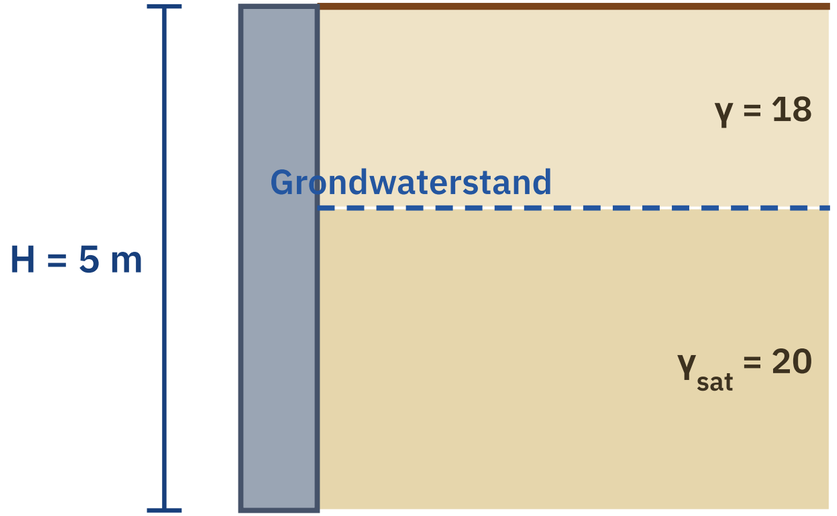
Geotechnisch college · Horizontale gronddruk

Neutrale gronddruk

College: neutrale gronddruk achter een wand die niet kan verplaatsen (kelderwand, boogpenant, duiker); verbanden voor de coëfficiënt K_0, droge en onder water staande aanvulling, gelaagde grond; bij elk onderwerp een rekenvoorbeeld.

$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_o$ · Jaky · Mayne–Kulhawy · Massarsch · Sherif · Gelaagde aanvulling · Grondwater



Inleiding

Wat leren we in dit college?

- Wanneer de **neutrale gronddruk** optreedt en het verband met de actieve / passieve toestand
- de **coëfficiënt K_0** te berekenen in zand (Jaky, Sherif), in overgeconsolideerde grond (Mayne–Kulhawy) en in klei (Massarsch)
- In droge aanvulling de kracht $P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$ en de aangrijpingshoogte H/3
- Hoe **grondwater** druk toevoegt; de sprong van K_0 op een laaggrens in een gelaagde aanvulling
- De actieve – neutrale – passieve toestand en de vereiste wandverplaatsing vergelijken

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: wat is de regel, waarom is dat zo?

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

De krachten zijn per eenheid van wandlengte (kN/m); de drukken in kPa, de spanningen zijn effectief.

Niet-verplaatsbare wand

THEORIE

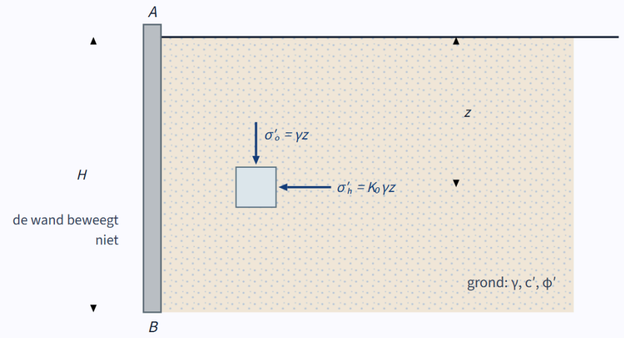
Een muur die door kelderverdiepingen wordt gesteund, een boogaanzet op palen of een duikerwand **kan niet verplaatsen**; de grond erachter behoudt de spanningstoestand die zij in situ had. De verhouding van de horizontale effectieve spanning tot de verticale effectieve spanning is de **neutrale gronddrukcoëfficiënt**:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_o} \qquad \sigma'_o = \gamma z \qquad \sigma'_h = K_0 \gamma z$$

Als de wand van de grond af beweegt, **daalt** de druk tot de actieve waarde; als hij in de grond wordt gedrukt, **stijgt** hij tot de passieve waarde; $K_a < K_0 < K_p$.

De vereiste verplaatsingen zijn klein in het actieve geval en groot in het passieve geval (Theorie: vereiste verplaatsing).

K_0 wordt ontleend aan een proef (pressuremeter, dilatometer) of aan een correlatie; de module gebruikt per laag één waarde.



Zand, overgeconsolideerde grond en klei

THEORIE

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Jaky 1944, zand, NC)}$$

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1\right) 5.5 \qquad \text{(Sherif et al. 1984, verdicht zand)}$$

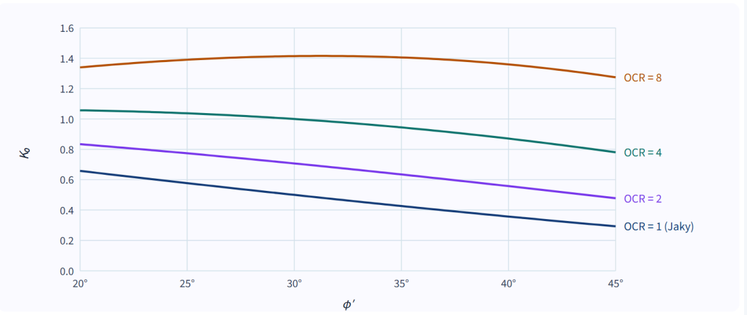
$$K_0 = (1 - \sin\varphi')\, OCR^{\sin\varphi'} \qquad \text{(Mayne–Kulhawy 1982)}$$

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{PI(\%)}{100} \qquad K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} \qquad \text{(Massarsch 1979, klei)}$$

Jaky geeft de druk in verdicht zand een **te lage** waarde: verdichting maakt de ophoging overgeconsolideerd; Sherif corrigeert dit met $\gamma_d/\gamma_{d,min}$.

OCR = de verhouding van de grootste effectieve spanning uit het verleden tot de huidige effectieve spanning. Voor OCR = 4, φ′ = 30° geldt K_0 = 1: de horizontale en verticale spanning zijn gelijk.

K_0 – φ′ (OCR-krommen)



Opgave

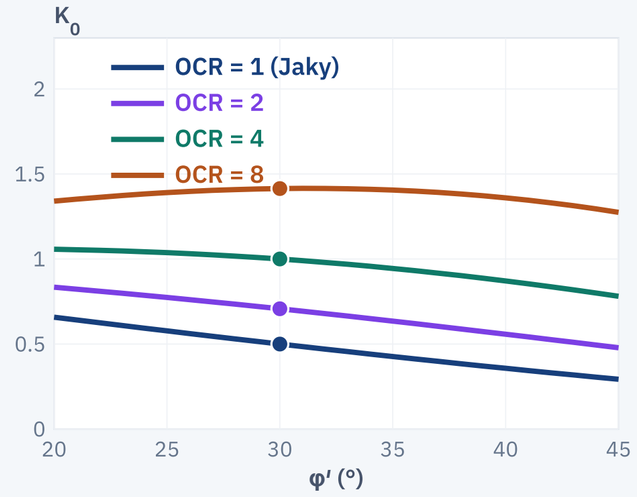
VOORBEELD

Gegeven

Grond	**niet-samenhangend zand,** $\varphi' = 30°$
Gevallen	$OCR = 1,\ 2,\ 4,\ 8$ **(ook** $\varphi' = 25°,\ 35°,\ 40°$ **voor** $OCR = 1$**)**

GEVRAAGD

K_0 voor elke situatie; OCR waarbij $K_0 = 1$; vergelijking met Rankine K_a, K_p.



Oplossing

OPLOSSING

1 NC-zand (Jaky)

$$\varphi' = 30^\circ: \; K_0 = 1 - \sin 30^\circ = \mathbf{0.5000}$$

$$\varphi' = 25^\circ: \; 0.577 \qquad 35^\circ: \; 0.426 \qquad 40^\circ: \; 0.357$$

2 Overgeconsolideerd (OCR-exponent sin φ′ = 0.5)

OCR	1	2	4	8
$K_0 = 0.5 \cdot OCR^{0.5}$	0.500	0.707	1.000	1.414

K_0 neemt toe naarmate OCR toeneemt: bij OCR = 4 is **K_0 = 1** (hydrostatische spanning), bij OCR = 8 is dat 1.41. Als Rankine K_a = 0.333 en K_p = 3.0, valt dit buiten alle OCR-waarden: $K_a < K_0 < K_p$ geldt altijd.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	**verdicht zandophoging: $\varphi' = 34°$, droog volumiek gewicht $\gamma_d = 16.0\ \mathrm{kN/m^3}$; in de losste toestand $\gamma_{d(min)} = 14.5\ \mathrm{kN/m^3}$**

GEVRAAGD

K_0 (Sherif) en vergelijking met Jaky.

Oplossing

OPLOSSING

1 Jaky (zonder verdichting)

$$K_0 = 1 - \sin 34^\circ = \mathbf{0.4408}$$

2 Sherif: verdichtingstoeslag

$$\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1 = \frac{16.0}{14.5} - 1 = 0.1034$$

$$K_0 = 0.4408 + (0.1034)(5.5) = \mathbf{1.010}$$

Verdichting verhoogde K_0 van 0.44 naar **1.01** (2.3 keer): een wand achter verdichte aanvulling moet een veel grotere druk weerstaan dan de berekening voor normaal geconsolideerde grond geeft.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	**klei: plasticiteitsindex** $PI = 25\%$
Gevallen	$OCR = 1$ **en** $OCR = 2$**; ook** $PI = 10,\ 40,\ 60\%$

GEVRAAGD

K_0 voor normaal en overgeconsolideerde klei.

Oplossing

OPLOSSING

1 PI = 25 %

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{25}{100} = \mathbf{0.5450}$$

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Toename met plasticiteit

PI (%)	$K_{0(NC)}$	OCR = 2	OCR = 4
10	0.482	0.682	0.964
25	0.545	0.771	1.090
40	0.608	0.860	1.216
60	0.692	0.979	1.384

In klei neemt K_0 toe met de plasticiteit; voor OCR = 2 en PI = 25 % is **0.771**. In overgeconsolideerde klei wordt K_0 vermenigvuldigd met √OCR (deze vermenigvuldigingsfactor maakt geen deel uit van de betrekking van Massarsch, maar is een gangbare benadering).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Drukdriehoek en kracht

THEORIE

In een droge ophoging met volumiek gewicht γ neemt de horizontale effectieve spanning lineair toe met de diepte; de kracht per eenheid van wandlengte is de oppervlakte van de driehoek en grijpt aan op H/3 boven de basis:

$$\sigma'_h = K_0 \gamma z \qquad P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

In een gelaagde ophoging wordt σ'_o laag voor laag gesommeerd en elke laag krijgt zijn eigen K_0-waarde: bij elke grens waar K_0 verandert, **springt σ'_h, terwijl σ'_o niet springt**.

De kracht groeit met H^2; OCR en samendrukking vergroten de kracht recht evenredig met K_0.

Opgave

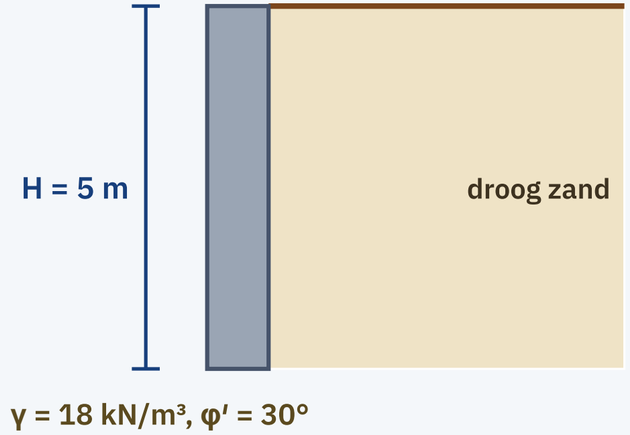
VOORBEELD

GEVRAAGD

Voor elke situatie **$\sigma'_h(H)$**, **P_0** en de aangrijpingshoogte.

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, kan niet verplaatsen**
Grond	**droog zand:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ$
Gevallen	$OCR = 1$ **en** $OCR = 2$



Oplossing

OPLOSSING

1 OCR = 1 (Jaky: $K_0 = 0.5$)

$$\sigma'_h(5) = K_0 \gamma H = 0.5(18)(5) = \mathbf{45.00}\ \mathrm{kPa}$$

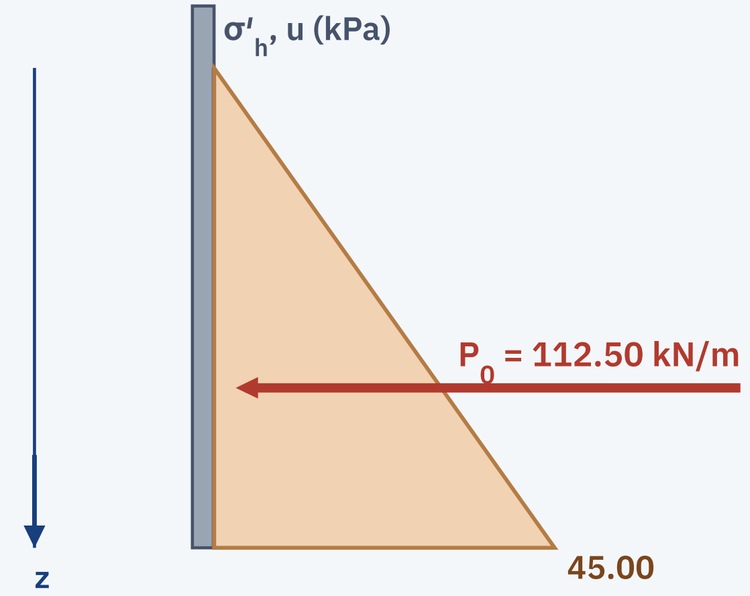
$$P_0 = \tfrac{1}{2}(45.00)(5) = \mathbf{112.50}\ \mathrm{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \mathrm{m}$$

2 OCR = 2 (Mayne–Kulhawy: $K_0 = 0.7071$)

$$\sigma'_h(5) = 0.7071(18)(5) = \mathbf{63.64}\ \mathrm{kPa}$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(63.64)(5) = \mathbf{159.10}\ \mathrm{kN/m}$$

P_0 = **112.50 kN/m** (OCR = 1) en **159.10 kN/m** (OCR = 2), beide 1.67 m boven de zool; overconsolidatie vergroot de kracht met 41%.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Effectieve spanning + waterdruk

THEORIE

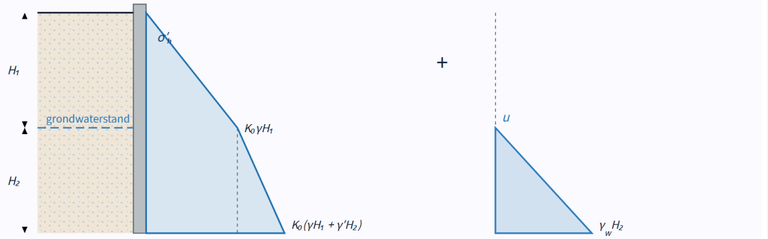
Als het grondwater op diepte H_1 staat (geen water vóór de wand), geldt daarboven $\sigma'_h = K_0\gamma z$; daaronder wordt de effectieve spanning bepaald met $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, en de waterdruk wordt volledig opgeteld, **onafhankelijk** van K_0:

$$\sigma'_h = K_0\left[\gamma H_1 + \gamma'(z - H_1)\right] \qquad u = \gamma_w(z - H_1) \qquad \sigma_h = \sigma'_h + u$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}K_0\gamma H_1^2 + K_0\gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2}\left(K_0\gamma' + \gamma_w\right)H_2^2$$

De aangrijpingshoogte wordt bepaald uit het moment van de oppervlakken om het voetpunt.

$\gamma_w = 9.81$, $K_0\gamma' \approx 0.5 \cdot 10 = 5$: **de bijdrage van het water is vaak groter dan die van de grond**.



Opgave

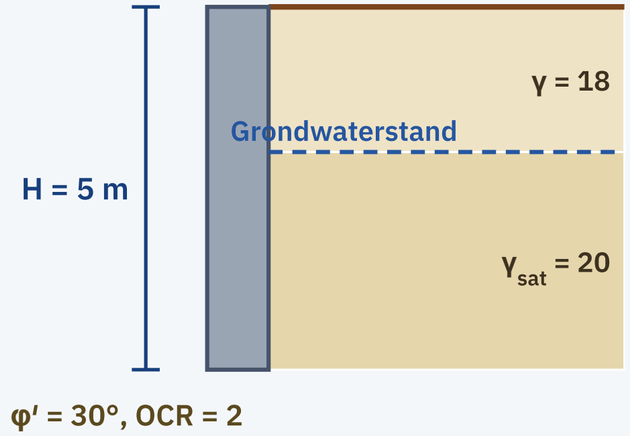
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, kan niet verplaatsen**
Grond	**zand:** $c' = 0,\ \varphi' = 30°,\ OCR = 2$**;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven),** $\gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$ **(onder)**
Grondwater	**op 2 m diepte; geen water voor de wand**

GEVRAAGD

Drukdiagram, totale **P_0** (grond + water) en aangrijpingshoogte. De module opent met deze muur.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

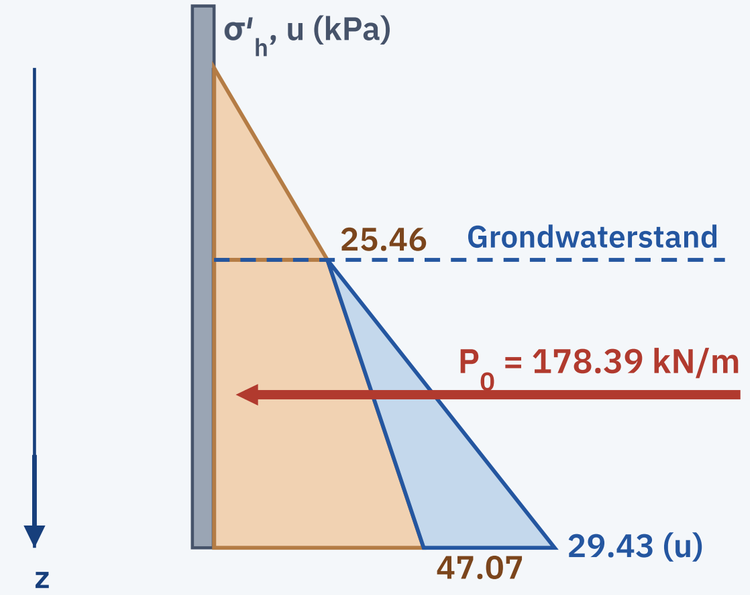
1 K_0 en spanningen

$$K_0 = (1 - \sin 30^\circ)\, 2^{\sin 30^\circ} = \mathbf{0.7071}$$

$$z = 2: \ \sigma'_o = 36 \ \rightarrow \ \sigma'_h = 0.7071(36) = 25.46 \text{ kPa}$$

$$z = 5: \ \sigma'_o = 36 + 3(20 - 9.81) = 66.57 \ \rightarrow \ \sigma'_h = \mathbf{47.07} \text{ kPa}$$

$$u = 9.81(3) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

2 Oppervlakken: bovenste driehoek · onderste rechthoek · onderste driehoek · waterdriehoek

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(2)(25.46) + 3(25.46) + \tfrac{1}{2}(3)(21.62) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 25.46 + 76.37 + 32.42 + 44.14 = \mathbf{178.39}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Aangrijpingshoogte (hefboomsarmen 3.67; 1.50; 1.00; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{25.46(3.67) + 76.37(1.50) + 32.42(1.00) + 44.14(1.00)}{178.39} = \mathbf{1.59}\ \mathrm{m}$$

P_0 = **178.39 kN/m**, **1.59 m** boven de zool; grond 134.25, water 44.14 kN/m (aandeel water 25%).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

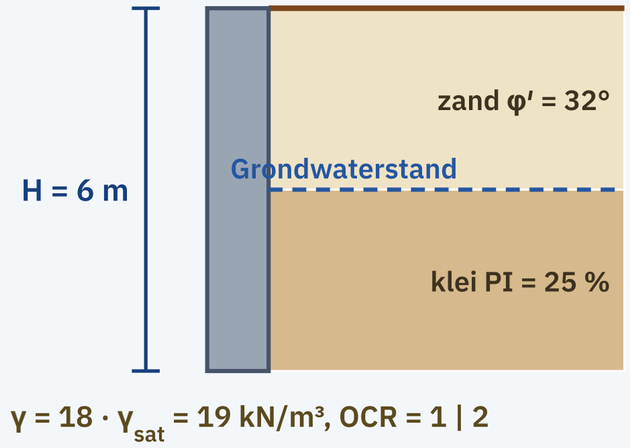
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6$ **m, kan niet verplaatsen**
Bovenlaag (0–3 m)	**zand:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 32°,\ OCR = 1$
Onderlaag (3–6 m)	**klei:** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ PI = 25\%,\ OCR = 2$
Grondwater	**boven de klei (3 m)**

GEVRAAGD

Sprong in de druk aan de rand, $\mathbf{P_0}$ en $\bar{z}$.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 K_0-waarden: zand Jaky, klei Massarsch

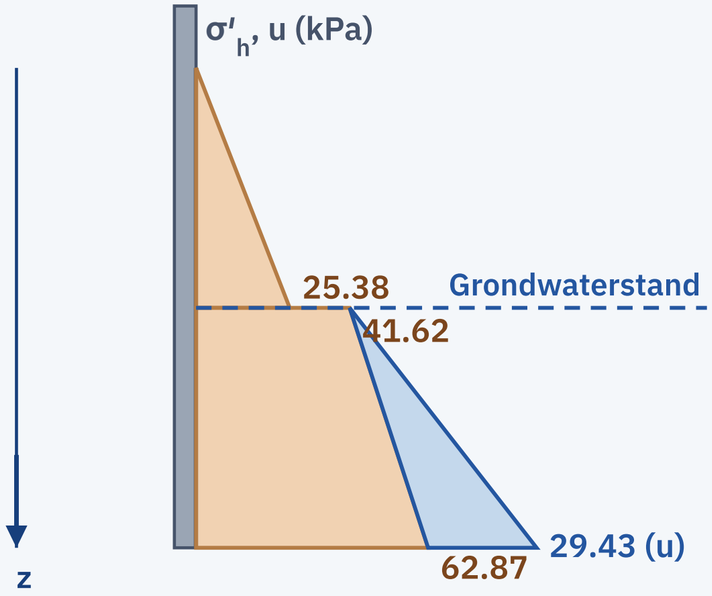
$$K_{0(kum)} = 1 - \sin 32^\circ = \mathbf{0.4701}$$

$$K_{0(kil)} = \left[0.44 + 0.42\frac{25}{100}\right]\sqrt{2} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Spanningen ($\sigma'_o(3) = 54$; $\sigma'_o(6) = 54 + 3(19 - 9.81) = 81.57$)

$$z = 3:\ \sigma'_h = 0.4701(54) = 25.38\ (\text{zand});\quad 0.7707(54) = 41.62\ (\text{klei})$$

$$z = 6:\ \sigma'_h = 0.7707(81.57) = \mathbf{62.87}\ \text{kPa};\quad u = \mathbf{29.43}\ \text{kPa}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

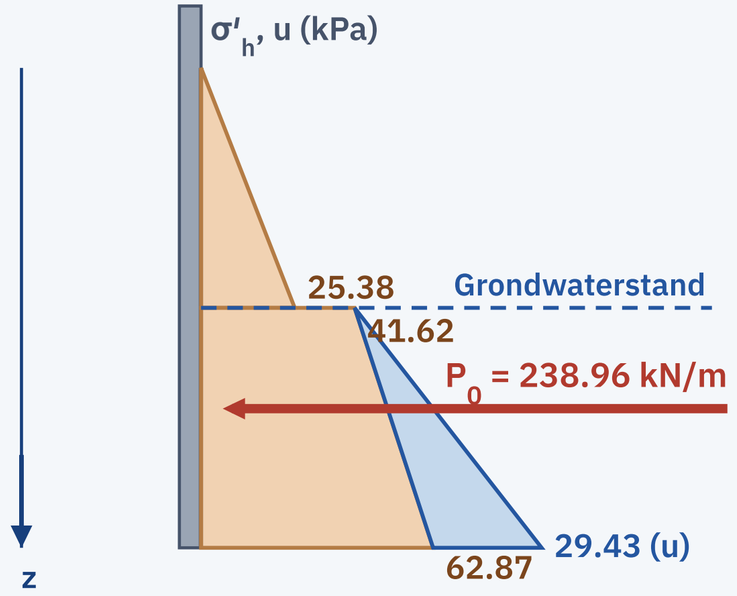
3 Krachten

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(3)(25.38) + 3(41.62) + \tfrac{1}{2}(3)(21.25) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 38.08 + 124.86 + 31.87 + 44.14 = \mathbf{238.96}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Aangrijpingshoogte (hefboomsarmen 4.00; 1.50; 1.00; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{38.08(4) + 124.86(1.5) + 31.87(1) + 44.14(1)}{238.96} = \mathbf{1.74}\ \mathrm{m}$$

P_0 = **238.96 kN/m**, $\bar{z}$ = **1.74 m**. σ'_h springt aan de bovenkant van de kleilaag van 25.38 → 41.62 kPa (K_0 verandert); σ'_0 = 54 kPa is aan beide zijden gelijk.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Verplaatsingen tot actieve en passieve toestand

THEORIE

Als de muur niet kan bewegen, ontstaat de neutrale gronddruk. Beweegt de muur van de grond af, dan daalt de druk van K_0 naar K_a; beweegt zij naar de grond toe, dan stijgt de druk naar K_p; de vereiste verplaatsing ten opzichte van de hoogte (actief zeer klein, passief tien keer groter):

Grond	Actief $\Delta L_a/H$	Passief $\Delta L_p/H$
Los zand	0.001–0.002	0.01
Dicht zand	0.0005–0.001	0.005
Slappe klei	0.02	0.04
Stijve klei	0.01	0.02

WAAROM IS DIT BELANGRIJK?

Een kelderwand, een aan de paalkop gekoppelde boogaanzet of een duikerwand kan niet bewegen: de ontwerpwaarde van de druk is de **neutrale** waarde, niet de actieve, en hangt uitsluitend af van de K_0-relatie.

Opgave

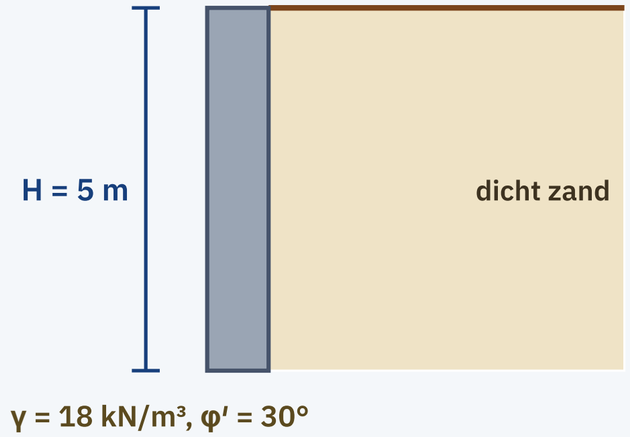
VOORBEELD

GEVRAAGD

Actieve, neutrale en passieve **kracht**; de vereiste muurverplaatsing voor elk daarvan (dicht zand).

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, dicht zandaanvulling**
Grond	**droog:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**, NC (Jaky)**



Oplossing

OPLOSSING

1 $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2 = \frac{1}{2}K(18)(25) = 225\ K$

Toestand	K	P (kN/m)	Verplaatsing (vast zand, H = 5 m)
Actief	0.3333	75.0	0.0005–0.001·5 = 2.5–5 mm
Neutraal	0.50	112.5	0 (wand beweegt niet)
Passief	3.00	675.0	0.005·5 = 25 mm

Actief **75.0** < neutraal **112.5** < passief **675.0 kN/m**; de neutrale kracht is 1.5 keer de actieve. Als de muur 2.5–5 mm kan verplaatsen, wordt de actieve druk als uitgangspunt genomen; als hij helemaal niet kan verplaatsen, de neutrale druk; voor passieve weerstand is ten minste 25 mm verplaatsing nodig.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Scope van de oplossing

THEORIE

Er wordt aangenomen dat de **wand wrijvingsloos en verticaal** is; de neutrale gronddruk werkt horizontaal ($\delta' = 0$).

Maaiveld horizontaal; zie voor een hellend maaiveld en een hellende wand de modules Rankine (hellende aanvulling) en Coulomb.

K_0 is per laag afzonderlijk en constant: Jaky, Sherif, Mayne–Kulhawy, Massarsch of een waarde uit de proef.

Water is hydrostatisch; er staat geen water vóór de wand; de waterdruk is niet afhankelijk van K_0.

Bovenbelasting, verdichtingsspanning en aardbeving zijn in deze module niet opgenomen; het verdichtingseffect wordt tot uiting gebracht in de waarde van K_0 (Sherif) of in de OCR.

Samenvatting

Belangrijkste punten

Neutrale gronddruk: in een muur die niet kan verplaatsen geldt $\sigma'_h = K_0\sigma'_o$; $K_a < K_0 < K_p$

K_0: Jaky $1 - \sin\varphi'$; Mayne–Kulhawy $\times$ OCR$^{\sin\varphi'}$; Massarsch $0.44 + 0.42\ PI/100$ (bij overgeconsolideerde grond $\times \sqrt{OCR}$); Sherif voor verdicht zand + $(\gamma_d/\gamma_{d,min} - 1)\cdot 5.5$

Droge aanvulling: $P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$, op $H/3$ vanaf de basis

Water: effectieve spanning met γ', $u = \gamma_w(z - H_1)$ wordt volledig toegevoegd; de waterbijdrage is vaak groot

In een **gelaagde** aanvulling is σ'_o continu, terwijl σ'_h springt op de grens waar K_0 verandert; $\bar{z}$ wordt gevonden uit de momenten van de oppervlakken

Beweging: $\Delta L/H \sim 0.001$ voor actief; ~ 0.01 voor passief (de helft in dicht zand); als de muur niet kan bewegen, is de neutrale toestand maatgevend

Literatuur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982). K_o–OCR relationships in soil. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 108(GT6), 851–872.

Massarsch, K.R. (1979). Lateral earth pressure in normally consolidated clay. Proc. 7th European Conf. SMFE, Brighton, 2, 245–250.

Sherif, M.A., Fang, Y.S. and Sherif, R.I. (1984). KA and K0 behind rotating and non-yielding walls. J. Geotech. Eng., ASCE, 110(GT1), 41–56.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De module opent met de muur uit Voorbeeld 5 (één laag; voor twee lagen zie Voorbeeld 6).

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer de lagen, de K_0-methode, de OCR-waarde en de grondwaterstand van uw eigen muur in GeoTerva in; de module geeft het drukkendiagram, de kracht en de aangrijpingshoogte samen.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com