GeoTerva

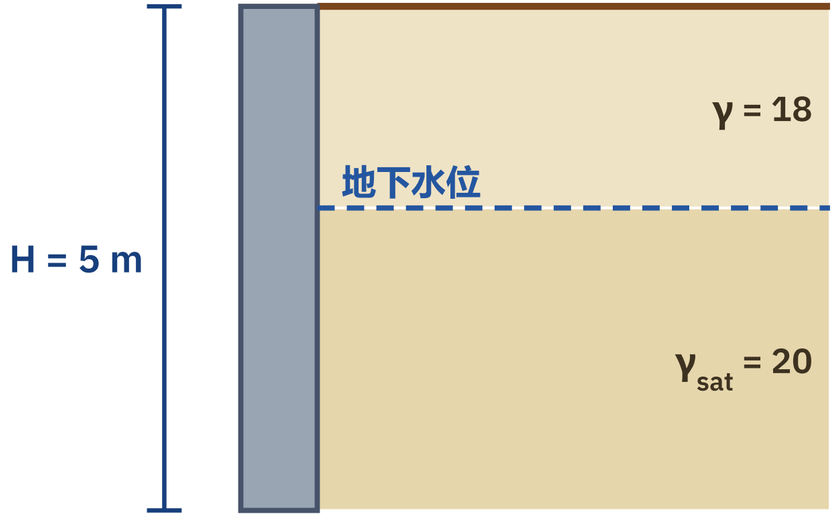
岩土工程课程讲义 · 侧向土压力

静止土压力

讲义：不能移动的墙体（地下室墙、拱座、涵洞）背后的静止土压力；K_0系数的各种关系式、干燥与水下填土、分层土；每个专题均配有工程算例。

$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_o$ · Jaky · Mayne–Kulhawy · Massarsch · Sherif

分层填土 · 地下水



引言

本讲内容

- 了解**静止土压力**何时形成及其与主动/被动状态的关系
- 计算砂土(Jaky, Sherif)、超固结土(Mayne–Kulhawy)和黏土(Massarsch)中的**K_0系数**
- 求干填土中的合力$P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$及其作用高度H/3
- **地下水**如何叠加压力；分层填土中K_0在土层分界面处的突变
- 比较主动、静止、被动三种状态以及所需的墙体位移

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

力按墙的单位长度计(kN/m)；压力以kPa计，应力为有效应力。

不发生位移的墙

理论

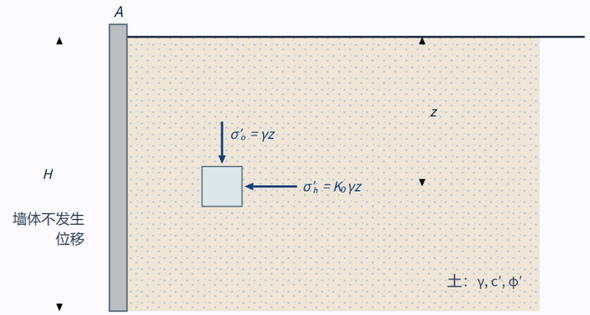
由地下室楼板约束的墙体、桩上的拱脚或涵洞侧墙**都不能发生位移**；其后方土体保持原位应力状态。水平有效应力与竖向有效应力之比即为**静止土压力系数**：

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_o} \qquad \sigma'_o = \gamma z \qquad \sigma'_h = K_0 \gamma z$$

墙体离开土体时，压力**降至**主动值；墙体被推向土体时，压力**升至**被动值；$K_a < K_0 < K_p$。

所需的墙体位移在主动状态下很小，在被动状态下很大（理论：所需位移）。

K_0可由试验（旁压仪、扁铲侧胀仪）或经验关系取得；模块对每一土层采用其中一种。



砂土、超固结土和黏土

理论

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Jaky 1944，砂土，NC)}$$

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1\right) 5.5 \qquad \text{(Sherif et al. 1984，压实砂土)}$$

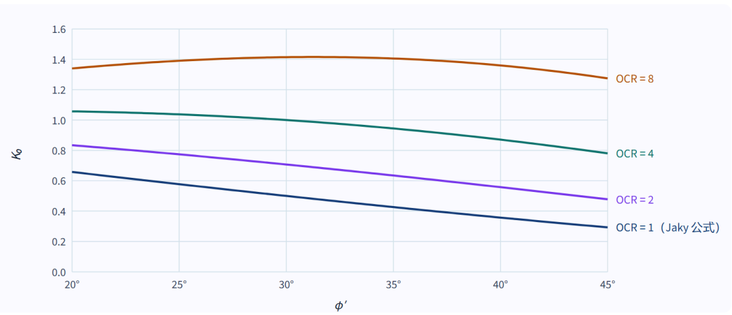
$$K_0 = (1 - \sin\varphi')\, OCR^{\sin\varphi'} \qquad \text{(Mayne–Kulhawy 1982)}$$

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{PI(\%)}{100} \qquad K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} \qquad \text{(Massarsch 1979，黏土)}$$

Jaky公式在压实砂土中给出的压力**偏小**：压实使填土成为超固结土；Sherif用$\gamma_d/\gamma_{d,min}$对此加以修正。

OCR为历史上最大有效应力与现有有效应力之比。OCR = 4、φ′ = 30°时，$K_0 = 1$：水平应力与竖向应力相等。

K_0 – φ′（OCR曲线）



题目

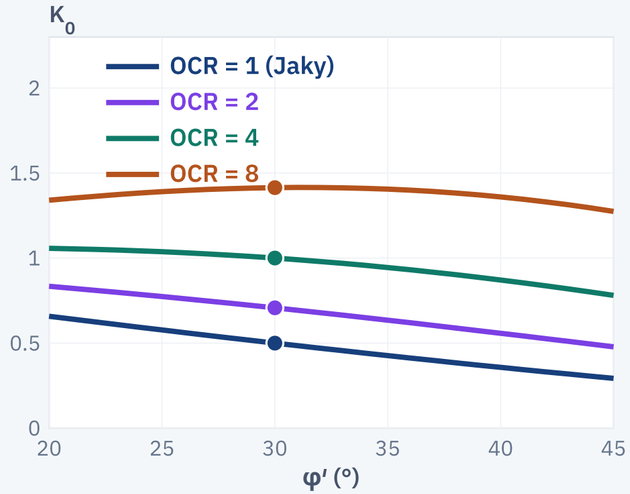
算例

已知条件

土	**无黏性砂土，** $\varphi' = 30^\circ$
工况	$OCR = 1,\ 2,\ 4,\ 8$ **（此外，** $OCR = 1$**对应** $\varphi' = 25^\circ,\ 35^\circ,\ 40^\circ$**）**

求

各工况的$\mathbf{K_0}$；K_0 = 1时的OCR；与Rankine的K_a、K_p的比较。



解答

解答

1 正常固结砂土(Jaky)

$$\varphi' = 30^\circ:\ K_0 = 1 - \sin 30^\circ = \mathbf{0.5000}$$

$$\varphi' = 25^\circ:\ 0.577 \qquad 35^\circ:\ 0.426 \qquad 40^\circ:\ 0.357$$

2 超固结（OCR的指数sin φ′ = 0.5）

OCR	1	2	4	8
$K_0 = 0.5 \cdot OCR^{0.5}$	0.500	0.707	1.000	1.414

K_0随OCR增大而增大：OCR = 4时**K_0 = 1**（静水应力状态），OCR = 8时为1.41。Rankine的K_a = 0.333和K_p = 3.0则位于所有OCR所对应的数值范围之外：$K_a < K_0 < K_p$始终成立。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

已知条件

土	**压实砂土填土：** $\varphi' = 34°$**，干重度** $\gamma_d = 16.0\ \text{kN/m}^3$**；最松散状态下** $\gamma_{d(min)} = 14.5\ \text{kN/m}^3$

求

K_0(Sherif)及与Jaky的对比。

解答

解答

1 Jaky（未压实）

$$K_0 = 1 - \sin 34^\circ = \mathbf{0.4408}$$

2 Sherif：压实附加量

$$\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1 = \frac{16.0}{14.5} - 1 = 0.1034$$

$$K_0 = 0.4408 + (0.1034)(5.5) = \mathbf{1.010}$$

压实使K_0由0.44增大到**1.01**（增大至原来的2.3倍）：压实填土后的挡土墙应能承受远大于按正常固结状态计算所得的压力。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

已知条件

土	**黏土：塑性指数**$PI = 25\%$
工况	$OCR = 1$**与**$OCR = 2$**；另有**$PI = 10,\ 40,\ 60\%$

求

正常固结和超固结黏土的K_0。

解答

解答

1 PI = 25 %

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{25}{100} = \mathbf{0.5450}$$

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 随塑性增大

PI (%)	$K_{0(NC)}$	OCR = 2	OCR = 4
10	0.482	0.682	0.964
25	0.545	0.771	1.090
40	0.608	0.860	1.216
60	0.692	0.979	1.384

黏土中K_0随塑性增大；OCR = 2且PI = 25 %时为**0.771**。超固结黏土中，K_0乘以√OCR（该乘数不是Massarsch关系式的一部分，而是一种常用的近似）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

压力三角形与作用力

理论

重度为γ的干填土中，水平有效应力随深度线性增大；作用于墙每延米的合力等于三角形的面积，作用点位于底面以上H/3处：

$$\sigma'_h = K_0\gamma z \qquad P_0 = \tfrac{1}{2}K_0\gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

在分层填土中，σ'_0逐层累加，各层取各自的K_0值：在K_0发生变化的每一分界面上，**σ'_h突变而σ'_0不突变。**

力随H^2增大；OCR和压实通过K_0使力成正比增大。

题目

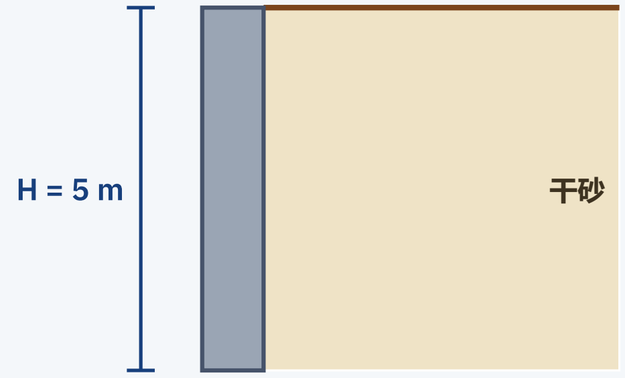
算例

已知条件

墙	$H = 5$ m，**不能位移**
土	**干砂：** $\gamma = 18$ kN/m^3，$\varphi' = 30^\circ$
工况	$OCR = 1$**与** $OCR = 2$

求

各情形的$\sigma'_h(H)$、P_0及作用高度。



解答

解答

1 OCR = 1 (Jaky: $K_0 = 0.5$)

$$\sigma'_h(5) = K_0\gamma H = 0.5(18)(5) = \mathbf{45.00}\ \text{kPa}$$

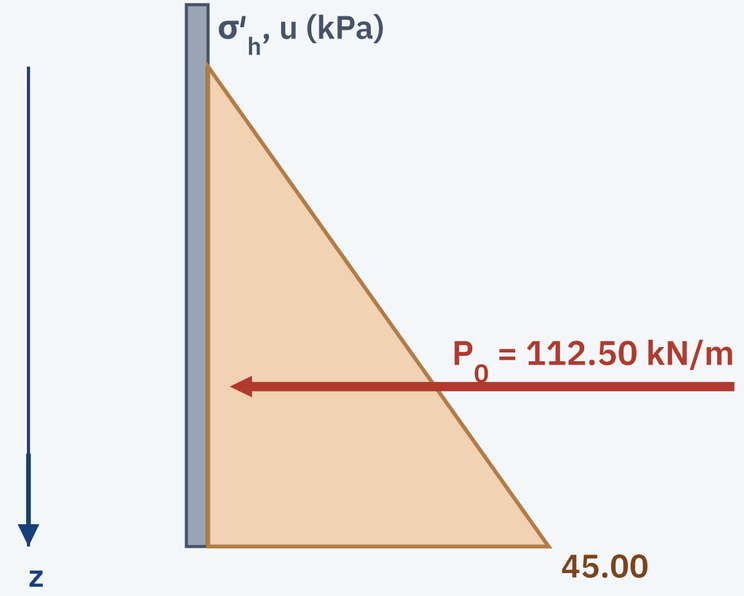
$$P_0 = \tfrac{1}{2}(45.00)(5) = \mathbf{112.50}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

2 OCR = 2 (Mayne–Kulhawy: $K_0 = 0.7071$)

$$\sigma'_h(5) = 0.7071(18)(5) = \mathbf{63.64}\ \text{kPa}$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(63.64)(5) = \mathbf{159.10}\ \text{kN/m}$$

P_0 = **112.50 kN/m** (OCR = 1)和**159.10 kN/m** (OCR = 2)，二者均位于底面以上1.67 m处；超固结使该力增大了41%。



在GeoTerva中验算解答 ↗

有效应力+水压力

理论

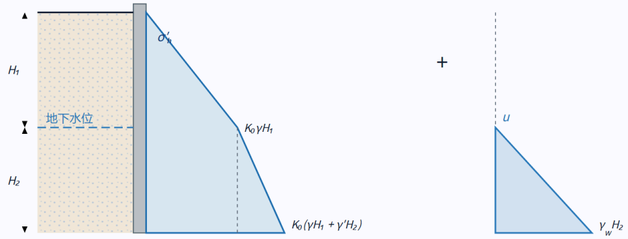
地下水位位于深度H_1处时（墙前无水），其上$\sigma'_h = K_0\gamma z$；其下有效应力用$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$求得，水压力与$K_0$**无关**，全额叠加：

$$\sigma'_h = K_0\left[\gamma H_1 + \gamma'(z - H_1)\right] \qquad u = \gamma_w(z - H_1) \qquad \sigma_h = \sigma'_h + u$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}K_0\gamma H_1^2 + K_0\gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2}\left(K_0\gamma' + \gamma_w\right)H_2^2$$

作用高度由各面积对底点的力矩求得。

$\gamma_w = 9.81$，$K_0\gamma' \approx 0.5\cdot 10 = 5$：**水压力部分往往大于土压力部分。**



题目

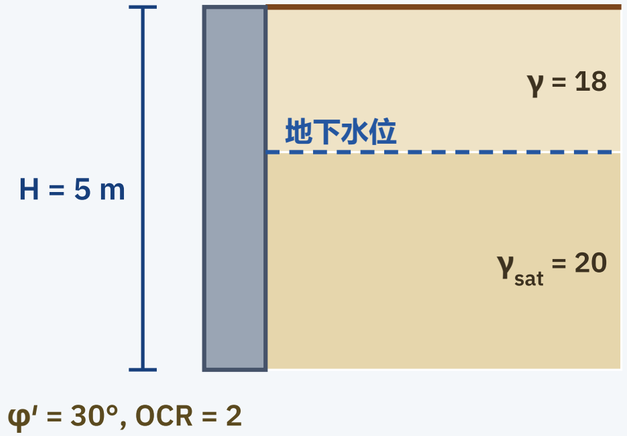
算例

已知条件

墙	$H = 5$ m，**不能位移**
土	**砂土：** $c' = 0,\ \varphi' = 30°,\ OCR = 2$；$\gamma = 18$ kN/m^3 **（上部）**，$\gamma_{sat} = 20$ kN/m^3 **（下部）**
地下水	**深度2 m处；墙前无水**

求

压力图、总合力P_0（土压力与水压力之和）及作用点高度。模块默认以该墙打开。



解答 (1/2)

解答

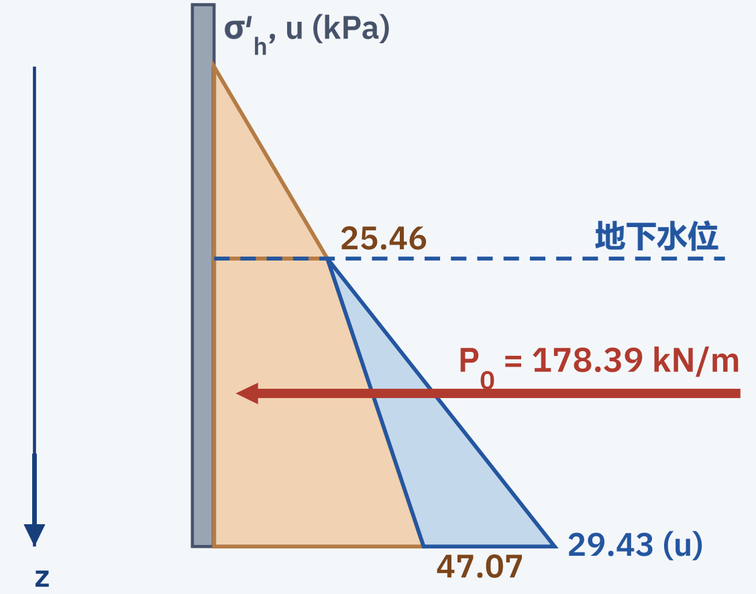
1 K_0与应力

$$K_0 = (1 - \sin 30^\circ)\, 2^{\sin 30^\circ} = \mathbf{0.7071}$$

$$z = 2:\ \sigma'_o = 36 \ \rightarrow\ \sigma'_h = 0.7071(36) = 25.46 \text{ kPa}$$

$$z = 5:\ \sigma'_o = 36 + 3(20 - 9.81) = 66.57 \ \rightarrow\ \sigma'_h = \mathbf{47.07} \text{ kPa}$$

$$u = 9.81(3) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



解答 (2/2)

解答

2 面积：上部三角形 · 下部矩形 · 下部三角形 · 水压三角形

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(2)(25.46) + 3(25.46) + \tfrac{1}{2}(3)(21.62) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 25.46 + 76.37 + 32.42 + 44.14 = \mathbf{178.39}\ \text{kN/m}$$

3 作用高度（力臂3.67；1.50；1.00；1.00 m）

$$\bar{z} = \frac{25.46(3.67) + 76.37(1.50) + 32.42(1.00) + 44.14(1.00)}{178.39} = \mathbf{1.59}\ \text{m}$$

P_0 = **178.39 kN/m**，作用于墙底以上**1.59 m**处；土压力134.25，水压力44.14 kN/m（水压力占25%）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

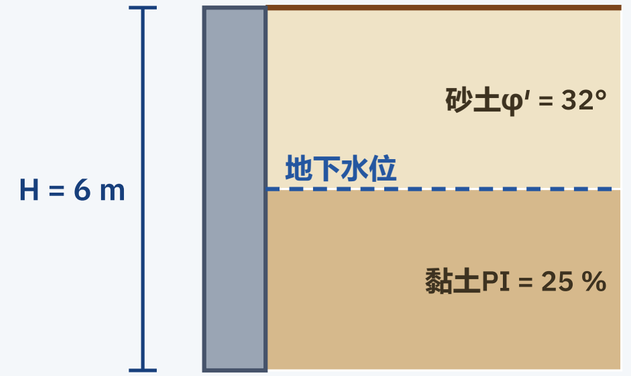
算例

已知条件

墙	$H = 6$ m，**不能位移**
上层(0–3 m)	**砂土：** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 32°$, $OCR = 1$
下层(3–6 m)	**黏土：** $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $PI = 25\%$, $OCR = 2$
地下水	**黏土上方(3 m)**

求

边界处的压力突变、P_0及$\bar{z}$。



解答 (1/2)

解答

1 K_0值：砂土取Jaky，黏土取Massarsch

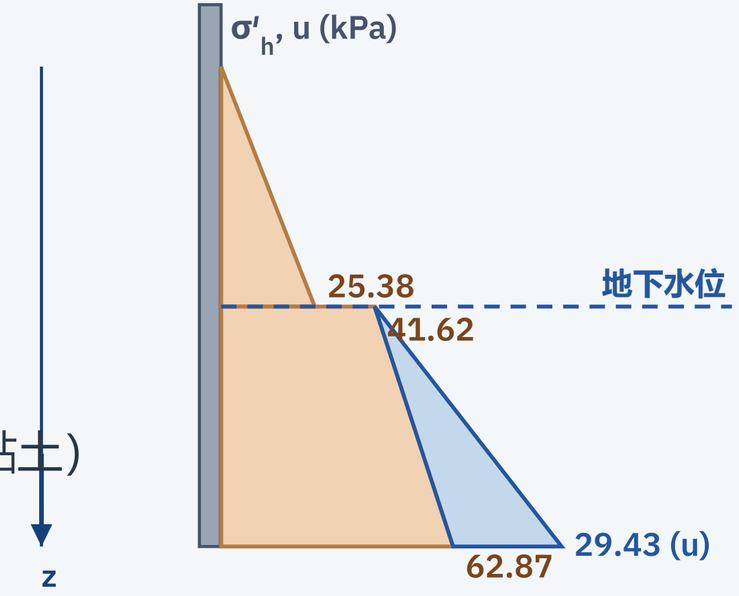
$$K_{0(kum)} = 1 - \sin 32^\circ = \mathbf{0.4701}$$

$$K_{0(kil)} = \left[0.44 + 0.42\frac{25}{100}\right]\sqrt{2} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 应力($\sigma'_o(3) = 54$; $\sigma'_o(6) = 54 + 3(19 - 9.81) = 81.57$)

$$z = 3:\ \sigma'_h = 0.4701(54) = 25.38 \quad (\text{砂土})\ ;\ 0.7707(54) = 41.62 \quad (\text{黏土})$$

$$z = 6:\ \sigma'_h = 0.7707(81.57) = \mathbf{62.87}\ \text{kPa};\ \ u = \mathbf{29.43}\ \text{kPa}$$



解答 (2/2)

解答

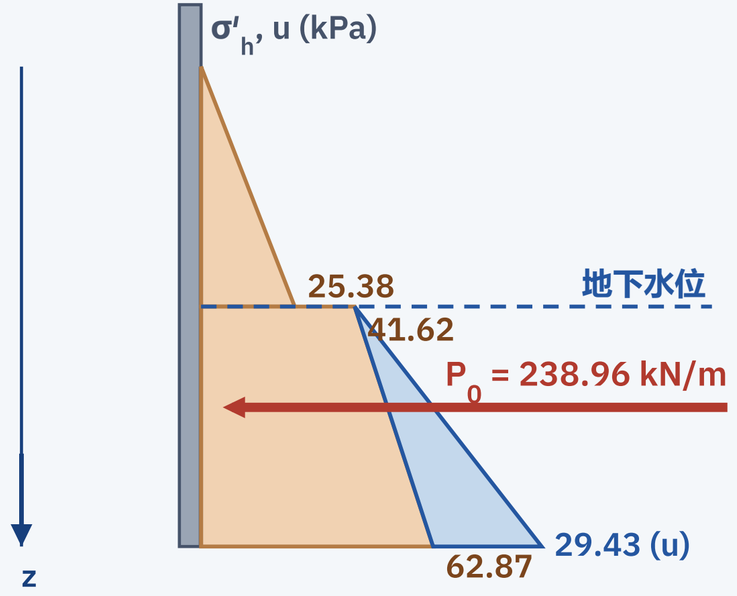
3 力

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(3)(25.38) + 3(41.62) + \tfrac{1}{2}(3)(21.25) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 38.08 + 124.86 + 31.87 + 44.14 = \mathbf{238.96}\ \text{kN/m}$$

4 作用高度（力臂4.00；1.50；1.00；1.00 m）

$$\bar{z} = \frac{38.08(4) + 124.86(1.5) + 31.87(1) + 44.14(1)}{238.96} = \mathbf{1.74}\ \text{m}$$

P_0 = **238.96 kN/m**，$\bar{z}$ = **1.74 m**。σ'_h在黏土层顶面由25.38跳变至41.62 kPa（K_0改变）；σ'_o = 54 kPa在两侧相同。



在GeoTerva中验算解答 ↗

达到主动与被动状态的位移

理论

若墙体不能移动，则产生静止土压力。墙体离开土体移动时，压力由K_0降至K_a；向土体移动时，压力升至K_p；所需位移与墙高之比（主动状态极小，被动状态为其十倍）：

土	主动$\Delta L_a/H$	被动$\Delta L_p/H$
松散砂土	0.001–0.002	0.01
密实砂土	0.0005–0.001	0.005
软黏土	0.02	0.04
硬黏土	0.01	0.02

为何重要?

地下室墙、与桩承台相连的拱脚或涵洞侧墙不能发生位移：设计压力取**静止值，而非主动值**，且仅取决于K_0的关系式。

题目

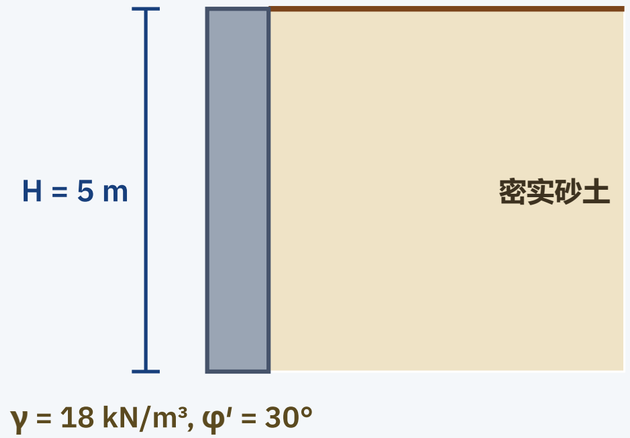
算例

已知条件

墙	$H = 5$ m，**密实砂土填土**
土	**干燥：** $\gamma = 18$ kN/m^3，$\varphi' = 30^\circ$，**NC (Jaky)**

求

主动、静止和被动土压力**合力**；各自所需的墙体位移（密实砂土）。



解答

解答

1 $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2 = \frac{1}{2}K(18)(25) = 225\ K$

状态	K	P (kN/m)	位移（密砂，H = 5 m）
主动	0.3333	75.0	0.0005–0.001·5 = 2.5–5 mm
静止	0.50	112.5	0（墙体不移动）
被动	3.00	675.0	0.005·5 = 25 mm

主动土压力**75.0** < 静止土压力**112.5** < 被动土压力**675.0 kN/m**；静止土压力为主动土压力的1.5倍。若墙体可产生2.5–5 mm的位移，则以主动土压力为依据；若完全不能移动，则取静止土压力；而发挥被动抗力至少需要25 mm的位移。

在GeoTerva中验算解答 ↗

解答范围

理论

假定墙面光滑且竖直；静止土压力水平作用($\delta' = 0$)。

地表水平；对于倾斜地表和倾斜墙背，参见Rankine（倾斜填土）模块和Coulomb模块。

K_0对每个土层分别取值且为常数：Jaky、Sherif、Mayne–Kulhawy、Massarsch的方法，或由试验输入的数值。

水按静水压力计，墙前无水；水压力与K_0无关。

本模块不含**超载、压实应力和地震**；压实的影响通过K_0值(Sherif)或OCR来反映。

小结

要点回顾

静止土压力：对不能位移的墙，$\sigma'_h = K_0\sigma'_o$；$K_a < K_0 < K_p$

K_0：Jaky $1 - \sin\varphi'$；Mayne–Kulhawy $\times OCR^{\sin\varphi'}$；Massarsch $0.44 + 0.42\ PI/100$（超固结土：$\times\sqrt{OCR}$）；Sherif（压实砂土）：$+(\gamma_d/\gamma_{d,min} - 1)\cdot 5.5$

干填土：$P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$，作用于距底面H/3处

水：用γ′计算有效应力，$u = \gamma_w(z - H_1)$全额叠加；水所占的份额往往较大

分层填土中σ'_o连续，σ'_h在K_0变化的分界面处发生突变；$\bar{z}$由各部分面积的矩确定

墙体位移：主动状态下$\Delta L/H \sim 0.001$，被动状态下~ 0.01（密实砂土中为其一半）；若墙不能移动，则以静止状态为准

参考文献

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982). K_o–OCR relationships in soil. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 108(GT6), 851–872.

Massarsch, K.R. (1979). Lateral earth pressure in normally consolidated clay. Proc. 7th European Conf. SMFE, Brighton, 2, 245–250.

Sherif, M.A., Fang, Y.S. and Sherif, R.I. (1984). KA and K0 behind rotating and non-yielding walls. J. Geotech. Eng., ASCE, 110(GT1), 41–56.

注

所有数值算例均由模块自身的计算引擎生成，模块给出相同的数值。模块打开时载入算例5中的墙（单层土；两层土见算例6）。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中输入墙的土层、K_0计算方法、OCR值和地下水位；模块同时给出压力分布图、土压力合力及其作用高度。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。