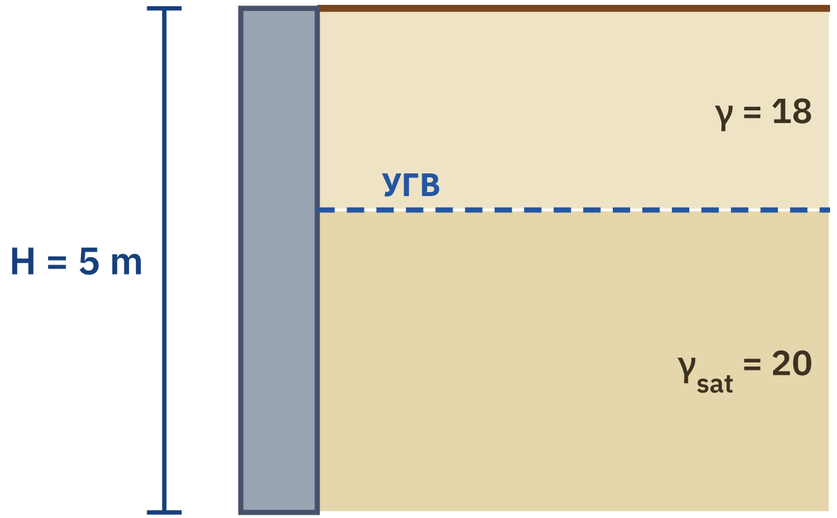
Лекция по геотехнике · Боковое давление грунта

Давление грунта в состоянии покоя

Лекция: давление покоя за стеной, которая не может перемещаться (стена подвала, пята арки, водопропускная труба); соотношения для коэффициента K_0, сухая засыпка и засыпка ниже уровня воды, слоистый грунт; пример расчёта по каждой теме.

$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_o$ · Jaky · Mayne–Kulhawy · Massarsch · Sherif · Слоистая засыпка · Грунтовые воды



Что мы изучим на этой лекции?

- Условия возникновения **давления покоя** и его связь с активным / пассивным состоянием
- Расчёт **коэффициента K_0** в песке (Jaky, Sherif), в переуплотнённом грунте (Mayne–Kulhawy) и в глине (Massarsch)
- Сила $P_0 = ½K_0\gamma H^2$ в сухой засыпке и высота её приложения $H/3$
- Как **грунтовые воды** добавляют давление; скачок K_0 на границе слоёв в слоистой засыпке
- Сравнение активного состояния, состояния покоя и пассивного состояния, а также необходимого перемещения стены

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Силы приведены на единицу длины стены (kN/m); давления — в kPa, напряжения эффективные.

Несмещающаяся стена

ТЕОРИЯ

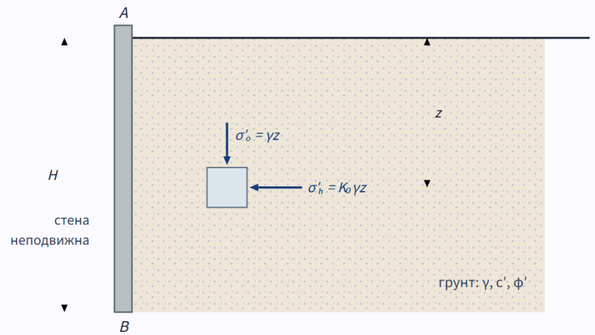
Стена, удерживаемая перекрытиями подвальных этажей, опора арки на сваях или стена водопропускной трубы **не могут сместиться**; грунт за ними сохраняет напряжённое состояние, которое имел в природном залегании. Отношение горизонтального эффективного напряжения к вертикальному эффективному напряжению — это **коэффициент давления в состоянии покоя**:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_o} \qquad \sigma'_o = \gamma z \qquad \sigma'_h = K_0 \gamma z$$

Если стена отходит от грунта, давление **снижается** до активного значения, а если её вдавливают в грунт — **возрастает** до пассивного; $K_a < K_0 < K_p$.

Необходимые перемещения малы в активном состоянии и велики в пассивном (Теория: необходимое перемещение).

K_0 принимается по результатам испытаний (прессиометр, дилатометр) или по корреляции; модуль использует для каждого слоя один из этих вариантов.



Песок, переуплотнённый грунт и глина

ТЕОРИЯ

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Jaky 1944, песок, NC)}$$

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1\right) 5.5 \qquad \text{(Sherif и др. 1984, уплотнённый песок)}$$

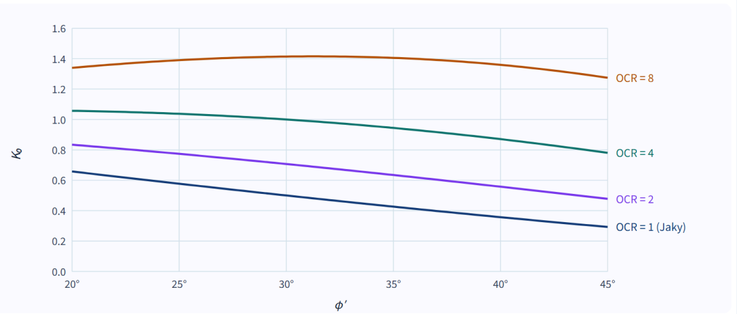
$$K_0 = (1 - \sin\varphi')\, OCR^{\sin\varphi'} \qquad \text{(Mayne–Kulhawy 1982)}$$

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{PI(\%)}{100} \qquad K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} \qquad \text{(Massarsch 1979, глина)}$$

Jaky **занижает** давление в уплотнённом песке: уплотнение делает засыпку переуплотнённой; Sherif корректирует это с помощью $\gamma_d/\gamma_{d,min}$.

OCR — отношение наибольшего эффективного напряжения в прошлом к современному эффективному напряжению. При OCR = 4, φ′ = 30° получаем $K_0 = 1$: горизонтальное и вертикальное напряжения равны.

K_0 – φ′ (кривые OCR)



Условие

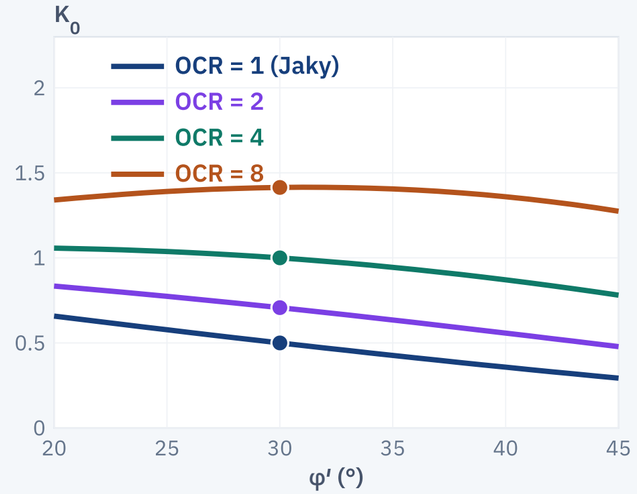
ПРИМЕР

Дано

Грунт	**несвязный песок,** $\varphi' = 30^\circ$
Случаи	$OCR = 1,\ 2,\ 4,\ 8$ **(а также** $\varphi' = 25^\circ,\ 35^\circ,\ 40^\circ$ **для** $OCR = 1$**)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_0 для каждого случая; OCR, при котором $K_0 = 1$; сравнение с K_a, K_p по Rankine.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Песок NC (Jaky)

$$\varphi' = 30^\circ: \; K_0 = 1 - \sin 30^\circ = \mathbf{0.5000}$$

$$\varphi' = 25^\circ: \; 0.577 \qquad 35^\circ: \; 0.426 \qquad 40^\circ: \; 0.357$$

2 Переуплотнённый (показатель степени при OCR sin φ′ = 0.5)

OCR	1	2	4	8
$K_0 = 0.5 \cdot OCR^{0.5}$	0.500	0.707	1.000	1.414

С ростом OCR значение K_0 возрастает: при OCR = 4 **$K_0 = 1$** (гидростатическое напряжение), при OCR = 8 — 1.41. Значения по Rankine $K_a = 0.333$ и $K_p = 3.0$ лежат за пределами значений, получаемых при любых OCR: условие $K_a < K_0 < K_p$ выполняется всегда.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	**уплотнённая песчаная засыпка: $\varphi' = 34^\circ$, удельный вес сухого грунта $\gamma_d = 16.0$ kN/m^3; в наиболее рыхлом состоянии $\gamma_{d(min)} = 14.5$ kN/m^3**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_0 (Sherif) и сравнение с Jaky.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Jaky (без уплотнения)

$$K_0 = 1 - \sin 34^\circ = \mathbf{0.4408}$$

2 Sherif: поправка на уплотнение

$$\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1 = \frac{16.0}{14.5} - 1 = 0.1034$$

$$K_0 = 0.4408 + (0.1034)(5.5) = \mathbf{1.010}$$

Уплотнение повысило K_0 с 0.44 до **1.01** (в 2.3 раза): стена за уплотнённой засыпкой должна выдерживать значительно большее давление, чем получается по расчёту для нормально консолидированного грунта.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	**глина: индекс пластичности** $PI = 25\%$
Случаи	$OCR = 1$ **и** $OCR = 2$**; а также** $PI = 10,\ 40,\ 60\%$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_0 для нормально уплотнённой и переуплотнённой глины.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 PI = 25 %

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{25}{100} = \mathbf{0.5450}$$

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Увеличение с ростом пластичности

PI (%)	$K_{0(NC)}$	OCR = 2	OCR = 4
10	0.482	0.682	0.964
25	0.545	0.771	1.090
40	0.608	0.860	1.216
60	0.692	0.979	1.384

В глине K_0 растёт с пластичностью; при OCR = 2 и PI = 25 % он равен **0.771**. В переуплотнённой глине K_0 умножается на √OCR (этот множитель не входит в соотношение Massarsch, а является распространённым приближением).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Треугольная эпюра давления и сила

ТЕОРИЯ

Для сухой засыпки с удельным весом γ горизонтальное эффективное напряжение линейно возрастает с глубиной; сила на единицу длины стены равна площади треугольника и действует на высоте H/3 над подошвой:

$$\sigma'_h = K_0 \gamma z \qquad P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

В слоистой засыпке σ'_o суммируется слой за слоем, и каждый слой принимает собственное значение K_0: на каждой границе, где меняется K_0, **σ'_h изменяется скачком, а σ'_o — нет**.

Сила растёт пропорционально H^2; OCR и уплотнение грунта увеличивают силу прямо пропорционально K_0.

Условие

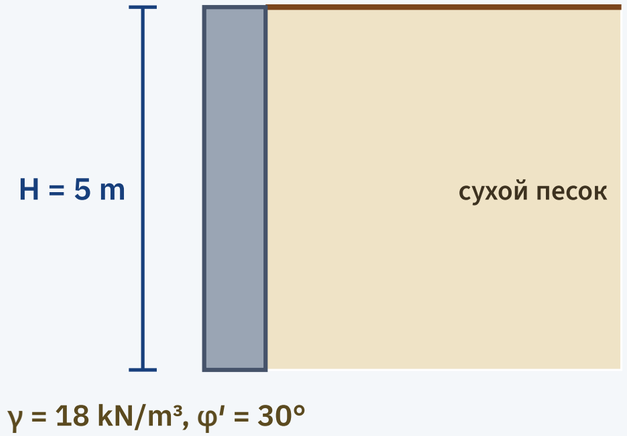
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого случая $\sigma'_h(H)$, P_0 и высота приложения.

Дано

Стена	$H = 5$ **m, смещение невозможно**
Грунт	**сухой песок:** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$
Случаи	$OCR = 1$ **и** $OCR = 2$



Решение

РЕШЕНИЕ

1 OCR = 1 (Jaky: $K_0 = 0.5$)

$$\sigma'_h(5) = K_0 \gamma H = 0.5(18)(5) = \mathbf{45.00}\ \text{kPa}$$

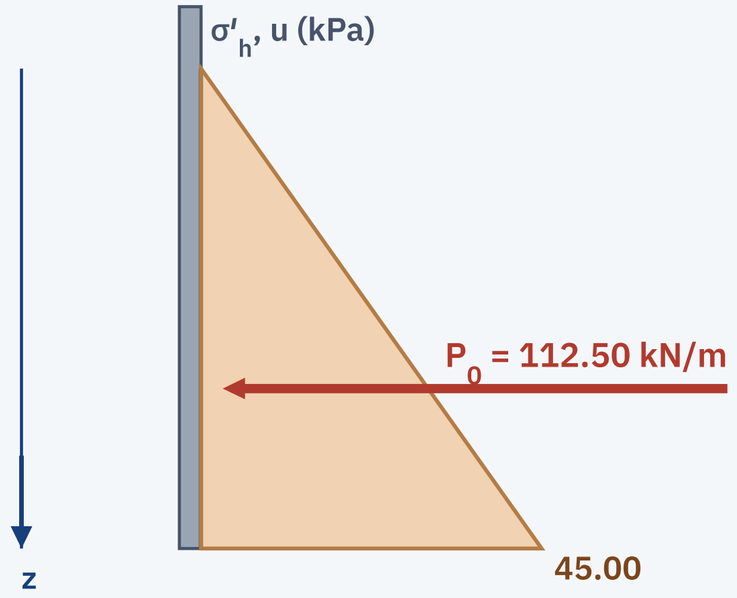
$$P_0 = \tfrac{1}{2}(45.00)(5) = \mathbf{112.50}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

2 OCR = 2 (Mayne–Kulhawy: $K_0 = 0.7071$)

$$\sigma'_h(5) = 0.7071(18)(5) = \mathbf{63.64}\ \text{kPa}$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(63.64)(5) = \mathbf{159.10}\ \text{kN/m}$$

P_0 = **112.50 kN/m** (OCR = 1) и **159.10 kN/m** (OCR = 2), обе на высоте 1.67 m от подошвы; переуплотнение увеличило силу на 41%.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Эффективное напряжение + давление воды

ТЕОРИЯ

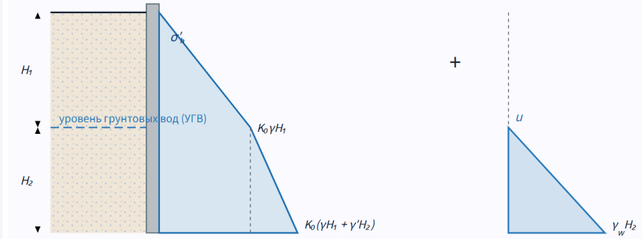
Если УГВ находится на глубине H_1 (перед стенкой воды нет), то выше него $\sigma'_h = K_0 \gamma z$; ниже эффективное напряжение находится с $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, а давление воды, **не зависящее** от K_0, добавляется полностью:

$$\sigma'_h = K_0 \left[\gamma H_1 + \gamma'(z - H_1)\right] \qquad u = \gamma_w (z - H_1) \qquad \sigma_h = \sigma'_h + u$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H_1^2 + K_0 \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2} \left(K_0 \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

Высота приложения находится из момента площадей относительно нижней точки.

$\gamma_w = 9.81$, $K_0\gamma' \approx 0.5 \cdot 10 = 5$: **вклад воды часто превышает вклад грунта**.



Условие

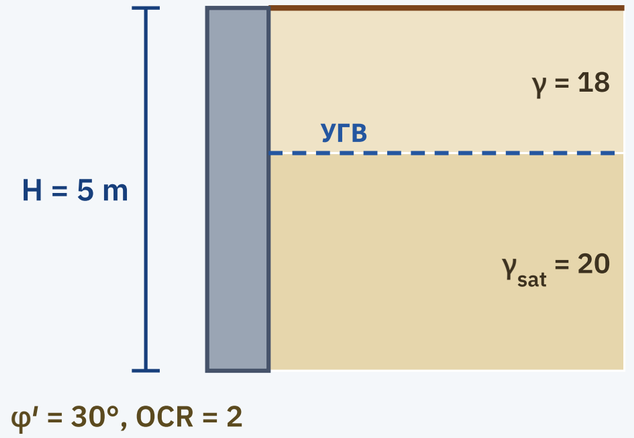
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ **m, смещение невозможно**
Грунт	**песок:** $c' = 0,\ \varphi' = 30°,\ OCR = 2$**;** $\gamma = 18$ kN/m^3 **(сверху),** $\gamma_{sat} = 20$ kN/m^3 **(снизу)**
Грунтовые воды	**на глубине 2 m; перед стенкой воды нет**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Эпюра давления, суммарная $\mathbf{P_0}$ (грунт + вода) и высота точки приложения. Эта стена является начальной для модуля.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

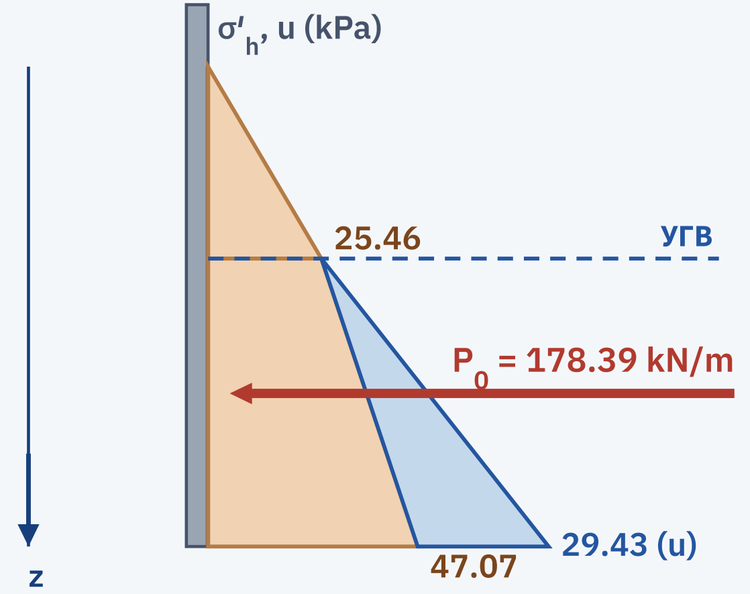
1 K_0 и напряжения

$$K_0 = (1 - \sin 30^\circ)\, 2^{\sin 30^\circ} = \mathbf{0.7071}$$

$$z = 2: \ \sigma'_o = 36 \ \rightarrow \ \sigma'_h = 0.7071(36) = 25.46 \text{ kPa}$$

$$z = 5: \ \sigma'_o = 36 + 3(20 - 9.81) = 66.57 \ \rightarrow \ \sigma'_h = \mathbf{47.07} \text{ kPa}$$

$$u = 9.81(3) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

2 Площади: верхний треугольник · нижний прямоугольник · нижний треугольник · треугольник воды

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(2)(25.46) + 3(25.46) + \tfrac{1}{2}(3)(21.62) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 25.46 + 76.37 + 32.42 + 44.14 = \mathbf{178.39}\ \text{kN/m}$$

3 Высота приложения (плечи 3.67; 1.50; 1.00; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{25.46(3.67) + 76.37(1.50) + 32.42(1.00) + 44.14(1.00)}{178.39} = \mathbf{1.59}\ \text{m}$$

P_0 = **178.39 kN/m**, на **1.59 m** выше основания; грунт 134.25, вода 44.14 kN/m (доля воды 25%).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

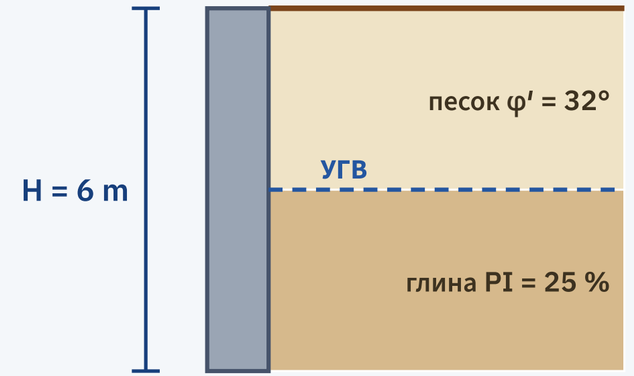
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 6$ **m, смещение невозможно**
Верхний слой (0–3 m)	**песок:** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 32°$, $OCR = 1$
Нижний слой (3–6 m)	**глина:** $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $PI = 25\%$, $OCR = 2$
Грунтовые воды	**над глиной (3 m)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Скачок давления на границе, P_0 и $\bar{z}$.



γ = 18 · γ_{sat} = 19 kN/m³, OCR = 1 | 2

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Значения K_0: песок — Jaky, глина — Massarsch

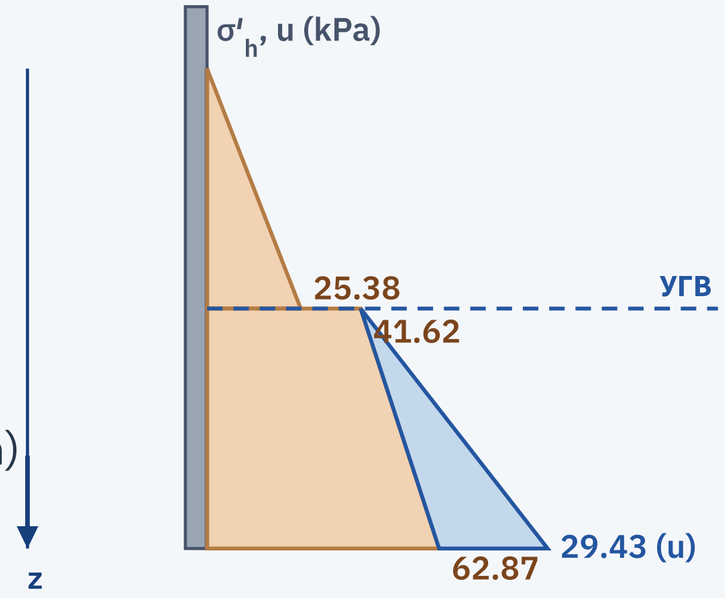
$$K_{0(kum)} = 1 - \sin 32^\circ = \mathbf{0.4701}$$

$$K_{0(kil)} = \left[0.44 + 0.42\frac{25}{100}\right]\sqrt{2} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Напряжения ($\sigma'_o(3) = 54$; $\sigma'_o(6) = 54 + 3(19 - 9.81) = 81.57$)

$$z = 3:\ \sigma'_h = 0.4701(54) = 25.38 \text{ (песок)};\ \ 0.7707(54) = 41.62 \text{ (глина)}$$

$$z = 6:\ \sigma'_h = 0.7707(81.57) = \mathbf{62.87} \text{ kPa};\ \ u = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

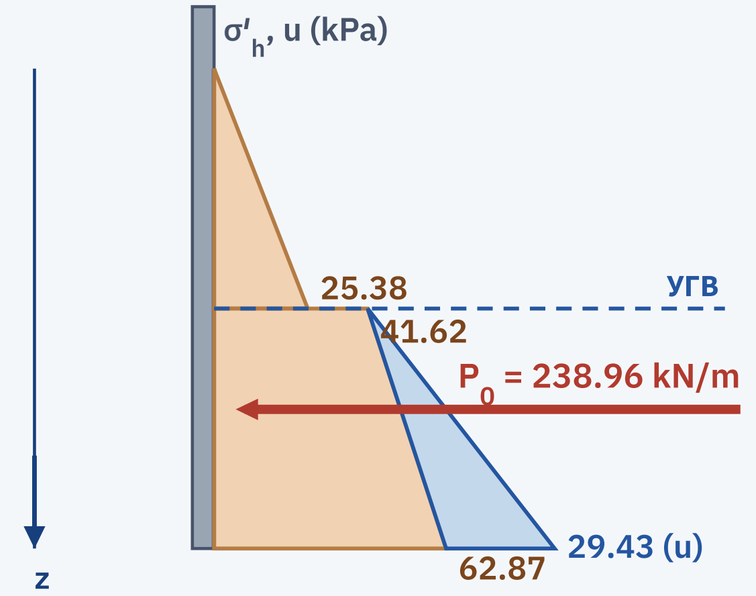
3 Силы

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(3)(25.38) + 3(41.62) + \tfrac{1}{2}(3)(21.25) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 38.08 + 124.86 + 31.87 + 44.14 = \mathbf{238.96}\ \text{kN/m}$$

4 Высота приложения (плечи 4.00; 1.50; 1.00; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{38.08(4) + 124.86(1.5) + 31.87(1) + 44.14(1)}{238.96} = \mathbf{1.74}\ \text{m}$$

P_0 = **238.96 kN/m**, $\bar{z}$ = **1.74 m**. σ'_h в кровле слоя глины скачком изменяется с 25.38 до 41.62 kPa (изменяется K_0); σ'_o = 54 kPa с обеих сторон одинаково.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Перемещения, при которых достигаются активное и пассивное состояния

ТЕОРИЯ

Если стенка не может перемещаться, возникает давление покоя. Если стенка смещается от грунта, давление падает от K_0 до K_a, если к грунту — возрастает до K_p; необходимое перемещение зависит от высоты (для активного состояния очень малое, для пассивного — примерно в десять раз большее):

Грунт	Активное $\Delta L_a/H$	Пассивное $\Delta L_p/H$
Рыхлый песок	0.001–0.002	0.01
Плотный песок	0.0005–0.001	0.005
Мягкая глина	0.02	0.04
Твёрдая глина	0.01	0.02

ПОЧЕМУ ЭТО ВАЖНО?

Стена подвала, пята арки, связанная с ростверком, или стена водопропускной трубы не могут перемещаться: расчётное давление — это **давление покоя, а не активное**, и оно зависит только от соотношения для K_0.

Условие

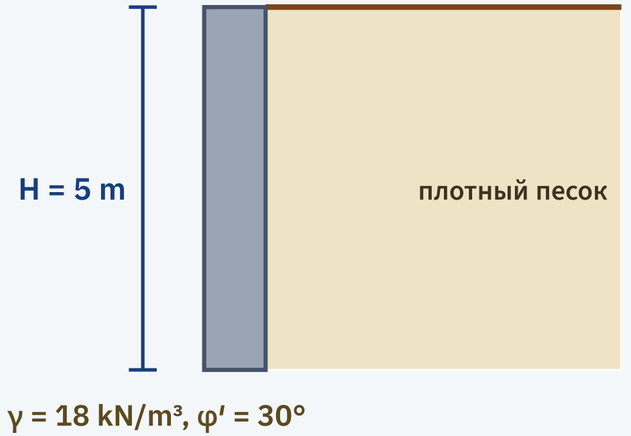
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Сила при активном давлении, давлении покоя и пассивном давлении; необходимое для каждого перемещение стены (плотный песок).

Дано

Стена	$H = 5$ **m, засыпка из плотного песка**
Грунт	**сухой:** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$**, NC (Jaky)**



Решение

РЕШЕНИЕ

1 $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2 = \frac{1}{2}K(18)(25) = 225\ K$

Состояние	K	P (kN/m)	Перемещение (плотный песок, H = 5 m)
Активное	0.3333	75.0	0.0005–0.001·5 = 2.5–5 mm
Покой	0.50	112.5	0 (стена не перемещается)
Пассивное	3.00	675.0	0.005·5 = 25 mm

Активное **75.0** < давление покоя **112.5** < пассивное **675.0 kN/m**; сила давления покоя в 1.5 раза больше активной. Если стена может сместиться на 2.5–5 mm, за основу принимается активное давление, если вообще не может — давление покоя; для пассивного сопротивления требуется смещение не менее 25 mm.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Объём решения

ТЕОРИЯ

Стена принимается гладкой и вертикальной; давление покоя действует горизонтально ($\delta' = 0$).

Поверхность горизонтальна; для наклонной поверхности и наклонной стены см. модули Rankine (наклонная засыпка) и Coulomb.

K_0 для каждого слоя задаётся отдельно и постоянен: Jaky, Sherif, Mayne–Kulhawy, Massarsch или значение, введённое по результатам испытаний.

Вода гидростатическая, перед стеной воды нет; давление воды не зависит от K_0.

Пригрузка, напряжение от уплотнения и землетрясение в этом модуле не учитываются; эффект уплотнения отражается значением K_0 (Sherif) или OCR.

Резюме

Главное

Давление покоя: у неперемещающейся стены $\sigma'_h = K_0\sigma'_o$; $K_a < K_0 < K_p$

K_0: Jaky 1 − sin φ′; Mayne–Kulhawy × $OCR^{\sin \varphi'}$; Massarsch 0.44 + 0.42 PI/100 (для переуплотнённых грунтов × √OCR); Sherif для уплотнённого песка + $(\gamma_d/\gamma_{d,min} - 1)\cdot 5.5$

Сухая засыпка: $P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$, на высоте H/3 от подошвы

Вода: эффективное напряжение определяется с γ′, поровое давление $u = \gamma_w(z - H_1)$ прибавляется полностью; доля воды часто велика

В **слоистой** засыпке σ'_o непрерывно, σ'_h скачкообразно изменяется на границе, где меняется K_0; $\bar{z}$ находится из моментов площадей

Перемещение: ΔL/H ~ 0.001 для активного состояния; ~ 0.01 для пассивного (в плотном песке — вдвое меньше); если стена не может смещаться, определяющим является состояние покоя

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982). K_0–OCR relationships in soil. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 108(GT6), 851–872.

Massarsch, K.R. (1979). Lateral earth pressure in normally consolidated clay. Proc. 7th European Conf. SMFE, Brighton, 2, 245–250.

Sherif, M.A., Fang, Y.S. and Sherif, R.I. (1984). KA and K0 behind rotating and non-yielding walls. J. Geotech. Eng., ASCE, 110(GT1), 41–56.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Начальная стена модуля — стена из примера 5 (один слой; для двух слоёв — пример 6).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Слои собственной стены, метод K_0, значение OCR и уровень грунтовых вод можно ввести в GeoTerva; модуль выдаёт эпюру давления, силу и высоту её приложения.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.