol qui se déplace avec lui, poussée et butée des terres, eau, sous-pression et séisme ; vérifications au glissement, au renversement et à la capacité portante ; un exemple de calcul pour chaque thème.

- Glissement · renversement · portance
- Rankine · Coulomb · Mononobe–Okabe
- Eau et sous-pression
- Inertie en cas de séisme
- Tableau des forces



Que verrons-nous dans ce cours ?

- Calculer la **géométrie** et le poids d'un mur-poids en le décomposant en éléments (aire, centre de gravité, bras de levier)
- Le **bloc de sol** se déplaçant avec le mur et le **plan vertical de pression** passant par le bord arrière de la semelle
- La **poussée** (Rankine = Coulomb, sur un plan vertical), la surcharge, la **butée frontale** (K_{mob}) et les forces d'**eau + sous-pression**
- Les vérifications au **glissement, au renversement et à la portance** à l'aide du **bilan des forces** et d'une convention de signe unique ($M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$)
- Intégrer, en situation sismique, la poussée de **Mononobe–Okabe**, l'accroissement sismique et l'inertie du mur
- Lire le résultat : coefficients de sécurité, excentricité, contraintes sous la semelle

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Toutes les grandeurs sont rapportées à 1.00 m de longueur de mur (kN/m, kN·m/m) ; pressions en kPa. Mur de l'exemple : mur en maçonnerie de pierre de H = 3 m (22 kN/m³).

Que calcule-t-on, comment le trace-t-on ?

THÉORIE

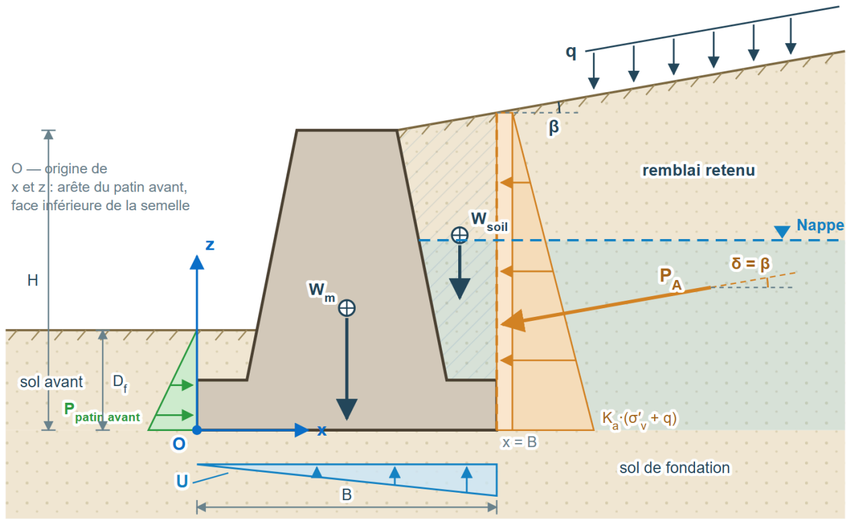
Un mur-poids résiste au glissement et au renversement **par son propre poids**. Le module étudie un mur en pierre ou en béton de masse, à voile trapézoïdal incliné et à patin et talon en gradins :

$$B = W_{bl} + W_{dl} + W_u + W_{dr} + W_{br}$$

Mur : H hauteur totale, W_u largeur au sommet, W_{dl}, W_{dr} décalages des talus avant et arrière, W_{bl}, W_{br} débords de l'empattement, H_{fl}, H_{fr} hauteurs de l'empattement ; poids volumique : 22 pour la pierre, 24 kN/m³ pour le béton.

Sol : remblai pulvérulent (c′ = 0), surface inclinée β, surcharge q, nappe, sol et eau sur une hauteur D_f à l'avant.

Trois théories : Rankine, Coulomb (statique), Mononobe–Okabe (séisme). **Vérifications** : glissement, renversement, excentricité, capacité portante.



Corps libre, tableau des forces, convention de signe unique

THÉORIE

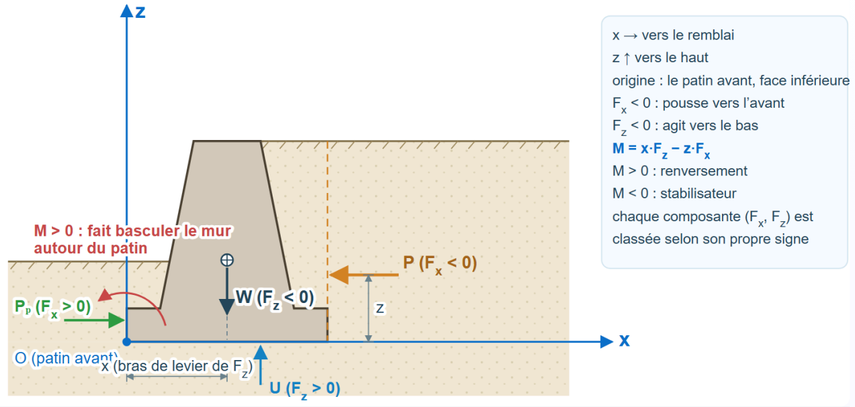
La stabilité est un problème d'**équilibre** : on décide d'abord ce qui est en équilibre et comment les forces sont orientées (conventions de signe). L'origine O est située au **patin** (angle inférieur avant), x est dirigé vers le remblai et z vers le haut. Une force est définie par ses composantes (F_X, F_Z) et son point d'application ; le moment par rapport à O :

$$M = x\,F_z - z\,F_x \qquad M > 0 :\ \text{renversement}, \quad M < 0 :\ \text{adhérence}$$

Pour un poids ($F_Z = -W$, $x > 0$), $M = -xW < 0$: il retient le mur. Pour une poussée vers l'avant ($F_X < 0$), $M = -zF_X > 0$: elle renverse le mur. La sous-pression ($F_Z > 0$) renverse le mur, la résistance frontale ($F_X > 0$) le retient.

Aucune force n'est classée à l'avance comme « stabilisatrice » ; chaque composante est comptée avec son propre signe (la composante verticale de la poussée inclinée est, à juste titre, stabilisatrice).

Corps libre = mur + sol qui se déplace avec lui ; chaque poste **du bilan des forces** est lu de la même façon par les trois vérifications : aucune force ne peut être oubliée dans l'une et comptée dans l'autre.



Décomposition en parties, centres de gravité et bras de levier

THÉORIE

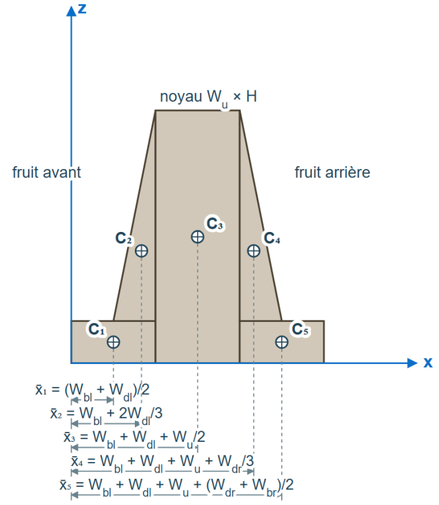
Le poids du mur et son moment par rapport à l'arête de renversement constituent la base des deux vérifications de stabilité. La section est décomposée en formes simples dont l'aire et le centre de gravité sont connus (patin avant, talus avant, noyau, talus arrière, talon arrière) :

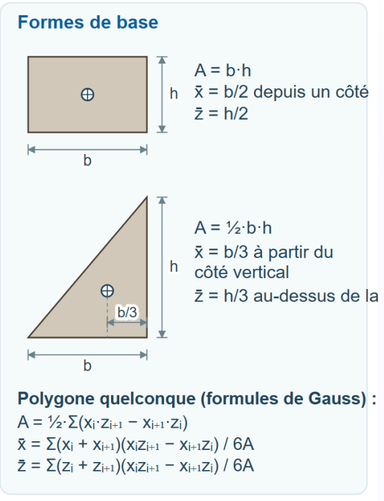
$$W_i = \gamma_m A_i \qquad W_m = \sum W_i \qquad \bar{x}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{x}_i}{W_m} \qquad \bar{z}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{z}_i}{W_m}$$

Dans le bilan des forces, le mur constitue un seul poste : $F_z = -W_m$, en $\bar{x}_m$; son moment est $M = -W_m\bar{x}_m = -\Sigma M_i$.

La hauteur $\bar{z}_m$ n'est nécessaire que pour la force d'inertie horizontale $k_h W_m$ (séisme).

Le module calcule en outre l'ensemble de la section comme un seul polygone ; les deux résultats concordent à 10^{-9} près.





Énoncé

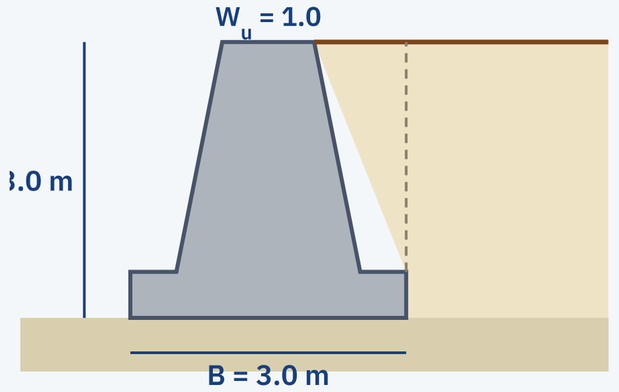
EXEMPLE

Données

Coupe	$H = 3.0$ **m;** $W_u = 1.0$ **m;** $W_{dl} = W_{dr} = 0.5$ **m;** $W_{bl} = W_{br} = 0.5$ **m;** $H_{fl} = H_{fr} = 0.5$ **m** **(B = 3.0 m)**
Matériau	**mur en maçonnerie :** $\gamma_m = 22\ \mathrm{kN/m^3}$

À DÉTERMINER

Aire et poids des cinq parties ; W_m, $\bar{x}_m$, $\bar{z}_m$.



Solution

SOLUTION

1 Éléments (par ex. talus avant : A = ½(0.5)(3.0 − 0.5) = 0.625 ; $\bar{x} = W_{bl} + 2W_{dl}/3 = 0.833$; $\bar{z} = H_{fl} + (H - H_{fl})/3 = 1.333$)

Élément	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 22A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Patin avant	0.500	0.500	0.250	11.00	5.50	2.75
Talus avant	0.625	0.833	1.333	13.75	11.46	18.33
Corps (noyau)	3.000	1.500	1.500	66.00	99.00	99.00
Talus arrière	0.625	2.167	1.333	13.75	29.79	18.33
Talon arrière	0.500	2.500	0.250	11.00	27.50	2.75
Total	**5.250**			**115.50**	**173.25**	**141.17**

2 Centre de gravité du mur

$$\bar{x}_m = \frac{173.25}{115.50} = \mathbf{1.500\ m} \qquad \bar{z}_m = \frac{141.17}{115.50} = \mathbf{1.222\ m}$$

Le poids du mur est **W_m = 115.50 kN/m**, à $\bar{x}_m$ = 1.50 m du patin et $\bar{z}_m$ = 1.22 m de la base ; son moment est M = −173.25 kN·m/m (stabilisateur).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Plan de pression vertical et bloc de sol

THÉORIE

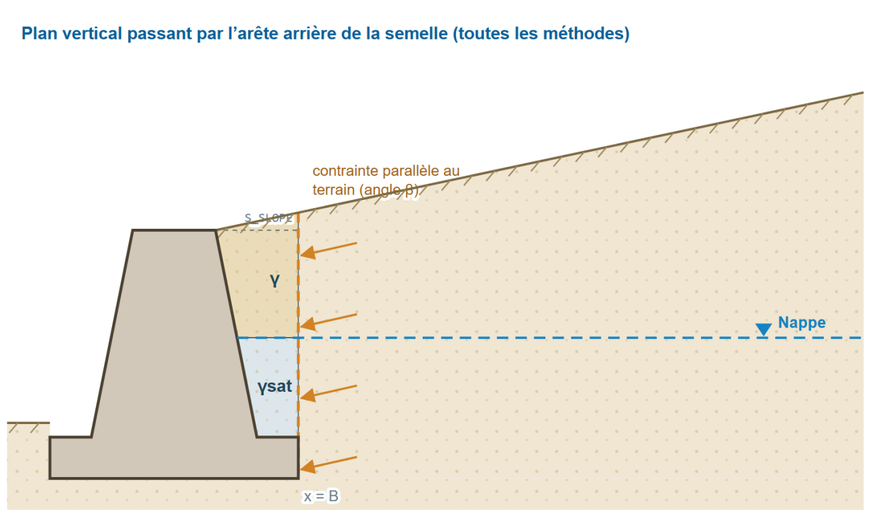
Pourquoi la poussée des terres agit-elle sur l'**arête arrière de la base** plutôt que sur la face arrière du mur ? Le sol situé au-dessus du talon ne peut pas glisser par rapport au mur : si le mur se déplace, le sol se déplace avec lui. Les plans de rupture dans le remblai ne partent pas de la face arrière, mais de **l'arête arrière du talon**. Corps libre cohérent : le mur + ce bloc de sol ; le **plan de pression extérieur** sur sa face externe est vertical en x = B :

Le plan descend de la surface située au-dessus du bord arrière jusque sous la base ; dans un remblai incliné, il inclut également la surélévation de la surface. Tout ce qui se trouve entre le plan et le dos du mur est du **poids** ; le plan est du sol contre du sol : le frottement du mur n'est pas pris en compte, et la poussée agit avec δ = β.

À l'avant, le remblai situé au-dessus du patin se déplace aussi avec le mur : charge verticale W_{toe} ; si l'on saisit $D_f = 0$, cela signifie que le sol frontal peut être pris en compte.

La partie verticale de la **surcharge** au-dessus du talon arrière (Q_{heel}) est favorable mais, comme elle est considérée comme une charge qui peut aussi être absente, elle **n'intervient dans aucune vérification** ; son effet latéral, en revanche, est toujours pris en compte.

Le calcul est conduit en contraintes totales : le sol sous l'eau est pesé avec γ_{sat}, et l'eau elle-même est ajoutée comme force distincte (U_{rear}, sous-pression) ; γ′ et la sous-pression ne sont pas pris ensemble.



Énoncé

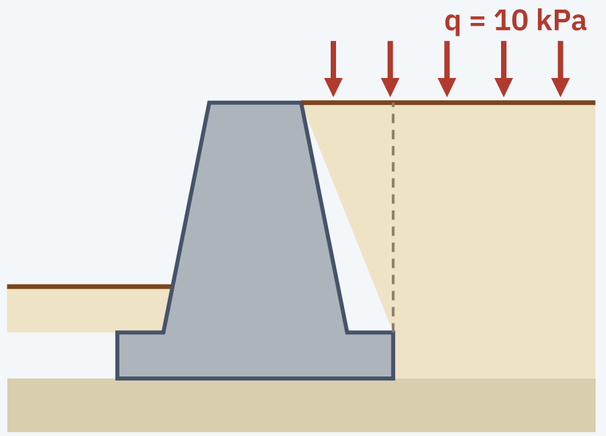
EXEMPLE

Données

Mur	**La coupe de l'exemple 1 ; hauteur du terrain avant $D_f = 1.0$ m**
Sol	**remblai sec : $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; surface horizontale**
Surcharge	$q = 10$ **kPa (à la surface)**

À DÉTERMINER

Poids et position du **bloc de sol** qui se déplace avec le mur ; **remblai avant** ; pourquoi $\mathbf{Q_{heel}}$ n'entre-t-il pas dans les vérifications ?



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Rectangle au-dessus du talon arrière + triangle à côté du talus arrière (jusqu'au plan x = B = 3.0)

$$A_r = W_{br}(H - H_{fr}) = 0.5(2.5) = 1.250\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.75,\ \bar{z} = 1.75)$$

$$A_t = \tfrac{1}{2} W_{dr}(H - H_{fr}) = 0.625\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.333,\ \bar{z} = 2.167)$$

$$W_s = \gamma(A_r + A_t) = 18(1.875) = \mathbf{33.75}\ \text{kN/m}$$

2 Emplacement

$$\bar{x}_s = \frac{1.250(2.75) + 0.625(2.333)}{1.875} = \mathbf{2.611}\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = \mathbf{1.889}\ \text{m}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Remblai avant (au-dessus du patin, D_f = 1.0 m) et surcharge

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(0.5 + 0.60)(0.5) = 0.275\ \text{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.275) = \mathbf{4.95}\ \text{kN/m}\ (\bar{x} = 0.276)$$

$$Q_{heel} = q(B - x_{BT}) = 10(3 - 2) = \mathbf{10.0}\ \text{kN/m}\ (\text{ne fait l'objet d'aucune vérification})$$

Charge verticale totale N = W_m + W_s + W_{toe} = 115.50 + 33.75 + 4.95 = **154.20 kN/m**. Q_{heel} = 10.00 kN/m est la ligne « non utilisée » du tableau.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Rankine et Coulomb, sur un plan vertical

THÉORIE

Si la surface du remblai est inclinée de β, dans la solution de Rankine pour un talus semi-infini la contrainte sur le plan vertical est **parallèle à la surface** : $\sigma'_a = K_{a\beta}\sigma'_v$:

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'}\ (\beta = 0)$$

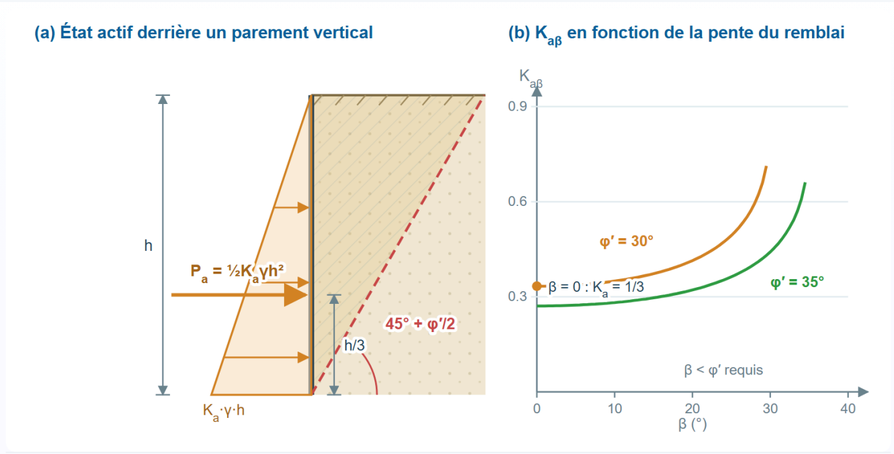
$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ \ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ \ (h/2)$$

Pour la racine carrée, il faut que β < φ′ ; si β ≥ φ′, le talus lui-même n'est pas stable et le calcul est bloqué.

Coulomb : pour un plan vertical (α = 90°) et δ = β, K_a est égal au $K_{a\beta}$ de Rankine **exactement, pour tout β** ; les deux méthodes donnent la même pression sur ce plan. h = hauteur du plan (y compris la remontée de la surface).

Composante horizontale P cos β, composante verticale P sin β (vers le bas sur un talus ascendant : stabilisatrice).

La surcharge est calculée deux fois (avec et sans q) ; P_Q est la différence.



Énoncé

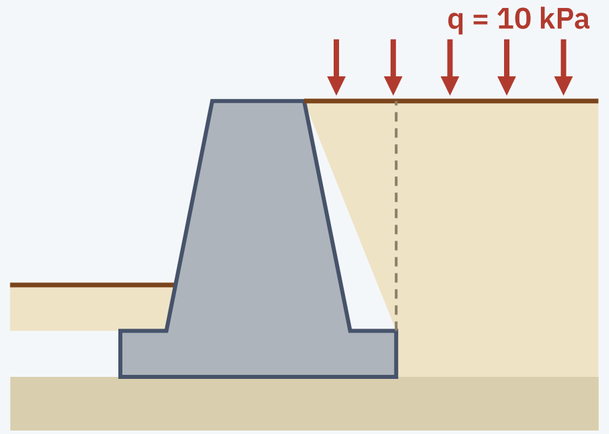
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Le mur et le remblai de l'exemple 2 :** $h = H = 3.0$ **m ;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$ **; surface horizontale**
Surcharge	$q = 10$ **kPa**

À DÉTERMINER

K_a, poussée du sol **P_A** et poussée due à la surcharge **P_Q**, avec leurs moments.



Solution

SOLUTION

1 K_a = (1 − sin30°)/(1 + sin30°) = 0.3333 ; poussées (dans le plan vertical, horizontales)

$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(9) = \mathbf{27.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.00\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(3) = \mathbf{10.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.50\ \mathrm{m})$$

2 Poussée horizontale totale et moment de renversement (par rapport au patin avant)

$$\Sigma H_{drive} = 27.0 + 10.0 = \mathbf{37.0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 27.0(1.00) + 10.0(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

Poussée du sol 27.00, poussée due à la surcharge 10.00 kN/m : total **37.00 kN/m**, par rapport à l'arête de renversement **42.00 kN·m/m**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

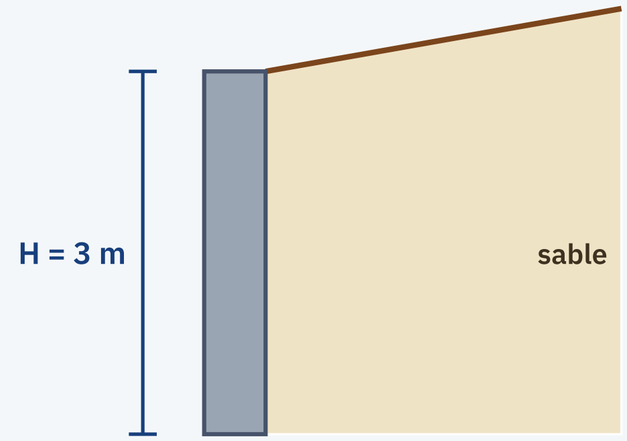
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur de l'Exemple 2 ; même remblai mais surface montante $\beta = 10°$ (en s'éloignant du mur)**
Surcharge	$q = 10$ **kPa**

À DÉTERMINER

$K_{a\beta}$, composantes de la poussée ; variation du résultat par rapport au remblai horizontal (glissement, renversement, excentricité).



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Coefficient $K_{a\beta}$ ($\cos\beta = 0.9848$, $\sqrt{(\cos^2\beta - \cos^2\varphi')} = 0.4689$)

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - r}{\cos\beta + r} = 0.9848\,\frac{0.5159}{1.4537} = \mathbf{0.3495} \;\; (\text{horizontalement } 0.3333)$$

2 Forces motrices (h = hauteur du plan = H + élévation de la surface ; engine)

$$P_A : \; F_x = 31.25,\; F_z = 5.51\ \text{kN/m} \;\; (\text{horizontal et vertical})$$

$$P_Q : \; F_x = 10.93,\; F_z = 1.93\ \text{kN/m}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Vérifications (moteur)

$$\Sigma F_z = -N = -163.23\ \text{kN/m} \quad (\text{bloc de sol } 35.34)$$

$$FS_s = 2.412 \qquad FS_o = 5.734 \qquad e = 0.037\ \text{m} \qquad q_{max} = 58.4\ \text{kPa}$$

Le talus montant augmente la poussée ($K_{a\beta}$ 0.333 → 0.350), mais la **composante verticale de la poussée** et le bloc de sol plus lourd sont stabilisateurs : FS au glissement 2.62 → 2.41, FS au renversement 6.26 → 5.73 ; excentricité 0.068 → 0.037 m.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Coefficient mixte entre l'état au repos et la butée

THÉORIE

Le sol devant le mur (c′ = 0) est défini par un **mélange** des coefficients de butée de Rankine et de pression au repos de Jaky, car la butée pleinement mobilisée exigerait un déplacement d'une ampleur qu'un mur en service n'admettrait pas :

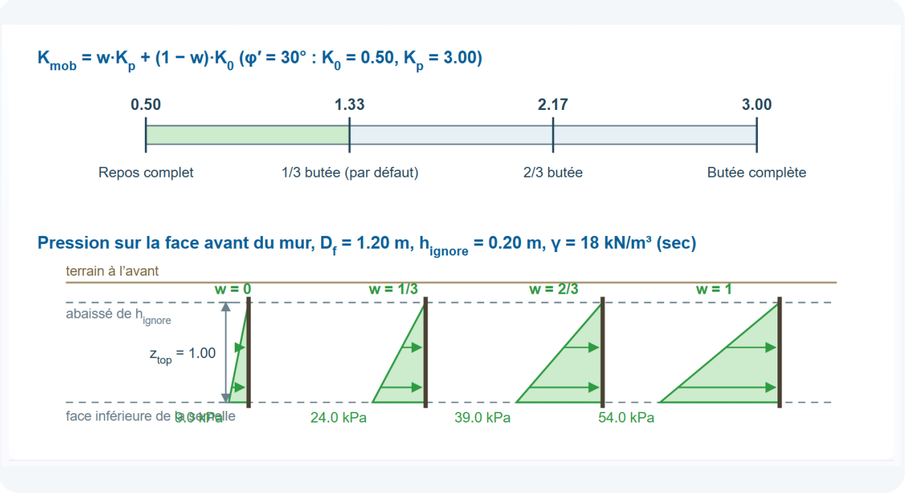
$$K_{mob} = w\,K_p + (1-w)\,K_0 \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

$$p(z) = K_{mob}\,\sigma'_v(z) \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_f^2 \;\; (D_f/3)$$

w = 0 correspond au repos complet, 1/3 (valeur par défaut), 2/3, 1 à la butée complète. L'épaisseur supérieure **h_{ignore}** du sol à l'avant (excavable, pouvant se ramollir) n'est pas prise en compte.

La résistance frontale n'est prise en compte que **dans le glissement** (en totalité en statique, avec $\eta_{p,E}$ en séisme) ; elle n'est **jamais utilisée dans le renversement ni dans la capacité portante**.

La poussée de l'eau côté avant (h_{wf}) est dirigée vers l'arrière et réduit la poussée nette.



Énoncé

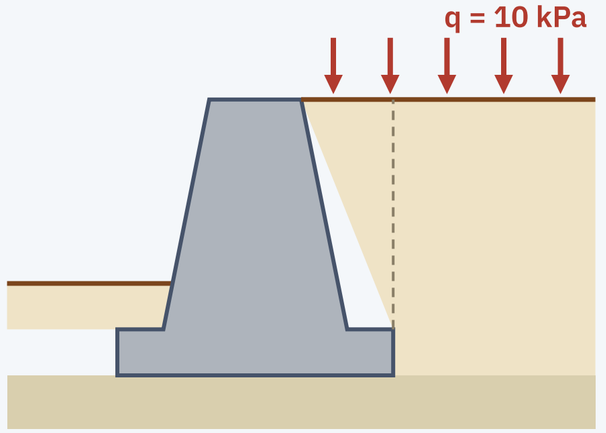
EXEMPLE

Données

Terrain à l'avant	$D_f = 1.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**;** $h_{ignore} = 0$
Cas	**pression au repos totale, 1/3, 2/3, butée totale ; et si la résistance frontale n'est pas prise en compte du tout**

À DÉTERMINER

K_{mob}, **P_P** et coefficient de sécurité au glissement FS_s (pour le mur de l'Exemple 2).



Solution

SOLUTION

1 K_{mob} et poussée (valeur par défaut w = 1/3)

$$K_{mob} = \tfrac{1}{3}(3.000) + \tfrac{2}{3}(0.500) = \mathbf{1.333}$$

$$P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob} \gamma D_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1)^2 = \mathbf{12.0}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = D_f/3 = 0.333\ \mathrm{m})$$

2 Quatre cas ($FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive} = (84.81 + P_P)/37.0$)

État	w	K_{mob}	P_P (kN/m)	FS_s
Pression au repos intégrale	0	0.500	4.50	2.414
1/3 butée + 2/3 au repos (par défaut)	1/3	1.333	12.00	2.616
2/3 butée + 1/3 pression au repos	2/3	2.167	19.50	2.819
Butée complète	1	3.000	27.00	3.022
La résistance de pointe n'est pas prise en compte	–	–	0	2.292

La prise en compte de la résistance frontale fait varier FS_s entre 2.29 et 3.02 (valeur par défaut **2.62**) ; si le sol frontal peut être excavé, cette prise en compte est annulée : D_f et h_{ignore} doivent être choisis délibérément.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Trois vérifications à partir du même bilan des forces

THÉORIE

Glissement : la base est retenue par frottement ; effort tranchant requis $\Sigma H_{drive} - \Sigma P_{resist}$, effort tranchant disponible $\mu_b N$ (pas d'adhérence ; N est l'effort normal effectif, sous-pression comprise). La résistance est sommée au dénominateur :

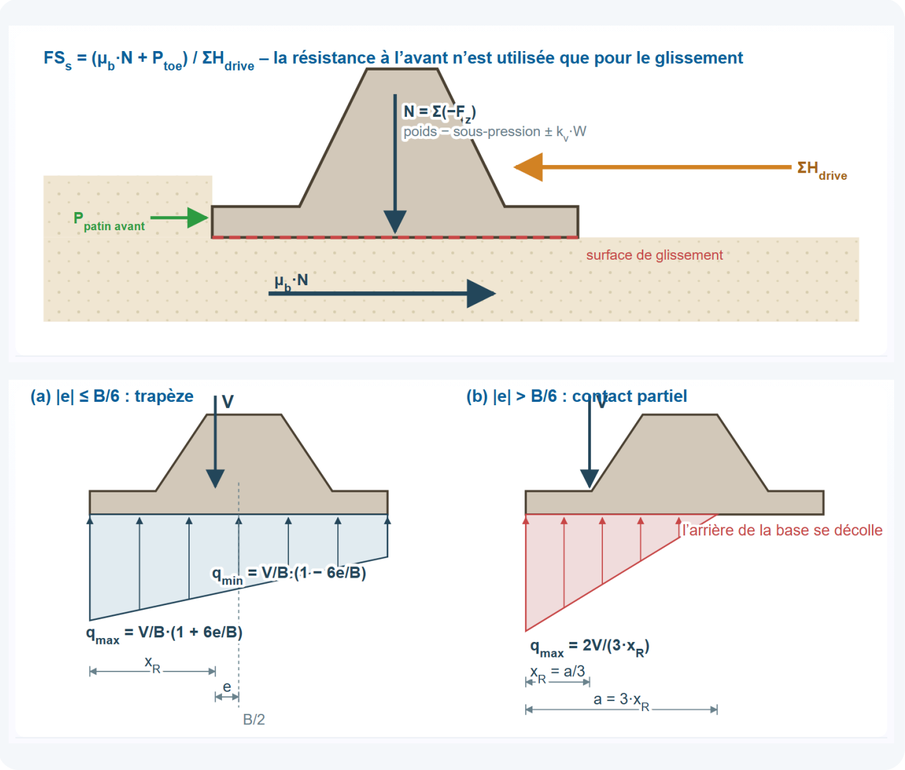
$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad \mu_b = \tan \delta_b$$

Le **renversement** se produit autour de l'arête de renversement : les composantes $-zF_x$ et xF_z de chaque élément entrent, selon leur signe, dans ΣM_{renv} ou ΣM_{stab} ; la résistance frontale n'est pas prise en compte :

$$FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

Capacité portante : si $|e| \le B/6$, la base est entièrement en contact ; sinon, le sol ne peut reprendre de traction et seule une partie de la base est en contact :

$$q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6} : \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$



Énoncé

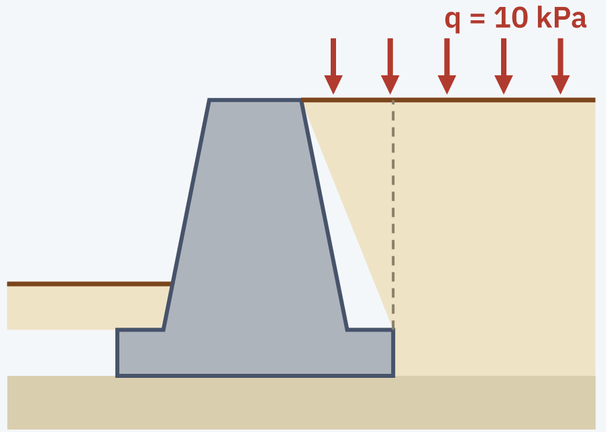
EXEMPLE

Données

Mur et charges	**Mur de l'exemple 1–5 :** $B = 3.0$ **m ;** $W_m = 115.5,\ W_s = 33.75,\ W_{toe} = 4.95$ kN/m **;** $P_A = 27.0,\ P_Q = 10.0$ kN/m
Résistance	$\mu_b = 0.55$ **; résistance de pointe** $P_P = 12.0$ **kN/m (w = 1/3) ;** $q_{all} = 200$ **kPa**
Requis	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$ **; la base doit être entièrement en contact**

À DÉTERMINER

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} et le résultat de chaque vérification.



Solution (1/3)

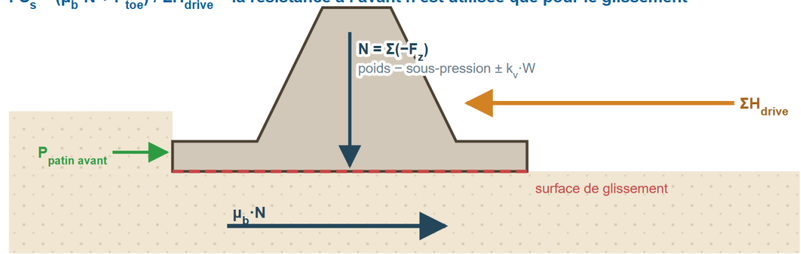
SOLUTION

1 Frottement à la base : N = W_m + W_s + W_{toe} (hors Q_{heel})

$$N = 115.50 + 33.75 + 4.95 = \mathbf{154.20}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(154.20) = 84.81\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{84.81 + 12.0}{37.0} = \mathbf{2.616}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Solution (2/3)

SOLUTION

2 Moment de renversement (par rapport au patin avant ; poussées seules)

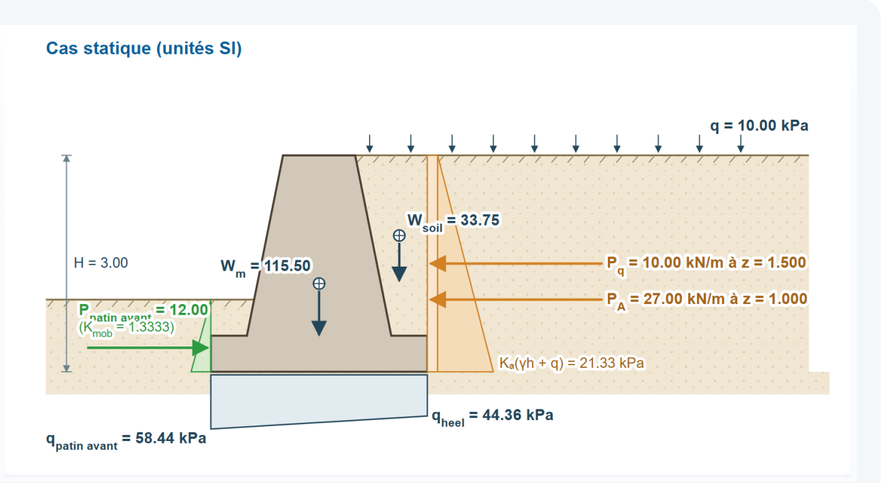
$$M_o = P_A(1.00) + P_Q(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

3 Moment stabilisateur : mur + bloc de sol + remblai avant

$$M_r = W_m\bar{x}_m + W_s\bar{x}_s + W_{toe}\bar{x}_{toe}$$

$$= 173.25 + 88.13 + 1.36 = \mathbf{262.74}$$

$$FS_o = \frac{262.74}{42.0} = \mathbf{6.256}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Solution (3/3)

SOLUTION

4 Position de la résultante et excentricité

$$\Sigma M = M_o - M_r = 42.00 - 262.74 = -220.74$$

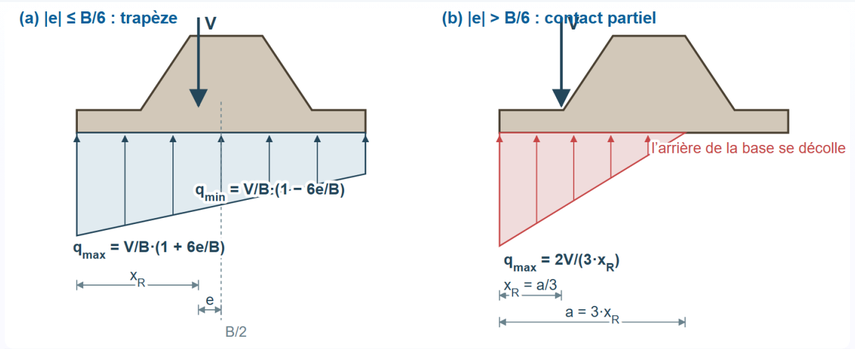
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{220.74}{154.2} = \mathbf{1.4315}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.0685}\ \text{m} \leq \frac{B}{6} = 0.500\ \checkmark$$

5 Contraintes sous la semelle (contact total)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.0685)}{3}\right) = \mathbf{58.44}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{44.36}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.62**, FS_o = **6.26**, e = 0.068 m, q_{max} = **58.4 kPa** ≤ 200, q_{min} = 44.4 kPa > 0 : **toutes les vérifications sont satisfaites en situation statique**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Eau hydrostatique des deux côtés, sous-pression linéaire à la base

THÉORIE

La pression de l'eau est isotrope et agit perpendiculairement à toute surface qu'elle touche. Le corps libre est entouré d'eau sur trois limites : le plan de pression arrière, la face avant du mur et la face inférieure de la semelle. Chacune constitue un poste distinct du tableau des forces :

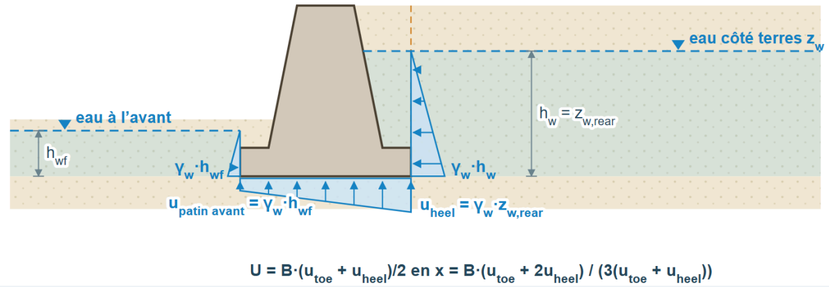
$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U_{front} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_{wf}^2 \;\; (h_{wf}/3,\ \text{vers l'arrière})$$

La pression interstitielle sous la base varie **linéairement** de la charge hydraulique au patin avant à celle au talon arrière (perte de charge linéaire) :

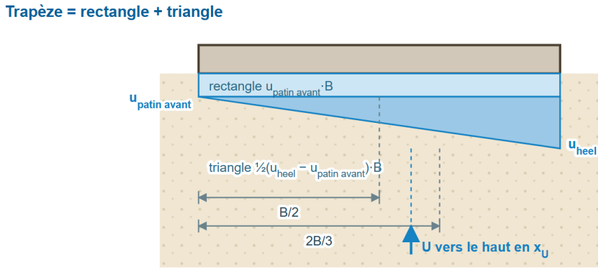
$$U = \frac{B\,(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B\,(u_{toe} + 2u_{heel})}{3\,(u_{toe} + u_{heel})}$$

La sous-pression agit vers le haut (F_z = +U) : elle réduit N et donc le frottement à la base, et ajoute un moment de renversement $U \cdot x_U$.

$h_W = H - z_W$ (z_W : profondeur de la nappe sous le sommet du mur) ; la hauteur d'eau à l'avant h_{wf} agit vers l'arrière et réduit la poussée nette. Si les niveaux d'eau diffèrent, la stabilité hydraulique (infiltration) doit en outre être examinée séparément.



$U = B \cdot (u_{toe} + u_{heel})/2$ en $x = B \cdot (u_{toe} + 2u_{heel}) / (3(u_{toe} + u_{heel}))$



Énoncé

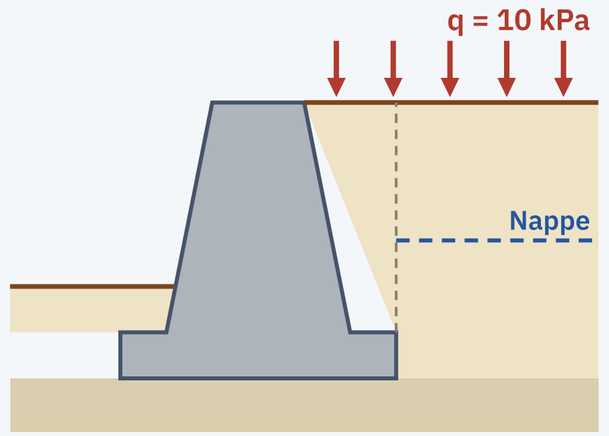
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur et remblai de l'exemple 1–5 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°,\ q = 10$ kPa) ; situation statique**
Eau	**dans le remblai, le niveau de la nappe se situe à 1.5 m sous le sommet du mur ($h_w = 1.5$ m) ; pas d'eau à l'avant ; sous-pression linéaire sous la base**

À DÉTERMINER

Variation de la poussée des terres et de l'eau ; **sous-pression** et **N** ; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Poussée des terres (γ au-dessus, γ′ = 20 − 9.81 = 10.19 en dessous) et poussée de l'eau

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma d_1^2 + K_a\gamma d_1 d_2 + \tfrac{1}{2}K_a\gamma' d_2^2$$

$$= 6.75 + 13.50 + 3.82 = \mathbf{24.07}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.061\ \text{m})$$

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}(9.81)(1.5)^2 = \mathbf{11.04}\ \text{kN/m}\ \ (z = 0.50\ \text{m}) \qquad P_Q = 10.0$$

2 Sous-pression (u = 0 au patin avant, u = 9.81·1.5 = 14.72 kPa au talon arrière ; triangulaire)

$$U = \tfrac{1}{2}(14.72)(3.0) = \mathbf{22.07}\ \text{kN/m}\ (\text{vers le haut})\ \ \text{at}\ x_U = \tfrac{2B}{3} = 2.00\ \text{m}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Effort normal effectif et frottement (avec le bloc de sol en γ_{sat} : W_s = 34.95)

$$N = W_m + W_s + W_{toe} - U = 115.50 + 34.95 + 4.95 - 22.07 = \mathbf{133.33}\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{0.55(133.33) + 12.0}{24.07 + 10.0 + 11.04} = \frac{85.33}{45.11} = \mathbf{1.892}$$

4 Renversement et base

$$M_o = 25.54 + 15.00 + 5.52 + 44.14 = 90.20\ \ (P_A,\ P_Q,\ U_{rear},\ \text{sous-pression}) \qquad M_r = 265.98$$

$$FS_o = \frac{265.98}{90.20} = \mathbf{2.949} \qquad x_R = \frac{175.78}{133.33} = 1.318\ \text{m} \quad e = 0.182\ \text{m}$$

$$q_{max} = \mathbf{60.58} \qquad q_{min} = \mathbf{28.30}\ \text{kPa}$$

L'eau a fait passer FS_s de 2.62 → **1.89**, FS_o de 6.26 → **2.95** et q_{min} de 44.4 → 28.3 kPa (la sous-pression a réduit N de 22.1 kN/m et ajouté 44.1 kN·m/m de renversement) ; les vérifications restent satisfaites.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Poussée de Mononobe–Okabe et inertie du mur

THÉORIE

Dans la méthode pseudo-statique, chaque masse est soumise à une force horizontale $k_h mg$ et à une force verticale $\pm k_v mg$; la direction critique est celle où l'inertie pousse vers l'avant (dans le même sens que la poussée). La gravité et l'inertie réunies équivalent à un champ de pesanteur tourné d'un angle θ ; le coin de Coulomb est résolu avec les forces d'inertie (Mononobe–Okabe). Pour un écran vertical et un remblai horizontal (δ = β = 0) :

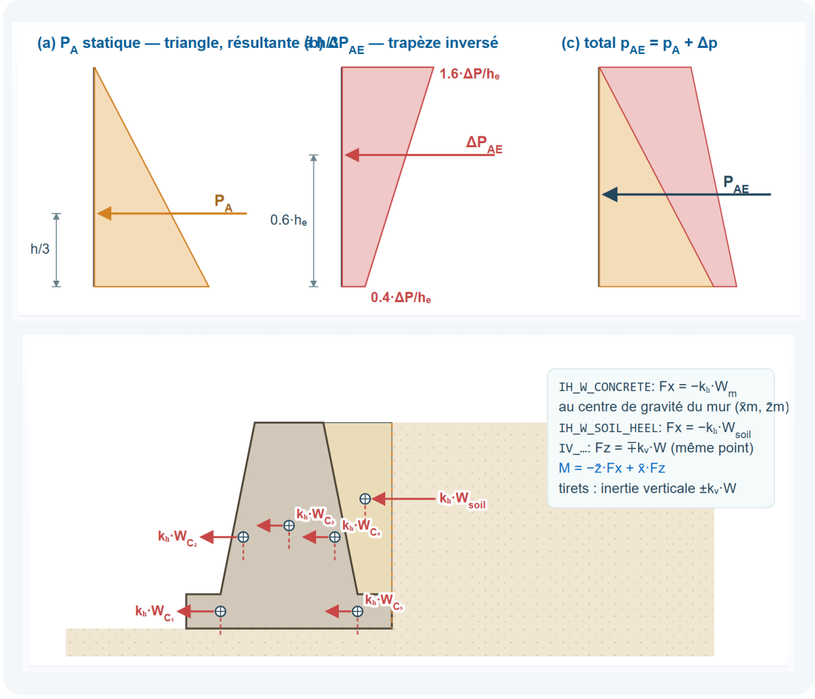
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right) K_{AE}$$

Si $\varphi' - \theta < 0$, aucun coin ne peut rester en équilibre : « aucune solution », les vérifications sont réputées non satisfaites.

Répartition : P_{AE} donne l'intensité, non le point d'application. $\Delta P_{AE} = P_{AE} - P_{A,stat}$ prend la forme d'un trapèze inversé (1.6ΔP/h en haut, 0.4ΔP/h en bas ; résultante à **0.6h**) ; la part statique conserve sa forme statique.

Inertie : le mur, le bloc de sol et le remblai avant poussent vers l'avant avec la force $k_h W$ appliquée à leur centre de gravité ; si $k_v > 0$, les deux cas sont étudiés avec $(1 \pm k_v)$ et le FS le plus faible est déterminant. La pression hydrodynamique de l'eau $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ (appliquée à $0.4h_w$) est ajoutée.

La butée frontale est multipliée par $\eta_{p,E}$ en situation sismique ; par défaut **0** (butée non comptabilisée).



Énoncé

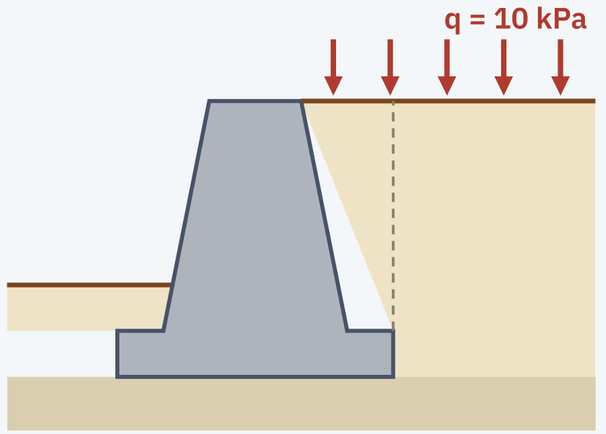
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur et remblai des exemples 1–6 (cas statique : FS_s = 2.62 ; FS_o = 6.26)**
Séisme	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$ **; crédit de résistance frontale** $\eta_{p,E} = 0$ **; requis** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$

À DÉTERMINER

θ, **K_{AE}**, **P_{AE}**, **ΔP_{AE}**, **$\bar{z}$** ; forces d'inertie ; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Angle et coefficient sismiques

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ\,(1+0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

2 Poussée dynamique et accroissement sismique (statique $P_A + P_Q$ = 37.0 kN/m)

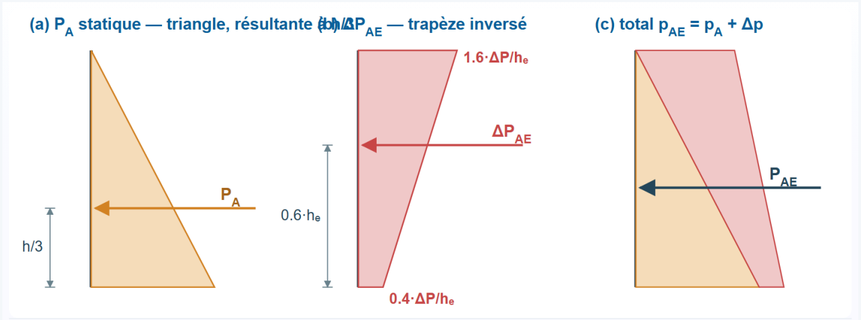
$$P_{AE} = (81+30)(0.4329) = \mathbf{48.06}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 48.06 - 37.0 = \mathbf{11.06}\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

3 Hauteur d'application de la charge

$$\bar{z}_{AE} = [27.0(1.00) + 10.0(1.50) + 11.06(1.80)]/48.06$$

$$= 61.90/48.06 = \mathbf{1.288}\ \text{m}$$



Solution (2/3)

SOLUTION

4 Forces d'inertie $k_h W$ (aux centres de gravité, vers l'avant)

$$IH_m = 0.15(115.50) = 17.325 \quad (z = 1.222\ \text{m})$$

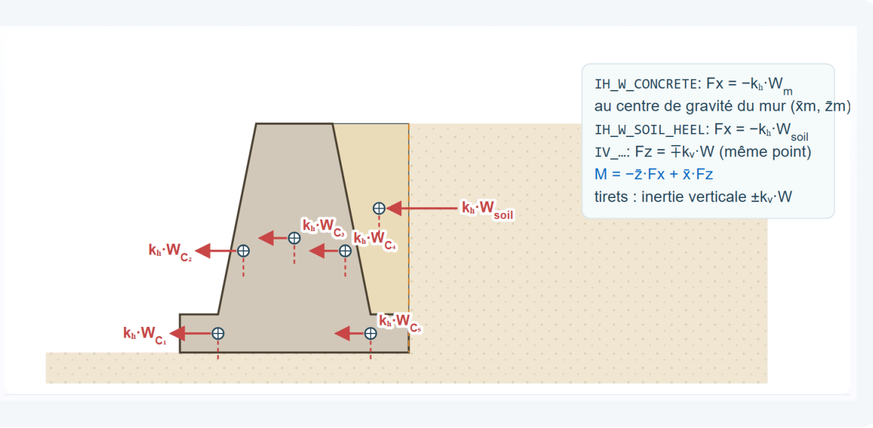
$$IH_s = 0.15(33.75) = 5.062 \quad (z = 1.889\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(4.95) = 0.743 \quad (z = 0.758\ \text{m})$$

5 Glissement (sans prise en compte de la résistance frontale)

$$\Sigma H_{drive} = 48.06 + 17.32 + 5.06 + 0.74 = 71.19$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{84.81}{71.19} = \mathbf{1.191} \ \geq 1.1 \ \checkmark$$



Solution (3/3)

SOLUTION

6 Renversement et position de la résultante

$$M_{o,E} = P_{AE}\bar{z} + \Sigma IH\, z = 61.90 + 21.18 + 9.56 + 0.56 = 93.20$$

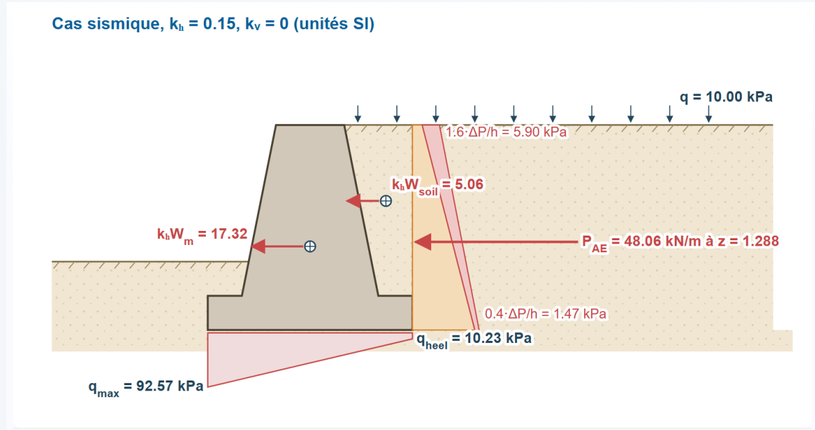
$$FS_{o,E} = \frac{262.74}{93.20} = \mathbf{2.819} \;\geq 1.1$$

$$x_R = \frac{262.74 - 93.20}{154.2} = 1.099 \text{ m} \qquad e = \mathbf{0.401} \text{ m}$$

7 Contraintes sous la semelle (|e| = 0.401 m ≤ B/6 = 0.50 m : contact complet)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.401)}{3}\right) = \mathbf{92.57} \text{ kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{10.23} \text{ kPa}$$



En situation sismique, FS_s = **1.19**, FS_o = **2.82**, e = **0.401 m**, q_{max} = **92.6 kPa** ; le séisme a fait passer FS_s de 2.62 à 1.19 et e de 0.068 à 0.401 m : le **glissement** et l'**excentricité** sont les vérifications déterminantes.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Là où s'arrêtent les vérifications

THÉORIE

Ces vérifications traitent le mur sur sa fondation comme **un seul bloc rigide** : la **stabilité externe** du mur. Un mur-poids en pierre ou en béton de masse peut aussi se rompre **à l'intérieur** de lui-même (en particulier pour une section haute ou élancée, en maçonnerie de pierres sèches, avec un mortier faible et sous séisme) ; ces vérifications sont menées à partir des sollicitations fournies par ce module.

Remblai pulvérulent ($c' = 0$) ; un remblai à deux sols ou stratifié n'est pas prévu dans ce module. La surface du remblai est horizontale ou à pente unique.

Frottement à la base $\mu_b = \tan \delta_b$ (généralement $2/3\varphi'–\varphi'$ pour la maçonnerie ou le béton) ; l'adhérence n'est pas utilisée. La totalité de la butée frontale est ajoutée à la part du frottement, sans être utilisée dans le renversement ni dans la capacité portante.

Le **calcul** est effectué par 1.00 m de longueur de mur ; les pressions latérales dues aux surcharges en bande et ponctuelles sont ajoutées par Boussinesq (mur rigide).

Les **effets moteurs** (stabilité hydraulique, infiltration, stabilité générale, tassement) sortent du cadre de ce module.

Synthèse

Points à retenir

Corps libre = mur + sol qui se déplace avec lui ; la poussée s'exerce **sur le plan vertical situé au bord arrière de la semelle** ($\delta = \beta$) ; convention de signe unique : $M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$, renversement +

Poids : $W_i = \gamma_m A_i$, $\bar{x} = \Sigma W_i \bar{x}_i / \Sigma W_i$; le bloc de sol et le remblai avant se déplacent aussi avec le mur ; la surcharge sur le talon arrière (Q_{heel}) n'intervient dans aucune vérification

Poussée : $P_A = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$ (h/3), $P_Q = K_a q h$ (h/2) ; pour un remblai incliné $K_{a\beta}$ (Rankine sur un plan vertical = Coulomb) ; **butée** : $K_{mob} = wK_p + (1 - w)K_0$, uniquement pour le glissement

Glissement $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive}$; **renversement** $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$ (patin) ; **portance** : $x_R = -\Sigma M/V$, $e = B/2 - x_R$, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$, si $|e| > B/6$, $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Eau : poids avec γ_{sat} + U_{rear} comme poste distinct ; sous-pression linéaire de u_{toe} au patin à u_{heel} au talon : elle réduit N et ajoute au renversement

Séisme : $\theta = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$; $P_{AE} = (\frac{1}{2}\gamma h^2 + qh)K_{AE}$; ΔP_{AE} à 0.6h ; $k_h W$ inertie ; butée frontale prise en compte $\eta_{p,E}$ (0 par défaut)

Références bibliographiques

Les trois théories du module et la source dont le manuel suit la présentation des expressions analytiques (Ka, Kp, KAE). Tout ce qui n'en découle pas constitue une hypothèse propre à ce module et est signalé comme telle dans le texte.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

REMARQUE

L'ensemble des exemples numériques a été produit avec le moteur de calcul propre au module ; le module donne les mêmes valeurs. L'exemple pas à pas de la page du module correspond également à ce mur (H = 3 m, mur en pierre, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva la coupe, le remblai, la surcharge, l'eau et les coefficients sismiques de son propre mur ; le module fournit ensemble le tableau des forces, les trois vérifications et les contraintes sous la semelle.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com