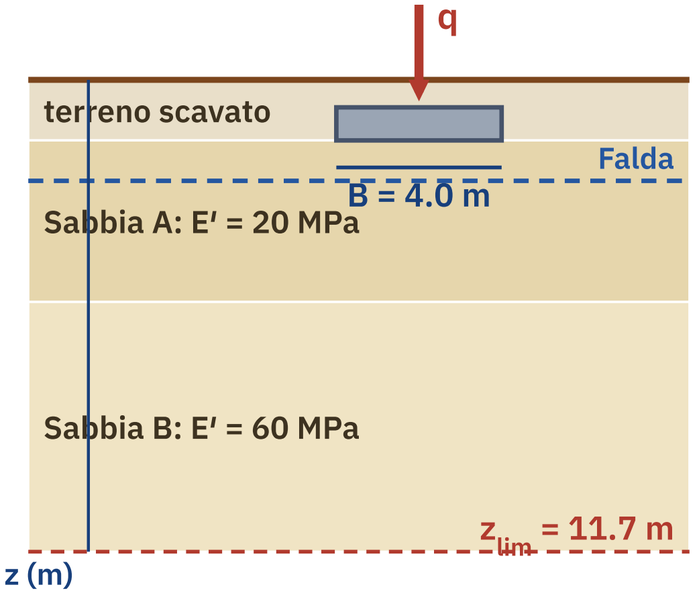
Presentazione della lezione di geotecnica · Cedimenti

Cedimento elastico: terreno granulare

Lezione: dalla teoria dell'elasticità ai coefficienti di Steinbrenner, dal profilo stratificato alla fondazione flessibile e rigida; gli strati di sabbia e ghiaia si comportano in condizioni drenate (E′, ν′); un esempio di calcolo per ogni argomento.

- Legge di Hooke
- Coefficienti di Steinbrenner
- Profilo stratificato
- Pressione netta
- Fondazione flessibile e rigida
- Esempi di calcolo



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

Dalla legge di Hooke all'integrale dei cedimenti: $\varepsilon_z = [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)]/E$ e $S = \int \varepsilon_z \, dz$

Calcolare i **coefficienti di Steinbrenner** (F_1, F_2, I_s) e determinare il cedimento al **centro** e allo **spigolo** di una fondazione rettangolare

Trattare gli strati granulari come **drenati**: $E'/p_a = \alpha \, N_{60}$, $\nu' \approx 0.25–0.35$

Profilo stratificato Sommare con la differenza $I_s(z_{inferiore}) - I_s(z_{superiore})$

Determinare la **pressione netta** (effetto dello scavo) e la **profondità di calcolo** (profondità di influenza)

Distinguere il cedimento di una fondazione **flessibile** e **rigida** (rigida ≈ 0.93 × flessibile al centro)

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Fondazione dell'esempio: fondazione rettangolare flessibile 4 m × 6 m, q = 180 kPa, profondità di scavo 1.5 m, falda freatica 2.5 m; strato di sabbia. I cedimenti sono espressi in mm.

Che cosa calcola questo modulo?

TEORIA

Questo modulo considera **solo strati granulari** (sabbia, ghiaia) e calcola il **cedimento elastico**: poiché la sabbia rilascia immediatamente l'acqua, il suo cedimento è interamente elastico.

Dalle tensioni di **Boussinesq** del terreno sotto carico si ricava la deformazione **mediante la legge di Hooke**, e l'integrale della deformazione è il cedimento.

Il cedimento immediato degli strati di argilla è nel modulo Cedimenti elastici, la consolidazione nel modulo Consolidazione e la somma di tutti nel modulo Cedimento totale.

La soluzione è **analitica**: fattori di influenza in forma chiusa e somma strato per strato; nessun elemento finito.

Oltre a ciò: il metodo di Schmertmann, gli abachi SPT/CPT, il modulo crescente con la profondità (Mayne–Poulos), la rigidezza della fondazione e l'interazione terreno–struttura.

TIPO DI STRATO

	Granulare
Comportamento	drenato
E	E′ (ad es. α N_{60})
v	0.25 – 0.35

Legge di Hooke e integrale del cedimento

TEORIA

Al di sotto di una fondazione **perfettamente flessibile** che trasmette la pressione netta q_{net}, il terreno è un mezzo elastico omogeneo semi-infinito (tensioni di Boussinesq). La legge di Hooke fornisce la deformazione verticale e il suo integrale fornisce il cedimento:

$$S = \int \varepsilon_z \, dz = \int \frac{\Delta\sigma_z - \nu \left(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y\right)}{E} \, dz$$

Le tensioni laterali dipendono da ν; pertanto la deformazione e il cedimento variano con **sia E sia ν**.

Al crescere di ν le tensioni laterali **riducono** la deformazione verticale: a parità di E′, un terreno con ν = 0.5 si comprime meno di uno con ν = 0.3.

Il cedimento è **inversamente proporzionale** a E: raddoppiando il modulo il cedimento si dimezza.

NOTAZIONI

q_{net}: pressione netta (applicata dopo lo scavo)

$\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$: incrementi di tensione

E, ν: costanti elastiche dello strato

ε_z: deformazione verticale (compressione +)

Traccia

ESEMPIO

Dati

Incremento di tensione	$\Delta\sigma_z = 100\ \text{kPa},\ \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = 40\ \text{kPa}$
Terreno	$E' = 20\ \text{MPa},\ \nu' = 0.30$
Concio	**spessore 1.0 m**

RICHIESTO

Determinare la deformazione verticale e la compressione del concio; confrontare con l'ipotesi v = 0 (monodimensionale).

Soluzione

SOLUZIONE

1 Deformazione verticale

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)}{E} = \frac{100 - 0.30(40 + 40)}{20{,}000} = \frac{76.0}{20{,}000} = \mathbf{0.00380}$$

2 Compressione del concio (H = 1.0 m)

$$\Delta S = \varepsilon_z H = 0.00380(1.0) = \mathbf{3.80}\ \text{mm}$$

3 Confronto: v = 0

$$\varepsilon_z = \frac{100}{20{,}000} = 0.00500 \ \Rightarrow\ \Delta S = 5.00\ \text{mm}$$

Le tensioni laterali (v = 0.30) riducono la deformazione del **24%**: 3.80 mm, contro 5.00 mm nel caso monodimensionale.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Soluzione in forma chiusa per lo spigolo

TEORIA

Per lo **spigolo** di un rettangolo uniformemente caricato l'integrale ha una soluzione in forma chiusa (Steinbrenner):

$$S = q_{net}\,\alpha\,B'\,\frac{1-\nu^2}{E}\,I_s \qquad I_s = F_1 + \frac{1-2\nu}{1-\nu}\,F_2$$

$$F_1 = \frac{A_0 + A_1}{\pi} \qquad F_2 = \frac{n'}{2\pi}\tan^{-1} A_2$$

m′ = L′/B′ e n′ = z/B′ (B′ è il lato corto del rettangolo d'angolo). Il **centro** è l'angolo di quattro rettangoli (B/2 × L/2): α = 4, B′ = B/2. L'**angolo** è l'angolo dell'intero rettangolo: α = 1, B′ = B. Qualsiasi altro punto è la somma algebrica dei quattro rettangoli aventi un angolo in quel punto.

> Per v = 0.5, (1 − 2v) = 0: **$I_s = F_1$** e (1 − v²) = 0.75.

NOTAZIONI

α: numero di rettangoli d'angolo (4 al centro, 1 all'angolo)
B′: lato corto del rettangolo d'angolo
m′ = L′/B′, n′ = z/B′
z: profondità dal piano di posa della fondazione
I_s: fattore di forma

A_0, A_1, A_2 e il confine del concio

TEORIA

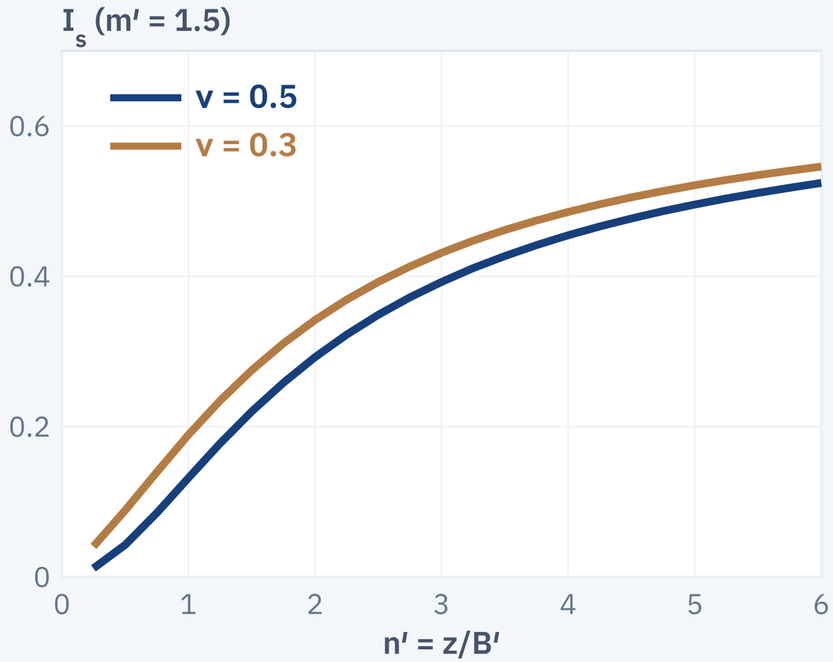
$$A_0 = m' \ln \frac{\left(1+\sqrt{m'^2+1}\right)\sqrt{m'^2+n'^2}}{m'\left(1+\sqrt{m'^2+n'^2+1}\right)}$$

$$A_1 = \ln \frac{\left(m'+\sqrt{m'^2+1}\right)\sqrt{1+n'^2}}{m'+\sqrt{m'^2+n'^2+1}} \qquad A_2 = \frac{m'}{n'\sqrt{m'^2+n'^2+1}}$$

Striscia ($m' \to \infty$): $F_1 = \ln(1+n'^2)/2\pi$ e $F_2 = (n'/2\pi)\tan^{-1}(1/n')$; al suo bordo $\alpha = 2$, $B' = B$.

Il motore di calcolo applica direttamente le formule; non servono abachi né tabelle arrotondate.

I_s aumenta con la profondità e **si satura lentamente**: il contributo degli strati profondi è limitato (a lato $m' = 1.5$).



Traccia

ESEMPIO

Dati

Fondazione	**B × L = 4 × 6 m, alla profondità z′ = 4 m sotto il centro (dal piano di posa della fondazione)**
Rettangolo d'angolo	**B/2 × L/2 = 2 × 3 m ⇒ B′ = 2 m, m′ = 1.5, n′ = z′/B′ = 2.0**
Terreno	$\nu' = 0.30$

RICHIESTO

Determinare i valori di **A_0, A_1, A_2, F_1, F_2** e **I_s**.

Soluzione

SOLUZIONE

1 A_0, A_1, A_2 (radici quadrate: $\sqrt{(m'^2+1)} = 1.8028$; $\sqrt{(m'^2+n'^2)} = 2.5000$; $\sqrt{(m'^2+n'^2+1)} = 2.6926$)

$$A_0 = 1.5 \ln \frac{(1+1.8028)(2.5000)}{1.5(1+2.6926)} = \mathbf{0.3527} \qquad A_1 = \ln \frac{(1.5+1.8028)\sqrt{5}}{1.5+2.6926} = \mathbf{0.5662}$$

$$A_2 = \frac{1.5}{2(2.6926)} = \mathbf{0.2785}$$

2 F_1, F_2 e I_s

$$F_1 = \frac{0.3527+0.5662}{\pi} = \mathbf{0.2925} \qquad F_2 = \frac{2}{2\pi}\tan^{-1}(0.2785) = \mathbf{0.0865}$$

$$I_s = F_1 + \frac{1-2(0.30)}{1-0.30}F_2 = \mathbf{0.3419}$$

$I_s = F_1 + 0.5714\,F_2 =$ **0.3419**; se fosse $\nu' = 0.5$ si otterrebbe $F_1 = 0.2925$ (14% in meno).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Modulo drenato E′ e ν′

TEORIA

Poiché la sabbia rilascia subito l'acqua, si comporta in condizioni drenate; il suo cedimento è interamente elastico. Nella fonte (Das) il modulo della sabbia si ricava dall'SPT con **$E'/p_a = \alpha\, N_{60}$** ($p_a \approx 100$ kPa):

$$\frac{E'}{p_a} = \alpha\, N_{60} \qquad \alpha = 5\ \text{(sabbia a grana fine)}\ \ 10\ \text{(NC pulita)}\ \ 15\ \text{(OC pulita)}$$

Il modulo della sabbia **aumenta** con la profondità: suddividere uno strato spesso in più strati con E′ crescente.

ν′ è tipicamente 0.25–0.35; deve risultare ν′ < 0.5 (per uno strato granulare non è possibile inserire ν′ ≥ 0.5).

Il cedimento elastico varia anche con ν′: diminuisce all'aumentare di ν′.

α PER LA SABBIA

α	E′ (N_{60} = 20)
5	10 MPa
10	20 MPa
15	30 MPa

Traccia

ESEMPIO

Dati

Sabbia	$N_{60} = 20$, $p_a = 100\ \text{kPa}$; $\alpha = 5,\ 10,\ 15$
Coefficiente di Poisson	$\nu' = 0.25;\ 0.30;\ 0.35$ **(E′ = 20 MPa)**
Riferimento	**Cedimento del singolo strato per α = 10, v′ = 0.30: S = 29.0 mm (Esempio 6)**

RICHIESTO

Per ciascun α, **E′**; cedimento per v′ = 0.25, 0.30, 0.35 e 0.5.

Soluzione

SOLUZIONE

1 $E' = \alpha N_{60} p_a$ ($N_{60} = 20$; $p_a = 100$ kPa)

$$E' = \alpha\, N_{60}\, p_a: \quad 5(20)(0.1) = \mathbf{10}\ \text{MPa},\ \ 10(20)(0.1) = \mathbf{20},\ \ 15(20)(0.1) = \mathbf{30}\ \text{MPa}$$

ν′	0.25	0.30	0.35	0.50
S (mm)	30.1	29.0	27.7	22.8
$S / S_{\nu'=0.30}$	1.038	1.000	0.955	0.786

Al variare di E′ da 10 → 30 MPa il cedimento passa da 58 → 19 mm (proporzionalità inversa). ν′ da 0.25 → 0.35 modifica il cedimento solo dell'8%; se ν′ = 0.5 sarebbe inferiore del 21%.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Lo scavo rimuove prima il carico

TEORIA

Lo scavo rimuove la **tensione geostatica verticale efficace** al livello del fondo (falda freatica invariata). Quando un unico modulo è utilizzato sia per lo scarico sia per il ricarico, il rigonfiamento elastico dello scavo viene recuperato al ricarico; il cedimento immediato è governato dalla **pressione netta**:

$$q_{net} = q_{gross} - \sigma'_{v0}(D_{exc})$$

$\sigma'_{v0}(D_{exc})$: tensione efficace iniziale al fondo scavo (γ sopra la falda freatica, $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ al di sotto).

Se $q_{net} \leq 0$ non si ha cedimento (un valore negativo è un rigonfiamento elastico).

Se non vi è scavo, $q_{net} = q_{gross}$ (la pressione è applicata alla superficie del terreno).

NEDEN NET?

Il carico pari al peso del terreno rimosso durante lo scavo viene **restituito** quando si realizza la fondazione. Il cedimento del terreno deriva soltanto dalla pressione **aggiunta a** tale carico.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Carico	$q_{gross} = 180\ \mathrm{kPa}$; **profondità di scavo** $D_{exc} = 1.5\ \mathrm{m}$
Terreno	$\gamma = 18.5\ \mathrm{kN/m^3},\ \gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$
Falda	**(a) 2.5 m (sotto il fondo scavo) · (b) 1.0 m (sopra il fondo scavo)**

RICHIESTO

In ciascun caso si determinino i valori di $\sigma'_{v0}(D_{exc})$ e q_{net}.

Soluzione

SOLUZIONE

1. (a) Falda freatica 2.5 m > 1.5 m: assenza di acqua al fondo scavo

$$\sigma'_{v0} = \gamma D_{exc} = 18.5(1.5) = 27.75\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ q_{net} = 180 - 27.75 = \mathbf{152.25}\ \text{kPa}$$

2. (b) falda freatica a 1.0 m: fondo scavo 0.5 m sotto il livello dell'acqua (γ′ = 19.5 – 9.81 = 9.69 kN/m³)

$$\sigma'_{v0} = 18.5(1.0) + 9.69(0.5) = 23.345\ \text{kPa} \ \Rightarrow\ q_{net} = 180 - 23.345 = \mathbf{156.66}\ \text{kPa}$$

Se l'acqua è al di sopra del fondo scavo, la tensione efficace rimossa diminuisce e la pressione netta **aumenta** da 152.2 a 156.7 kPa: una falda freatica alta amplifica il cedimento immediato.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Profondità di influenza: Δσ = p · q

TEORIA

L'incremento di tensione sotto il carico diminuisce con la profondità ma non si annulla; occorre un limite inferiore per la somma: **la profondità di calcolo z_{lim}**. Il modulo offre due regole:

Profondità di influenza: la profondità al di sotto del centro alla quale l'incremento di tensione di Boussinesq si riduce alla frazione **p** della pressione applicata (comunemente p = 10%): I(z′) = p e $z_{lim} = D_f + z'$.

Base del profilo: il calcolo termina con l'ultimo strato (una base rigida come roccia o ghiaia addensata; lo strato con base rigida di Steinbrenner).

Se il profilo termina al di sopra di z_{lim}, l'ultimo strato continua fino a z_{lim} con le stesse proprietà.

$$I = \frac{\Delta\sigma_z}{q} = 4\, I_{corner}(m, n) \qquad m = \frac{B}{2z'},\ n = \frac{L}{2z'}$$

z′/B (p = %10 | %20)

L/B	p = %10	p = %20
1.0	2.09 B	1.40 B
1.5	2.55 B	1.70 B
2.0	2.92 B	1.94 B
5.0	4.33 B	2.68 B
striscia	6.34 B	3.13 B

Traccia

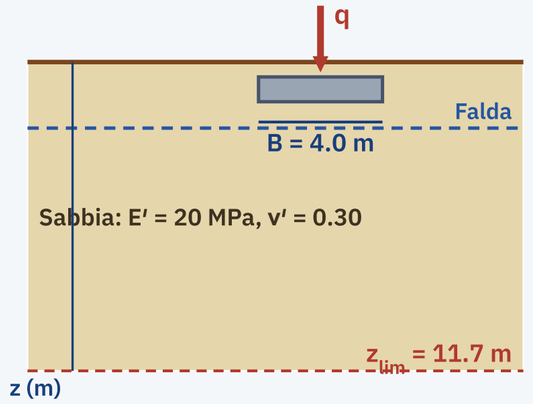
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**B × L = 4 × 6 m (L/B = 1.5), al fondo scavo; D_f = 1.5 m**
Regola	**profondità di influenza, p = 10% (I = 0.10)**
Formula	$I = 4\,I_{corner}(m,n),\ m = B/2z',\ n = L/2z'$

RICHIESTO

z′ e **z_{lim}**; il valore di I per z′ = 4 m e 10.19 m.



Soluzione

SOLUZIONE

1 z′ = 4 m: m = 2/4 = 0.5; n = 3/4 = 0.75

$$I = 4\, I_{corner}(0.5;\ 0.75) = 4(0.1071) = \mathbf{0.4283}$$

2 Condizione I = 0.10: con bisezione

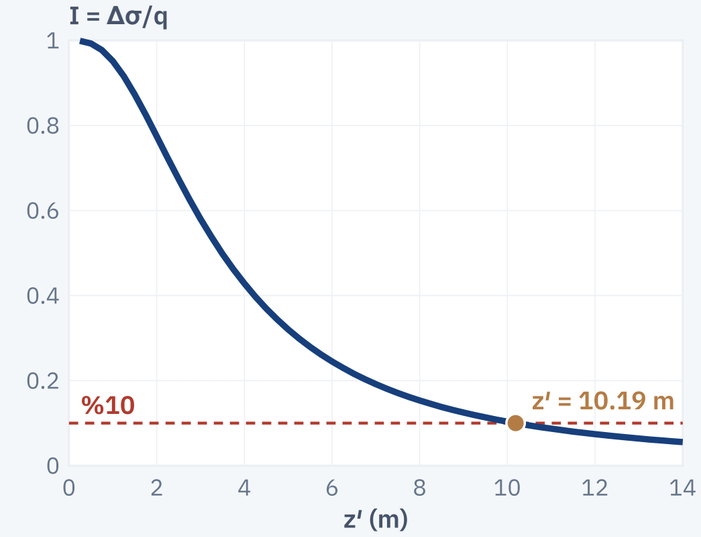
$$z' = \mathbf{10.19}\ \mathrm{m} \quad (= 2.55\, B)$$

$$z_{lim} = D_f + z' = 1.5 + 10.19 = \mathbf{11.69}\ \mathrm{m}$$

3 Verifica: z′ = 10.19 m ⇒ m = 2/z′, n = 3/z′

$$m = 0.1963,\ n = 0.2945$$

$$I = 4(0.0250) = \mathbf{0.1000}$$



Si somma fino alla profondità di 10.19 m (2.55 B); oltre tale profondità si ha la zona in cui la pressione è inferiore al 10%. Per una fondazione quadrata 2.09 B, per una continua 6.34 B: **una fondazione larga agisce più in profondità**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Contributo dello strato: differenza di I_s

TEORIA

Uno strato tra $z_{superiore}$ e $z_{inferiore}$ (a partire dal piano di posa della fondazione) fornisce la **differenza della soluzione del semispazio tra due profondità**, con i propri E e v:

$$\Delta S = q_{net}\,\alpha\,B'\,\frac{1-\nu^2}{E}\,\left[I_s(z_{bottom}) - I_s(z_{üst})\right]$$

Questo è l'integrale della deformazione di Hooke sullo strato (con le tensioni dello semispazio omogeneo): per questa ipotesi è **esatto**; il risultato non dipende dallo spessore dei conci Δz (i conci servono solo alle tabelle e alle aree colorate).

Sostituisce il **modulo medio ponderato** nella formula per singolo strato.

Uno strato la cui rigidezza aumenta con la profondità deve essere suddiviso in più strati.

TOTALE

Il cedimento del profilo è la **somma** dei contributi degli strati fino a z_{lim}: $S = \Sigma\,\Delta S_i$.

Di ogni strato si conta solo la parte compresa tra il piano di posa della fondazione e z_{lim}.

Traccia

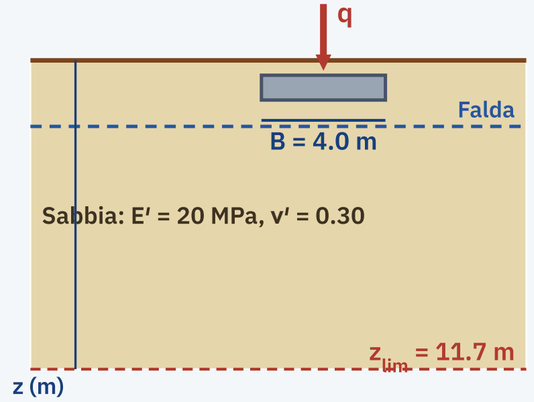
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**rettangolare, B × L = 4 × 6 m, profondità del piano di posa D_f = 1.5 m (fondo scavo)**
Carico	$q_{gross} = 180\ \mathrm{kPa}$ **(fondazione flessibile, pressione uniforme)**
Terreno	**sabbia a strato singolo:** $E' = 20\ \mathrm{MPa},\ \nu' = 0.30,\ \gamma = 18.5\ \mathrm{kN/m^3}$**; falda freatica a 2.5 m**
Profondità di calcolo	**profondità di influenza, p = 10% (Esempio 5): z′ = 10.19 m, z_{lim} = 11.69 m; lo strato continua fino a questa profondità**

RICHIESTO

Cedimento **S** al **centro** della fondazione flessibile.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Pressione netta (Esempio 4a) e coefficiente k = $q_{net}(1 - \nu^2)/E$

$$q_{net} = 152.25\ \text{kPa} \qquad k = \frac{q_{net}(1-\nu^2)}{E} = \frac{152.25(0.91)}{20{,}000} = 0.006927\ (\text{adimensionale})$$

2 Centro: α = 4, B′ = B/2 = 2 m, m′ = 1.5; z′ = 10.19 m ⇒ n′ = z′/B′ = 5.094

$$A_0 = 0.6569,\ A_1 = 0.9097,\ A_2 = 0.0545$$

$$F_1 = 0.4986,\ F_2 = 0.0441 \ \Rightarrow\ I_s = \mathbf{0.5239}$$

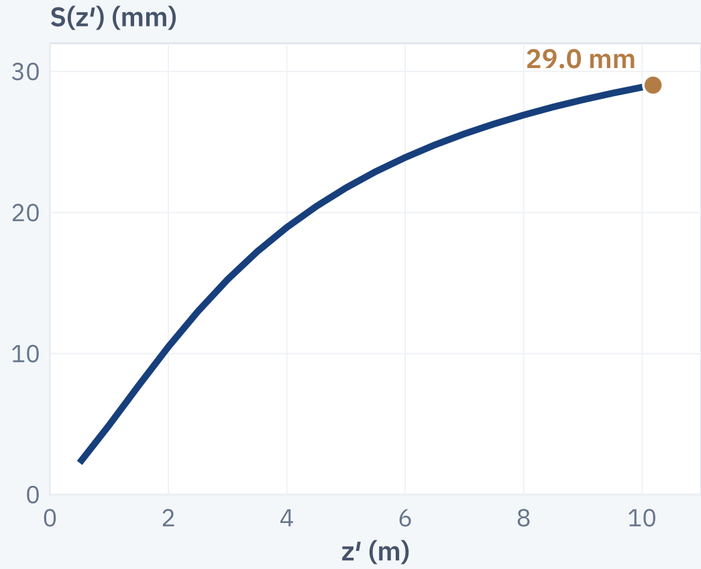
Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Cedimento: $S = k \cdot \alpha\, B' \cdot I_s$

$$S = 0.006927\,(4)(2)(0.5239) = 0.006927(4.1909)$$
$$= 0.02903\ \text{m} = \mathbf{29.0\ mm}$$

Cedimento al centro **29.0 mm**. Nel grafico S(z′): la maggior parte del cedimento si sviluppa nei primi 2B (8 m); il contributo degli strati profondi è modesto.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

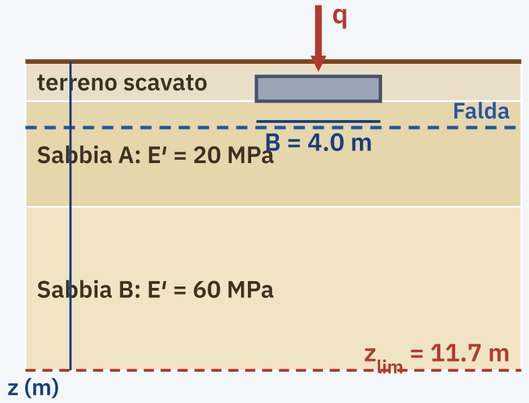
ESEMPIO

Dati

Fondazione, carico	**B × L = 4 × 6 m, q_{gross} = 180 kPa, D_f = 1.5 m ⇒ q_{net} = 152.25 kPa**
Strato A	**spessore di 4 m dal piano di posa:** $E' = 20\ \mathrm{MPa}$
Strato B	**sotto, fino a z_{lim}:** $E' = 60\ \mathrm{MPa}$
Profondità di calcolo	**z'_{lim} = 10.19 m**

RICHIESTO

Determinare il cedimento **al centro** di ciascuno strato e il totale; confrontare con il caso di un unico strato.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Coefficienti di strato k = $q_{net}(1 - \nu^2)/E$ e $\alpha\, B'\, I_s$ (centro; Esempio 2 e 6)

$$k_A = \frac{152.25(0.91)}{20{,}000} = 0.006927 \qquad k_B = \frac{152.25(0.91)}{60{,}000} = 0.002309$$

$$8\, I_s(z' = 4) = 8(0.3419) = 2.7351 \qquad 8\, I_s(z'_{lim}) = 4.1909$$

Quando il profilo è suddiviso in due strati, ciascuno strato si somma **con il proprio modulo**, attraverso l'incremento di I_s nel proprio intervallo.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

2 Cedimenti degli strati e totale

$$\Delta S_A = k_A (8I_s)_4 = 0.006927(2.7351) = 18.9 \text{ mm}$$

$$\Delta S_B = k_B \left[(8I_s)_{lim} - (8I_s)_4\right] = 0.002309(4.1909 - 2.7351) = 3.4 \text{ mm}$$

$$S = \Delta S_A + \Delta S_B = \mathbf{22.3 \text{ mm}}$$

Il cedimento totale al centro è **22.3 mm** (motore di calcolo: 22.3 mm). Il caso a strato singolo (E = 20 MPa) forniva 29.0 mm: poiché lo strato inferiore è **più rigido**, il cedimento si riduce del **23%**; lo strato A sopporta l'85% del totale.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Cedimento al centro, allo spigolo e rigido

TEORIA

Le formule forniscono il cedimento di una fondazione **perfettamente flessibile**: **massimo al centro**, minimo allo spigolo; la loro differenza è il **cedimento differenziale** della fondazione flessibile. Una fondazione rigida si abbassa in modo **uniforme**: circa 0.93 volte il valore elastico al centro:

$$S_{rigid} \approx 0.93\, S_{center} \qquad S_{diff} = S_{center} - S_{köşe}$$

Centro: α = 4, B′ = B/2. Spigolo: α = 1, B′ = B (spigolo del rettangolo completo).

Incasso: il coefficiente di profondità di Fox I_f (funzione di D_f/B, B/L e v) riduce il cedimento di una fondazione incassata. Il modulo assume $I_f = 1$: nessuna correzione, **a favore di sicurezza**.

NOTA

La fondazione reale si colloca tra la flessibile e la rigida. Il modulo fornisce i due valori estremi; la rigidezza intermedia e l'interazione terreno–struttura sono fuori dal suo ambito.

Traccia

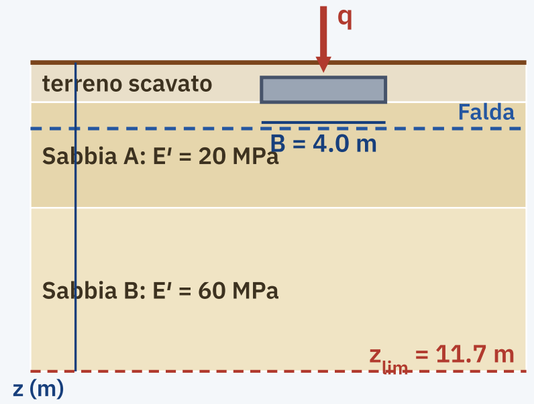
ESEMPIO

Dati

Profilo	**Esempio 7: strato A (4 m) e strato B; z'_{lim} = 10.19 m**
Fondazione	**flessibile, 4 × 6 m**
Angolo	**$\alpha = 1$, $B' = B = 4$ m $\Rightarrow m' = L/B = 1.5$; $n' = z'/4$**

RICHIESTO

Cedimento dello **spigolo**, cedimento della fondazione **rigida** e cedimento **differenziale** della fondazione flessibile.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Valori $4 \cdot I_s$ per lo spigolo ($n' = z'/4$)

$$z' = 4 \; (n' = 1): \; 4\,I_s = 0.7565$$

$$z'_{lim} = 10.19 \; (n' = 2.547): \; 4\,I_s = 1.5865$$

2 Cedimento all'angolo

$$S_{köşe} = k_A(0.7565) + k_B(1.5865 - 0.7565) = 5.2 + 1.9 = \mathbf{7.2\ mm}$$

3 Rigido e differenziale

$$S_{rigid} = 0.93(22.3) = \mathbf{20.7\ mm} \qquad S_{diff} = 22.3 - 7.2 = \mathbf{15.2\ mm}$$

Centro 22.3, spigolo 7.2, rigida 20.7 mm; il cedimento differenziale della fondazione flessibile è **15.2 mm**. Lo spigolo subisce un cedimento pari solo al 32% di quello del centro.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

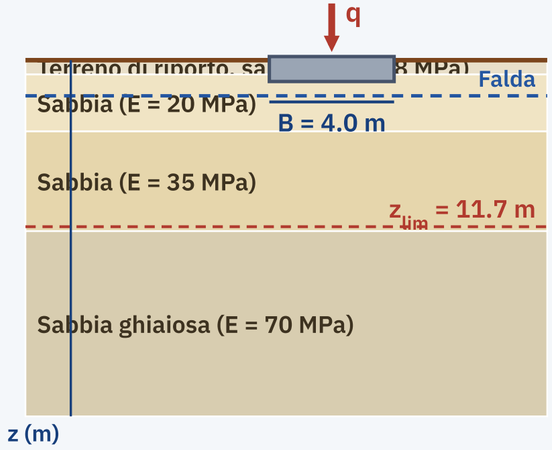
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**B × L = 4 × 6 m, q_{gross} = 180 kPa, profondità di scavo 1.5 m, falda freatica a 2.5 m**
Profilo	**Terreno di riporto, sabbioso 0–1 m: E′ = 8 MPa; sabbia 1–5 m: E′ = 20 MPa; sabbia 5–12 m: E′ = 35 MPa; sabbia ghiaiosa 12–25 m: E′ = 70 MPa**
Profondità di calcolo	**profondità di influenza, p = 10%**

RICHIESTO

Cedimento **al centro** e **all'angolo** strato per strato; cedimento flessibile al centro, all'angolo, rigido e differenziale.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Pressione netta (fondo scavo 1.5 m)

$$\sigma'_{v0}(1.5) = 27.25\ \text{kPa} \quad \Rightarrow \quad q_{net} = 180 - 27.25 = \mathbf{152.75}\ \text{kPa}$$

2 Profondità di calcolo e strati

$$z_{lim} = 1.5 + 10.19 = \mathbf{11.69}\ \text{m} \qquad \text{lo strato sopra il fondo scavo viene rimosso}$$

Il fondo scavo (1.5 m) è all'interno dello strato di sabbia: si conta solo la parte degli strati al di sotto di 1.5 m. z_{lim} = 11.69 m, che rimane all'interno dello strato di sabbia, pertanto tale strato viene troncato.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

Strato	z (m)	H (m)	E (MPa)	k (×10⁻³)	ΔS al centro (mm)	ΔS angolo (mm)
Sabbia (SM, sciolta–mediamente addensata)	1.50 – 5.00	3.50	20	6.950	17.3	4.6
Sabbia (SM, mediamente addensata)	5.00 – 11.69	6.69	35	3.972	6.8	3.7
Totale					**24.1**	**8.3**

Centro **24.1 mm**, angolo 8.3 mm, rigida 22.4 mm, differenziale 15.8 mm. Il modulo fornisce gli stessi valori.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Punti da tenere presenti nella lettura dei risultati

TEORIA

Ipotesi:

- Piano di posa = fondo scavo; pressione uniforme su fondazione completamente flessibile.
- In ciascuno strato, le tensioni del **semispazio omogeneo** (con il v di quello strato).
- Ogni strato è granulare e si consolida in condizioni **drenate** (E′, v′).
- Nessuna correzione per l'incassamento; fondazione rigida ≈ 0.93 × centro della fondazione flessibile.
- Convenzione dei segni: il cedimento è **positivo**; il selettore nell'intestazione passa alla convenzione in cui il cedimento verso l'alto è positivo.

Escluso dall'ambito: strati di argilla; Schmertmann, abachi SPT/CPT, modulo crescente con la profondità, rigidezza della fondazione e interazione terreno–struttura, elementi finiti.

AREE COLORATE

Le viste in sezione mostrano con bande di colore l'incremento di tensione, il modulo, la deformazione e il cedimento S(z); il valore al centro, al livello della fondazione, è il cedimento risultante.

Sintesi

Punti chiave

Hooke: $\varepsilon_z = [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)]/E$; $\mathbf{S = \int \varepsilon_z\, dz}$; inversamente proporzionale a E

Steinbrenner: $S = q_{net}\, \alpha\, B'\, (1 - \nu^2)/E \cdot I_s$; $I_s = F_1 + (1 - 2\nu)/(1 - \nu)\, F_2$; centro $\alpha = 4$, $B' = B/2$; spigolo $\alpha = 1$, $B' = B$

Sabbia: $E'/p_a = \alpha\, N_{60}$ ($\alpha = 5, 10, 15$), $\nu' \approx 0.25$–0.35; all'aumentare di ν' il cedimento diminuisce

Stratificato: $\Delta S = q_{net}\, \alpha\, B'\, (1 - \nu^2)/E \cdot [I_s(z_{inf}) - I_s(z_{sup})]$; indipendente dallo spessore del concio

Pressione netta $q_{net} = q_{lorda} - \sigma'_{v0}(D_{scavo})$; **profondità di influenza** $I(z') = p$ (2.09 B per quadrata, 2.55 B per L = 1.5 B, 6.34 B per continua)

Flessibile: centro > spigolo (cedimento differenziale); **rigido** ≈ 0.93 × centro; nessuna correzione per l'incastro ($I_f = 1$)

Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage.

Steinbrenner, W. (1934). Tafeln zur Setzungsberechnung. Die Strasse, 1, 121–124.

Fox, E.N. (1948). The mean elastic settlement of a uniformly loaded area at a depth below the ground surface. Proc. 2nd ICSMFE, Rotterdam, 1, 129–132.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Duncan, J.M. & Buchignani, A.L. (1976). An engineering manual for settlement studies. University of California, Berkeley.

Kulhawy, F.H. & Mayne, P.W. (1990). Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design. EPRI EL-6800.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo; il modulo restituisce gli stessi valori.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Calcolare passo per passo in GeoTerva il progetto di esempio di questa lezione: il modulo si apre con questo modello.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com