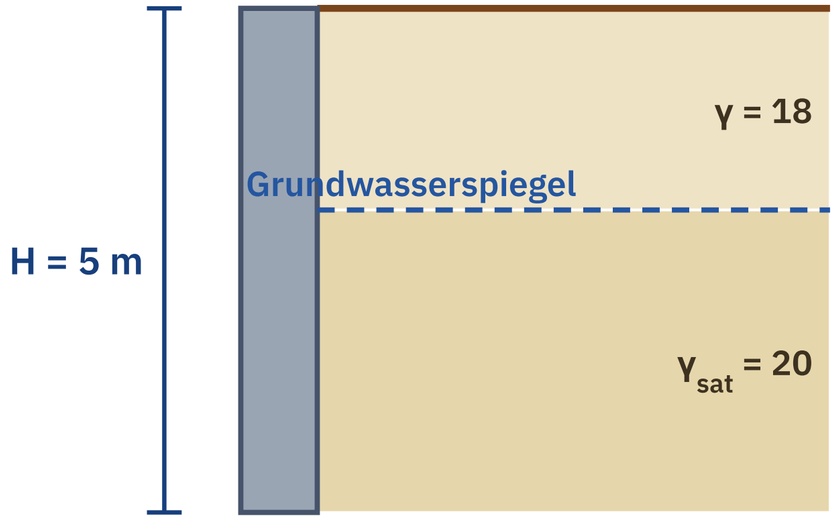
Geotechnische Vorlesung · Erddruck

Erdruhedruck

Vorlesung: Erdruhedruck hinter einer Wand, die sich nicht bewegen kann (Kellerwand, Bogenwiderlager, Durchlass); Beziehungen für den Beiwert K_0, trockene und wassergesättigte Hinterfüllung, geschichteter Baugrund; je ein Rechenbeispiel zu jedem Thema.

$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_o$ · Jaky · Mayne–Kulhawy · Massarsch · Sherif · Geschichtete Auffüllung · Grundwasser



Was lernen wir in dieser Vorlesung?

- Wann der **Erdruhedruck** entsteht und wie er mit dem aktiven / passiven Zustand zusammenhängt
- den **Erdruhedruckbeiwert K_0** für Sand (Jaky, Sherif), für überkonsolidierten Boden (Mayne–Kulhawy) und für Ton (Massarsch) zu berechnen
- In trockener Hinterfüllung die Kraft $P_0 = ½K_0\gamma H^2$ und ihre Angriffshöhe H/3
- Wie **Grundwasser** den Druck erhöht; der Sprung von K_0 an der Schichtgrenze bei geschichteter Hinterfüllung
- Die Zustände aktiv – Ruhe – passiv und die erforderliche Wandbewegung zu vergleichen

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Die Kräfte sind auf den laufenden Meter Wand bezogen (kN/m); die Drücke in kPa, die Spannungen sind wirksam.

Nicht nachgebende Wand

THEORIE

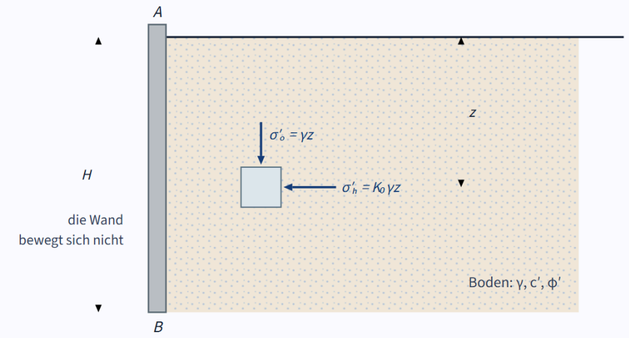
Eine durch Kellergeschosse gehaltene Wand, ein auf Pfählen gegründeter Bogenkämpfer oder eine Durchlasswand **kann sich nicht verschieben**; der Boden dahinter behält den Spannungszustand bei, den er in situ hatte. Das Verhältnis der horizontalen wirksamen Spannung zur vertikalen wirksamen Spannung ist der **Erdruhedruckbeiwert**:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_o} \qquad \sigma'_o = \gamma z \qquad \sigma'_h = K_0 \gamma z$$

Bewegt sich die Wand vom Boden weg, so **sinkt** der Druck auf den aktiven Wert; wird sie in den Boden gedrückt, so **steigt** er auf den passiven Wert; $K_a < K_0 < K_p$.

Die erforderlichen Bewegungen sind im aktiven Fall klein und im passiven Fall groß (Theorie: erforderliche Bewegung).

K_0 wird aus Versuchen (Pressiometer, Dilatometer) oder aus einer Korrelation entnommen; das Modul verwendet für jede Schicht einen Wert.



Sand, überkonsolidierter Boden und Ton

THEORIE

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Jaky 1944, Sand, NC)}$$

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1\right) 5.5 \qquad \text{(Sherif et al. 1984, verdichteter Sand)}$$

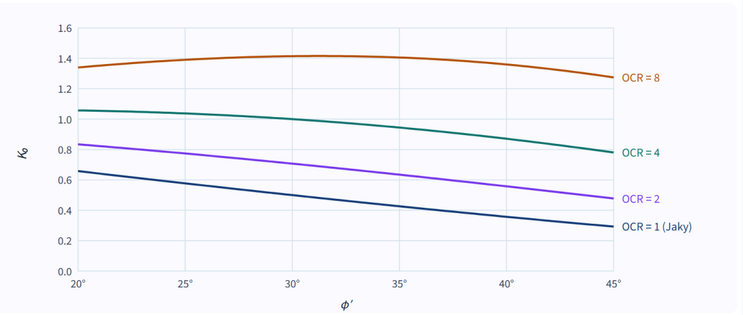
$$K_0 = (1 - \sin\varphi')\, OCR^{\sin\varphi'} \qquad \text{(Mayne–Kulhawy 1982)}$$

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{PI(\%)}{100} \qquad K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} \qquad \text{(Massarsch 1979, Ton)}$$

Jaky **unterschätzt** den Erddruck in verdichtetem Sand: Die Verdichtung macht die Hinterfüllung überkonsolidiert; Sherif korrigiert dies mit $\gamma_d/\gamma_{d,min}$.

OCR = Verhältnis der größten früheren wirksamen Spannung zur heutigen wirksamen Spannung. Für OCR = 4, φ′ = 30° ergibt sich $K_0 = 1$: horizontale und vertikale Spannung sind gleich.

K_0 – φ′ (OCR-Kurven)



Aufgabe

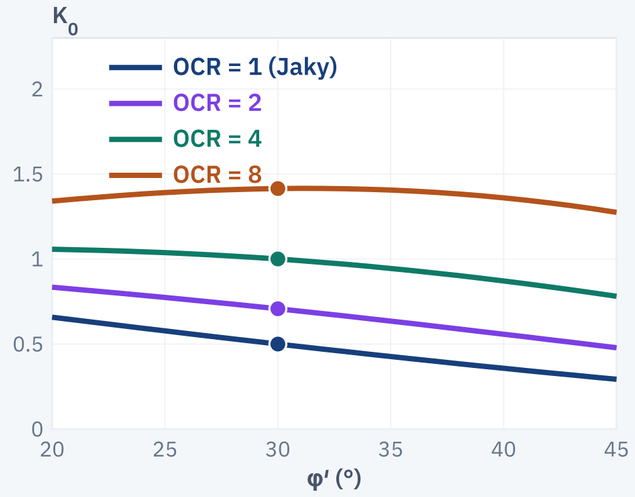
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**nichtbindiger Sand,** $\varphi' = 30°$
Fälle	$OCR = 1,\ 2,\ 4,\ 8$ **(außerdem** $\varphi' = 25°,\ 35°,\ 40°$ **für** $OCR = 1$**)**

GESUCHT

K_0 für jeden Fall; OCR, bei dem $K_0 = 1$ gilt; Vergleich mit K_a, K_p nach Rankine.



Lösung

LÖSUNG

1 NC-Sand (Jaky)

$$\varphi' = 30^\circ: \; K_0 = 1 - \sin 30^\circ = \mathbf{0.5000}$$

$$\varphi' = 25^\circ: \; 0.577 \qquad 35^\circ: \; 0.426 \qquad 40^\circ: \; 0.357$$

2 Überkonsolidiert (OCR-Exponent sin φ′ = 0.5)

OCR	1	2	4	8
$K_0 = 0.5 \cdot OCR^{0.5}$	0.500	0.707	1.000	1.414

K_0 nimmt mit steigendem OCR zu: bei OCR = 4 ist **$K_0 = 1$** (hydrostatische Spannung), bei OCR = 8 ist 1.41. Mit Rankine $K_a = 0.333$ und $K_p = 3.0$ liegt dies außerhalb aller OCR-Werte: $K_a < K_0 < K_p$ ist stets erfüllt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**verdichtete Sandschüttung: $\varphi' = 34°$, Wichte des trockenen Bodens $\gamma_d = 16.0\ \mathrm{kN/m^3}$; im lockersten Zustand $\gamma_{d(min)} = 14.5\ \mathrm{kN/m^3}$**

GESUCHT

K_0 (Sherif) und Vergleich mit Jaky.

Lösung

LÖSUNG

1 Jaky (ohne Verdichtung)

$$K_0 = 1 - \sin 34^\circ = \mathbf{0.4408}$$

2 Sherif: Zuschlag für Verdichtung

$$\frac{\gamma_d}{\gamma_{d(min)}} - 1 = \frac{16.0}{14.5} - 1 = 0.1034$$

$$K_0 = 0.4408 + (0.1034)(5.5) = \mathbf{1.010}$$

Die Verdichtung erhöhte K_0 von 0.44 auf **1.01** (2.3-fach): Eine Wand hinter verdichteter Hinterfüllung muss einem deutlich größeren Druck widerstehen, als die Berechnung für normalkonsolidierten Boden ergibt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**Ton: Plastizitätsindex $PI = 25\%$**
Fälle	**$OCR = 1$ und $OCR = 2$; außerdem $PI =$** $10,\ 40,\ 60\%$

GESUCHT

K_0 für normal- und überkonsolidierten Ton.

Lösung

LÖSUNG

1 PI = 25 %

$$K_{0(NC)} = 0.44 + 0.42\frac{25}{100} = \mathbf{0.5450}$$

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\sqrt{OCR} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Zunahme mit der Plastizität

PI (%)	$K_{0(NC)}$	OCR = 2	OCR = 4
10	0.482	0.682	0.964
25	0.545	0.771	1.090
40	0.608	0.860	1.216
60	0.692	0.979	1.384

In Ton nimmt K_0 mit der Plastizität zu; für OCR = 2 und PI = 25 % beträgt es **0.771**. Bei überkonsolidiertem Ton wird K_0 mit √OCR multipliziert (dieser Faktor ist nicht Teil der Massarsch-Beziehung, sondern eine gängige Näherung).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Druckdreieck und Kraft

THEORIE

In einer trockenen Auffüllung mit der Wichte γ wächst die horizontale wirksame Spannung linear mit der Tiefe; die Kraft je Längeneinheit der Wand ist die Fläche des Dreiecks und wirkt in H/3 über der Sohle:

$$\sigma'_h = K_0 \gamma z \qquad P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

Bei geschichteter Auffüllung wird σ'_o schichtweise summiert, und jede Schicht nimmt ihren eigenen K_0-Wert an: an jeder Grenze, an der sich K_0 ändert, **springt σ'_h, während σ'_o nicht springt**.

Die Kraft wächst mit H^2; OCR und Verdichtung erhöhen die Kraft direkt proportional zu K_0.

Aufgabe

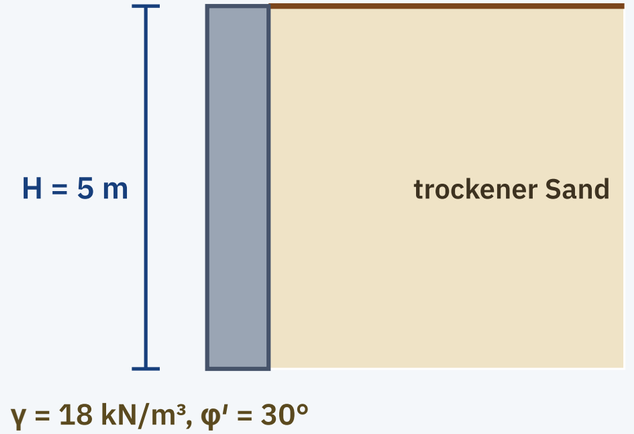
BEISPIEL

GESUCHT

Für jeden Fall **$\sigma'_h(H)$**, **P_0** und die Höhe der Wirkungslinie.

Gegeben

Wand	$H = 5$ **m, nicht nachgebend**
Baugrund	**trockener Sand:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$
Fälle	$OCR = 1$ **und** $OCR = 2$



Lösung

LÖSUNG

1 OCR = 1 (Jaky: $K_0 = 0.5$)

$$\sigma'_h(5) = K_0 \gamma H = 0.5(18)(5) = \mathbf{45.00}\ \mathrm{kPa}$$

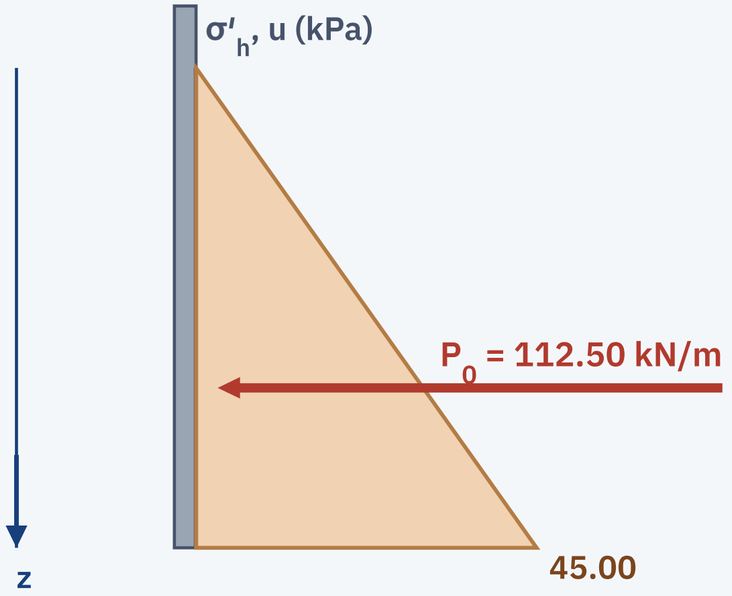
$$P_0 = \tfrac{1}{2}(45.00)(5) = \mathbf{112.50}\ \mathrm{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \mathrm{m}$$

2 OCR = 2 (Mayne–Kulhawy: $K_0 = 0.7071$)

$$\sigma'_h(5) = 0.7071(18)(5) = \mathbf{63.64}\ \mathrm{kPa}$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(63.64)(5) = \mathbf{159.10}\ \mathrm{kN/m}$$

P_0 = **112.50 kN/m** (OCR = 1) und **159.10 kN/m** (OCR = 2), beide 1.67 m über der Sohle; die Überkonsolidation erhöhte die Kraft um 41%.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Wirksame Spannung + Wasserdruck

THEORIE

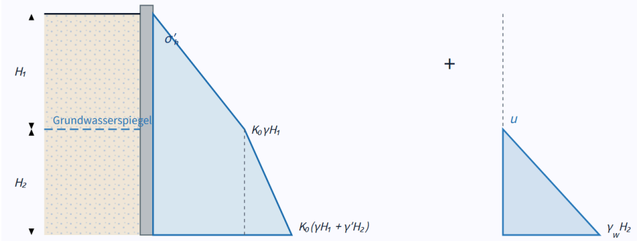
Liegt der Grundwasserspiegel in der Tiefe H_1 (kein Wasser vor der Wand), so gilt darüber $\sigma'_h = K_0\gamma z$; darunter wird die wirksame Spannung mit $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ermittelt, und der Wasserdruck wird vollständig und **unabhängig** von K_0 addiert:

$$\sigma'_h = K_0\left[\gamma H_1 + \gamma'(z - H_1)\right] \qquad u = \gamma_w(z - H_1) \qquad \sigma_h = \sigma'_h + u$$

$$P_0 = \tfrac{1}{2}K_0\gamma H_1^2 + K_0\gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2}\left(K_0\gamma' + \gamma_w\right)H_2^2$$

Die Angriffshöhe ergibt sich aus dem Moment der Flächen um den Fußpunkt.

$\gamma_w = 9.81$, $K_0\gamma' \approx 0.5\cdot 10 = 5$: **der Wasseranteil ist oft größer als der Bodenanteil**.



Aufgabe

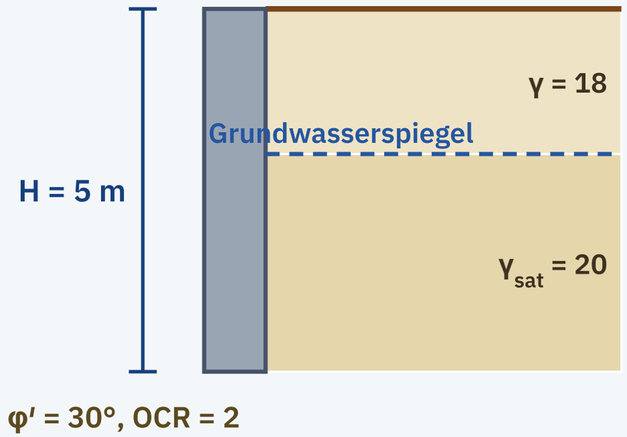
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 5$ **m, nicht nachgebend**
Baugrund	**Sand:** $c' = 0,\ \varphi' = 30°,\ OCR = 2$**;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **(oben),** $\gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$ **(unten)**
Grundwasser	**in 2 m Tiefe; kein Wasser vor der Wand**

GESUCHT

Druckdiagramm, Gesamtkraft $\mathbf{P_0}$ (Boden + Wasser) und Höhe der Wirkungslinie. Das Modul öffnet sich mit dieser Wand.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

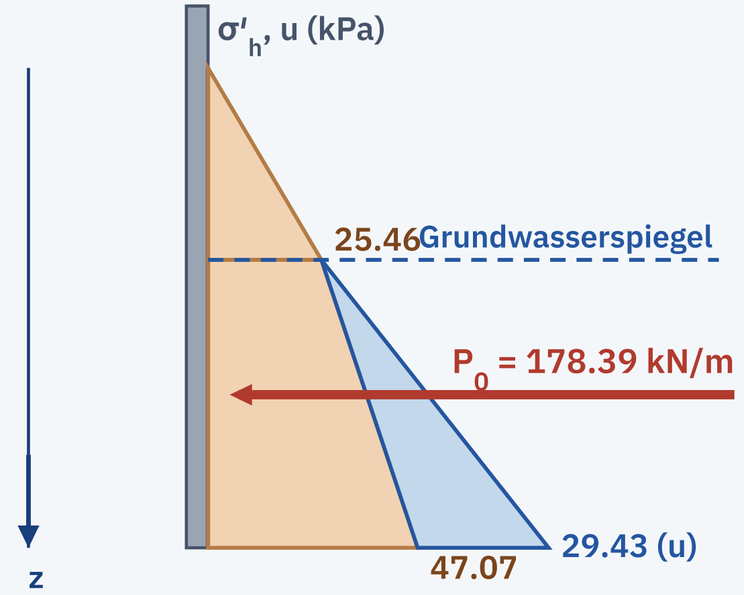
1 K_0 und Spannungen

$$K_0 = (1 - \sin 30^\circ)\, 2^{\sin 30^\circ} = \mathbf{0.7071}$$

$$z = 2: \ \sigma'_o = 36 \ \rightarrow \ \sigma'_h = 0.7071(36) = 25.46 \text{ kPa}$$

$$z = 5: \ \sigma'_o = 36 + 3(20 - 9.81) = 66.57 \ \rightarrow \ \sigma'_h = \mathbf{47.07} \text{ kPa}$$

$$u = 9.81(3) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



Lösung (2/2)

LÖSUNG

2 Flächen: oberes Dreieck · unteres Rechteck · unteres Dreieck · Wasserdreieck

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(2)(25.46) + 3(25.46) + \tfrac{1}{2}(3)(21.62) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 25.46 + 76.37 + 32.42 + 44.14 = \mathbf{178.39}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Höhe der Einwirkung (Hebelarme 3.67; 1.50; 1.00; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{25.46(3.67) + 76.37(1.50) + 32.42(1.00) + 44.14(1.00)}{178.39} = \mathbf{1.59}\ \mathrm{m}$$

P_0 = **178.39 kN/m**, **1.59 m** über der Sohle; Boden 134.25, Wasser 44.14 kN/m (Wasseranteil 25%).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

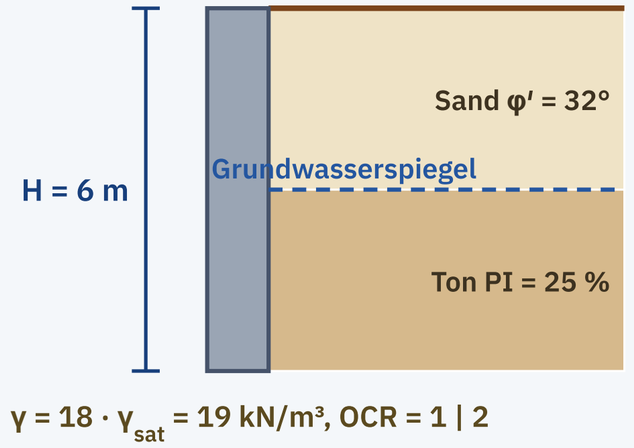
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6$ **m, nicht nachgebend**
Obere Schicht (0–3 m)	**Sand:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 32°,\ OCR = 1$
Untere Schicht (3–6 m)	**Ton:** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ PI = 25\%,\ OCR = 2$
Grundwasser	**über dem Ton (3 m)**

GESUCHT

Der Drucksprung an der Grenze, $\mathbf{P_0}$ und $\bar{\mathbf{z}}$.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 K_0-Werte: Sand nach Jaky, Ton nach Massarsch

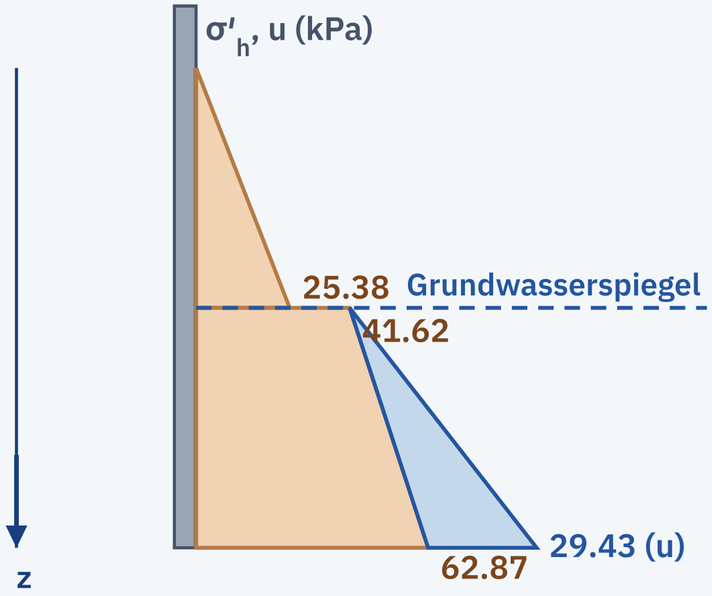
$$K_{0(kum)} = 1 - \sin 32^\circ = \mathbf{0.4701}$$

$$K_{0(kil)} = \left[0.44 + 0.42\frac{25}{100}\right]\sqrt{2} = 0.5450\sqrt{2} = \mathbf{0.7707}$$

2 Spannungen ($\sigma'_o(3) = 54$; $\sigma'_o(6) = 54 + 3(19 - 9.81) = 81.57$)

$$z = 3:\ \sigma'_h = 0.4701(54) = 25.38\ (\text{Sand});\quad 0.7707(54) = 41.62\ (\text{Ton})$$

$$z = 6:\ \sigma'_h = 0.7707(81.57) = \mathbf{62.87}\ \text{kPa};\quad u = \mathbf{29.43}\ \text{kPa}$$



Lösung (2/2)

LÖSUNG

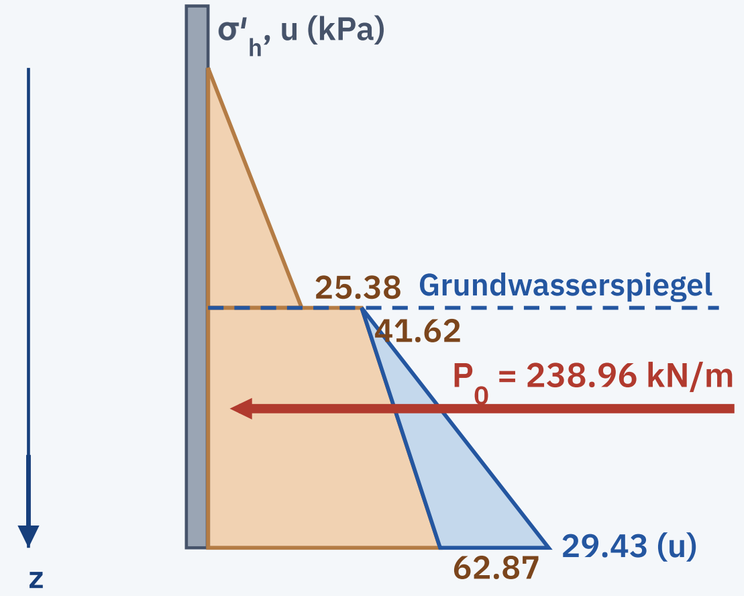
3 Kräfte

$$P_0 = \tfrac{1}{2}(3)(25.38) + 3(41.62) + \tfrac{1}{2}(3)(21.25) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 38.08 + 124.86 + 31.87 + 44.14 = \mathbf{238.96}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Höhe der Einwirkung (Hebelarme 4.00; 1.50; 1.00; 1.00 m)

$$\bar{z} = \frac{38.08(4) + 124.86(1.5) + 31.87(1) + 44.14(1)}{238.96} = \mathbf{1.74}\ \mathrm{m}$$

P_0 = **238.96 kN/m**, $\bar{z}$ = **1.74 m**. σ'_h springt an der Oberkante der Tonschicht von 25.38 auf 41.62 kPa (K_0 ändert sich); σ'_0 = 54 kPa ist auf beiden Seiten gleich.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Bewegungen bis zum Erreichen des aktiven und passiven Zustands

THEORIE

Kann sich die Wand nicht bewegen, entsteht der Erdruhedruck. Bewegt sich die Wand vom Boden weg, fällt der Druck von K_0 auf K_a; bewegt sie sich auf den Boden zu, steigt er auf K_p; die erforderliche Bewegung bezogen auf die Höhe (aktiv sehr klein, passiv zehnmal größer):

Baugrund	Aktiv $\Delta L_a/H$	Passiv $\Delta L_p/H$
Lockerer Sand	0.001–0.002	0.01
Dichter Sand	0.0005–0.001	0.005
Weicher Ton	0.02	0.04
Steifer Ton	0.01	0.02

WARUM IST DAS WICHTIG?

Eine Kellerwand, ein an die Pfahlkopfplatte angebundener Bogenfuß oder eine Durchlasswand kann sich nicht verschieben: Der Bemessungsdruck ist der **Erdruhedruck**, nicht der aktive Erddruck, und hängt nur von der K_0-Beziehung ab.

Aufgabe

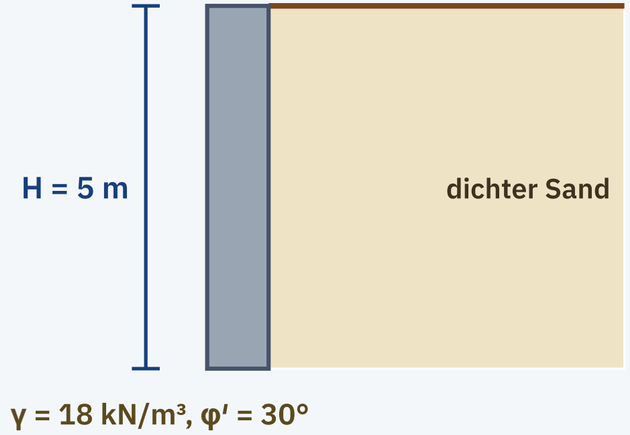
BEISPIEL

GESUCHT

Aktive, Ruhe- und passive **Kraft**; die für jede erforderliche Wandbewegung (dichter Sand).

Gegeben

Wand	$H = 5$ **m, dichte Sandschüttung**
Baugrund	**trocken:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**, NC (Jaky)**



Lösung

LÖSUNG

1 $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2 = \frac{1}{2}K(18)(25) = 225\ K$

Zustand	K	P (kN/m)	Verschiebung (dichter Sand, H = 5 m)
Aktiv	0.3333	75.0	0.0005–0.001·5 = 2.5–5 mm
Erdruhedruck	0.50	112.5	0 (Wand bewegt sich nicht)
Passiv	3.00	675.0	0.005·5 = 25 mm

Aktiv **75.0** < Ruhe **112.5** < passiv **675.0 kN/m**; die Ruhekraft ist das 1.5-Fache der aktiven. Kann sich die Wand um 2.5–5 mm verschieben, wird der aktive Erddruck zugrunde gelegt; kann sie sich überhaupt nicht verschieben, der Erdruhedruck; für den passiven Erdwiderstand ist eine Bewegung von mindestens 25 mm erforderlich.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Umfang der Lösung

THEORIE

Die Wand wird als reibungsfrei und vertikal angenommen; der Erdruhedruck wirkt horizontal ($\delta' = 0$).

Gelände horizontal; für geneigtes Gelände und geneigte Wand siehe die Module Rankine (geneigte Hinterfüllung) und Coulomb.

K_0 ist für jede Schicht getrennt und konstant: Jaky, Sherif, Mayne–Kulhawy, Massarsch oder ein aus dem Versuch eingegebener Wert.

Wasser ist hydrostatisch; vor der Wand steht kein Wasser an; der Wasserdruck hängt nicht von K_0 ab.

Auflast, Verdichtungsspannung und Erdbeben sind in diesem Modul nicht enthalten; der Verdichtungseffekt wird im K_0-Wert (Sherif) oder im OCR berücksichtigt.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Erdruhedruck: bei einer unverschieblichen Wand gilt $\sigma'_h = K_0 \sigma'_o$; $K_a < K_0 < K_p$

K_0: Jaky $1 - \sin \varphi'$; Mayne–Kulhawy $\times \mathrm{OCR}^{\sin \varphi'}$; Massarsch $0.44 + 0.42\ \mathrm{PI}/100$ (bei überkonsolidiertem Boden $\times \sqrt{\mathrm{OCR}}$); Sherif für verdichteten Sand $+ (\gamma_d/\gamma_{d,\min} - 1) \cdot 5.5$

Trockene Hinterfüllung: $P_0 = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2$, in $H/3$ über der Sohle

Wasser: wirksame Spannung mit γ', $u = \gamma_w (z - H_1)$ wird vollständig angesetzt; der Wasseranteil ist häufig groß

Bei **geschichteter** Hinterfüllung ist σ'_o stetig, während σ'_h an der Grenze, an der sich K_0 ändert, springt; $\bar{z}$ ergibt sich aus den Momenten der Flächen

Bewegung: $\Delta L/H \sim 0.001$ für aktiv; ~ 0.01 für passiv (bei dichtem Sand die Hälfte); kann sich die Wand nicht bewegen, so ist der Erdruhedruck maßgebend

Literatur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mayne, P.W. and Kulhawy, F.H. (1982). K_o–OCR relationships in soil. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 108(GT6), 851–872.

Massarsch, K.R. (1979). Lateral earth pressure in normally consolidated clay. Proc. 7th European Conf. SMFE, Brighton, 2, 245–250.

Sherif, M.A., Fang, Y.S. and Sherif, R.I. (1984). KA and K0 behind rotating and non-yielding walls. J. Geotech. Eng., ASCE, 110(GT1), 41–56.

HINWEIS

Alle Rechenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Modul öffnet mit der Wand aus Beispiel 5 (eine Schicht; für zwei Schichten siehe Beispiel 6).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie in GeoTerva die Schichten Ihrer eigenen Wand, die K_0-Methode, den OCR-Wert und den Grundwasserspiegel ein; das Modul liefert das Erddruckdiagramm, die Kraft und die Höhe der Angriffspunkte zusammen.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com