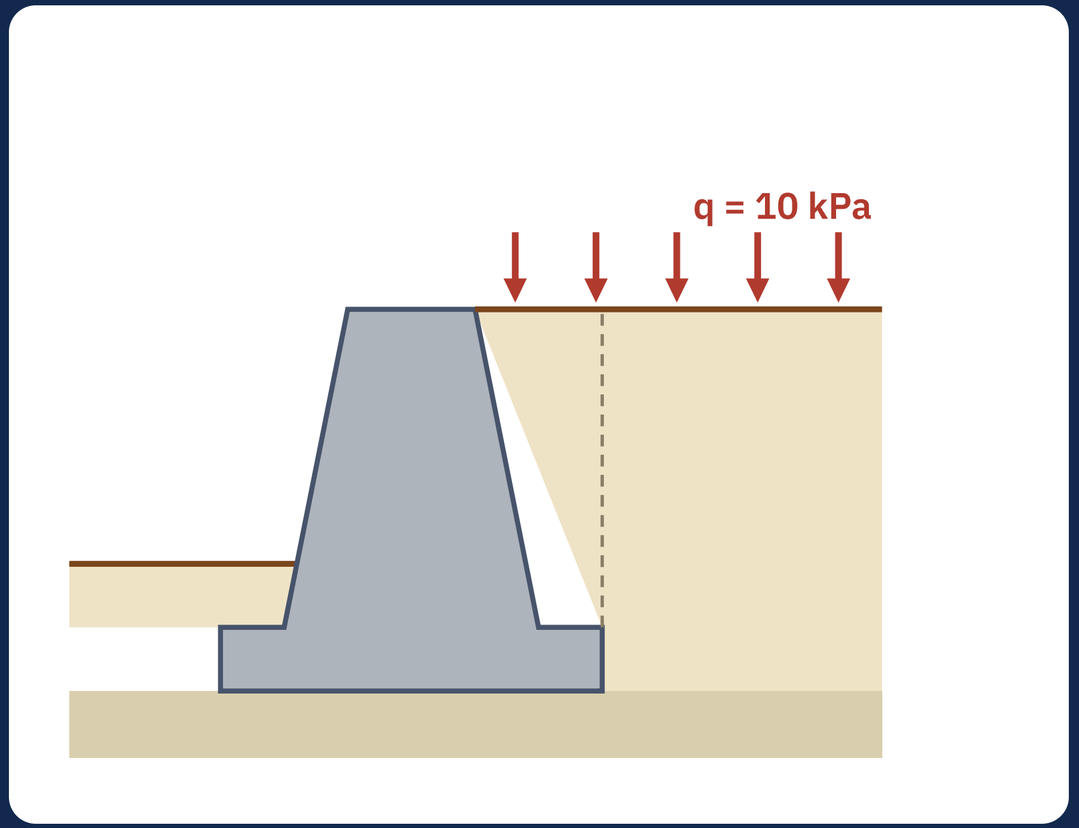
Geotechnische Vorlesung · Stützwände

Schwergewichtsstützwand

Vorlesung: äußere Standsicherheit einer Schwergewichtsstützwand aus Stein oder Beton; die Wand und der mit ihr bewegte Boden, aktiver und passiver Erddruck, Wasser, Auftrieb und Erdbeben; Nachweise gegen Gleiten, Kippen und Grundbruch; zu jedem Thema ein Rechenbeispiel.

- Gleiten · Kippen · Grundbruch
- Rankine · Coulomb · Mononobe–Okabe
- Wasser und Auftrieb
- Trägheitskräfte bei Erdbeben
- Kräfteverzeichnis



Einführung

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Die Berechnung der **Geometrie** und des Gewichts einer Schwergewichtsstützwand durch Unterteilung in Teilflächen (Fläche, Schwerpunkt, Hebelarm)

Der **Bodenblock**, der sich mit der Wand mitbewegt, und die **vertikale Druckebene**, die durch die hintere Kante des Fundaments verläuft

Aktiver Erddruck (Rankine = Coulomb, auf vertikaler Ebene), Auflast, **passiver Erdwiderstand** (K_{mob}) und die Kräfte aus **Wasser + Auftrieb**

Die Nachweise für **Gleiten, Kippen und Grundbruch** unter Verwendung des **Kräfteverzeichnisses** und einer einheitlichen Vorzeichenregelung ($M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$)

Im Erdbeben den **Mononobe–Okabe**-Erddruck, den seismischen Zuschlag und die Trägheit der Wand

Das Ergebnis ablesen: Sicherheitsfaktoren, Ausmitte, Sohlspannungen

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Alle Angaben beziehen sich auf 1.00 m Wandlänge (kN/m, kN·m/m); die Drücke in kPa. Beispielwand: H = 3 m Mauerwerk aus Naturstein (22 kN/m³).

Was wird gelöst, wie wird es gezeichnet?

THEORIE

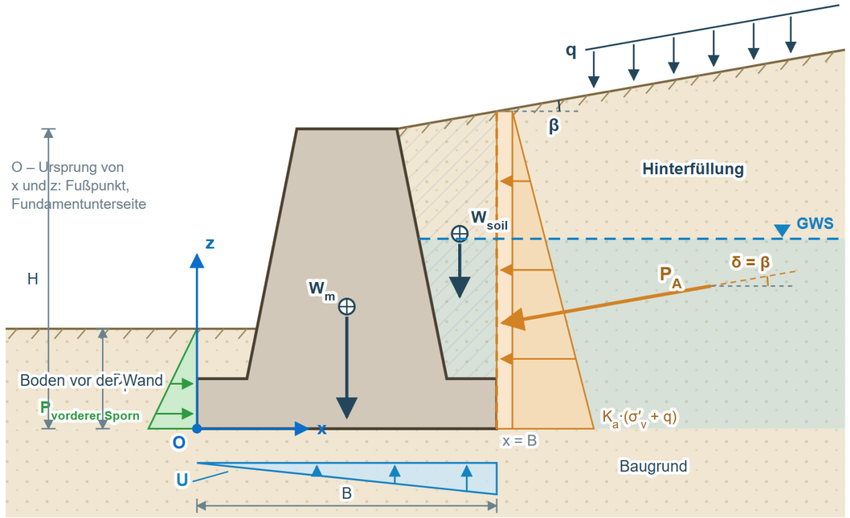
Eine Schwergewichtsstützwand widersteht Gleiten und Kippen **durch ihr Eigengewicht**. Das Modul untersucht eine Stützwand aus Stein oder Massenbeton mit geneigtem trapezförmigem Wandschaft und beidseitig abgetreppten Spornen:

$$B = W_{bl} + W_{dl} + W_u + W_{dr} + W_{br}$$

Wand: H Gesamthöhe, W_u obere Breite, W_{dl}, W_{dr} Versätze der vorderen und hinteren Böschung, W_{bl}, W_{br} Spornausladungen, H_{fl}, H_{fr} Spornhöhen; Wichte 22 bei Stein, 24 kN/m³ bei Beton.

Boden: nichtbindige Auffüllung (c′ = 0), geneigte Geländeoberfläche β, Auflast q, Grundwasserspiegel sowie Boden und Wasser der Höhe D_f vor der Wand.

Drei Theorien: Rankine, Coulomb (statisch), Mononobe–Okabe (Erdbeben). **Nachweise**: Gleiten, Kippen, Ausmitte, Grundbruch.



Freikörperbild, Kräfteverzeichnis, einheitliche Vorzeichenregel

THEORIE

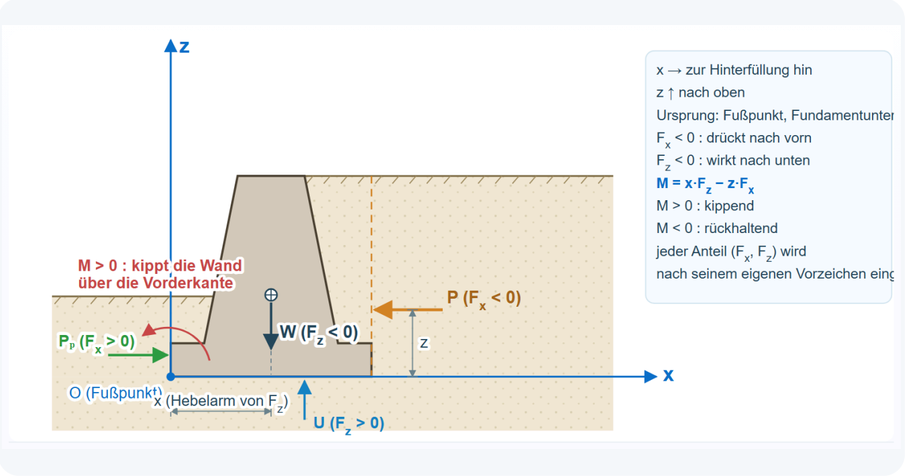
Die Standsicherheit ist ein **Gleichgewichts**problem: Zunächst wird entschieden, was im Gleichgewicht ist und wie die Kräfte vorzeichenrichtig anzusetzen sind. Der Ursprung O liegt am **vorderen Sporn** (vordere untere Ecke), x zur Hinterfüllung, z nach oben. Eine Kraft wird durch ihre Komponenten (F_x, F_z) und ihren Angriffspunkt beschrieben; das Moment um O:

$$M = x\,F_z - z\,F_x \qquad M > 0:\ \text{Kippen}, \quad M < 0:\ \text{Verbund}$$

Für das Gewicht ($F_z = -W$, $x > 0$) gilt $M = -xW < 0$: es hält die Wand. Für einen nach vorn gerichteten Schub ($F_x < 0$) gilt $M = -zF_x > 0$: er kippt die Wand. Auftrieb ($F_z > 0$) kippt sie, vorderer Widerstand ($F_x > 0$) hält sie.

Keine Kraft wird im Voraus als „rückhaltend“ eingestuft; jede Komponente wird mit ihrem eigenen Vorzeichen angesetzt (die vertikale Komponente des geneigten Erddrucks wirkt korrekt rückhaltend).

Freikörper = Wand + der mit ihr bewegte Boden; **im Kräfteverzeichnis** wird jeder Posten von allen drei Nachweisen gleich gelesen: Keine Kraft darf bei einem weggelassen und bei einem anderen gezählt werden.



Zerlegung in Teile, Schwerpunkte und Hebelarme

THEORIE

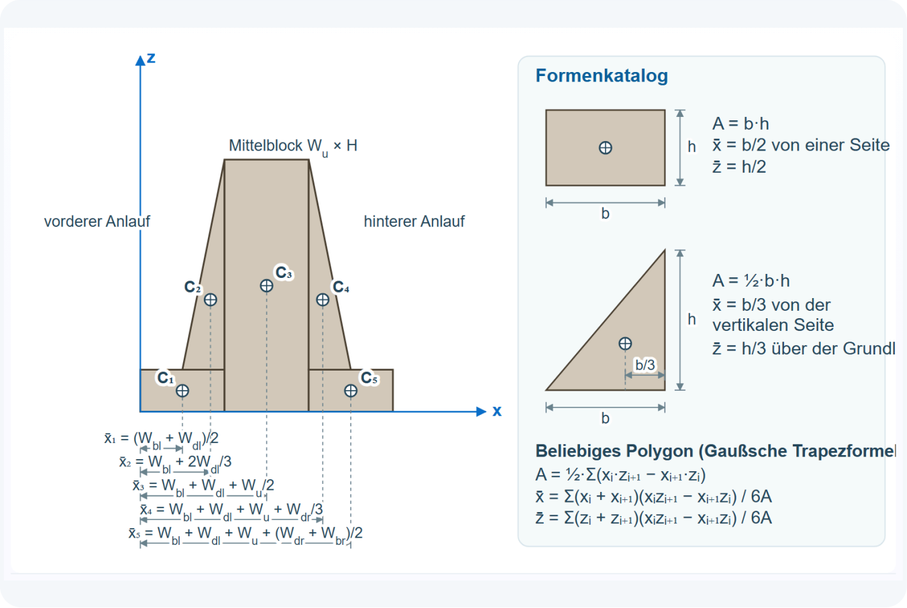
Das Gewicht der Wand und ihr Moment bezogen auf den vorderen Sporn sind auch die Grundlage beider Standsicherheitsnachweise. Der Querschnitt wird in einfache Formen mit bekannter Fläche und bekanntem Schwerpunkt unterteilt (vorderer Sporn, vordere Böschung, Kern, hintere Böschung, hinterer Sporn):

$$W_i = \gamma_m A_i \qquad W_m = \sum W_i \qquad \bar{x}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{x}_i}{W_m} \qquad \bar{z}_m = \frac{\sum W_i\,\bar{z}_i}{W_m}$$

Im Kräfteverzeichnis ist die Wand ein einziger Posten: $F_z = -W_m$ bei $\bar{x}_m$; ihr Moment ist $M = -W_m\bar{x}_m = -\Sigma M_i$.

Die Höhe $\bar{z}_m$ wird nur für die horizontale Trägheitskraft $k_h W_m$ (Erdbeben) benötigt.

Das Modul berechnet den gesamten Querschnitt auch als einzelnes Polygon; beide Ergebnisse stimmen bis auf 10^{-9} überein.



Aufgabe

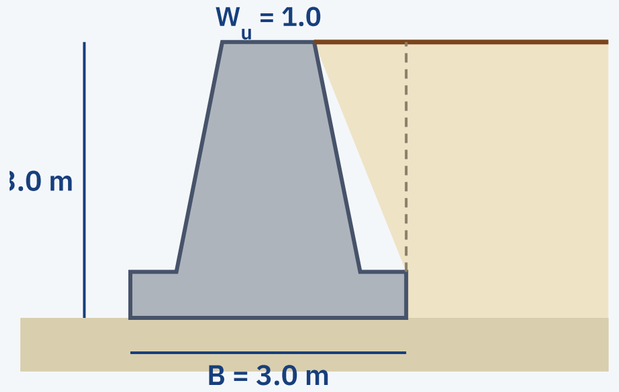
BEISPIEL

Gegeben

Schnitt	$H = 3.0$ **m;** $W_u = 1.0$ **m;** $W_{dl} = W_{dr} = 0.5$ **m;** $W_{bl} = W_{br} = 0.5$ **m;** $H_{fl} = H_{fr} = 0.5$ **m** **(B = 3.0 m)**
Material	**Steinmauer:** $\gamma_m = 22\ \mathrm{kN/m^3}$

GESUCHT

Fläche und Gewicht der fünf Teile; W_m, $\bar{x}_m$, $\bar{z}_m$.



Lösung

LÖSUNG

1 Teile (z. B. vordere Böschung: $A = \frac{1}{2}(0.5)(3.0 - 0.5) = 0.625$; $\bar{x} = W_{bl} + 2W_{dl}/3 = 0.833$; $\bar{z} = H_{fl} + (H - H_{fl})/3 = 1.333$)

Teil	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 22A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Vorderer Sporn	0.500	0.500	0.250	11.00	5.50	2.75
Vorderböschung	0.625	0.833	1.333	13.75	11.46	18.33
Schaft (Kern)	3.000	1.500	1.500	66.00	99.00	99.00
Hintere Böschung	0.625	2.167	1.333	13.75	29.79	18.33
Hinterer Sporn	0.500	2.500	0.250	11.00	27.50	2.75
Summe	**5.250**			**115.50**	**173.25**	**141.17**

2 Schwerpunkt der Wand

$$\bar{x}_m = \frac{173.25}{115.50} = \mathbf{1.500\ m} \qquad \bar{z}_m = \frac{141.17}{115.50} = \mathbf{1.222\ m}$$

Das Gewicht der Wand beträgt **W_m = 115.50 kN/m**, $\bar{x}_m$ = 1.50 m vom vorderen Sporn, $\bar{z}_m$ = 1.22 m von der Sohle; sein Moment ist M = −173.25 kN·m/m (rückhaltend).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Vertikale Druckebene und Bodenblock

THEORIE

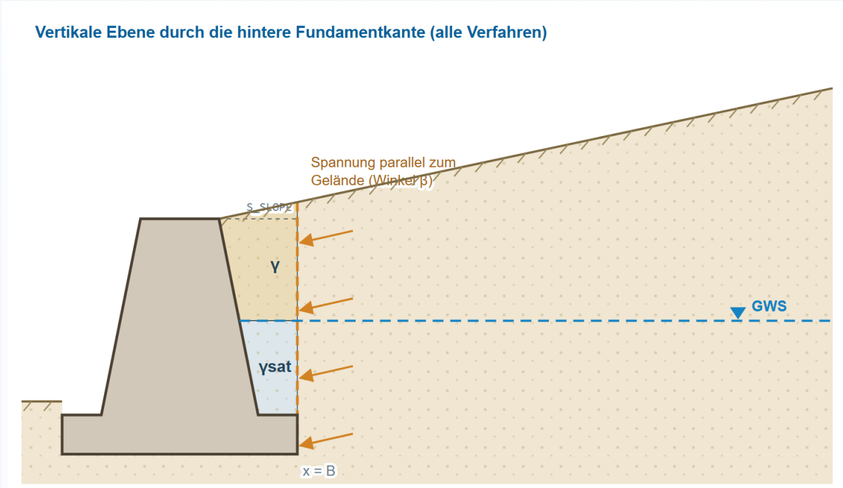
Warum wirkt der Erddruck auf die **hintere Kante der Fundamentplatte** und nicht auf die rückwärtige Geländeneigung der Wand? Der Boden über dem hinteren Sporn kann sich nicht relativ zur Wand verschieben: Bewegt sich die Wand, bewegt er sich mit. Die Bruchflächen in der Hinterfüllung beginnen an der **hinteren Kante des Sporns** und nicht an der rückwärtigen Geländeneigung. Konsistenter freier Körper: die Wand plus dieser Bodenblock; die **äußere Erddruckebene** an seiner Außenfläche ist bei x = B senkrecht:

Die Ebene verläuft von der Geländeoberfläche oberhalb der hinteren Kante bis unterhalb der Sohle; bei geneigter Hinterfüllung erfasst sie auch den Anstieg der Oberfläche. Alles zwischen der Ebene und der Wandrückseite ist **Gewicht**; die Ebene gegen den Boden ist Boden gegen Boden: Wandreibung wird nicht angesetzt, und der Erddruck wirkt mit δ = β.

Vorn wirkt auch die Auffüllung über dem vorderen Sporn mit der Wand mit: vertikale Last W_{toe}; wird $D_f = 0$ eingegeben, bedeutet dies, dass der vordere Baugrund angesetzt werden darf.

Der vertikale Anteil der **Auflast** über dem hinteren Sporn (Q_{heel}) wirkt günstig, da er jedoch als eine Last angesehen wird, die vorhanden sein kann oder nicht, **geht er in keinen Nachweis ein**; seine seitliche Wirkung wird dagegen stets angesetzt.

Es wird mit totaler Spannung gerechnet: Der unter Wasser befindliche Boden wird mit γ_{sat} angesetzt, und das Wasser selbst wird als separate Kraft (U_{rear}, Auftrieb) hinzugefügt; γ′ und Auftrieb werden nicht gemeinsam angesetzt.



Aufgabe

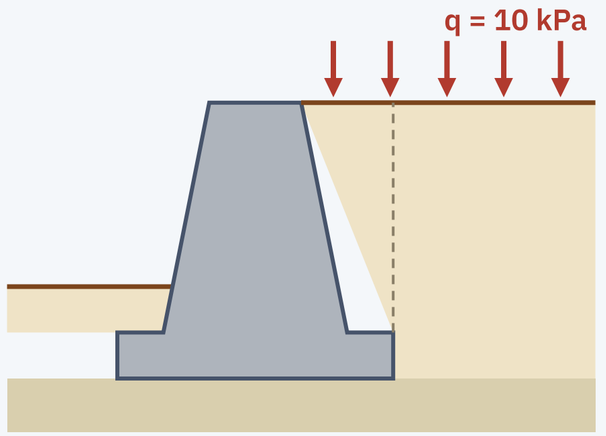
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Der Schnitt aus Beispiel 1; Geländehöhe vor der Wand $D_f = 1.0$ m**
Baugrund	**trockene Auffüllung: $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; horizontale Geländeoberfläche**
Auflast	$q = 10$ **kPa (an der Geländeoberfläche)**

GESUCHT

Gewicht und Lage des mit der Wand mitbewegten **Bodenblocks**; **Vorschüttung**; warum geht $\mathbf{Q_{heel}}$ nicht in die Nachweise ein?



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Rechteckfläche über dem hinteren Sporn + Dreieck neben der rückwärtigen Geländeneigung (bis zur Ebene x = B = 3.0)

$$A_r = W_{br}(H - H_{fr}) = 0.5(2.5) = 1.250\ \mathrm{m}^2\ (\bar{x} = 2.75,\ \bar{z} = 1.75)$$

$$A_t = \tfrac{1}{2} W_{dr}(H - H_{fr}) = 0.625\ \mathrm{m}^2\ (\bar{x} = 2.333,\ \bar{z} = 2.167)$$

$$W_s = \gamma(A_r + A_t) = 18(1.875) = \mathbf{33.75}\ \mathrm{kN/m}$$

2 Lage

$$\bar{x}_s = \frac{1.250(2.75) + 0.625(2.333)}{1.875} = \mathbf{2.611}\ \mathrm{m} \qquad \bar{z}_s = \mathbf{1.889}\ \mathrm{m}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Vordere Auffüllung (über dem vorderen Sporn, D_f = 1.0 m) und Auflast

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(0.5 + 0.60)(0.5) = 0.275\ \mathrm{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.275) = \mathbf{4.95}\ \mathrm{kN/m}\ (\bar{x} = 0.276)$$

$$Q_{heel} = q(B - x_{BT}) = 10(3 - 2) = \mathbf{10.0}\ \mathrm{kN/m}\ (\text{keinem Nachweis unterworfen})$$

Gesamte vertikale Last N = W_m + W_s + W_{toe} = 115.50 + 33.75 + 4.95 = **154.20 kN/m**. Q_{heel} = 10.00 kN/m ist der in der Tabelle als „unbenutzt“ gekennzeichnete Posten.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Rankine und Coulomb in der vertikalen Ebene

THEORIE

Ist die Oberfläche der Hinterfüllung um β geneigt, so ist bei der Lösung nach Rankine für eine unendlich ausgedehnte Böschung die Spannung in der vertikalen Ebene **parallel zur Oberfläche**: $\sigma'_a = K_{a\beta}\sigma'_v$:

$$K_{a\beta} = \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'}\ (\beta = 0)$$

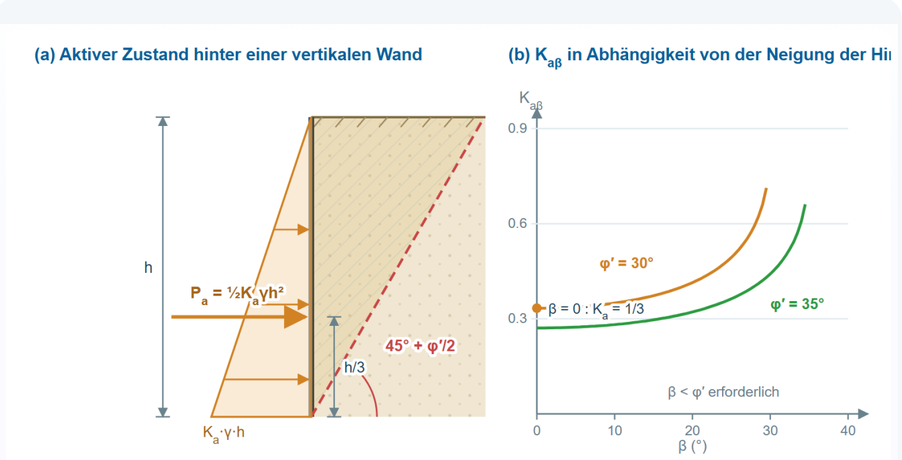
$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 \ \ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h \ \ (h/2)$$

Die Wurzel erfordert β < φ′; ist β ≥ φ′, so ist die Böschung selbst nicht standsicher und die Berechnung wird gesperrt.

Coulomb: Für eine vertikale Ebene (α = 90°) und δ = β ist K_a **für jedes β exakt gleich** dem Rankine-Wert $K_{a\beta}$; beide Verfahren liefern auf dieser Ebene denselben Druck. h = Höhe der Ebene (einschließlich des Anstiegs der Geländeoberfläche).

Horizontale Komponente P cos β, vertikale Komponente P sin β (bei ansteigender Böschung nach unten gerichtet: rückhaltend).

Die Auflast wird zweimal berechnet (mit und ohne q); P_Q ist die Differenz.



Aufgabe

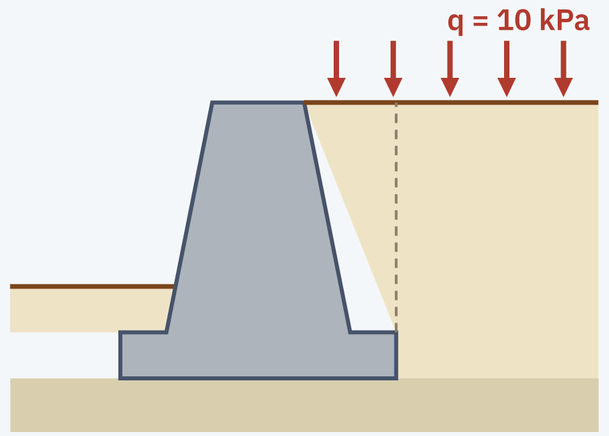
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Wand und Hinterfüllung aus Beispiel 2:** $h = H = 3.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**; horizontale Geländeoberfläche**
Auflast	$q = 10$ **kPa**

GESUCHT

Mit $\mathbf{K_a}$, dem Erddruck aus dem Boden $\mathbf{P_A}$ und dem Erddruck aus der Auflast $\mathbf{P_Q}$ sowie deren Momenten.



Lösung

LÖSUNG

1 K_a = (1 − sin30°)/(1 + sin30°) = 0.3333; die Erddrücke (in der vertikalen Ebene, horizontal)

$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(9) = \mathbf{27.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.00\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(3) = \mathbf{10.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.50\ \mathrm{m})$$

2 Gesamter horizontaler Erddruck und Kippmoment (um den vorderen Sporn)

$$\Sigma H_{drive} = 27.0 + 10.0 = \mathbf{37.0}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 27.0(1.00) + 10.0(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

Erddruck aus Boden 27.00, Erddruck aus Auflast 10.00 kN/m: gesamt **37.00 kN/m**, bezogen auf den vorderen Sporn **42.00 kN·m/m**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

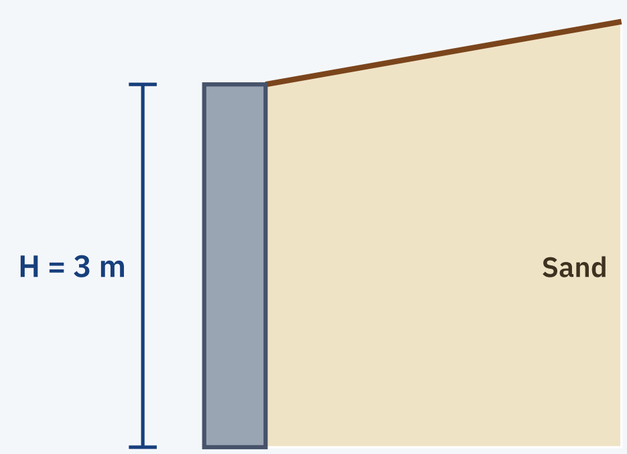
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Die Stützwand aus Beispiel 2; gleiche Hinterfüllung, jedoch mit um $\beta = 10^\circ$ ansteigender Geländeoberfläche (mit zunehmendem Abstand von der Wand)**
Auflast	$q = 10$ **kPa**

GESUCHT

$K_{a\beta}$, Komponenten des Erddrucks; Änderung des Ergebnisses in Abhängigkeit von der horizontalen Hinterfüllung (Gleiten, Kippen, Ausmitte).



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Beiwert $K_{a\beta}$ ($\cos\beta = 0.9848$, $\sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'} = 0.4689$)

$$K_{a\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - r}{\cos\beta + r} = 0.9848\,\frac{0.5159}{1.4537} = \mathbf{0.3495}\ \ (\text{horizontal } 0.3333)$$

2 Treibende Kräfte (h = Höhe der Ebene = H + Anstieg der Oberfläche; engine)

$$P_A:\ F_x = 31.25,\ F_z = 5.51\ \text{kN/m}\ \ (\text{horizontal und vertikal})$$

$$P_Q:\ F_x = 10.93,\ F_z = 1.93\ \text{kN/m}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Nachweise (Engine)

$$\Sigma F_z = -N = -163.23\ \mathrm{kN/m}\ \ (\text{Bodenblock } 35.34)$$

$$FS_s = 2.412 \qquad FS_o = 5.734 \qquad e = 0.037\ \mathrm{m} \qquad q_{max} = 58.4\ \mathrm{kPa}$$

Eine ansteigende Geländeneigung vergrößert den Erddruck ($K_{a\beta}$ 0.333 → 0.350), aber die **vertikale Komponente des Erddrucks** und der schwerere Bodenblock wirken rückhaltend: Sicherheit gegen Gleiten FS 2.62 → 2.41, gegen Kippen FS 6.26 → 5.73; Ausmitte 0.068 → 0.037 m.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Kombinierter Beiwert zwischen Erdruhedruck und passivem Erddruck

THEORIE

Der Boden vor der Wand (c′ = 0) wird durch eine **Mischung** aus dem passiven Erddruckbeiwert nach Rankine und dem Erdruhedruckbeiwert nach Jaky beschrieben; denn der volle passive Erddruck würde eine Verschiebung erfordern, die eine funktionsfähige Wand nicht zulässt:

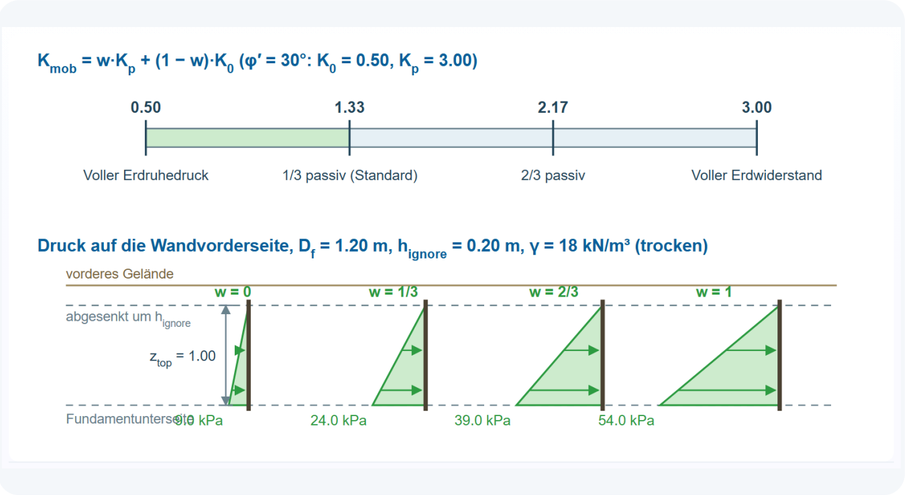
$$K_{mob} = w\,K_p + (1-w)\,K_0 \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

$$p(z) = K_{mob}\,\sigma'_v(z) \qquad P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob}\gamma D_f^2 \;\; (D_f/3)$$

w = 0 voller Erdruhedruck, 1/3 (Standard), 2/3, 1 voller passiver Erddruck. Die obere Schichtdicke **h_{ignore}** des vorderen Bodens (aushebbar, kann erweichen) wird nicht berücksichtigt.

Der vordere Widerstand wird **nur beim Gleiten** angesetzt (vollständig im statischen Fall, mit $\eta_{p,E}$ im Erdbebenfall); **beim Kippen und beim Grundbruch wird er nie** verwendet.

Der Druck des vorderen Wassers (h_{wf}) ist nach hinten gerichtet und verringert den Nettoandruck.



Aufgabe

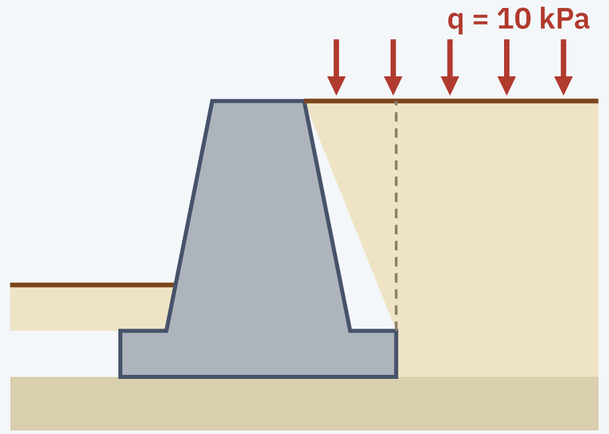
BEISPIEL

Gegeben

Vorderer Boden	$D_f = 1.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**;** $h_{ignore} = 0$
Fälle	**vollständiger Erdruhedruck, 1/3, 2/3, vollständiger passiver Erddruck; und wenn der Stirnwiderstand gar nicht angesetzt wird**

GESUCHT

K_{mob}, P_P und der Sicherheitsfaktor gegen Gleiten FS_S (für die Wand aus Beispiel 2).



Lösung

LÖSUNG

1 K_{mob} und Erddruckkraft (Standard w = 1/3)

$$K_{mob} = \tfrac{1}{3}(3.000) + \tfrac{2}{3}(0.500) = \mathbf{1.333}$$

$$P_P = \tfrac{1}{2} K_{mob} \gamma D_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1)^2 = \mathbf{12.0}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = D_f/3 = 0.333\ \mathrm{m})$$

2 Vier Fälle ($FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H_{drive} = (84.81 + P_P)/37.0$)

Zustand	w	K_{mob}	P_P (kN/m)	FS_s
Vollständiger Erdruhedruck	0	0.500	4.50	2.414
1/3 passiv + 2/3 Erdruhedruck (Standard)	1/3	1.333	12.00	2.616
2/3 passiv + 1/3 Erdruhedruck	2/3	2.167	19.50	2.819
Vollständiger passiver Erddruck	1	3.000	27.00	3.022
Spitzenwiderstand wird nicht angesetzt	–	–	0	2.292

Die Anrechnung des vorderen Widerstands verändert FS_s zwischen 2.29 und 3.02 (Standard **2.62**); kann der vordere Boden ausgehoben werden, wird die Anrechnung auf null gesetzt: D_f und h_{ignore} sind bewusst zu wählen.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Drei Nachweise aus derselben Kräftetabelle

THEORIE

Gleiten: Die Sohle wird durch Reibung gehalten; erforderliche Scherkraft $\Sigma H_{drive} - \Sigma P_{resist}$, vorhandene Scherkraft $\mu_b N$ (keine Adhäsion; N ist die wirksame Normalkraft einschließlich Auftrieb). Der Widerstand wird im Nenner summiert:

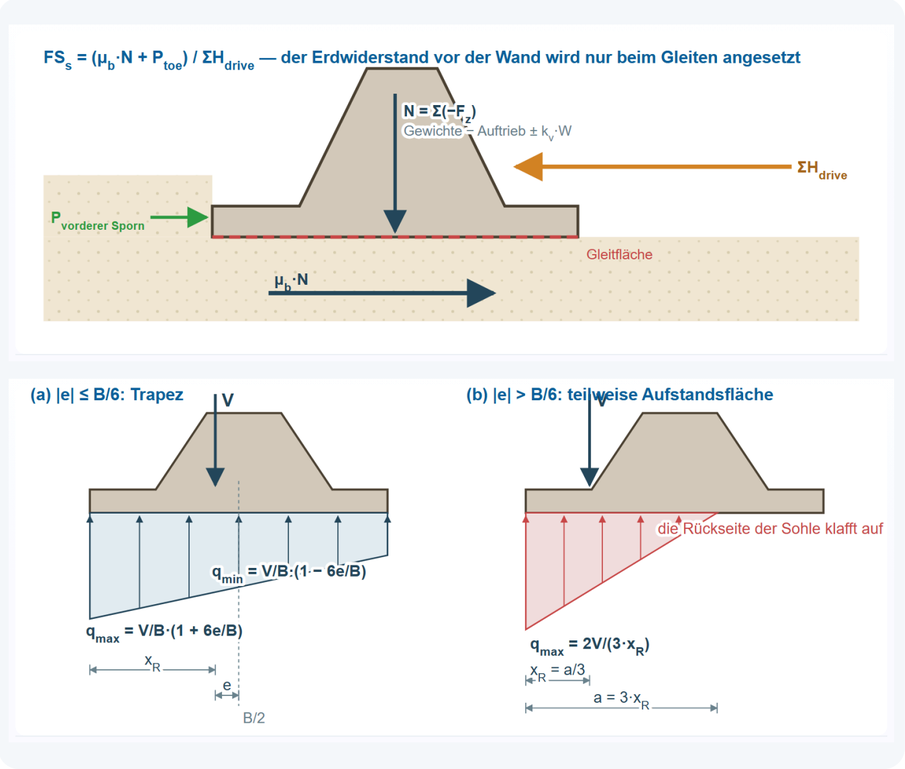
$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad \mu_b = \tan \delta_b$$

Kippen erfolgt um die Kippkante: Die Anteile $-zF_x$ und xF_z jedes Elements gehen je nach Vorzeichen in $\Sigma M_{treibend}$ oder $\Sigma M_{rückhaltend}$ ein; der vordere Widerstand wird nicht angesetzt:

$$FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

Grundbruch: Ist $|e| \le B/6$, so ist die Sohle vollständig in Kontakt; andernfalls kann der Boden keine Zugspannungen aufnehmen, und nur ein Teil ist in Kontakt:

$$q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6}: \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$



Aufgabe

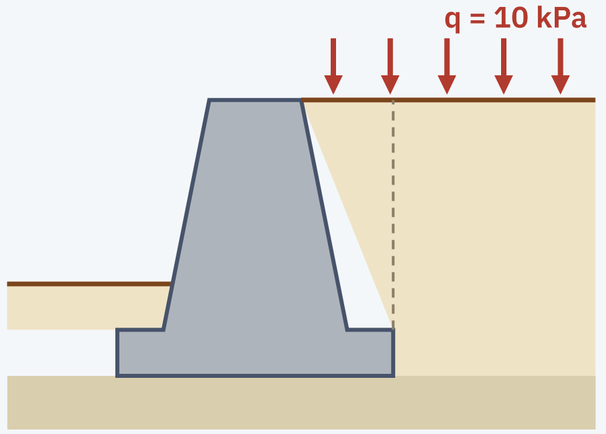
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Lasten	**Wand aus Beispiel 1–5:** $B = 3.0$ **m;** $W_m = 115.5,\ W_s = 33.75,\ W_{toe} = 4.95\ \mathrm{kN/m}$**;** $P_A = 27.0,\ P_Q = 10.0\ \mathrm{kN/m}$
Widerstand	$\mu_b = 0.55$**; Spitzenwiderstand** $P_P = 12.0$ **kN/m (w = 1/3);** $q_{all} = 200$ **kPa**
Erforderlich	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; die Sohle muss vollflächig in Kontakt stehen**

GESUCHT

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} und das Ergebnis jedes Nachweises.



Lösung (1/3)

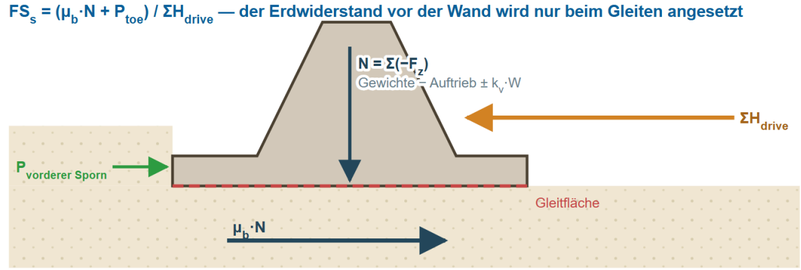
LÖSUNG

1 Sohlreibung: N = W_m + W_s + W_{toe} (ohne Q_{heel})

$$N = 115.50 + 33.75 + 4.95 = \mathbf{154.20}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(154.20) = 84.81\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{84.81 + 12.0}{37.0} = \mathbf{2.616}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Lösung (2/3)

LÖSUNG

2 Kippmoment (um den vorderen Sporn; nur treibende Kräfte)

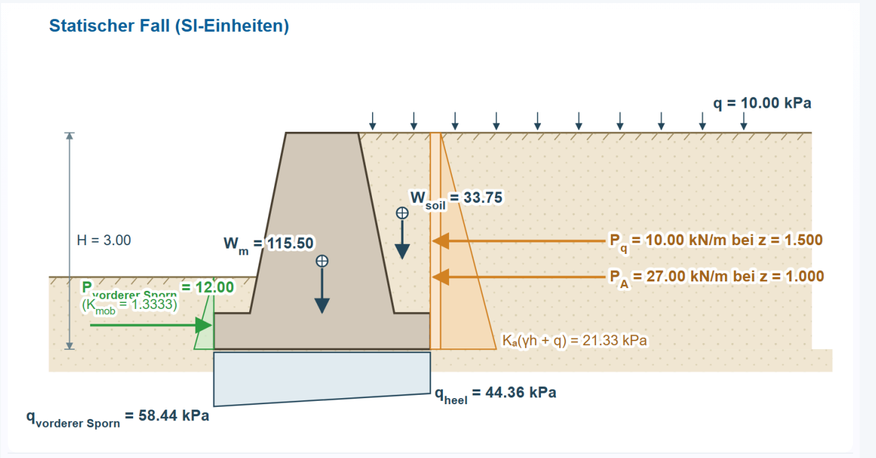
$$M_o = P_A(1.00) + P_Q(1.50) = 27.0 + 15.0 = \mathbf{42.0}\ \text{kN·m/m}$$

3 Rückhaltendes Moment: Wand + Bodenblock + vordere Auffüllung

$$M_r = W_m\bar{x}_m + W_s\bar{x}_s + W_{toe}\bar{x}_{toe}$$

$$= 173.25 + 88.13 + 1.36 = \mathbf{262.74}$$

$$FS_o = \frac{262.74}{42.0} = \mathbf{6.256}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Lösung (3/3)

LÖSUNG

4 Lage der Resultierenden und Ausmitte

$$\Sigma M = M_o - M_r = 42.00 - 262.74 = -220.74$$

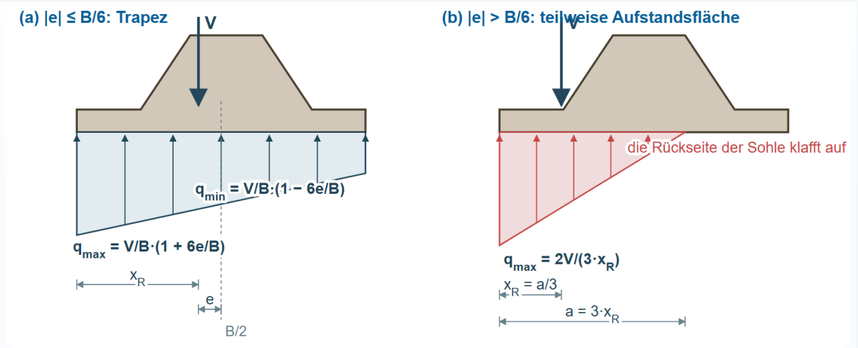
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{220.74}{154.2} = \mathbf{1.4315}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.0685}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.500\ \checkmark$$

5 Sohlspannungen (volle Sohlfläche)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.0685)}{3}\right) = \mathbf{58.44}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{44.36}\ \text{kPa}$$



FS$_s$ = **2.62**, FS$_o$ = **6.26**, e = 0.068 m, q_{max} = **58.4 kPa** ≤ 200, q_{min} = 44.4 kPa > 0: **im statischen Fall sind alle Nachweise erfüllt.**

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Beidseitig hydrostatisches Wasser, am Fundament linearer Auftrieb

THEORIE

Der Wasserdruck ist isotrop und wirkt senkrecht auf jede Fläche, die er berührt. Der freie Körper ist an drei Rändern von Wasser umgeben: der rückwärtigen Druckebene, der Vorderseite der Wand und der Unterseite der Fundamentplatte. Jede davon ist ein eigener Posten im Kräfteverzeichnis:

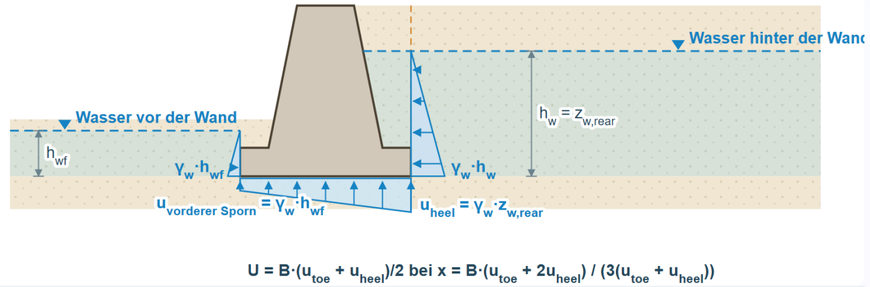
$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U_{front} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_{wf}^2 \;\; (h_{wf}/3,\ \text{zurück})$$

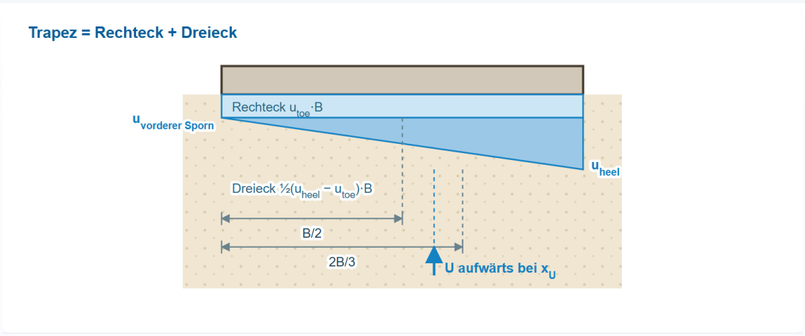
Der Porenwasserdruck unter der Sohle ändert sich **linear** von der Last am vorderen Sporn bis zur Last an der hinteren Kante (geradliniger Lastverlust):

$$U = \frac{B\,(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B\,(u_{toe} + 2u_{heel})}{3\,(u_{toe} + u_{heel})}$$

Der Auftrieb wirkt nach oben (F_z = +U): Er verringert N′ und damit die Sohlreibung und fügt ein Kippmoment $U \cdot x_U$ hinzu.

$h_W = H - z_W$ (z_W: Tiefe des Grundwassers von der Wandkrone); die vordere Wasserhöhe h_{wf} wirkt nach hinten und verringert den Netto-Schub. Bei unterschiedlichen Wasserständen ist die hydraulische Standsicherheit (Sickerströmung) zusätzlich gesondert zu betrachten.





Aufgabe

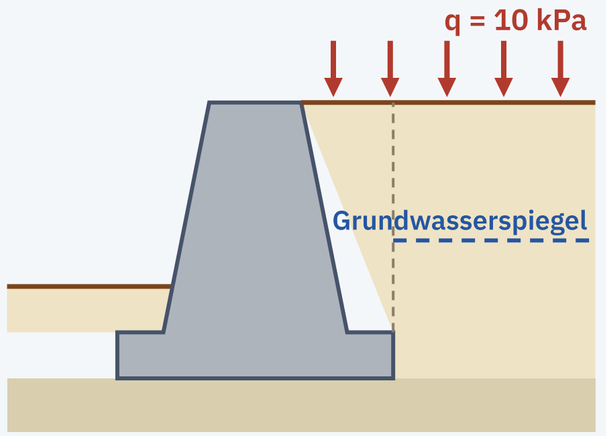
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Wand und Hinterfüllung aus den Beispielen 1–5 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°,\ q = 10$ kPa); statischer Zustand**
Wasser	**in der Hinterfüllung liegt der Grundwasserspiegel 1.5 m unter der Wandkrone ($h_w = 1.5$ m); vor der Wand kein Wasser; linearer Auftrieb unter der Sohle**

GESUCHT

Änderung des Erddrucks und des Wassers; **Auftrieb** und **N**; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Erddruck (γ oben, γ′ = 20 − 9.81 = 10.19 unten) und Wasserdruck

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma d_1^2 + K_a\gamma d_1 d_2 + \tfrac{1}{2}K_a\gamma' d_2^2$$

$$= 6.75 + 13.50 + 3.82 = \mathbf{24.07}\ \mathrm{kN/m}\ \ (z = 1.061\ \mathrm{m})$$

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}(9.81)(1.5)^2 = \mathbf{11.04}\ \mathrm{kN/m}\ \ (z = 0.50\ \mathrm{m}) \qquad P_Q = 10.0$$

2 Auftrieb (u = 0 am vorderen Sporn, u = 9.81·1.5 = 14.72 kPa am hinteren Sporn; dreieckförmig)

$$U = \tfrac{1}{2}(14.72)(3.0) = \mathbf{22.07}\ \mathrm{kN/m}\ (\text{nach oben})\ \ \text{at}\ x_U = \frac{2B}{3} = 2.00\ \mathrm{m}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Wirksame Normalkraft und Reibung (mit dem Bodenblock γ_{sat}: W_s = 34.95)

$$N = W_m + W_s + W_{toe} - U = 115.50 + 34.95 + 4.95 - 22.07 = \mathbf{133.33}\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{0.55(133.33) + 12.0}{24.07 + 10.0 + 11.04} = \frac{85.33}{45.11} = \mathbf{1.892}$$

4 Kippen und Sohle

$$M_o = 25.54 + 15.00 + 5.52 + 44.14 = 90.20 \ \ (P_A,\ P_Q,\ U_{rear},\ \text{Auftrieb (Zugbeanspruchung)}) \qquad M_r = 265.98$$

$$FS_o = \frac{265.98}{90.20} = \mathbf{2.949} \qquad x_R = \frac{175.78}{133.33} = 1.318\ \text{m} \quad e = 0.182\ \text{m}$$

$$q_{max} = \mathbf{60.58} \qquad q_{min} = \mathbf{28.30}\ \text{kPa}$$

Wasser verringerte FS_s von 2.62 auf **1.89**, FS_o von 6.26 auf **2.95** und q_{min} von 44.4 auf 28.3 kPa (der Auftrieb verringerte N um 22.1 kN/m und fügte 44.1 kN·m/m treibendes Moment hinzu); die Nachweise sind weiterhin erfüllt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Mononobe–Okabe-Erddruck und Trägheit der Wand

THEORIE

Beim pseudostatischen Verfahren wirkt auf jede Masse eine horizontale Kraft $k_h$mg und eine vertikale Kraft ±$k_v$mg; die kritische Richtung ist diejenige, in der die Trägheit nach vorn drückt (in dieselbe Richtung wie der Erddruck). Schwerkraft und Trägheit wirken zusammen wie ein um θ gedrehtes Schwerefeld; der Coulomb-Keil wird mit den Trägheitskräften gelöst (Mononobe–Okabe). In der vertikalen Ebene ergibt sich bei horizontaler Hinterfüllung (δ = β = 0):

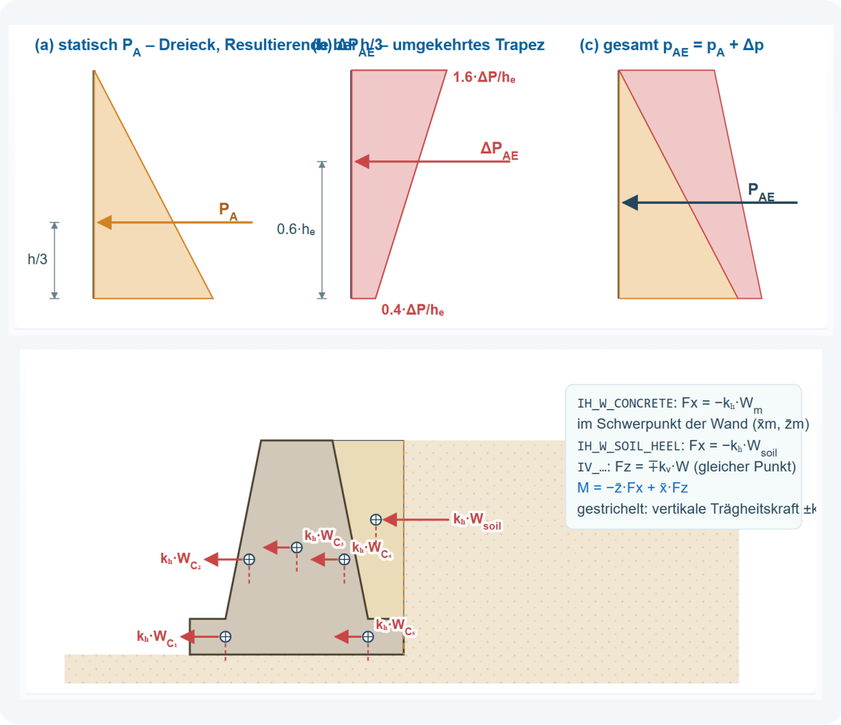
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi'-\theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right)K_{AE}$$

Ist φ′ − θ < 0, so kann kein Keil im Gleichgewicht bleiben: „keine Lösung“, die Nachweise gelten als nicht erfüllt.

Verteilung: P_{AE} liefert die Größe, nicht die Lage. $\Delta P_{AE} = P_{AE} - P_{A,statisch}$ als umgekehrtes Trapez (oben 1.6ΔP/h, unten 0.4ΔP/h; Resultierende bei **0.6h**); der statische Anteil behält seine statische Form.

Trägheit: Wand, Bodenblock und Vorschüttung drücken mit der Kraft k_hW im Schwerpunkt nach vorn; bei $k_v > 0$ werden beide Fälle mit $(1 \pm k_v)$ untersucht, maßgebend ist der kleinste FS. Der hydrodynamische Wasserdruck $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ (bei $0.4h_w$) wird zusätzlich angesetzt.

Der passive Erddruck vor der Wand wird im Erdbebenfall mit $\eta_{p,E}$ multipliziert; Standardwert **0** (keine Anrechnung).



Aufgabe

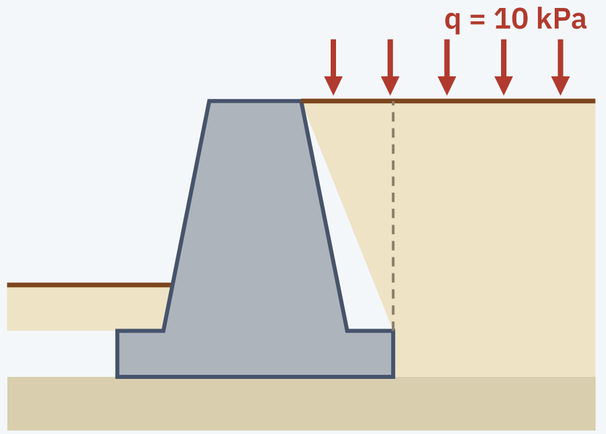
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Die Wand und die Hinterfüllung aus den Beispielen 1–6 (statisch FS_s = 2.62; FS_o = 6.26)**
Erdbeben	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; **Anrechnung des Spitzenwiderstands** $\eta_{p,E} = 0$; **erforderlich** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$

GESUCHT

θ, **K_{AE}**, **P_{AE}**, **ΔP_{AE}**, **$\bar{z}$**; Trägheitskräfte; FS_s, FS_o, e, q_{max}.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Erdbebenwinkel und Erdbebenbeiwert

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ\,(1+0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

2 Dynamischer Erddruck und seismischer Zusatz (statisch $P_A + P_Q$ = 37.0 kN/m)

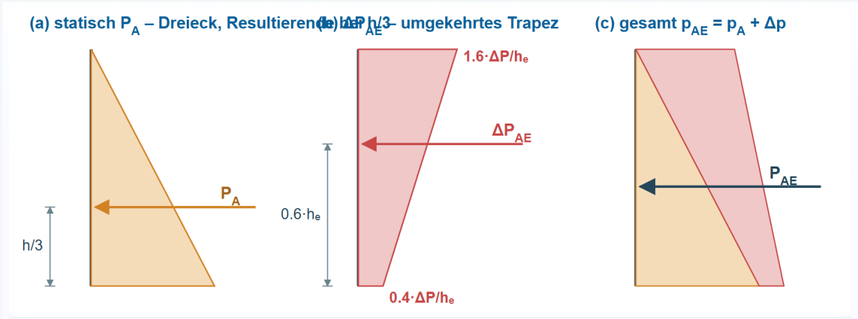
$$P_{AE} = (81+30)(0.4329) = \mathbf{48.06}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 48.06 - 37.0 = \mathbf{11.06}\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

3 Höhe des Lastangriffs

$$\bar{z}_{AE} = [27.0(1.00) + 10.0(1.50) + 11.06(1.80)]/48.06$$

$$= 61.90/48.06 = \mathbf{1.288}\ \text{m}$$



Lösung (2/3)

LÖSUNG

4 Trägheitskräfte $k_h W$ (in den Schwerpunkten, nach vorn)

$$IH_m = 0.15(115.50) = 17.325 \quad (z = 1.222\ \text{m})$$

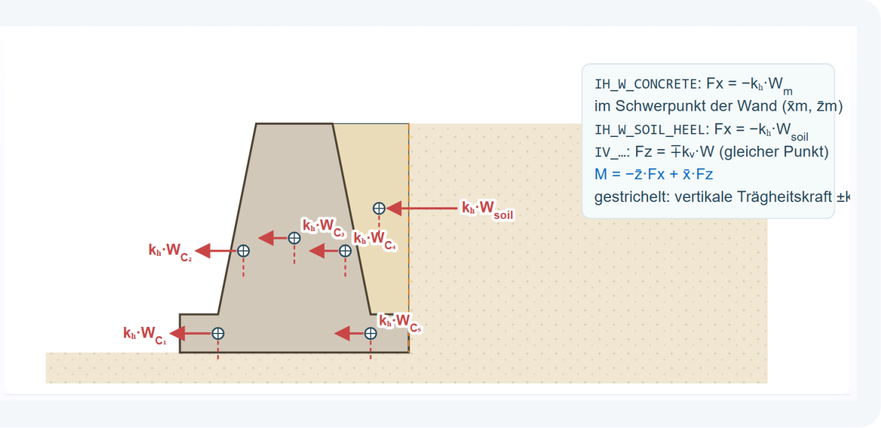
$$IH_s = 0.15(33.75) = 5.062 \quad (z = 1.889\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(4.95) = 0.743 \quad (z = 0.758\ \text{m})$$

5 Gleiten (kein Ansatz des vorderen Widerstands)

$$\Sigma H_{drive} = 48.06 + 17.32 + 5.06 + 0.74 = 71.19$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{84.81}{71.19} = \mathbf{1.191} \ \geq 1.1 \ \checkmark$$



Lösung (3/3)

LÖSUNG

6 Kippen und Lage der Resultierenden

$$M_{o,E} = P_{AE}\bar{z} + \Sigma IH\, z = 61.90 + 21.18 + 9.56 + 0.56 = 93.20$$

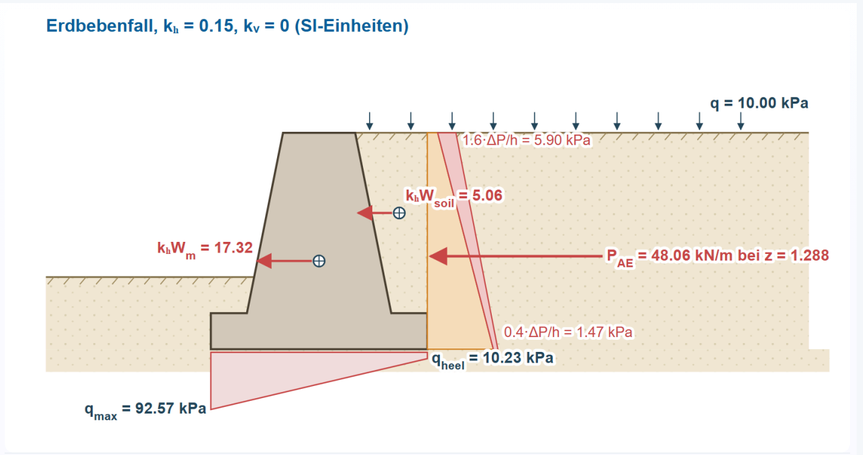
$$FS_{o,E} = \frac{262.74}{93.20} = \mathbf{2.819} \;\geq 1.1$$

$$x_R = \frac{262.74 - 93.20}{154.2} = 1.099\ \text{m} \qquad e = \mathbf{0.401}\ \text{m}$$

7 Sohlpressungen (|e| = 0.401 m ≤ B/6 = 0.50 m: volle Sohlfläche)

$$q_{max} = \frac{154.2}{3}\left(1 + \frac{6(0.401)}{3}\right) = \mathbf{92.57}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{10.23}\ \text{kPa}$$



Im Erdbebenfall FS_s = **1.19**, FS_o = **2.82**, e = **0.401 m**, q_{max} = **92.6 kPa**; das Erdbeben veränderte FS_s von 2.62 auf 1.19 und e von 0.068 auf 0.401 m: **Gleiten** und **Ausmittigkeit** sind die maßgebenden Nachweise.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Wo die Nachweise enden

THEORIE

Diese Nachweise behandeln die Wand auf ihrem Fundament als **einen einzigen starren Block**: die **äußere Standsicherheit** der Wand. Eine Schwergewichtsstützwand aus Stein oder Massenbeton kann auch **in sich** versagen (insbesondere bei hohem oder schlankem Querschnitt, bei Trockenmauerwerk, bei schwachem Mörtel und unter Erdbeben); diese Nachweise werden aus den von diesem Modul gelieferten Einwirkungen geführt.

Nichtbindige Hinterfüllung ($c' = 0$); zweischichtige oder geschichtete Hinterfüllung ist in diesem Modul nicht enthalten. Die Hinterfüllungsoberfläche ist entweder eben oder hat eine einzige Neigung.

Sohlreibung $\mu_b = \tan \delta_b$ (für Mauerwerk/Beton im Allgemeinen $2/3\varphi' – \varphi'$); es wird keine Adhäsion angesetzt. Der volle passive Erddruck vor dem Fundament wird dem Reibungsanteil zugerechnet und nicht beim Kippen und beim Grundbruch verwendet.

Die **Berechnung** erfolgt je 1.00 m Wandlänge; die seitlichen Drücke aus Streifen- und Einzellastauflast werden nach Boussinesq (starre Wand) addiert.

Kippen (hydraulische Standsicherheit, Sickerströmung, Geländebruch, Setzungen) ist nicht Gegenstand dieses Moduls.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Freikörper = Wand + der mit ihr bewegte Boden; der Erddruck wirkt **in der vertikalen Ebene an der hinteren Kante der Fundamentplatte** ($\delta = \beta$); einheitliche Vorzeichenregel: $M = x \cdot F_z - z \cdot F_x$, Kippen +

Gewicht: $W_i = \gamma_m A_i$, $\bar{x} = \Sigma W_i \bar{x}_i / \Sigma W_i$; der Bodenblock und die vordere Anschüttung bewegen sich ebenfalls mit der Wand; die Auflast auf dem hinteren Sporn (Q_{heel}) geht in keinen Nachweis ein

Aktiv: $P_A = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$ (h/3), $P_Q = K_a q h$ (h/2); bei geneigter Hinterfüllung $K_{a\beta}$ (Rankine in der vertikalen Ebene = Coulomb); **passiv**: $K_{mob} = w K_p + (1 - w) K_0$, nur beim Gleiten

Gleiten $FS_s = (\mu_b N + P_P) / \Sigma H_{drive}$; **Kippen** $FS_o = \Sigma M_{res} / \Sigma M_{ov}$ (Kippkante); **Grundbruch**: $x_R = -\Sigma M / V$, $e = B/2 - x_R$, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$, bei $|e| > B/6$ gilt $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Wasser: Gewicht mit γ_{sat} + U_{rear} als getrennter Posten; Auftrieb u_{toe} am vorderen Sporn – u_{heel} am hinteren Sporn, linear: verringert N′ und erhöht das Kippmoment

Erdbeben: $\theta = \tan^{-1} k_h/(1 - k_v)$; $P_{AE} = (\frac{1}{2}\gamma h^2 + qh) K_{AE}$; ΔP_{AE} bei 0.6h; $k_h W$ Trägheit; vorderer passiver Anteil $\eta_{p,E}$ (Standard 0)

Literatur

Die drei Theorien des Moduls und die Quelle, deren Darstellung der geschlossenen Formen (Ka, Kp, KAE) das Handbuch folgt. Alles, was nicht aus ihnen abgeleitet ist, stellt eine Annahme dieses Moduls dar und ist im Text als solche gekennzeichnet.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Schritt-für-Schritt-Beispiel auf der Modulseite ist ebenfalls diese Wand (H = 3 m hohe Steinmauer, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie in GeoTerva den Schnitt, die Hinterfüllung, die Auflast, das Wasser und die Erdbebenbeiwerte Ihrer eigenen Stützwand ein; das Modul liefert das Kräfteverzeichnis, die drei Nachweise und die Sohlpressungen gemeinsam.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com