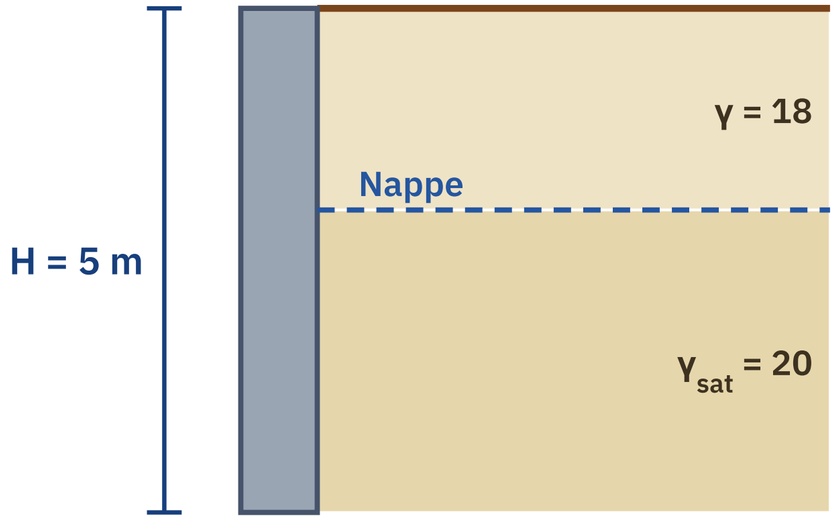
Présentation de cours de géotechnique · Poussée et butée des terres

Pression des terres au repos

Cours : pression des terres au repos derrière un mur qui ne peut pas se déplacer (mur de sous-sol, culée de voûte, ponceau) ; relations pour le coefficient K_0, remblai sec et immergé, sol stratifié ; exemple de calcul pour chaque thème.

$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_o$ · Jaky · Mayne–Kulhawy · Massarsch · Sherif · Remblai stratifié · Nappe phréatique



Que verrons-nous dans ce cours ?

- Quand s'établit la **pression au repos** et son lien avec l'état de poussée / de butée
- Le calcul du **coefficient K_0** dans le sable (Jaky, Sherif), dans un sol surconsolidé (Mayne–Kulhawy) et dans l'argile (Massarsch)
- Dans un remblai sec : la force $P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$ et sa hauteur d'application H/3
- Comment la **nappe phréatique** ajoute sa pression ; le saut de K_0 à la limite des couches dans un remblai stratifié
- Comparer les états actif – au repos – passif et le déplacement requis du mur

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Les forces sont rapportées à l'unité de longueur du mur (kN/m) ; pressions en kPa, contraintes effectives.

Mur non mobile

THÉORIE

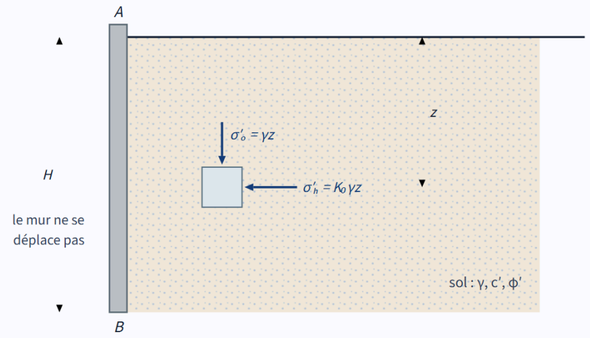
Un mur maintenu par les planchers de sous-sol, un pied-droit de voûte reposant sur des pieux ou un mur de ponceau **ne peut pas se déplacer** ; le sol situé derrière conserve l'état de contrainte qu'il avait en place. Le rapport de la contrainte horizontale effective à la contrainte verticale effective est le **coefficient de pression des terres au repos** :

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_o} \qquad \sigma'_o = \gamma z \qquad \sigma'_h = K_0 \gamma z$$

Si le mur s'éloigne du sol, la pression **chute** jusqu'à la valeur de poussée ; s'il est poussé contre le sol, elle **monte** jusqu'à la valeur de butée ; $K_a < K_0 < K_p$.

Les déplacements requis sont faibles à l'état actif et importants à l'état passif (Théorie : Déplacement requis).

K_0 est tiré d'essais (pressiomètre, dilatomètre) ou d'une corrélation ; le module utilise l'un ou l'autre pour chaque couche.



Sable, sol surconsolidé et argile

THÉORIE

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Jaky 1944, sable, NC)}$$

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1\right) 5.5 \qquad \text{(Sherif et al. 1984, sable compacté)}$$

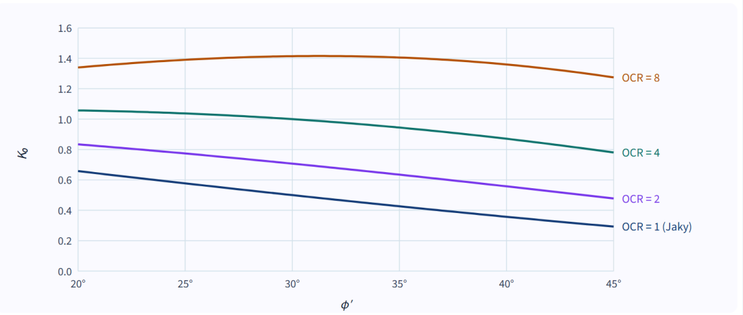
$$K_0 = (1 - \sin\varphi')\, OCR^{\sin\varphi'} \qquad \text{(Mayne–Kulhawy 1982)}$$

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{PI(\%)}{100} \qquad K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} \qquad \text{(Massarsch 1979, argile)}$$

Jaky **sous-estime** la pression dans le sable compacté : le compactage rend le remblai surconsolidé ; Sherif corrige cela par $\gamma_d/\gamma_{d,min}$.

OCR = rapport entre la plus grande contrainte effective passée et la contrainte effective actuelle. Pour OCR = 4 et φ′ = 30°, K_0 = 1 : les contraintes horizontale et verticale sont égales.

K_0 – φ′ (courbes OCR)



Énoncé

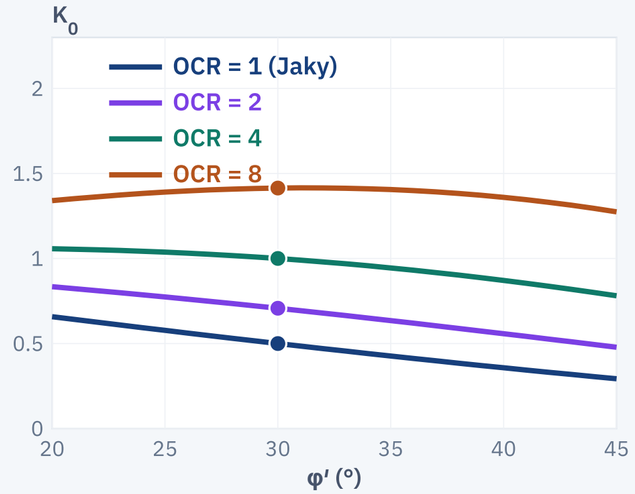
EXEMPLE

Données

Sol	**sable pulvérulent,** $\varphi' = 30°$
Cas	$OCR = 1,\ 2,\ 4,\ 8$ **(également** $\varphi' = 25°,\ 35°,\ 40°$ **pour** $OCR = 1$**)**

À DÉTERMINER

K_0 pour chaque cas ; valeur de l'OCR pour laquelle $K_0 = 1$; comparaison avec K_a, K_p de Rankine.



Solution

SOLUTION

1 Sable NC (Jaky)

$$\varphi' = 30^\circ : \; K_0 = 1 - \sin 30^\circ = \mathbf{0.5000}$$

$$\varphi' = 25^\circ : \; 0.577 \qquad 35^\circ : \; 0.426 \qquad 40^\circ : \; 0.357$$

2 Surconsolidé (exposant OCR sin φ′ = 0.5)

OCR	1	2	4	8
$K_0 = 0.5 \cdot OCR^{0.5}$	0.500	0.707	1.000	1.414

Lorsque OCR augmente, K_0 augmente : pour OCR = 4, **K_0 = 1** (état de contrainte hydrostatique), pour OCR = 8, 1.41. Les valeurs de Rankine K_a = 0.333 et K_p = 3.0 restent en dehors de la plage de K_0 pour tous les OCR : la relation $K_a < K_0 < K_p$ est toujours satisfaite.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	**remblai de sable compacté : $\varphi' = 34°$, poids volumique sec $\gamma_d = 16.0\ \mathrm{kN/m^3}$; à l'état le plus lâche $\gamma_{d(min)} = 14.5\ \mathrm{kN/m^3}$**

À DÉTERMINER

K_0 (Sherif) et comparaison avec Jaky.

Solution

SOLUTION

1 Jaky (sans compactage)

$$K_0 = 1 - \sin 34^\circ = \mathbf{0.4408}$$

2 Sherif : surépaisseur de compactage

$$\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1 = \frac{16.0}{14.5} - 1 = 0.1034$$

$$K_0 = 0.4408 + (0.1034)(5.5) = \mathbf{1.010}$$

Le compactage a fait passer K_0 de 0.44 à **1.01** (2.3 fois) : le mur situé derrière un remblai compacté doit résister à une pression bien supérieure à celle du calcul pour un sol normalement consolidé.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	**argile : indice de plasticité** $PI = 25\%$
Cas	$OCR = 1$ **et** $OCR = 2$ **; également** $PI = 10,\ 40,\ 60\%$

À DÉTERMINER

K_0, pour l'argile normalement et surconsolidée.

Solution

SOLUTION

1 PI = 25 %

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{25}{100} = \mathbf{0.5450}$$

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Augmentation avec la plasticité

PI (%)	$K_{0(NC)}$	OCR = 2	OCR = 4
10	0.482	0.682	0.964
25	0.545	0.771	1.090
40	0.608	0.860	1.216
60	0.692	0.979	1.384

Dans l'argile, K_0 augmente avec la plasticité ; pour OCR = 2 et PI = 25 %, il vaut **0.771**. Dans l'argile surconsolidée, K_0 est multiplié par √OCR (ce facteur ne fait pas partie de la relation de Massarsch, il s'agit d'une approximation courante).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Triangle de pression et effort

THÉORIE

Dans un remblai sec de poids volumique γ, la contrainte horizontale effective croît linéairement avec la profondeur ; la force par unité de longueur de mur est l'aire du triangle et s'exerce à H/3 au-dessus de la base :

$$\sigma'_h = K_0 \gamma z \qquad P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

Dans un remblai stratifié, σ'_o se cumule couche par couche et chaque couche prend sa propre valeur de K_0 : à chaque limite où K_0 change, **σ'_h présente un saut, tandis que σ'_o n'en présente pas**.

L'effort croît avec H^2 ; l'OCR et le compactage augmentent l'effort en proportion directe de K_0.

Énoncé

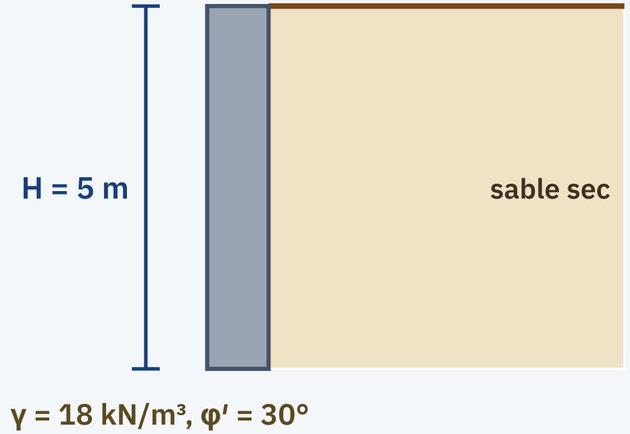
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, ne peut pas se déplacer**
Sol	**sable sec :** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$
Cas	$OCR = 1$ **et** $OCR = 2$

À DÉTERMINER

Pour chaque cas, **$\sigma'_h(H)$**, **P_0** et hauteur d'application.



Solution

SOLUTION

1 OCR = 1 (Jaky : $K_0 = 0.5$)

$$\sigma'_h(5) = K_0 \gamma H = 0.5(18)(5) = \mathbf{45.00}\ \mathrm{kPa}$$

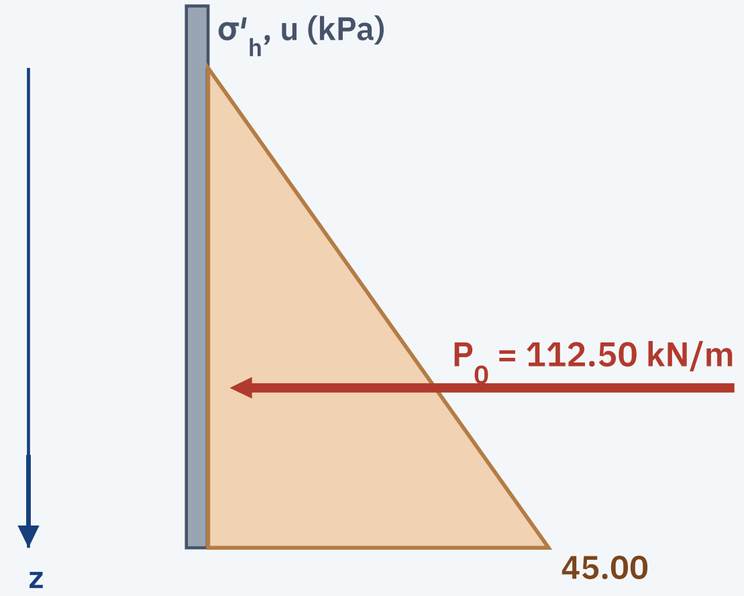
$$P_0 = \tfrac{1}{2}(45.00)(5) = \mathbf{112.50}\ \mathrm{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \mathrm{m}$$

2 OCR = 2 (Mayne–Kulhawy : $K_0 = 0.7071$)

$$\sigma'_h(5) = 0.7071(18)(5) = \mathbf{63.64}\ \mathrm{kPa}$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(63.64)(5) = \mathbf{159.10}\ \mathrm{kN/m}$$

P_0 = **112.50 kN/m** (OCR = 1) et **159.10 kN/m** (OCR = 2), toutes deux à 1.67 m au-dessus de la base ; la surconsolidation a augmenté la force de 41 %.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Contrainte effective + pression de l'eau

THÉORIE

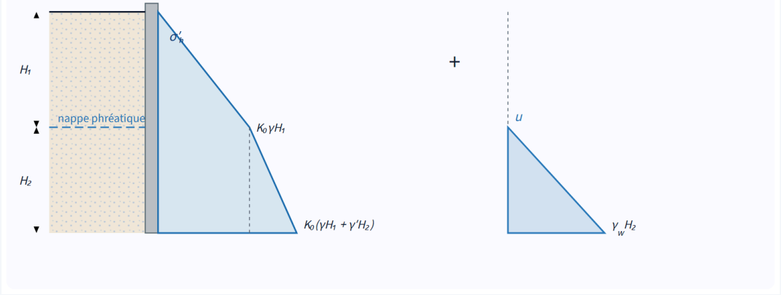
Si la nappe se trouve à la profondeur H_1 (pas d'eau devant le mur), au-dessus $\sigma'_h = K_0 \gamma z$; en dessous, la contrainte effective est obtenue avec $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ et la pression de l'eau s'ajoute intégralement, **indépendamment** de K_0 :

$$\sigma'_h = K_0 \left[\gamma H_1 + \gamma'(z - H_1)\right] \qquad u = \gamma_w (z - H_1) \qquad \sigma_h = \sigma'_h + u$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H_1^2 + K_0 \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2} \left(K_0 \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

La hauteur d'action est déduite du moment des aires par rapport au point de base.

$\gamma_w = 9.81$, $K_0 \gamma' \approx 0.5 \cdot 10 = 5$: **la contribution de l'eau est souvent supérieure à celle du sol**.



Énoncé

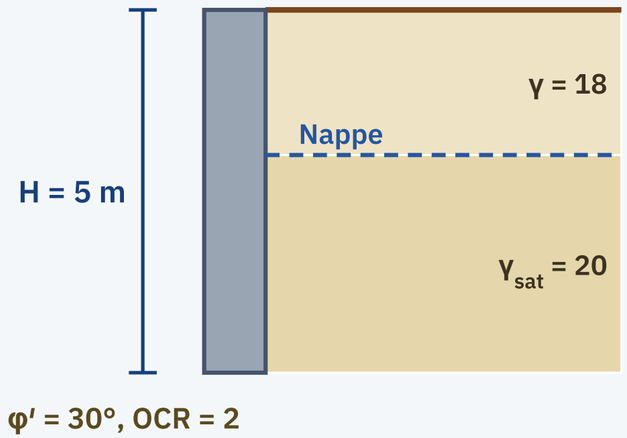
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, ne peut pas se déplacer**
Sol	**sable :** $c' = 0,\ \varphi' = 30°,\ OCR = 2$ **;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **(en haut),** $\gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$ **(en bas)**
Nappe phréatique	**à 2 m de profondeur ; pas d'eau devant le mur**

À DÉTERMINER

Diagramme de pression, **P_0** total (sol + eau) et hauteur d'application. Le module s'ouvre avec ce mur.



Solution (1/2)

SOLUTION

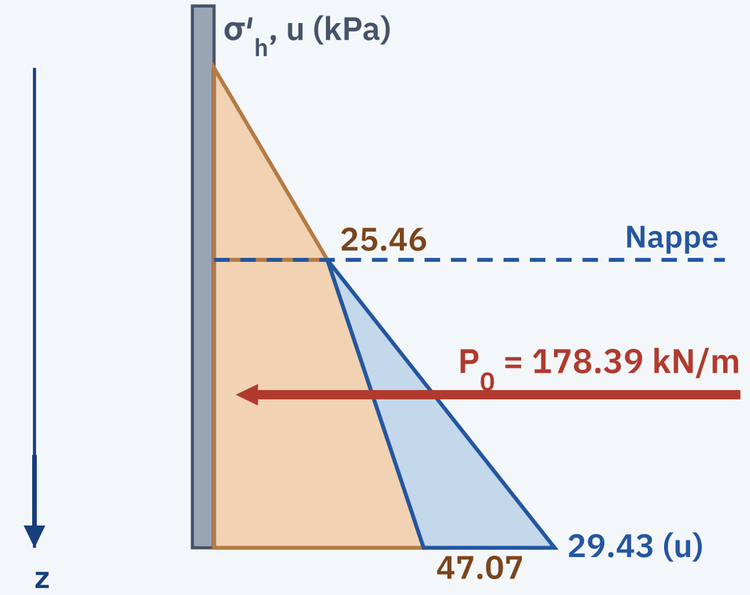
1 K_0 et contraintes

$$K_0 = (1 - \sin 30^\circ)\, 2^{\sin 30^\circ} = \mathbf{0.7071}$$

$$z = 2 :\ \sigma'_o = 36 \ \rightarrow\ \sigma'_h = 0.7071(36) = 25.46 \text{ kPa}$$

$$z = 5 :\ \sigma'_o = 36 + 3(20 - 9.81) = 66.57 \ \rightarrow\ \sigma'_h = \mathbf{47.07} \text{ kPa}$$

$$u = 9.81(3) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



Solution (2/2)

SOLUTION

2 Surfaces : triangle supérieur · rectangle inférieur · triangle inférieur · triangle de l'eau

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(2)(25.46) + 3(25.46) + \tfrac{1}{2}(3)(21.62) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 25.46 + 76.37 + 32.42 + 44.14 = \mathbf{178.39}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Hauteur d'application (bras de levier 3.67 ; 1.50 ; 1.00 ; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{25.46(3.67) + 76.37(1.50) + 32.42(1.00) + 44.14(1.00)}{178.39} = \mathbf{1.59}\ \mathrm{m}$$

P_0 = **178.39 kN/m**, à **1.59 m** au-dessus de la base ; sol 134.25, eau 44.14 kN/m (part de l'eau 25 %).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

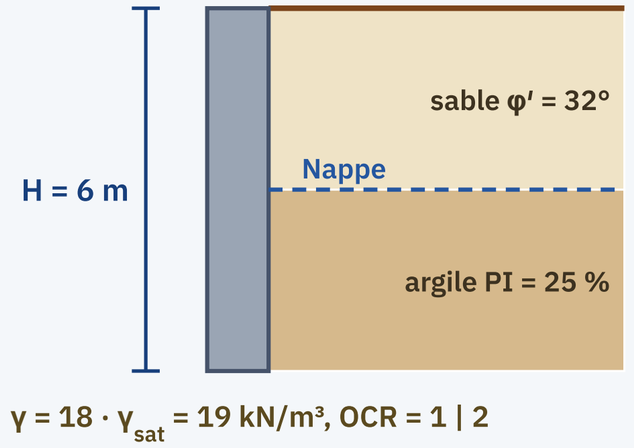
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 6$ **m, ne peut pas se déplacer**
Couche supérieure (0–3 m)	**sable :** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 32°,\ OCR = 1$
Couche inférieure (3–6 m)	**argile :** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ PI = 25\%,\ OCR = 2$
Nappe phréatique	**au-dessus de l'argile (3 m)**

À DÉTERMINER

Saut de pression à la frontière, $\mathbf{P_0}$ et $\bar{\mathbf{z}}$.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 valeurs de K_0 : sable Jaky, argile Massarsch

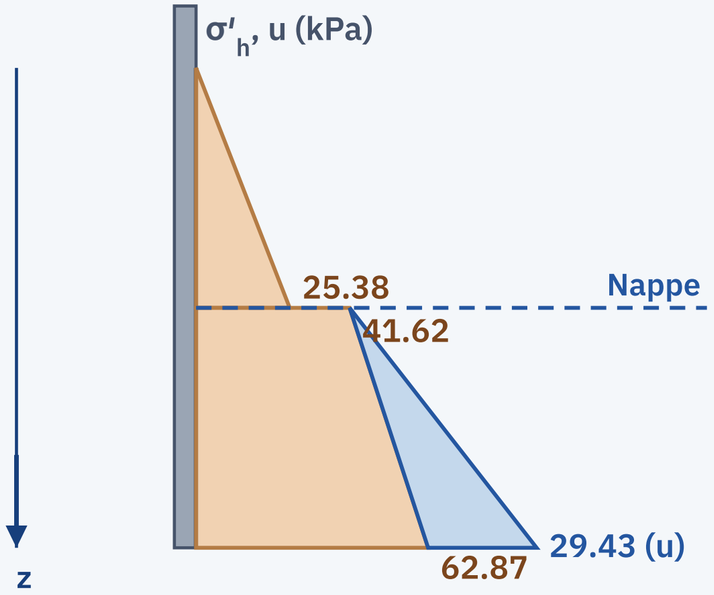
$$K_{0(kum)} = 1 - \sin 32^\circ = \mathbf{0.4701}$$

$$K_{0(kil)} = \left[0.44 + 0.42\frac{25}{100}\right]\sqrt{2} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Contraintes ($\sigma'_0(3) = 54$; $\sigma'_0(6) = 54 + 3(19 - 9.81) = 81.57$)

$$z = 3 : \ \sigma'_h = 0.4701(54) = 25.38 \ (\text{sable}); \ \ 0.7707(54) = 41.62 \ (\text{argile})$$

$$z = 6 : \ \sigma'_h = 0.7707(81.57) = \mathbf{62.87} \ \text{kPa}; \ \ u = \mathbf{29.43} \ \text{kPa}$$



Solution (2/2)

SOLUTION

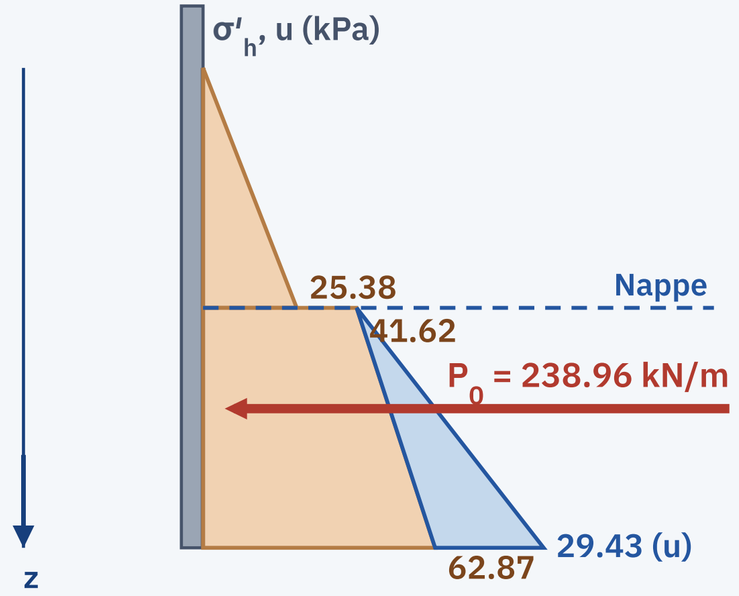
3 Forces

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(3)(25.38) + 3(41.62) + \tfrac{1}{2}(3)(21.25) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 38.08 + 124.86 + 31.87 + 44.14 = \mathbf{238.96}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Hauteur d'application (bras de levier 4.00 ; 1.50 ; 1.00 ; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{38.08(4) + 124.86(1.5) + 31.87(1) + 44.14(1)}{238.96} = \mathbf{1.74}\ \mathrm{m}$$

P_0 = **238.96 kN/m**, $\bar{z}$ = **1.74 m**. σ'_h présente un saut de 25.38 → 41.62 kPa au sommet de la couche d'argile (K_0 change) ; σ'_0 = 54 kPa est identique des deux côtés.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Mouvements atteignant les états actif et passif

THÉORIE

Si le mur ne peut pas se déplacer, la pression au repos s'établit. Si le mur s'éloigne du sol, la pression passe de K_0 à K_a ; s'il se rapproche du sol, elle monte jusqu'à K_p ; le déplacement nécessaire, rapporté à la hauteur (très faible en poussée, dix fois plus en butée) :

Sol	Actif $\Delta L_a/H$	Passif $\Delta L_p/H$
Sable lâche	0.001–0.002	0.01
Sable dense	0.0005–0.001	0.005
Argile molle	0.02	0.04
Argile raide	0.01	0.02

Pourquoi est-ce important ?

Un mur de sous-sol, une naissance d'arc liée à une semelle de répartition sur pieux ou un mur de ponceau ne peut pas se déplacer : la pression de calcul n'est **pas la pression de poussée mais la pression au repos** et ne dépend que de la relation donnant K_0.

Énoncé

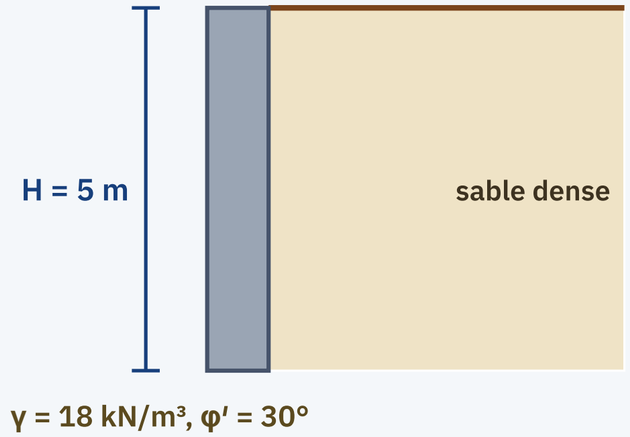
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, remblai en sable dense**
Sol	**à sec :** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**, NC (Jaky)**

À DÉTERMINER

Force de poussée, au repos et de butée ; mouvement du mur requis pour chacune (sable dense).



Solution

SOLUTION

1 $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2 = \frac{1}{2}K(18)(25) = 225\ K$

État	K	P (kN/m)	Déplacement (sable dense, H = 5 m)
Actif	0.3333	75.0	0.0005–0.001·5 = 2.5–5 mm
Au repos	0.50	112.5	0 (le mur ne se déplace pas)
Passif	3.00	675.0	0.005·5 = 25 mm

Poussée **75.0** < pression au repos **112.5** < butée **675.0 kN/m** ; la force au repos vaut 1.5 fois la poussée. Si le mur peut se déplacer de 2.5–5 mm, la pression active est retenue ; s'il ne peut pas bouger du tout, la pression au repos ; la résistance passive exige un déplacement d'au moins 25 mm.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Étendue de la solution

THÉORIE

On admet que le **mur est sans frottement et vertical** ; la pression au repos s'exerce horizontalement ($\delta' = 0$).

Surface horizontale ; pour une surface inclinée et un mur incliné, voir les modules Rankine (remblai incliné) et Coulomb.

K_0 est distinct et constant pour chaque couche : Jaky, Sherif, Mayne–Kulhawy, Massarsch ou une valeur saisie à partir d'un essai.

L'**eau** est hydrostatique, il n'y a pas d'eau devant le mur ; la pression de l'eau ne dépend pas de K_0.

La surcharge, la contrainte de compactage et le séisme ne figurent pas dans ce module ; l'effet du compactage est pris en compte dans la valeur de K_0 (Sherif) ou dans l'OCR.

Synthèse

Points à retenir

Pression au repos : dans un mur qui ne peut pas se déplacer, $\sigma'_h = K_0\sigma'_o$; $K_a < K_0 < K_p$

K_0 : Jaky $1 - \sin\varphi'$; Mayne–Kulhawy $\times$ OCR$^{\sin\varphi'}$; Massarsch $0.44 + 0.42\ PI/100$ ($\times \sqrt{OCR}$ pour un sol surconsolidé) ; Sherif pour le sable compacté + $(\gamma_d/\gamma_{d,min} - 1)\cdot 5.5$

Remblai sec : $P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2$, à $H/3$ depuis la base

Eau : contrainte effective avec γ', $u = \gamma_w(z - H_1)$ est ajoutée en totalité ; la contribution de l'eau est souvent importante

Dans un remblai **stratifié**, σ'_o est continue, σ'_h présente un saut à la limite où K_0 change ; $\bar{z}$ s'obtient à partir des moments des aires

Mouvement : $\Delta L/H \sim 0.001$ pour la poussée ; ~ 0.01 pour la butée (moitié dans un sable dense) ; si le mur ne peut pas bouger, c'est l'état au repos qui s'applique

Références bibliographiques

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982). K_o–OCR relationships in soil. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 108(GT6), 851–872.

Massarsch, K.R. (1979). Lateral earth pressure in normally consolidated clay. Proc. 7th European Conf. SMFE, Brighton, 2, 245–250.

Sherif, M.A., Fang, Y.S. and Sherif, R.I. (1984). KA and K0 behind rotating and non-yielding walls. J. Geotech. Eng., ASCE, 110(GT1), 41–56.

REMARQUE

Tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre du module ; le module donne les mêmes valeurs. Le module s'ouvre avec le mur de l'Exemple 5 (une seule couche ; pour deux couches, Exemple 6).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva les couches de son propre mur, la méthode de K_0, la valeur de l'OCR et la nappe ; le module fournit ensemble le diagramme de pression, la force et la hauteur d'application.

Ouvrir le module → | **Page de théorie →**

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com