地盤工学講義スライド・土圧

静止土圧

講義：移動できない壁（地下室外壁、アーチ橋台、ボックスカルバート）背面の静止土圧；K_0係数の関係式、乾燥および水中の背面土、層状地盤；各項目に計算例。

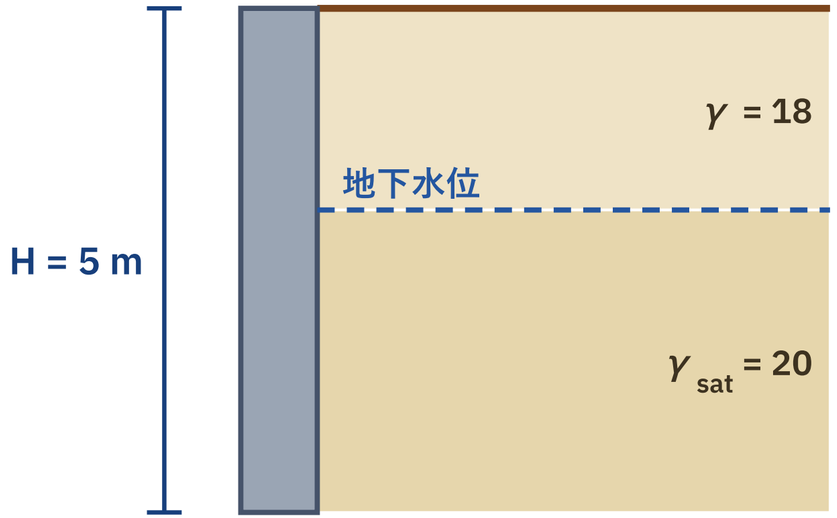
$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_o$

Jaky · Mayne–Kulhawy

Massarsch · Sherif

成層盛土

地下水



はじめに

この講義で学ぶこと

静止土圧がいつ生じるか、および主働・受働状態との関係

砂（Jaky、Sherif）、過圧密地盤（Mayne–Kulhawy）、粘土（Massarsch）において**K_0係数**を計算する方法

乾燥盛土において$P_0 = \frac{1}{2} K_0 \gamma H^2$の力および作用高さH/3

地下水がどのように圧力を付加するか；成層した背面土でK_0が層境界で跳躍すること

主働・静止・受働の状態と、必要とされる壁面変位を比較すること

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：規則は何か、なぜそうなるのか

2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

力は壁の単位長さ当たり（kN/m）；圧力はkPa、応力は有効応力である。

変位しない壁

理論

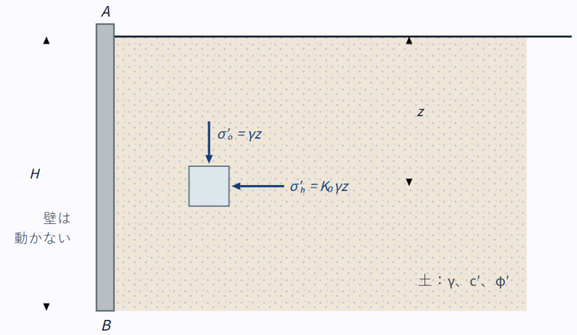
地下室の階によって拘束された壁、杭上のアーチの支承部、あるいはカルバートの壁は**変位できない**。その背後の地盤は、原位置にあるときの応力状態を保つ。水平有効応力と鉛直有効応力の比が**静止土圧係数**である：

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_o} \qquad \sigma'_o = \gamma z \qquad \sigma'_h = K_0 \gamma z$$

壁が地盤から離れると圧力は主働値まで**低下**し、地盤側へ押されると受働値まで**上昇**する；$K_a < K_0 < K_p$。

必要な変位は主働側では小さく、受働側では大きい（理論：必要変位）。

K_0は試験（プレッシャーメーター、ディラトメーター）または相関式から求める；モジュールは各層ごとにいずれかを用いる。



砂、過圧密地盤および粘土

理論

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Jaky 1944、砂、NC)}$$

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1\right) 5.5 \qquad \text{（Sherifら 1984、締固めた砂）}$$

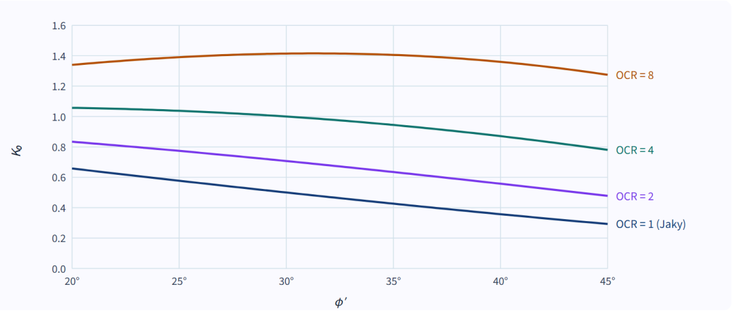
$$K_0 = (1 - \sin\varphi')\, OCR^{\sin\varphi'} \qquad \text{(Mayne–Kulhawy 1982)}$$

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{PI(\%)}{100} \qquad K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} \qquad \text{（Massarsch 1979、粘土）}$$

Jakyは締固めた砂の圧力を**過小**に与える：締固めは盛土を過圧密にする；Sherifはこれを $\gamma_{d}/\gamma_{d,min}$ で補正する。

OCR = 過去の最大有効応力と現在の有効応力の比。OCR = 4、ϕ' = 30°に対してK_0 = 1：水平応力と鉛直応力が等しい。

K_0 – ϕ'（OCR曲線）



問題

例題

与条件

地盤	**粘着力のない砂、$\varphi' = 30^\circ$**
ケース	**$OCR = 1,\ 2,\ 4,\ 8$（$OCR = 1$については $\varphi' = 25^\circ,\ 35^\circ,\ 40^\circ$も）**

求めるもの

各ケースの**K_0**；$K_0 = 1$ となる OCR；

Rankine の K_a, K_p との比較。



解答

解答

1 NC砂（Jaky）

$$\varphi' = 30^\circ:\ K_0 = 1 - \sin 30^\circ = \mathbf{0.5000}$$

$$\varphi' = 25^\circ:\ 0.577 \qquad 35^\circ:\ 0.426 \qquad 40^\circ:\ 0.357$$

2 過圧密（OCRの指数 sin ϕ' = 0.5）

OCR	1	2	4	8
$K_0 = 0.5 \cdot OCR^{0.5}$	0.500	0.707	1.000	1.414

OCRが増加するとK_0は増加する：OCR = 4で**K_0 = 1**（静水圧的応力）、OCR = 8で1.41となる。RankineのK_a = 0.333、K_p = 3.0とすれば、これはすべてのOCRの範囲外となる：$K_a < K_0 < K_p$は常に成立する。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

地盤	**締固めた砂質盛土：$\varphi' = 34^\circ$、乾燥単位体積重量$\gamma_d = 16.0$ kN/m^3；最も緩い状態で$\gamma_{d(min)} = 14.5$ kN/m^3**

求めるもの

K_0（Sherif）とJakyとの比較。

解答

解答

1 Jaky（無転圧）

$$K_0 = 1 - \sin 34^\circ = \mathbf{0.4408}$$

2 Sherif：締固め割増し

$$\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1 = \frac{16.0}{14.5} - 1 = 0.1034$$

$$K_0 = 0.4408 + (0.1034)(5.5) = \mathbf{1.010}$$

締固めによりK_0は0.44から**1.01**へ増加した（2.3倍）：締固めた盛土背後の擁壁は、正規圧密の計算よりはるかに大きな圧力に耐えなければならない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

地盤	**粘土：塑性指数 $PI = 25\%$**
ケース	**$OCR = 1$と$OCR = 2$、さらに$PI =$** $10,\ 40,\ 60\%$

求めるもの

K_0は正規圧密粘土および過圧密粘土に対する値である。

解答

解答

1 PI = 25 %

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{25}{100} = \mathbf{0.5450}$$

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 塑性の増加に伴う増大

PI (%)	$K_{0(NC)}$	OCR = 2	OCR = 4
10	0.482	0.682	0.964
25	0.545	0.771	1.090
40	0.608	0.860	1.216
60	0.692	0.979	1.384

粘土ではK_0は塑性指数とともに増加する。OCR = 2、PI = 25 %のとき**0.771**である。過圧密粘土ではK_0に$\sqrt{\text{OCR}}$を乗じる（この係数はMassarschの関係式の一部ではなく、一般的な近似である）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

圧力三角形と力

理論

単位体積重量 γ の乾燥盛土では、水平有効応力は深さとともに直線的に増加する。壁の単位長さ当たりに作用する力は三角形の面積であり、底面からH/3上方に作用する：

$$\sigma'_h = K_0 \gamma z \qquad P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \frac{H}{3}$$

成層した盛土では σ'_0 を層ごとに累加し、各層がそれぞれのK_0値をとる。K_0が変化する各境界で**σ'_hは跳び、σ'_0は跳ばない**。

力はH^2とともに増大する；OCRと圧縮はK_0に正比例して力を増加させる。

問題

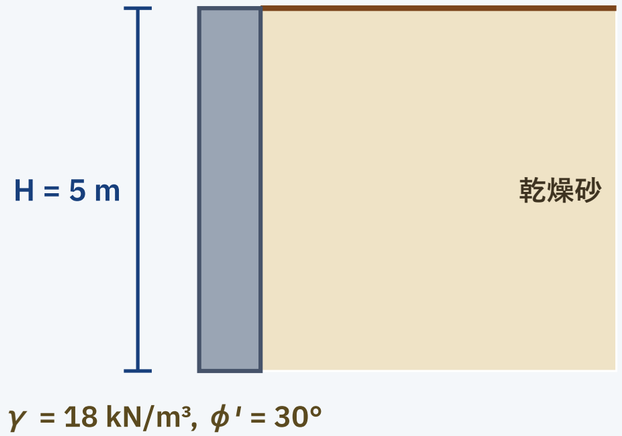
例題

与条件

壁	$H = 5$ m、変位しない
地盤	乾燥砂：$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$
ケース	$OCR = 1$と$OCR = 2$

求めるもの

各ケースについて$\sigma'_h(H)$、P_0および作用高さ。



解答

解答

1 OCR = 1（Jaky：$K_0 = 0.5$）

$$\sigma'_h(5) = K_0 \gamma H = 0.5(18)(5) = \mathbf{45.00}\ \text{kPa}$$

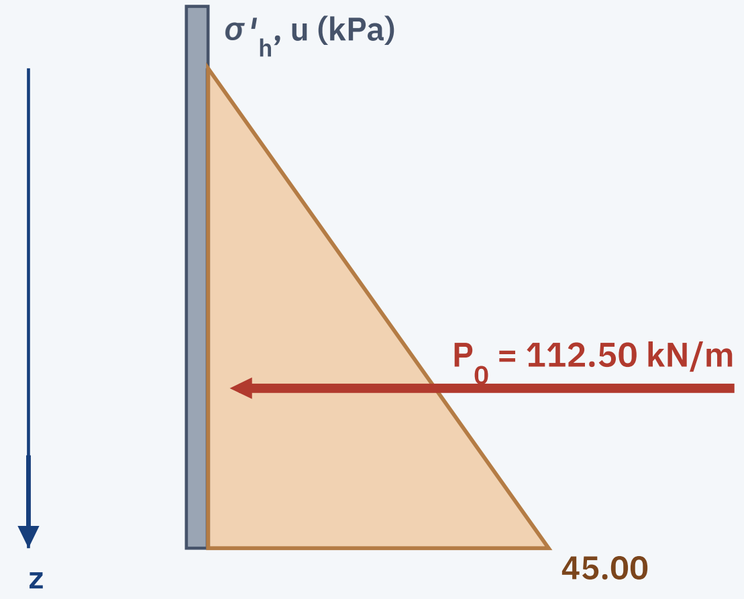
$$P_0 = \tfrac{1}{2}(45.00)(5) = \mathbf{112.50}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

2 OCR = 2（Mayne–Kulhawy：$K_0 = 0.7071$）

$$\sigma'_h(5) = 0.7071(18)(5) = \mathbf{63.64}\ \text{kPa}$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(63.64)(5) = \mathbf{159.10}\ \text{kN/m}$$

P_0 = **112.50 kN/m**（OCR = 1）および**159.10 kN/m**（OCR = 2）、いずれも底面から1.67 mの高さに作用する。過圧密により力は41%増加した。



GeoTervaで解答を確認する ↗

有効応力＋水圧

理論

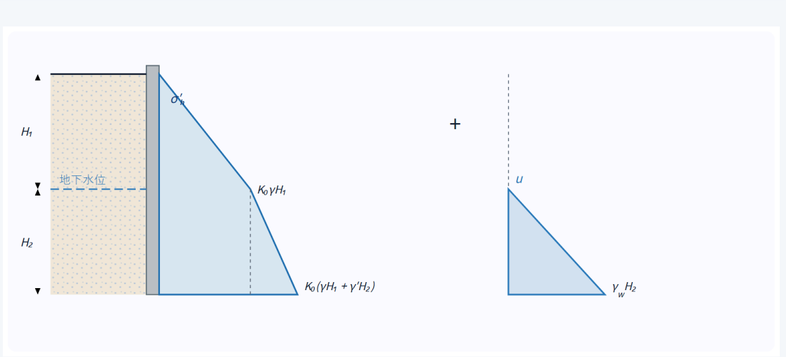
地下水位が深さH_1にある場合（壁前面に水がない）、それより上では$\sigma'_h = K_0 \gamma z$、それより下では有効応力は$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$で求められ、水圧は$K_0$に**無関係**にそのまま加算される：

$$\sigma'_h = K_0\left[\gamma H_1 + \gamma'(z - H_1)\right] \qquad u = \gamma_w (z - H_1) \qquad \sigma_h = \sigma'_h + u$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H_1^2 + K_0 \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2}\left(K_0 \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

作用高さは各図形の底面点に関するモーメントから求める。

$\gamma_w = 9.81$、$K_0 \gamma' \approx 0.5 \cdot 10 = 5$：**水の寄与はしばしば土の寄与より大きい。**



問題

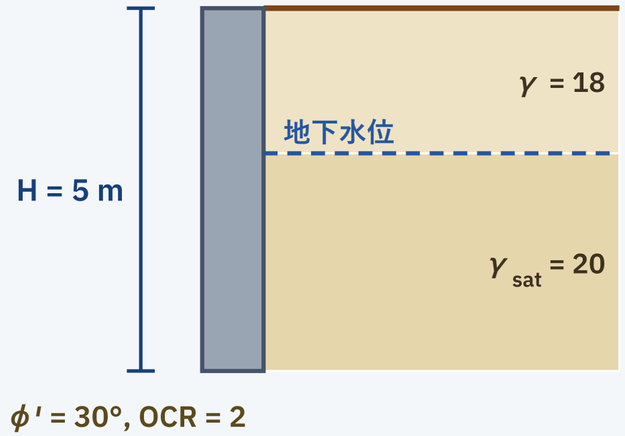
例題

与条件

壁	$H = 5$ m、変位しない
地盤	砂：$c' = 0$, $\varphi' = 30^\circ$, $OCR = 2$；$\gamma = 18$ kN/m^3（上部）、$\gamma_{sat} = 20$ kN/m^3（下部）
地下水	深さ2 mにおいて；壁前面に水はない

求めるもの

圧力図、全P_0（土＋水）および作用高さ。モジュールはこの擁壁で開く。



解答 (1/2)

解答

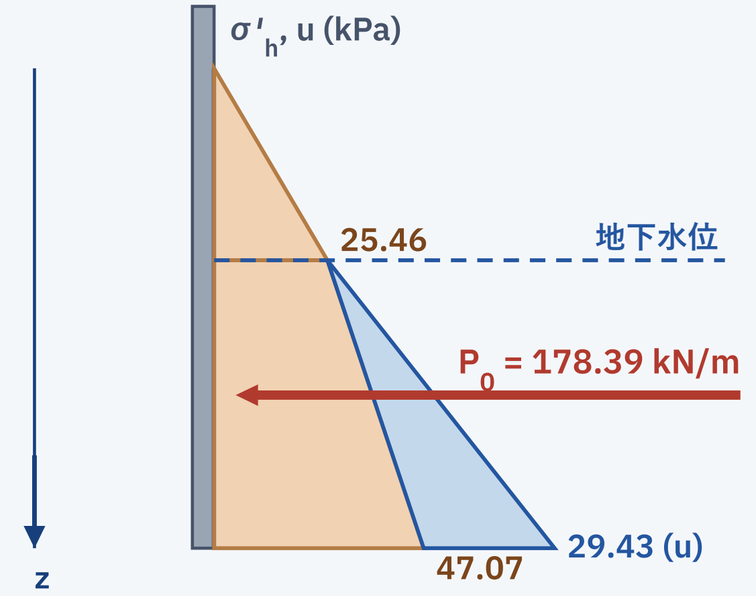
1 K_0と応力

$$K_0 = (1 - \sin 30^\circ)\, 2^{\sin 30^\circ} = \mathbf{0.7071}$$

$$z = 2:\ \sigma'_o = 36 \ \rightarrow\ \sigma'_h = 0.7071(36) = 25.46 \text{ kPa}$$

$$z = 5:\ \sigma'_o = 36 + 3(20 - 9.81) = 66.57 \ \rightarrow\ \sigma'_h = \mathbf{47.07} \text{ kPa}$$

$$u = 9.81(3) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



解答 (2/2)

解答

2 面積：上部三角形・下部長方形・下部三角形・水圧三角形

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(2)(25.46) + 3(25.46) + \tfrac{1}{2}(3)(21.62) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 25.46 + 76.37 + 32.42 + 44.14 = \mathbf{178.39}\ \text{kN/m}$$

3 作用高さ（腕の長さ 3.67；1.50；1.00；1.00 m）

$$\bar{z} = \frac{25.46(3.67) + 76.37(1.50) + 32.42(1.00) + 44.14(1.00)}{178.39} = \mathbf{1.59}\ \text{m}$$

P_0 = **178.39 kN/m**、底面から**1.59 m**上方；土による分134.25、水による分44.14 kN/m（水の割合25%）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

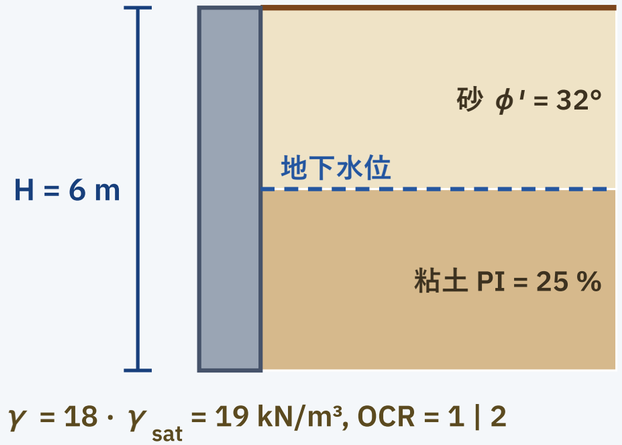
例題

与条件

壁	$H = 6$ m、変位しない
上層（0–3 m）	砂：$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 32°$, $OCR = 1$
下層（3–6 m）	粘土：$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $PI = 25\%$, $OCR = 2$
地下水	粘土の上方（3 m）

求めるもの

境界における圧力の跳び、P_0および$\bar{z}$。



解答 (1/2)

解答

1 K_0の値：砂はJaky、粘土はMassarsch

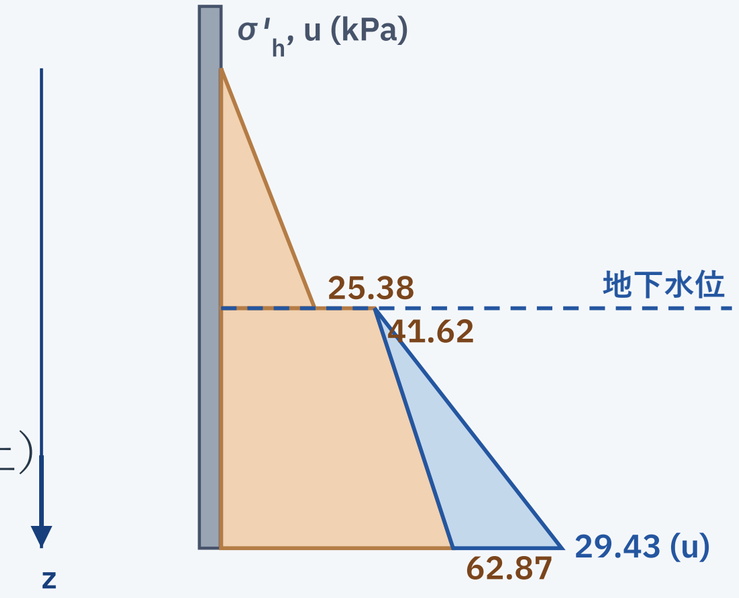
$$K_{0(kum)} = 1 - \sin 32^\circ = \mathbf{0.4701}$$

$$K_{0(kil)} = \left[0.44 + 0.42\frac{25}{100}\right]\sqrt{2} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 応力（$\sigma'_o(3) = 54$；$\sigma'_o(6) = 54 + 3(19 - 9.81) = 81.57$）

$$z = 3:\ \sigma'_h = 0.4701(54) = 25.38 \ \text{（砂）};\ 0.7707(54) = 41.62 \ \text{（粘土）}$$

$$z = 6:\ \sigma'_h = 0.7707(81.57) = \mathbf{62.87}\ \text{kPa};\ u = \mathbf{29.43}\ \text{kPa}$$



解答 (2/2)

解答

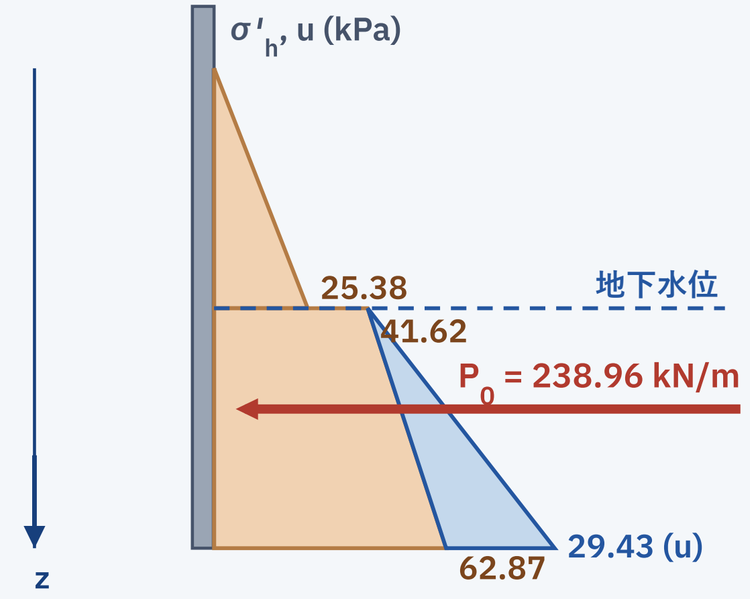
3 力

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(3)(25.38) + 3(41.62) + \tfrac{1}{2}(3)(21.25) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 38.08 + 124.86 + 31.87 + 44.14 = \mathbf{238.96}\ \text{kN/m}$$

4 作用高さ（腕の長さ 4.00；1.50；1.00；1.00 m）

$$\bar{z} = \frac{38.08(4) + 124.86(1.5) + 31.87(1) + 44.14(1)}{238.96} = \mathbf{1.74}\ \text{m}$$

P_0 = **238.96 kN/m**、$\bar{z}$ = **1.74 m**。 σ'_hは粘土層の上面で25.38 → 41.62 kPaに跳躍する（K_0が変化する）。 σ'_o = 54 kPaは両側で同じである。



GeoTervaで解答を確認する ↗

主働状態および受働状態に至る変位

理論

壁が移動できない場合、静止土圧が生じる。壁が地盤から遠ざかると土圧はK_0からK_aへ低下し、地盤に近づくとK_pへ増大する。所要の移動量と高さの比は（主働では非常に小さく、受働ではその10倍）：

地盤	主働 $\Delta L_a/H$	受働 $\Delta L_p/H$
ゆるい砂	0.001–0.002	0.01
密な砂	0.0005–0.001	0.005
軟弱粘土	0.02	0.04
硬質粘土	0.01	0.02

なぜ重要か

地下室の壁、杭頭に連結されたアーチの起拱部、またはカルバートの壁は移動できない。したがって設計土圧は**主働土圧ではなく静止土圧**であり、K_0の関係式のみに依存する。

問題

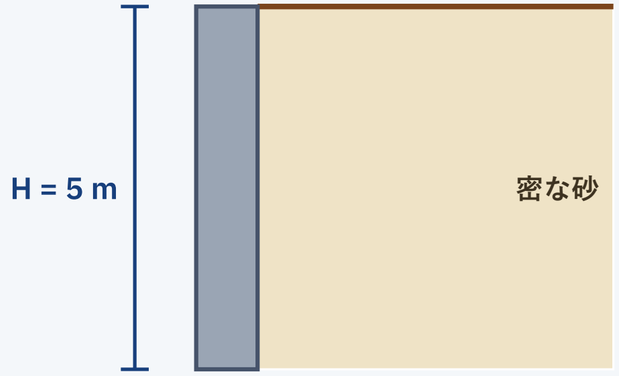
例題

求めるもの

主働、静止、受働の**力**；それぞれに必要な壁の変位（密な砂）。

与条件

壁	$H = 5$ m、密な砂の背面土
地盤	乾燥：$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$、NC（Jaky）



解答

解答

1 $P = \frac{1}{2} K \gamma H^2 = \frac{1}{2} K (18)(25) = 225\ K$

条件	K	P (kN/m)	変位（密な砂、H = 5 m）
主働	0.3333	75.0	0.0005–0.001·5 = 2.5–5 mm
静止	0.50	112.5	0（壁が移動しない）
受働	3.00	675.0	0.005·5 = 25 mm

主働**75.0** < 静止**112.5** < 受働**675.0 kN/m**であり、静止土圧の合力は主働の1.5倍である。壁が2.5–5 mm変位できる場合は主働土圧、まったく変位できない場合は静止土圧を基準とする。受働抵抗には少なくとも25 mmの変位が必要である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

解答の範囲

理論

壁面は摩擦なしかつ鉛直と仮定する；静止土圧は水平に作用する（$\delta' = 0$）。

地表面は水平；傾斜した地表面および傾斜した壁についてはRankine（傾斜背面土）とCoulombのモジュールを参照する。

K_0は各層ごとに独立して一定である：Jaky、Sherif、Mayne–Kulhawy、Massarsch、または試験から入力した値。

水は静水圧であり、壁の前面に水はない。水圧はK_0に依存しない。

上載荷重、締固め応力および地震はこのモジュールには含まれない；締固めの影響はK_0の値（Sherif）またはOCRに反映される。

まとめ

ポイントのまとめ

静止土圧：移動できない壁では $\sigma'_h = K_0\,\sigma'_o$；$K_a < K_0 < K_p$

K_0：Jaky $1 - \sin\phi'$；Mayne–Kulhawy $\times\ OCR^{\sin\phi'}$；Massarsch $0.44 + 0.42\ PI/100$（過圧密では$\times\sqrt{OCR}$）；Sherif 締固めた砂に対して$+\,(\gamma_d/\gamma_{d,min} - 1)\cdot 5.5$

乾燥背面土：$P_0 = \tfrac{1}{2}K_0\,\gamma\,H^2$、底面からH/3の位置

水：γ'による有効応力、$u = \gamma_w(z - H_1)$を完全に加算する；水の寄与はしばしば大きい

成層盛土ではσ'_oは連続であるが、σ'_hはK_0が変化する境界で跳躍する；$\bar{z}$は面積のモーメントから求める

変位：主働の場合は$\Delta L/H \sim 0.001$；受働の場合は~ 0.01（密な砂ではその半分）；壁が変位できない場合は静止土圧が支配的となる

参考文献

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982). K_0–OCR relationships in soil. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 108(GT6), 851–872.

Massarsch, K.R. (1979). Lateral earth pressure in normally consolidated clay. Proc. 7th European Conf. SMFE, Brighton, 2, 245–250.

Sherif, M.A., Fang, Y.S. and Sherif, R.I. (1984). KA and K0 behind rotating and non-yielding walls. J. Geotech. Eng., ASCE, 110(GT1), 41–56.

注記

数値例はすべてモジュール自身の計算エンジンで作成した。モジュールは同じ値を与える。モジュールは例題5の壁で開く（単一層；二層の場合は例題6）。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

自分の壁の層、K_0の手法、OCRの値、地下水をGeoTervaで入力する。モジュールは土圧分布、力、作用高さをまとめて与える。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com