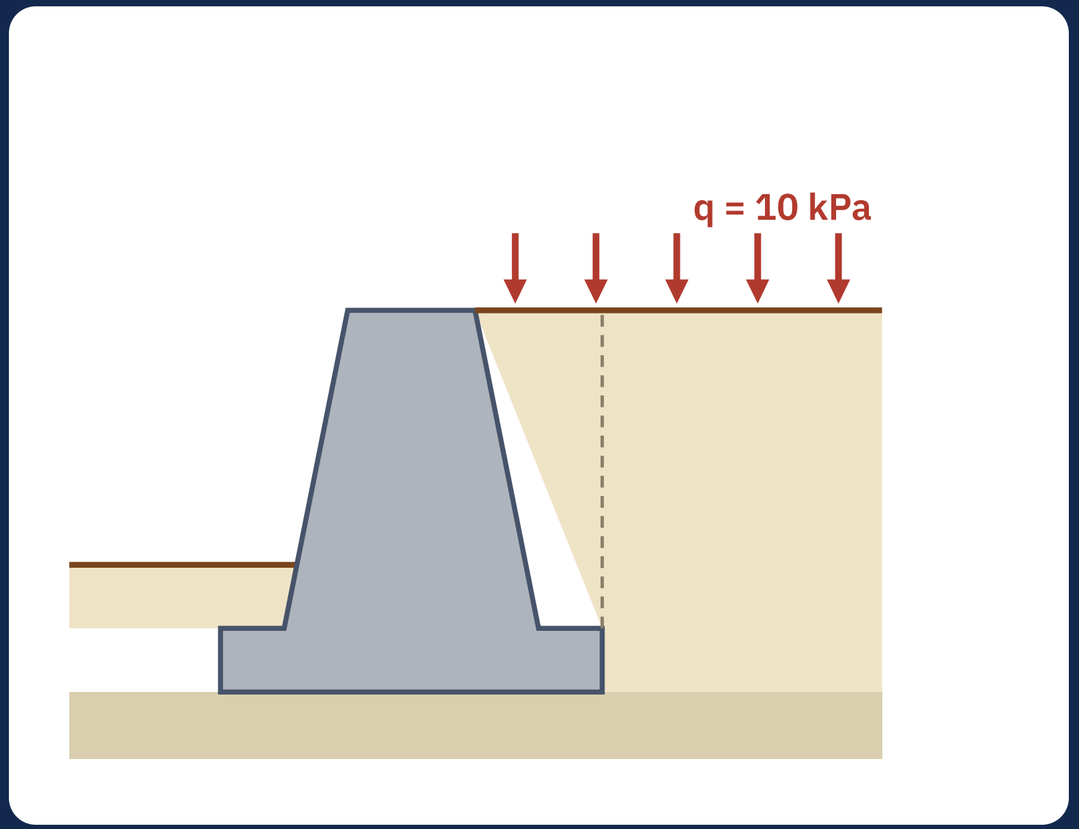
Presentación de clase de geotecnia · Muros de contención

# Muro de contención de gravedad

Clase: estabilidad externa de un muro de contención de gravedad de piedra u hormigón; el muro y el suelo que se mueve con él, empuje activo y pasivo de tierras, agua, subpresión y sismo; comprobaciones de deslizamiento, vuelco y capacidad portante; ejemplo resuelto sobre cada tema.

- Deslizamiento · vuelco · capacidad portante
- Rankine · Coulomb · Mononobe–Okabe
- Agua y subpresión
- Inercia en caso de sismo
- Tabla de fuerzas




Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

# ¿Qué aprenderemos en esta clase?

El cálculo de la **geometría** y del peso de un muro de gravedad descomponiéndolo en partes (área, centro de gravedad, brazo de momento)

El **bloque de terreno** que se mueve junto con el muro y el **plano vertical de presiones** que pasa por el borde posterior de la base

Empuje **activo** (Rankine = Coulomb, en un plano vertical), sobrecarga, **resistencia pasiva frontal** ($K_{mob}$) y fuerzas de **agua + subpresión**

Las comprobaciones de **deslizamiento, vuelco y capacidad portante**, con la **tabla de fuerzas** y un único convenio de signos ($M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$)

Incluir, en sismo, el empuje de **Mononobe–Okabe**, el incremento sísmico y la inercia del muro

Interpretar el resultado: factores de seguridad, excentricidad, tensiones en la base

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Todo se refiere a 1.00 m de longitud de muro (kN/m, kN·m/m); las presiones, en kPa. Muro del ejemplo: muro de mampostería de piedra de H = 3 m (22 kN/m³).

# ¿Qué se resuelve y cómo se dibuja?

TEORÍA

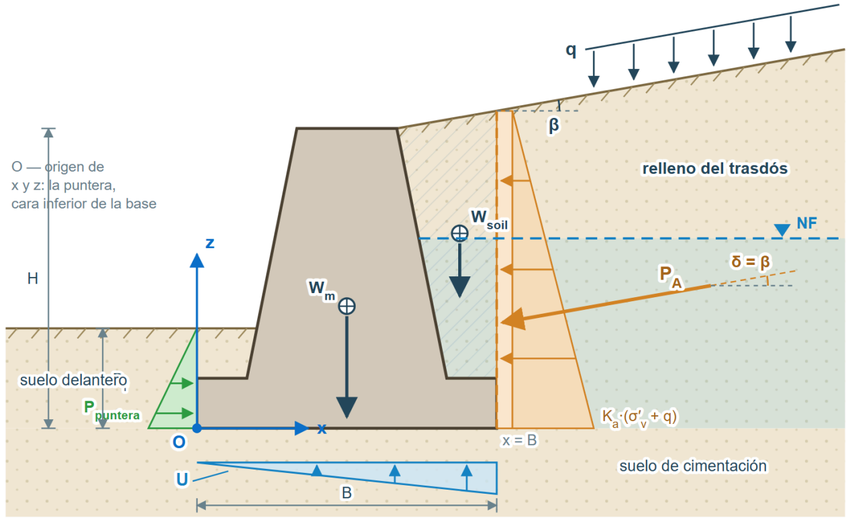
El muro de gravedad resiste el deslizamiento y el vuelco **con su propio peso**. El módulo estudia un muro de piedra u hormigón en masa con alzado trapezoidal inclinado y puntera y talón escalonados:

$$B = W_{bl} + W_{dl} + W_u + W_{dr} + W_{br}$$

**Muro**: H altura total, $W_u$ ancho superior, $W_{dl}$, $W_{dr}$ desfases de los paramentos delantero y trasero, $W_{bl}$, $W_{br}$ salientes de puntera y talón, $H_{fl}$, $H_{fr}$ alturas de puntera y talón; peso específico 22 para piedra y 24 kN/m³ para hormigón.

**Terreno**: relleno sin cohesión (c′ = 0), superficie inclinada β, sobrecarga q, agua subterránea, y terreno y agua de altura $D_f$ por delante.

**Tres teorías**: Rankine, Coulomb (estática) y Mononobe–Okabe (sismo).
**Comprobaciones**: deslizamiento, vuelco, excentricidad, capacidad portante.



# Sólido libre, tabla de fuerzas, un único convenio de signos

TEORÍA

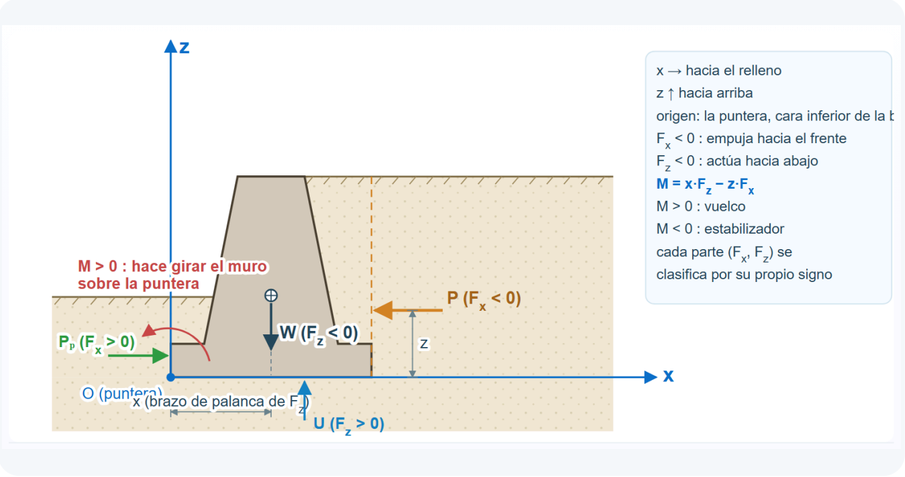
La estabilidad es un problema de **equilibrio**: primero se decide qué se equilibra y cómo se asignan los signos a las fuerzas. El origen O está en la **puntera** (esquina inferior delantera), x hacia el relleno, z hacia arriba. Una fuerza se escribe con sus componentes ($F_x$, $F_z$) y su punto de aplicación; el momento respecto de O:

$$M = x\,F_z - z\,F_x \qquad M > 0:\ \text{vuelco}, \quad M < 0:\ \text{estabilizador}$$

Para el peso ($F_z = -W$, $x > 0$), $M = -xW < 0$: estabiliza el muro. Para un empuje hacia delante ($F_x < 0$), $M = -zF_x > 0$: vuelca el muro. La subpresión ($F_z > 0$) lo vuelca; la resistencia frontal ($F_x > 0$) lo estabiliza.

Ninguna fuerza se clasifica de antemano como «estabilizadora»; cada componente se cuenta con su propio signo (la componente vertical del empuje inclinado es, correctamente, estabilizadora).

**Cuerpo libre** = muro + el terreno que se mueve con él; cada partida de la **tabla de fuerzas** se lee igual en las tres comprobaciones: ninguna fuerza puede omitirse en una y contarse en otra.



# Descomposición en partes, centros de gravedad y brazos

TEORÍA

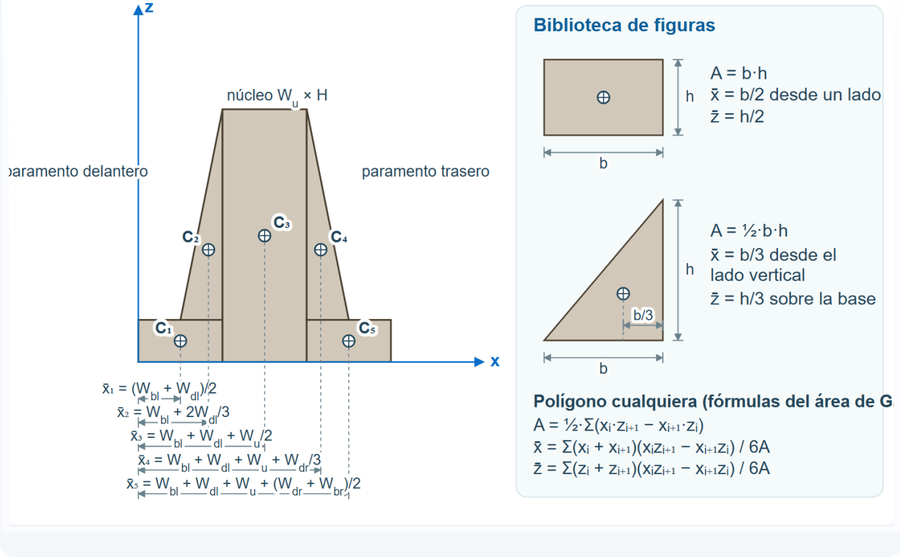
El peso del muro y su momento respecto a la puntera son la base de ambas comprobaciones de estabilidad. La sección se divide en figuras simples de área y centro de gravedad conocidos (puntera, talud frontal, núcleo, talud posterior, talón):

$$W_i = \gamma_m A_i \qquad W_m = \sum W_i \qquad \bar{x}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{x}_i}{W_m} \qquad \bar{z}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{z}_i}{W_m}$$

En la tabla de fuerzas el muro es una sola partida: $F_z = -W_m$ en $\bar{x}_m$; su momento es $M = -W_m\bar{x}_m = -\Sigma M_i$.

La altura $\bar{z}_m$ solo es necesaria para la fuerza de inercia horizontal $k_h W_m$ (sismo).

El módulo calcula además toda la sección como un único polígono; ambos resultados coinciden dentro de $10^{-9}$.



# Enunciado

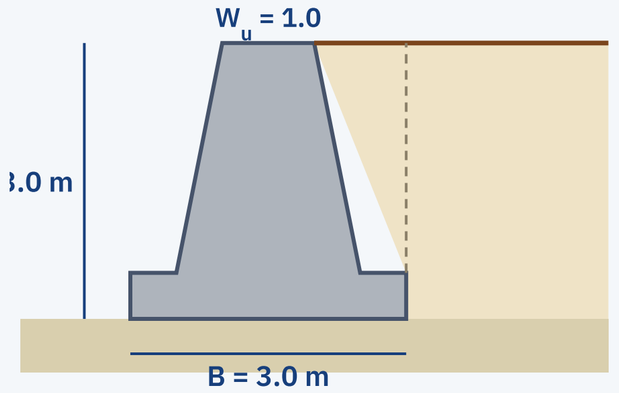
EJEMPLO

**SE PIDE**

Área y peso de las cinco partes; $W_m$, $\bar{x}_m$, $\bar{z}_m$.

**Datos**

| | |
|---|---|
| Sección | $H = 3.0$ **m;** $W_u = 1.0$ **m;** $W_{dl} = W_{dr} = 0.5$ **m;** $W_{bl} = W_{br} = 0.5$ **m;** $H_{fl} = H_{fr} = 0.5$ **m** **(B = 3.0 m)** |
| Material | **muro de mampostería:** $\gamma_m = 22\ \mathrm{kN/m^3}$ |



# Solución

SOLUCIÓN

**1** Partes (p. ej., talud delantero: $A = \tfrac{1}{2}(0.5)(3.0 - 0.5) = 0.625$; $\bar{x} = W_{bl} + 2W_{dl}/3 = 0.833$; $\bar{z} = H_{fl} + (H - H_{fl})/3 = 1.333$)

| Pieza | A (m²) | $\bar{x}$ (m) | $\bar{z}$ (m) | W = 22A (kN/m) | W·$\bar{x}$ | W·$\bar{z}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Puntera | 0.500 | 0.500 | 0.250 | 11.00 | 5.50 | 2.75 |
| Talud frontal | 0.625 | 0.833 | 1.333 | 13.75 | 11.46 | 18.33 |
| Cuerpo (núcleo) | 3.000 | 1.500 | 1.500 | 66.00 | 99.00 | 99.00 |
| Talud trasero | 0.625 | 2.167 | 1.333 | 13.75 | 29.79 | 18.33 |
| Talón | 0.500 | 2.500 | 0.250 | 11.00 | 27.50 | 2.75 |
| **Total** | **5.250** | | | **115.50** | **173.25** | **141.17** |

**2** Centro de gravedad del muro

$$\bar{x}_m = \frac{173.25}{115.50} = \mathbf{1.500\ m} \qquad \bar{z}_m = \frac{141.17}{115.50} = \mathbf{1.222\ m}$$

El peso del muro es **$W_m$ = 115.50 kN/m**, a $\bar{x}_m$ = 1.50 m de la puntera y $\bar{z}_m$ = 1.22 m de la base; su momento es M = −173.25 kN·m/m (estabilizador).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Plano vertical de presiones y bloque de suelo

TEORÍA

¿Por qué el empuje de tierras actúa sobre el **borde posterior de la cimentación** y no sobre el trasdós del muro? El terreno situado sobre el talón no puede deslizar respecto del muro: si el muro se mueve, se mueve con él. Los planos de rotura del relleno parten **del borde posterior del talón**, no del trasdós. Cuerpo libre coherente: el muro + este bloque de terreno; el **plano de presión exterior** de su cara exterior es vertical en x = B:

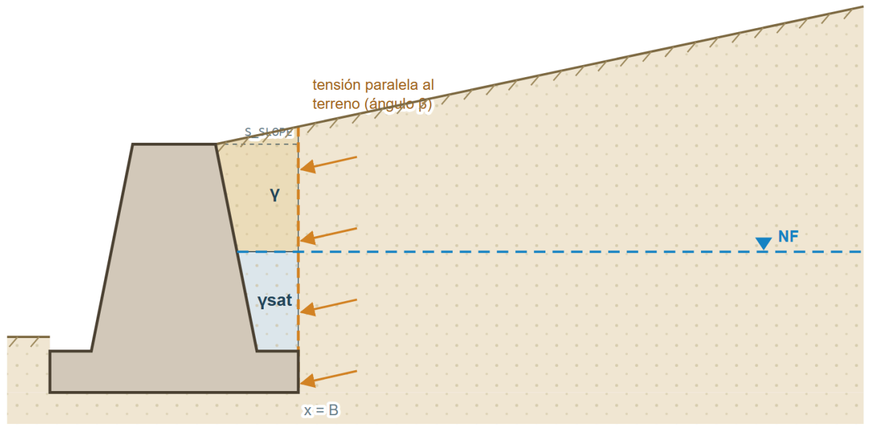
El plano desciende desde la superficie situada sobre el borde posterior hasta por debajo de la base; en un relleno inclinado incluye además la elevación de la superficie. Todo lo que queda entre el plano y el trasdós del muro es **peso**; el plano es suelo contra suelo: no se considera el rozamiento del muro y el empuje actúa con δ = β.

Delante, el relleno situado sobre la puntera también se mueve con el muro: carga vertical $W_{toe}$; si se introduce $D_f = 0$, significa que puede tenerse en cuenta el suelo delantero.

La parte vertical de la **sobrecarga** sobre el talón ($Q_{heel}$) es favorable, pero, como se considera una carga que puede o no estar presente, **no interviene en ninguna comprobación**; en cambio, su efecto lateral se contabiliza siempre.

Se trabaja con tensiones totales: el terreno bajo el agua se pondera con $\gamma_{sat}$ y el agua misma se añade como fuerza separada ($U_{rear}$, subpresión); γ′ y la subpresión no se consideran conjuntamente.

Plano vertical por el borde trasero de la zapata (todos los métodos)



# Enunciado

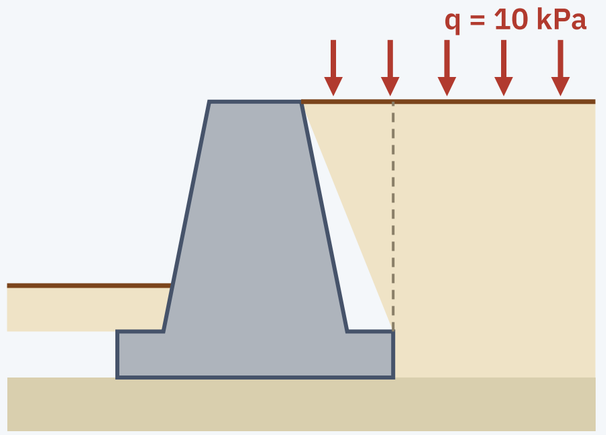
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Muro | **Sección del Ejemplo 1; altura del terreno frontal $D_f = 1.0$ m** |
| Suelo | **relleno seco: $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; superficie horizontal** |
| Sobrecarga | $q = 10$ **kPa (en la superficie)** |

**SE PIDE**

Peso y posición del **bloque de suelo** que se mueve con el muro; el **relleno delantero**; ¿por qué $\mathbf{Q_{heel}}$ no interviene en las comprobaciones?



# Solución (1/2)

SOLUCIÓN

**1** Rectángulo sobre el talón + triángulo junto al talud trasero (hasta el plano x = B = 3.0)

$$A_r = W_{br}(H - H_{fr}) = 0.5(2.5) = 1.250\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.75,\ \bar{z} = 1.75)$$

$$A_t = \tfrac{1}{2} W_{dr}(H - H_{fr}) = 0.625\ \text{m}^2\ (\bar{x} = 2.333,\ \bar{z} = 2.167)$$

$$W_s = \gamma(A_r + A_t) = 18(1.875) = \mathbf{33.75}\ \text{kN/m}$$

**2** Ubicación

$$\bar{x}_s = \frac{1.250(2.75) + 0.625(2.333)}{1.875} = \mathbf{2.611}\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = \mathbf{1.889}\ \text{m}$$

# Solución (2/2)

SOLUCIÓN

**3** Relleno frontal (sobre la puntera, $D_f$ = 1.0 m) y sobrecarga

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(0.5 + 0.60)(0.5) = 0.275\ \mathrm{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.275) = \mathbf{4.95}\ \mathrm{kN/m}\ (\bar{x} = 0.276)$$

$$Q_{heel} = q(B - x_{BT}) = 10(3 - 2) = \mathbf{10.0}\ \mathrm{kN/m}\ (\text{no entra en ninguna comprobación})$$

Carga vertical total N = $W_m$ + $W_s$ + $W_{toe}$ = 115.50 + 33.75 + 4.95 = **154.20 kN/m**. $Q_{heel}$ = 10.00 kN/m es la partida «no utilizada» de la tabla.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Rankine y Coulomb, sobre un plano vertical

TEORÍA

Si la superficie del relleno está inclinada un ángulo β, en la solución de Rankine para un talud semiinfinito la tensión sobre el plano vertical es **paralela a la superficie**: $\sigma'_a = K_{a\beta}\sigma'_v$:

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'}\ (\beta = 0)$$

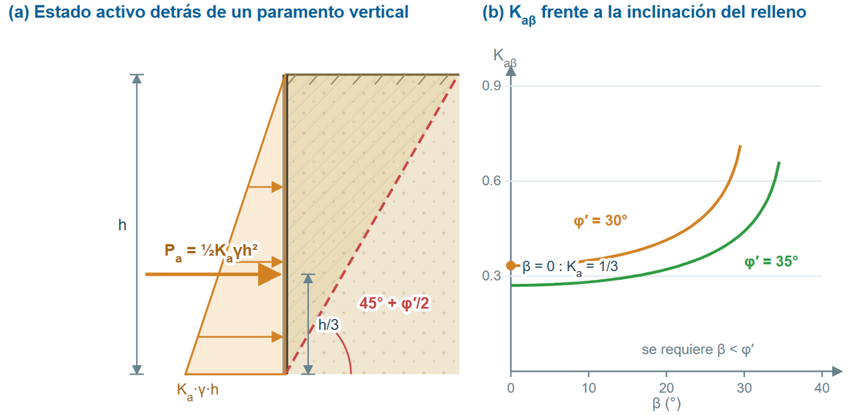
$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ \ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ \ (h/2)$$

Para la raíz cuadrada se requiere β < φ′; si β ≥ φ′, el propio talud no es estable y el cálculo se bloquea.

**Coulomb**: en el plano vertical (α = 90°) y para δ = β, $K_a$ coincide con $K_{a\beta}$ de Rankine **exactamente para cualquier β**; los dos métodos dan la misma presión en este plano. h = altura del plano (incluida la elevación de la superficie).

Componente horizontal P cos β, componente vertical P sin β (hacia abajo en un talud ascendente: estabilizadora).

La sobrecarga se calcula dos veces (con q y sin q); $P_Q$ es la diferencia.



# Enunciado

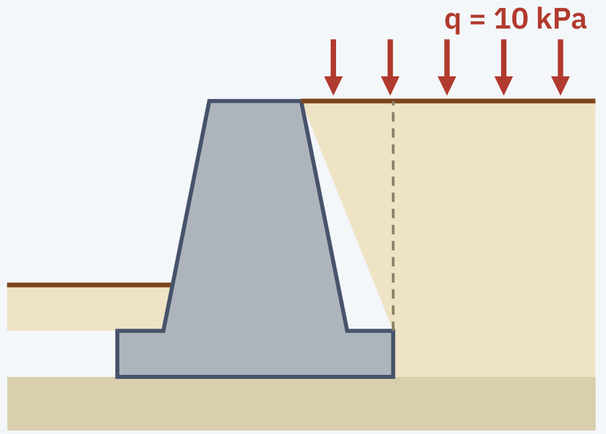
EJEMPLO

**SE PIDE**

**$K_a$**, empuje del terreno **$P_A$** y empuje de la sobrecarga **$P_Q$**, con sus momentos.

**Datos**

| | |
|---|---|
| Muro y terreno | **Muro y relleno del ejemplo 2: $h = H = 3.0$ m; $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; superficie horizontal** |
| Sobrecarga | $q = 10$ **kPa** |



# Solución

SOLUCIÓN

**1** $K_a$ = (1 − sin30°)/(1 + sin30°) = 0.3333; los empujes (en el plano vertical, horizontales)

$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(9) = \mathbf{27.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.00\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(3) = \mathbf{10.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.50\ \mathrm{m})$$

**2** Empuje horizontal total y momento de vuelco (respecto a la puntera)

$$\Sigma H_{drive} = 27.0 + 10.0 = \mathbf{37.0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 27.0(1.00) + 10.0(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

Empuje del terreno 27.00, empuje de la sobrecarga 10.00 kN/m: total **37.00 kN/m**, respecto a la puntera **42.00 kN·m/m**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Enunciado

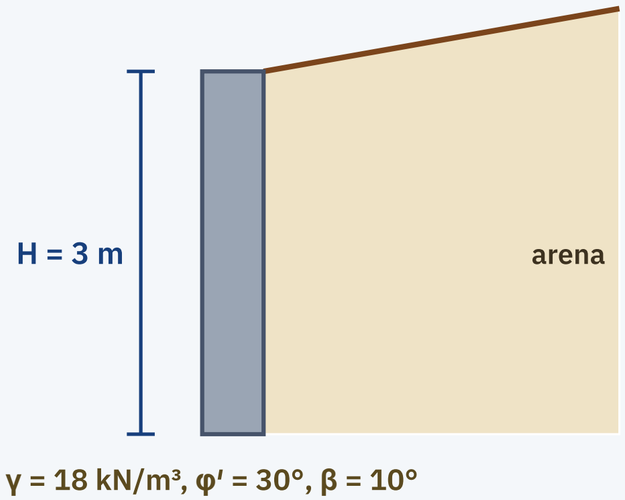
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Muro y terreno | **El muro del Ejemplo 2; el mismo relleno, pero con la superficie ascendente $\beta = 10°$ (al alejarse del muro)** |
| Sobrecarga | $q = 10$ **kPa** |

**SE PIDE**

$\mathbf{K_{a\beta}}$, componentes del empuje; variación del resultado respecto al relleno horizontal (deslizamiento, vuelco, excentricidad).



# Solución (1/2)

SOLUCIÓN

**1** Coeficiente $K_{a\beta}$ ($\cos\beta = 0.9848$, $\sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'} = 0.4689$)

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - r}{\cos\beta + r} = 0.9848\,\frac{0.5159}{1.4537} = \mathbf{0.3495} \;\; (\text{en horizontal } 0.3333)$$

**2** Empujes (h = altura del plano = H + elevación de la superficie; motor)

$$P_A:\;\; F_x = 31.25,\;\; F_z = 5.51\ \text{kN/m} \;\; (\text{horizontal y vertical})$$

$$P_Q:\;\; F_x = 10.93,\;\; F_z = 1.93\ \text{kN/m}$$

# Solución (2/2)

SOLUCIÓN

**3** Comprobaciones (motor de cálculo)

$$\Sigma F_z = -N = -163.23\ \text{kN/m} \quad (\text{bloque de suelo } 35.34)$$

$$FS_s = 2.412 \qquad FS_o = 5.734 \qquad e = 0.037\ \text{m} \qquad q_{max} = 58.4\ \text{kPa}$$

Un talud ascendente aumenta el empuje ($K_{a\beta}$ 0.333 → 0.350), pero la **componente vertical del empuje** y el bloque de suelo más pesado son estabilizadores: FS al deslizamiento 2.62 → 2.41, FS al vuelco 6.26 → 5.73; excentricidad 0.068 → 0.037 m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Coeficiente mixto entre el reposo y el empuje pasivo

TEORÍA

El suelo situado delante del muro (c′ = 0) se define mediante una **mezcla** de los coeficientes de Rankine pasivo y de Jaky al reposo; porque el empuje pasivo completo exige un desplazamiento de una magnitud que un muro en servicio no permitiría:

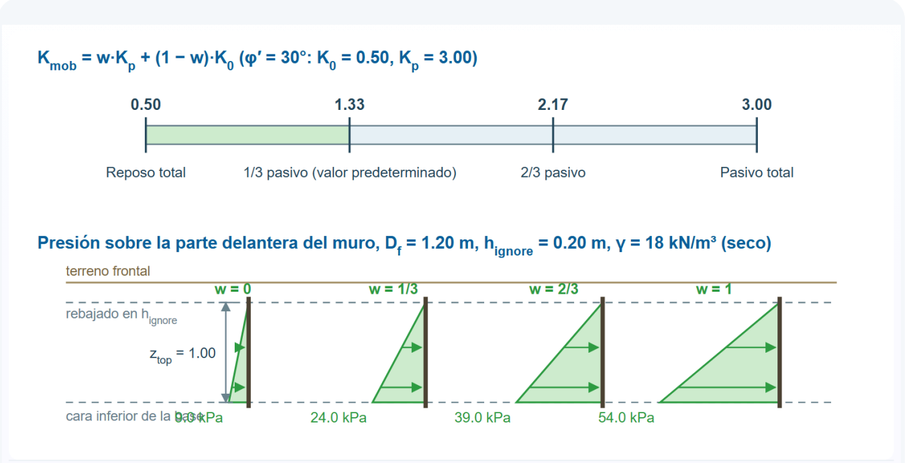
$$K_{mob} = w\,K_p + (1-w)\,K_0 \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

$$p(z) = K_{mob}\,\sigma'_v(z) \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_f^2 \;\; (D_f/3)$$

w = 0 reposo total, 1/3 (valor predeterminado), 2/3, 1 pasivo total. El espesor superior **$h_{ignore}$** del terreno delantero (excavable, puede ablandarse) no se tiene en cuenta.

La resistencia frontal solo se considera **en el deslizamiento** (completa en estático, con $\eta_{p,E}$ en sismo); **no se utiliza nunca en el vuelco ni en la capacidad portante**.

El empuje del agua frontal ($h_{wf}$) se dirige hacia atrás y reduce el empuje neto.



# Enunciado

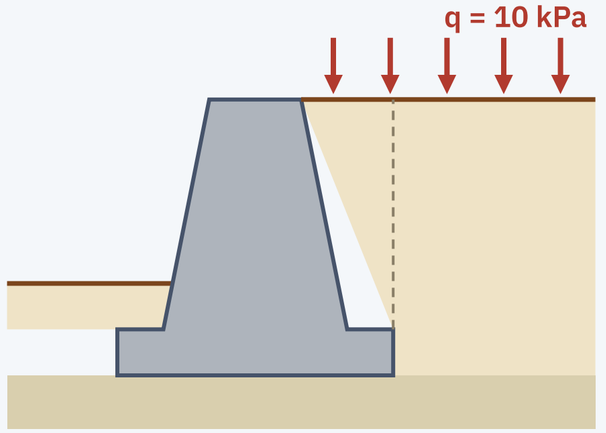
EJEMPLO

**SE PIDE**

**$K_{mob}$**, **$P_P$** y el factor de seguridad al deslizamiento $FS_s$ (para el muro del Ejemplo 2).

**Datos**

| | |
|---|---|
| Terreno delantero | $D_f = 1.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**;** $h_{ignore} = 0$ |
| Casos | **empuje al reposo total, 1/3, 2/3, empuje pasivo total; y si no se considera en absoluto la resistencia pasiva frontal** |



# Solución

SOLUCIÓN

**1** $K_{mob}$ y empuje (valor predeterminado w = 1/3)

$$K_{mob} = \tfrac{1}{3}(3.000) + \tfrac{2}{3}(0.500) = \mathbf{1.333}$$

$$P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob} \gamma D_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1)^2 = \mathbf{12.0}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = D_f/3 = 0.333\ \mathrm{m})$$

**2** Cuatro casos ($FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive} = (84.81 + P_P)/37.0$)

| Situación | w | $K_{mob}$ | $P_P$ (kN/m) | $FS_s$ |
|---|---|---|---|---|
| Reposo completo | 0 | 0.500 | 4.50 | 2.414 |
| 1/3 pasivo + 2/3 en reposo (predeterminado) | 1/3 | 1.333 | 12.00 | 2.616 |
| 2/3 pasivo + 1/3 al reposo | 2/3 | 2.167 | 19.50 | 2.819 |
| Empuje pasivo total | 1 | 3.000 | 27.00 | 3.022 |
| No se considera la resistencia por punta | – | – | 0 | 2.292 |

La contribución que se asigna a la resistencia frontal hace variar $FS_s$ entre 2.29 y 3.02 (valor predeterminado **2.62**); si el terreno frontal puede retirarse, esa contribución se anula: $D_f$ y $h_{ignore}$ deben elegirse deliberadamente.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Tres comprobaciones a partir de la misma tabla de fuerzas

TEORÍA

**Deslizamiento**: la base se retiene por rozamiento; esfuerzo cortante necesario $\Sigma H_{drive} - \Sigma P_{resist}$, esfuerzo cortante disponible $\mu_b N$ (sin adherencia; N es la fuerza normal efectiva, incluida la subpresión). La resistencia se suma en el denominador:

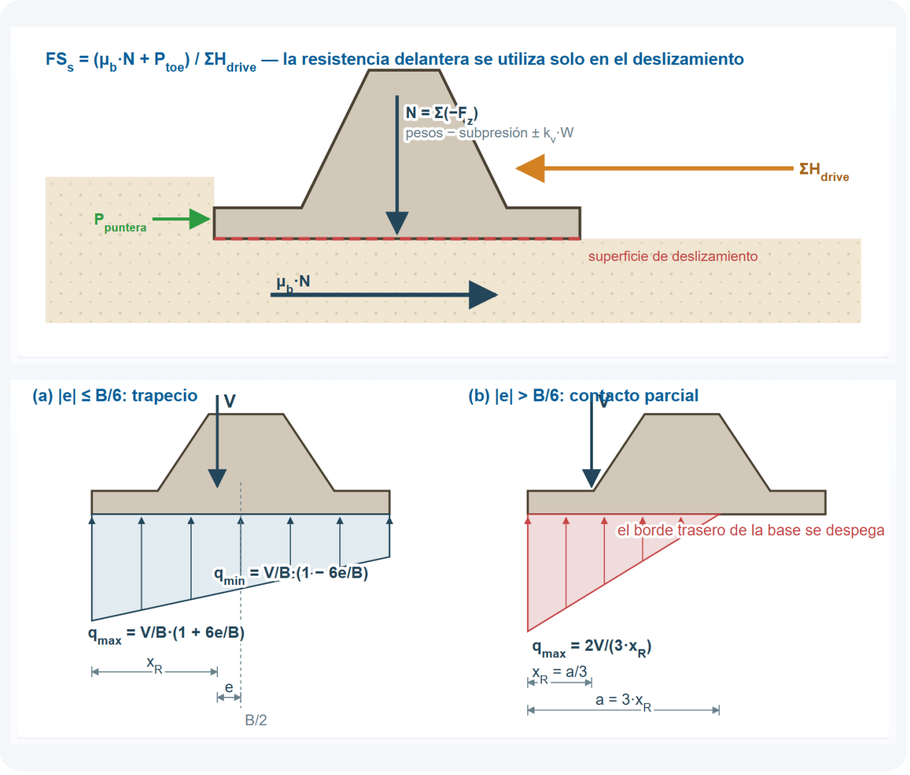
$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad \mu_b = \tan \delta_b$$

El **vuelco** se produce respecto a la puntera: las componentes $-zF_x$ y $xF_z$ de cada elemento entran, según su propio signo, en $\Sigma M_{vuelco}$ o en $\Sigma M_{estab}$; la resistencia frontal no interviene:

$$FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

**Capacidad portante**: si $|e| \le B/6$, la base está totalmente en contacto; en caso contrario, el terreno no puede resistir tracciones y solo una parte de la base está en contacto:

$$q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6} : \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$



# Enunciado

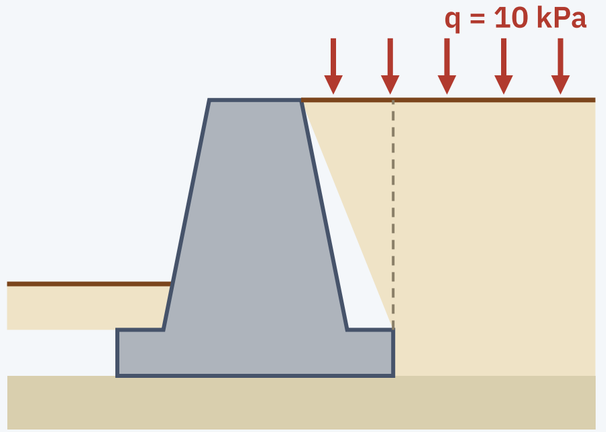
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Muro y cargas | **El muro de los Ejemplos 1–5:** $B = 3.0$ **m;** $W_m = 115.5,\ W_s = 33.75,\ W_{toe} = 4.95\ \mathrm{kN/m}$**;** $P_A = 27.0,\ P_Q = 10.0\ \mathrm{kN/m}$ |
| Resistencia | $\mu_b = 0.55$**; resistencia frontal** $P_P = 12.0$ **kN/m (w = 1/3);** $q_{all} = 200$ **kPa** |
| Requerido | $FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; la base debe estar totalmente en contacto** |

**SE PIDE**

**$FS_s$, $FS_o$, $x_R$, e, $q_{max}$, $q_{min}$** y el resultado de cada comprobación.



# Solución (1/3)

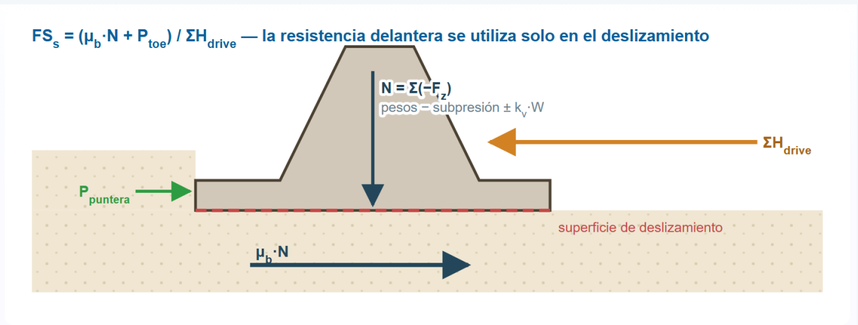
SOLUCIÓN

**1** Rozamiento en la base: N = $W_m$ + $W_s$ + $W_{toe}$ (excluido $Q_{heel}$)

$$N = 115.50 + 33.75 + 4.95 = \mathbf{154.20}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(154.20) = 84.81\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{84.81 + 12.0}{37.0} = \mathbf{2.616}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



# Solución (2/3)

SOLUCIÓN

**2** Momento de vuelco (respecto a la puntera; solo los empujes)

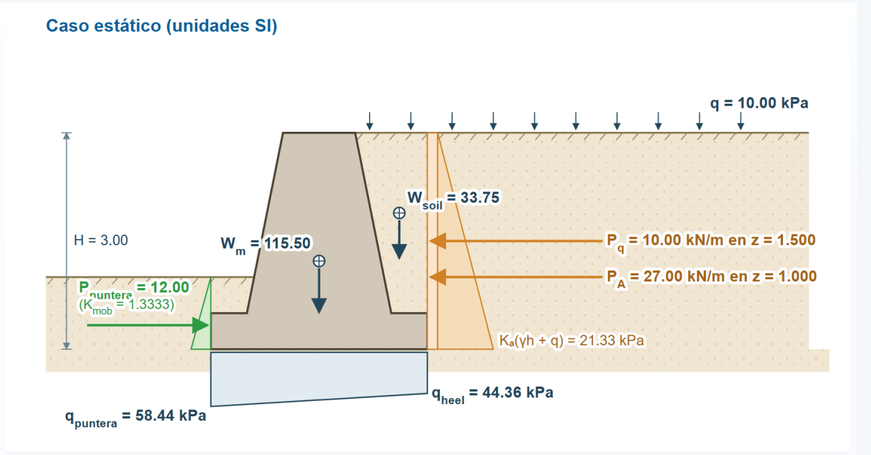
$$M_o = P_A(1.00) + P_Q(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

**3** Momento estabilizador: muro + bloque de suelo + relleno frontal

$$M_r = W_m\bar{x}_m + W_s\bar{x}_s + W_{toe}\bar{x}_{toe}$$

$$= 173.25 + 88.13 + 1.36 = \mathbf{262.74}$$

$$FS_o = \frac{262.74}{42.0} = \mathbf{6.256}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



# Solución (3/3)

SOLUCIÓN

**4** Posición de la resultante y excentricidad

$$\Sigma M = M_o - M_r = 42.00 - 262.74 = -220.74$$

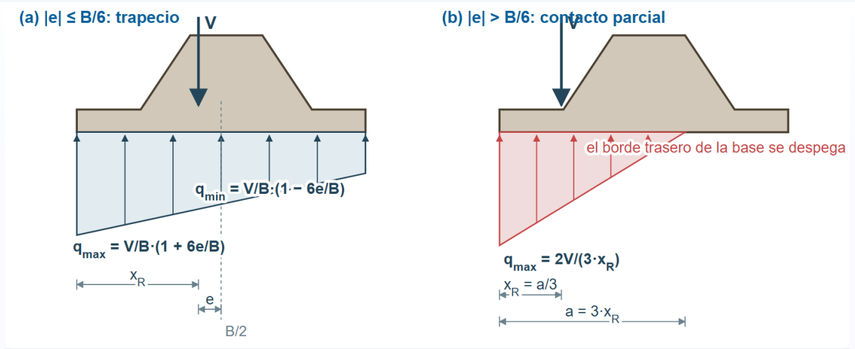
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{220.74}{154.2} = \mathbf{1.4315}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.0685}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.500\ \checkmark$$

**5** Tensiones en la base (contacto total)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.0685)}{3}\right) = \mathbf{58.44}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{44.36}\ \text{kPa}$$




$FS_s$ = **2.62**, $FS_o$ = **6.26**, e = 0.068 m, $q_{max}$ = **58.4 kPa** ≤ 200, $q_{min}$ = 44.4 kPa > 0: **en el caso estático se cumplen todas las comprobaciones**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Agua hidrostática a ambos lados, subpresión lineal en la base

TEORÍA

La presión del agua es isótropa y actúa perpendicularmente a toda superficie con la que está en contacto. El cuerpo libre está rodeado de agua en tres contornos: el plano de presión trasero, la cara frontal del muro y la cara inferior de la base. Cada uno es una partida independiente en la tabla de fuerzas:

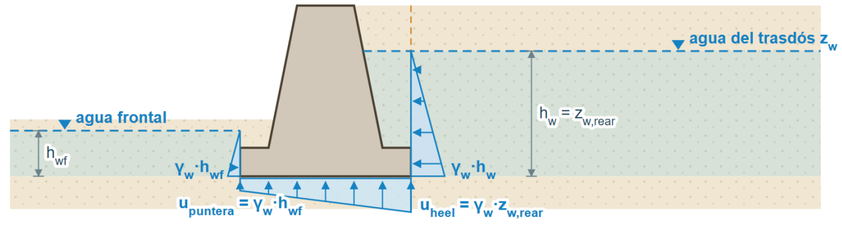
$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U_{front} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_{wf}^2 \;\; (h_{wf}/3,\ \text{hacia atrás})$$

La presión intersticial bajo la base varía **linealmente** desde la carga hidráulica en la puntera hasta la carga hidráulica en el talón (pérdida de carga lineal):

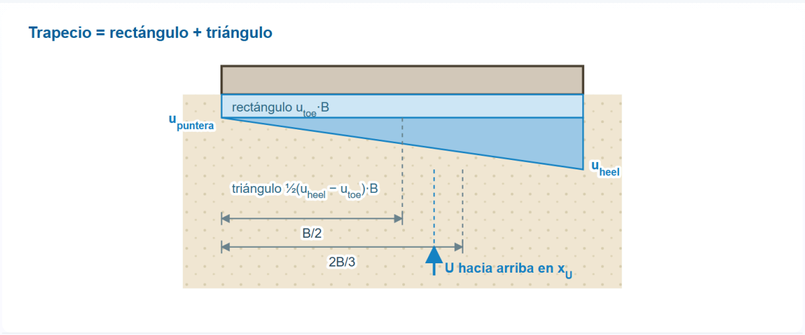
$$U = \frac{B\,(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B\,(u_{toe} + 2u_{heel})}{3\,(u_{toe} + u_{heel})}$$

La subpresión actúa hacia arriba ($F_z$ = +U): reduce N y, con ello, la fricción en la base, y añade un momento de vuelco $U \cdot x_U$.

$h_W = H - z_W$ ($z_W$: profundidad del nivel freático desde la coronación del muro); la altura de agua delante $h_{wf}$ actúa hacia el trasdós y reduce el empuje neto. Si los niveles de agua son distintos, debe considerarse además, por separado, la estabilidad hidráulica (filtración).




$U = B \cdot (u_{puntera} + u_{heel})/2$ at $x = B \cdot (u_{puntera} + 2u_{heel}) / (3(u_{puntera} + u_{heel}))$



# Enunciado

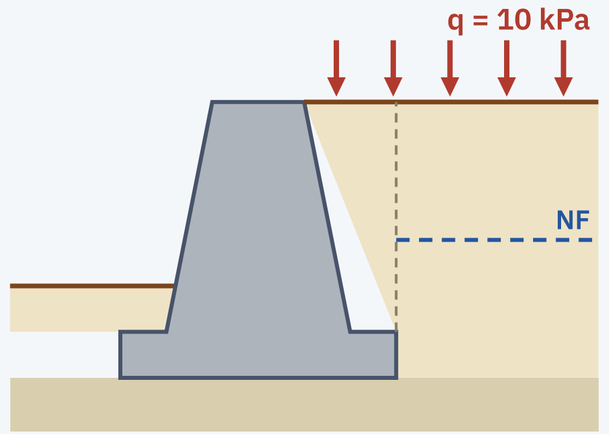
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Muro y terreno | **Muro y relleno de los ejemplos 1–5 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ,\ q = 10$ kPa); situación estática** |
| Agua | **en el relleno, el nivel freático está 1.5 m por debajo de la coronación del muro ($h_w = 1.5$ m); sin agua delante; subpresión lineal bajo la base** |

**SE PIDE**

Variación del empuje del terreno y del agua; **subpresión** y **N**; $FS_s$, $FS_o$, e, $q_{max}$.



# Solución (1/2)

SOLUCIÓN

**1** Empuje del terreno (γ en la parte superior, γ′ = 20 − 9.81 = 10.19 en la inferior) y empuje del agua

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma d_1^2 + K_a\gamma d_1 d_2 + \tfrac{1}{2}K_a\gamma' d_2^2$$

$$= 6.75 + 13.50 + 3.82 = \mathbf{24.07}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.061\ \text{m})$$

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}(9.81)(1.5)^2 = \mathbf{11.04}\ \text{kN/m}\ \ (z = 0.50\ \text{m}) \qquad P_Q = 10.0$$

**2** Subpresión (u = 0 en la puntera, u = 9.81·1.5 = 14.72 kPa en el talón; triangular)

$$U = \tfrac{1}{2}(14.72)(3.0) = \mathbf{22.07}\ \text{kN/m}\ (\text{hacia arriba})\ \ \text{at}\ x_U = \tfrac{2B}{3} = 2.00\ \text{m}$$

# Solución (2/2)

SOLUCIÓN

**3** Fuerza normal efectiva y rozamiento (con bloque de terreno $\gamma_{sat}$: $W_s$ = 34.95)

$$N = W_m + W_s + W_{toe} - U = 115.50 + 34.95 + 4.95 - 22.07 = \mathbf{133.33}\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{0.55(133.33) + 12.0}{24.07 + 10.0 + 11.04} = \frac{85.33}{45.11} = \mathbf{1.892}$$

**4** Vuelco y base

$$M_o = 25.54 + 15.00 + 5.52 + 44.14 = 90.20\ \ (P_A,\ P_Q,\ U_{rear},\ \text{levantamiento}) \qquad M_r = 265.98$$

$$FS_o = \frac{265.98}{90.20} = \mathbf{2.949} \qquad x_R = \frac{175.78}{133.33} = 1.318\ \text{m} \quad e = 0.182\ \text{m}$$

$$q_{max} = \mathbf{60.58} \qquad q_{min} = \mathbf{28.30}\ \text{kPa}$$

El agua redujo $FS_s$ de 2.62 a **1.89**, $FS_o$ de 6.26 a **2.95** y $q_{min}$ de 44.4 a 28.3 kPa (la subpresión redujo N en 22.1 kN/m y añadió 44.1 kN·m/m de vuelco); las comprobaciones se siguen cumpliendo.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Empuje de Mononobe–Okabe e inercia del muro

TEORÍA

En el método pseudoestático cada masa está sometida a una fuerza horizontal $k_h$mg y a una fuerza vertical $\pm k_v$mg; la dirección crítica es aquella en la que la inercia empuja hacia delante (en el mismo sentido que el empuje). La gravedad y la inercia actúan conjuntamente como un campo gravitatorio girado un ángulo θ; la cuña de Coulomb se resuelve con las fuerzas de inercia (Mononobe–Okabe). En el plano vertical, con relleno horizontal (δ = β = 0):

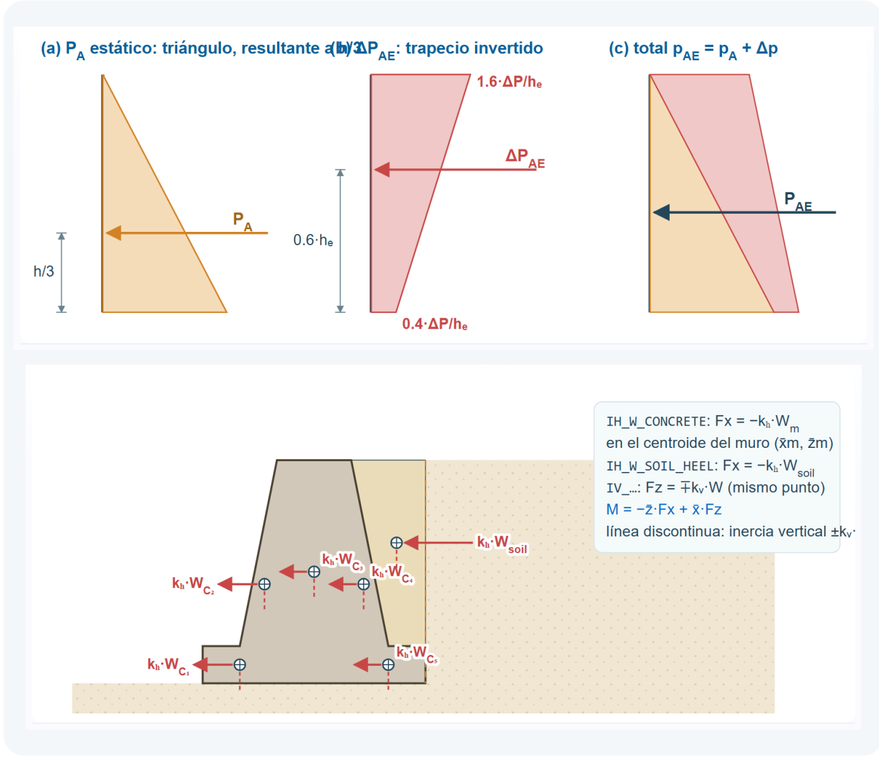
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi'-\theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right)K_{AE}$$

Si $\varphi' - \theta < 0$, ninguna cuña puede mantenerse en equilibrio: «sin solución», las comprobaciones se consideran no cumplidas.

**Distribución**: $P_{AE}$ da la magnitud, no la posición. $\Delta P_{AE} = P_{AE} - P_{A,est}$ como un trapecio invertido (1.6ΔP/h arriba, 0.4ΔP/h abajo; resultante a **0.6h**); la parte estática conserva su forma estática.

**Inercia**: la inercia del muro, del bloque de terreno y del relleno delantero empuja hacia delante con $k_h$W en sus centros de gravedad; si $k_v > 0$, se estudian los dos casos con $(1 \pm k_v)$ y rige el menor FS. Se añade la presión hidrodinámica del agua $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ (a $0.4h_w$).

La resistencia pasiva frontal se multiplica por $\eta_{p,E}$ en sismo; valor predeterminado **0** (sin considerarla).



# Enunciado

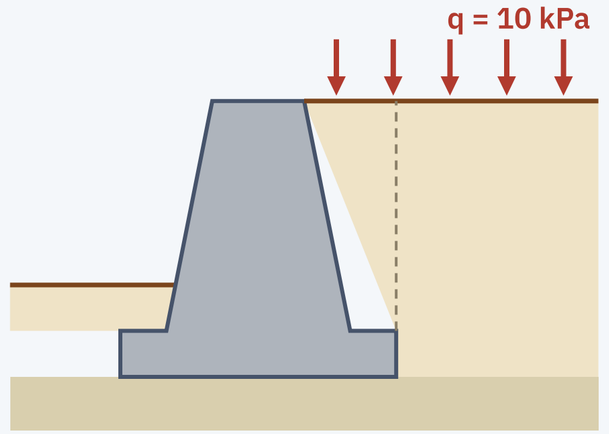
EJEMPLO

**SE PIDE**

**θ**, **$K_{AE}$**, **$P_{AE}$**, **$\Delta P_{AE}$**, **$\bar{z}$**; fuerzas de inercia; $FS_s$, $FS_o$, e, $q_{max}$.

**Datos**

| | |
|---|---|
| Muro y terreno | **El muro y el relleno de los Ejemplos 1–6 (valores estáticos $FS_s$ = 2.62; $FS_o$ = 6.26)** |
| Sismo | $k_h = 0.15$, $k_v = 0$**; crédito de resistencia frontal** $\eta_{p,E} = 0$**; necesario** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$ |



# Solución (1/3)

SOLUCIÓN

**1** Ángulo sísmico y coeficiente

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ\,(1+0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

**2** Empuje dinámico e incremento sísmico ($P_A$ + $P_Q$ estáticos = 37.0 kN/m)

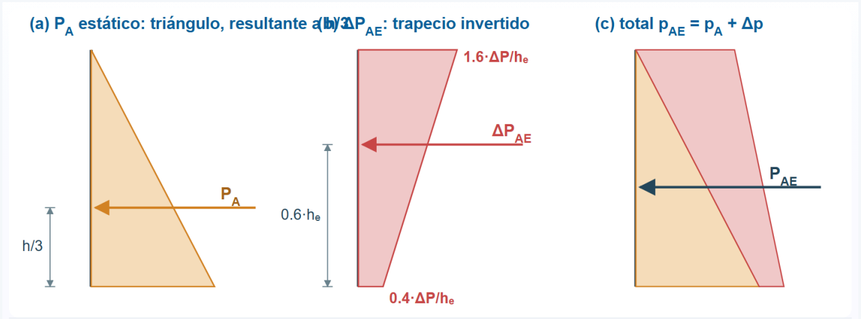
$$P_{AE} = (81+30)(0.4329) = \mathbf{48.06}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 48.06 - 37.0 = \mathbf{11.06}\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

**3** Altura de aplicación de la carga

$$\bar{z}_{AE} = [27.0(1.00) + 10.0(1.50) + 11.06(1.80)]/48.06$$

$$= 61.90/48.06 = \mathbf{1.288}\ \text{m}$$



# Solución (2/3)

SOLUCIÓN

**4** Fuerzas de inercia $k_h W$ (en los centros de gravedad, hacia delante)

$$IH_m = 0.15(115.50) = 17.325 \;\; (z = 1.222\ \text{m})$$

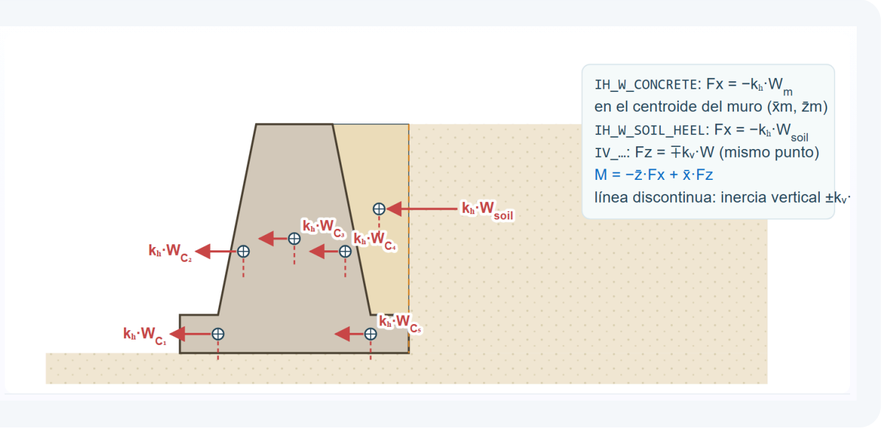
$$IH_s = 0.15(33.75) = 5.062 \;\; (z = 1.889\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(4.95) = 0.743 \;\; (z = 0.758\ \text{m})$$

**5** Deslizamiento (sin contar con la resistencia frontal)

$$\Sigma H_{drive} = 48.06 + 17.32 + 5.06 + 0.74 = 71.19$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{84.81}{71.19} = \mathbf{1.191} \;\geq 1.1 \;\checkmark$$



# Solución (3/3)

SOLUCIÓN

**6** Vuelco y posición de la resultante

$$M_{o,E} = P_{AE}\bar{z} + \Sigma IH\, z = 61.90 + 21.18 + 9.56 + 0.56 = 93.20$$

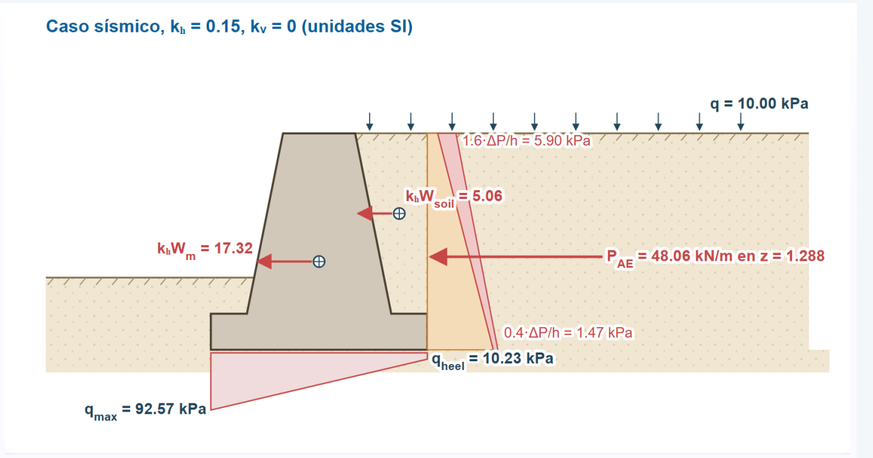
$$FS_{o,E} = \frac{262.74}{93.20} = \mathbf{2.819} \;\geq 1.1$$

$$x_R = \frac{262.74 - 93.20}{154.2} = 1.099\ \text{m} \qquad e = \mathbf{0.401}\ \text{m}$$

**7** Tensiones en la base (|e| = 0.401 m ≤ B/6 = 0.50 m: contacto completo)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.401)}{3}\right) = \mathbf{92.57}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{10.23}\ \text{kPa}$$




En sismo $FS_s$ = **1.19**, $FS_o$ = **2.82**, e = **0.401 m**, $q_{max}$ = **92.6 kPa**; el sismo cambió $FS_s$ de 2.62 a 1.19 y e de 0.068 a 0.401 m: el **deslizamiento** y la **excentricidad** son las comprobaciones determinantes.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Dónde terminan las comprobaciones

TEORÍA

Estas comprobaciones tratan el muro sobre su cimentación como **un único bloque rígido**: la **estabilidad externa** del muro. Un muro de gravedad de piedra o de hormigón en masa puede romperse también **internamente** (en particular en secciones altas o esbeltas, en muros de piedra en seco, con mortero débil y bajo sismo); estas comprobaciones se realizan a partir de los efectos que proporciona este módulo.

**Relleno sin cohesión** ($c' = 0$); este módulo no incluye rellenos de dos suelos ni estratificados. La superficie del relleno es horizontal o de una sola pendiente.

**Fricción en la base** $\mu_b = \tan \delta_b$ (generalmente $2/3\varphi'–\varphi'$ para mampostería u hormigón); no se utiliza adherencia. La resistencia pasiva frontal completa se suma a la contribución de la fricción y no se emplea en el vuelco ni en la capacidad portante.

El **cálculo** se realiza por 1.00 m de longitud de muro; las presiones laterales de las sobrecargas en franja y puntuales se añaden mediante Boussinesq (muro rígido).

Los **efectos desestabilizadores** (estabilidad hidráulica, filtración, estabilidad global, asentamiento) quedan fuera del alcance de este módulo.

Resumen

# Puntos clave

**Cuerpo libre** = muro + terreno que se mueve con él; la presión actúa **sobre el plano vertical por el extremo posterior de la base** ($\delta = \beta$); un único convenio de signos: $M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$, vuelco +

**Peso**: $W_i = \gamma_m A_i$, $\bar{x} = \Sigma W_i \bar{x}_i / \Sigma W_i$; el bloque de terreno y el relleno delante del muro también se desplazan con el muro; la sobrecarga sobre el talón ($Q_{heel}$) no interviene en ninguna comprobación

**Activo**: $P_A = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$ (h/3), $P_Q = K_a q h$ (h/2); en relleno inclinado, $K_{a\beta}$ (Rankine en plano vertical = Coulomb); **pasivo**: $K_{mob} = wK_p + (1 - w)K_0$, solo para el deslizamiento

**Deslizamiento** $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive}$; **vuelco** $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$ (respecto de la puntera); **capacidad portante**: $x_R = -\Sigma M/V$, $e = B/2 - x_R$, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$, si $|e| > B/6$, $q_{max} = 2V/(3x_R)$

**Agua**: peso con $\gamma_{sat}$ + $U_{rear}$ como partida aparte; subpresión lineal, $u_{toe}$ en la puntera y $u_{heel}$ en el talón: reduce N y añade vuelco

**Sismo**: $\theta = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$; $P_{AE} = (\frac{1}{2}\gamma h^2 + qh)K_{AE}$; $\Delta P_{AE}$ a 0.6h; inercia $k_h W$; contribución del empuje pasivo frontal $\eta_{p,E}$ (por defecto 0)

# Referencias bibliográficas

Las tres teorías del módulo y la fuente cuya presentación de sus expresiones cerradas (Ka, Kp, KAE) sigue el manual. Todo lo que no se deduce de ellas es una hipótesis de este módulo y se indica como tal en el texto.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

**NOTA**

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El ejemplo paso a paso de la página del módulo es también este muro (H = 3 m, muro de piedra, q = 10 kPa, $k_h$ = 0.15).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

# De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva la sección, el relleno, la sobrecarga, el agua y los coeficientes sísmicos del propio muro; el módulo proporciona conjuntamente la tabla de fuerzas, las tres comprobaciones y las tensiones en la base.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

**Abrir en el teléfono**
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com