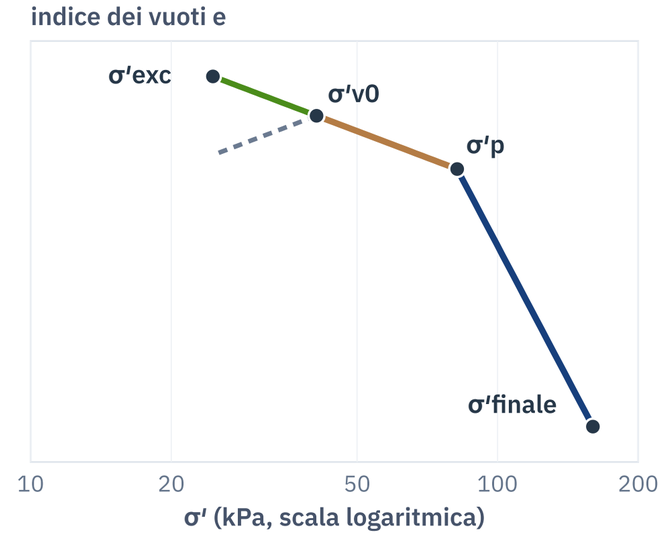
Presentazione della lezione di geotecnica · Cedimenti

Cedimento di consolidazione

Lezione: cedimento per consolidazione monodimensionale di uno strato di argilla; percorso tensionale, preconsolidazione, scavo e rigonfiamento, tensioni di Boussinesq, metodo m_v e tempo; esempi di calcolo su ogni argomento.

- Percorso tensionale
- $C_c \cdot C_r \cdot C_s$
- Scavo e rigonfiamento
- Boussinesq
- metodo m_v
- Cedimento nel tempo



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- Seguire il **percorso tensionale** dell'argilla: $\sigma'_{v0} \rightarrow \sigma'_{exc} \rightarrow \sigma'_{v0} \rightarrow \sigma'_{p} \rightarrow \sigma'_{finale}$ (C_s, C_r, C_c)
- Determinare le tensioni iniziali (σ_{v0}, u_0, σ'_{v0}) e la **tensione di preconsolidazione** ($\sigma'_p = OCR \cdot \sigma'_{v0}$)
- Distinguere l'effetto di scarico e di rigonfiamento **dello scavo** e **rispetto a quale riferimento** viene misurato il cedimento
- Come calcolare l'incremento di tensione secondo **Boussinesq** e la **profondità di influenza**
- Applicare i **quattro regimi** di compressione del concio (ricompressione, compressione vergine); confrontare con il metodo $\mathbf{m_v}$
- La consolidazione **nel tempo** (T_v, U, t_{50}, t_{90}) e il tracciamento della curva cedimento–tempo del profilo stratificato

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Terreno di esempio: argilla di 6 m di spessore, falda freatica in corrispondenza del piano di campagna ($\sigma'_{v0} = 8.19\ z$), $e_0 = 1.0$, $C_c = 0.30$, $C_r = 0.06$; fondazione di 4 × 6 m, q = 150 kPa. I cedimenti sono espressi in mm.

Che cosa calcola questo modulo?

TEORIA

Nel profilo **ogni strato è argilla**; non è possibile inserire altri terreni. Il modulo calcola la **consolidazione primaria** dell'argilla: all'applicazione del carico l'acqua viene espulsa lentamente e l'argilla si comprime lungo il percorso tensionale.

Il cedimento immediato (elastico) è nei moduli Cedimento elastico; la somma dei due è nel modulo Cedimento totale (2D).

La soluzione è **analitica**: incremento di tensione di Boussinesq, percorso tensionale concio per concio e teoria di Terzaghi; pressione interstiziale idrostatica; non si ricorre agli elementi finiti.

Fuori ambito: strati granulari, compressione secondaria (C_α), cedimenti SPT/CPT delle sabbie, cedimenti della roccia, consolidazione 2D/3D, capacità portante, liquefazione.

CONVENZIONE DEI SEGNI

Il cedimento è **positivo**, il sollevamento è **negativo**. Deformazione netta $S_{net} = S_c + S_{sollevamento}$.

Non in un unico passaggio dalla tensione iniziale a quella finale

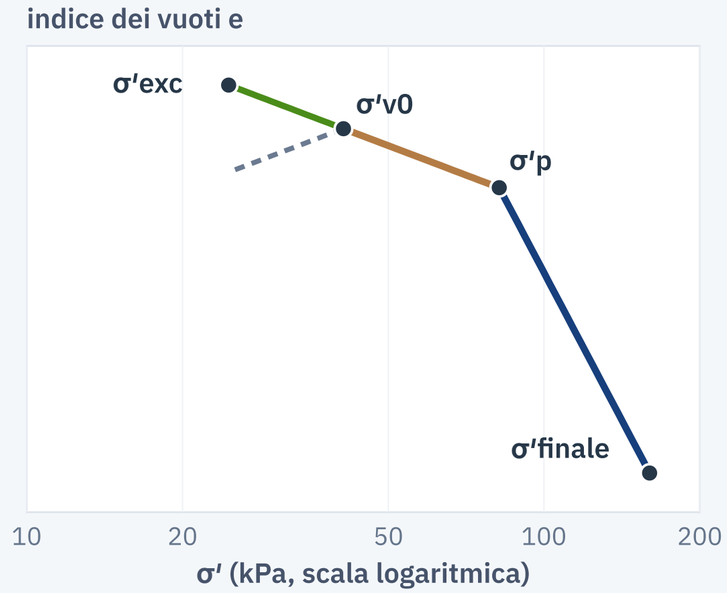
TEORIA

Il calcolo non passa mai dalla tensione iniziale a quella finale **in un unico passaggio**. Lo scavo riduce la tensione efficace e l'argilla **si rigonfia** lungo la linea di scarico (C_s). Quando la struttura la ricarica, l'argilla segue prima la stessa linea e ritorna a σ'_{v0} (il rigonfiamento viene annullato); poi si ricomprime lungo C_r fino a σ'_p e, se la tensione finale supera σ'_p, si comprime lungo la linea vergine (C_c):

$$\sigma'_{v0} \xrightarrow{C_s} \sigma'_{exc} \xrightarrow{C_s} \sigma'_{v0} \xrightarrow{C_r} \sigma'_p \xrightarrow{C_c} \sigma'_{final}$$

σ'_p è la massima tensione del passato; **non si riduce con lo scavo**.

Il ciclo di carico–scarico **si chiude** a σ'_{v0}: un carico che si limita a ripristinare il terreno di copertura rimosso non produce cedimento rispetto allo stato iniziale, indipendentemente da C_s e C_r.



Schema: linea tratteggiata scarico, linea verde ricarico (C_s), arancione ricompressione (C_r), blu compressione vergine (C_c).

Nel punto medio di ciascun concio

TEORIA

Ogni strato compreso tra il piano di posa della fondazione e la profondità di calcolo z_{lim} è suddiviso in **conci** di spessore al massimo pari a Δz (interrotti in corrispondenza della falda freatica); ciascuna tensione è calcolata nel punto medio del concio:

$$\sigma_{v0} = \sum \gamma_i h_i \qquad u_0 = \gamma_w (z - z_w) \qquad \sigma'_{v0} = \sigma_{v0} - u_0$$

γ si usa sopra la falda freatica, γ_{sat} al di sotto; γ_w = 9.81 kN/m³.

Le tensioni iniziali del terreno costituiscono il **riferimento** per ogni fase successiva.

Quanto più sottile è il concio, tanto più accurato è il risultato; nel calcolo manuale un singolo concio fornisce un risultato approssimato.

FALDA FREATICA AL PIANO DI CAMPAGNA

Per γ_{sat} = 18 si ha γ′ = 18 − 9.81 = 8.19 kN/m³ e σ'_{v0} = 8.19 z. Tutti gli esempi successivi utilizzano questo terreno.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sopra la falda freatica),** $\gamma_{sat} = 18\ \mathrm{kN/m^3}$ **(sotto)**
Falda	**1.5 m dalla superficie del terreno**
Profondità	**z = 1.5; 3.0; 4.5; 6.0 m**

RICHIESTO

Determinare i valori di σ_{v0}, u_0, σ'_{v0} a ciascuna profondità.

Soluzione

SOLUZIONE

1 z = 3.0 m (falda freatica 1.5 m)

$$\sigma_{v0} = 17(1.5) + 18(1.5) = 52.50 \text{ kPa}$$

$$u_0 = 9.81(3.0 - 1.5) = 14.715 \text{ kPa} \qquad \sigma'_{v0} = 52.50 - 14.715 = \mathbf{37.785} \text{ kPa}$$

z (m)	σ_{v0} (kPa)	u_0 (kPa)	σ'_{v0} (kPa)
1.5	25.50	0.00	**25.50**
3.0	52.50	14.71	**37.78**
4.5	79.50	29.43	**50.07**
6.0	106.50	44.15	**62.35**

Al di sotto della falda freatica σ'_{v0} cresce più **lentamente** (pendenza $\gamma' = 8.19$ kN/m³): a z = 6 m la tensione totale è 106.5, la tensione efficace solo 62.4 kPa.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

$\sigma'_p = OCR \cdot \sigma'_{v0}$ oppure il valore di laboratorio

TEORIA

Per ciascun modello si utilizza una **singola definizione**: o il rapporto di sovraconsolidazione OCR oppure il valore di laboratorio σ'_p:

$$\sigma'_p = OCR \cdot \sigma'_{v0} \qquad \text{oppure} \qquad \sigma'_p = \sigma'_{p,lab} \ (\geq \sigma'_{v0})$$

OCR = 1: argilla normalconsolidata; $\sigma'_p = \sigma'_{v0}$ e ogni caricamento oltre la tensione iniziale è compressione vergine.

Se il valore di laboratorio σ'_p è inferiore a σ'_{v0}, viene innalzato a σ'_{v0} con un'avvertenza: **l'argilla poco sovraconsolidata è esclusa dal campo di applicazione**.

σ'_p rappresenta la massima tensione del passato e non diminuisce con lo scavo.

CHE COSA INDICA L'OCR?

OCR = σ'_p/σ'_{v0}. Un OCR elevato significa un'ampia zona di ricompressione in cui l'argilla si comprimerà dapprima sotto carico con una **C_r piccola**.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Concio	**punto medio $z = 3\ \mathrm{m}$: $\sigma'_{v0} = 24.57\ \mathrm{kPa}$ (falda freatica in superficie, $\gamma_{sat} = 18$)**
Casi	**(a) $OCR = 3$ · (b) laboratorio $\sigma'_p = 60\ \mathrm{kPa}$ · (c) laboratorio $\sigma'_p = 20\ \mathrm{kPa}$**

RICHIESTO

In ciascun caso **σ′p** e **OCR**; interpretare la condizione.

Soluzione

SOLUZIONE

1 (a) OCR assegnato e (b) valore di laboratorio

$$(\text{a}):\ \sigma'_p = 3(24.57) = \mathbf{73.71}\ \text{kPa} \qquad (\text{b}):\ OCR = \frac{60}{24.57} = \mathbf{2.44}$$

2 (c) valore di laboratorio inferiore a σ′v0

$$\sigma'_{p,lab} = 20 < \sigma'_{v0} \ \Rightarrow\ \sigma'_p = \mathbf{24.57}\ \text{kPa},\ OCR = 1$$

(a) e (b) argilla sovraconsolidata (σ′p > σ′v0); per (c) il modulo emette un'avvertenza e considera l'argilla **normalconsolidata** (σ′p = σ′v0 = 24.57 kPa): l'argilla debolmente sovraconsolidata è esclusa dal campo di applicazione.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Scarico e rigonfiamento

TEORIA

Il carico rimosso è la **tensione geostatica verticale efficace iniziale** alla base dello scavo (la falda freatica resta invariata; sotto acqua il peso rimosso è calcolato con γ′). Lo scarico si diffonde con il fattore di influenza di Boussinesq della pianta dello scavo, I_{exc} (I_{exc} = 1 per uno scavo ampio):

$$q_{lift} = \sigma'_{v0}(D_{exc}) \qquad \Delta\sigma_{exc} = -q_{lift}\, I_{exc}(z') \qquad \sigma'_{exc} = \sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{exc}$$

$$\Delta H_{heave} = -\frac{C_s\,\Delta H}{1+e_0}\,\log_{10}\frac{\sigma'_{v0}}{\sigma'_{exc}}$$

Il rigonfiamento è **negativo** (cedimento +, rigonfiamento –). Se C_s non è fornito si assume $C_s = C_r$ e lo si indica nella relazione.

La pressione netta $q_{net} = q_{lorda} - q_{sottospinta}$ è solo riportata; il calcolo non si esegue in un unico passaggio con la pressione netta, si segue il percorso delle tensioni.

NEDEN KABARMA?

Con lo scavo la tensione efficace diminuisce e l'argilla si rigonfia. Quando la struttura ricarica, il rigonfiamento viene recuperato: è la **ricompressione del terreno rigonfiato**.

Δσ sotto il centro della fondazione

TEORIA

$$\Delta\sigma_{load} = q_{gross}\, I_z(z') \qquad z' = z - D_f$$

Rettangolare B × L, sotto il suo centro: con il coefficiente d'angolo di Newmark, $I_z = 4 \cdot I_{angolo}$(m = B/2z′, n = L/2z′):

$$I_{köşe} = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\sqrt{V}}{V + m^2n^2}\cdot\frac{V+1}{V} + \tan^{-1}\frac{2mn\sqrt{V}}{V - m^2n^2}\right] \qquad V = m^2 + n^2 + 1$$

(Se $V < m^2n^2$, il termine arcotangente viene aumentato di π). **Striscia** (larghezza B), sotto il suo asse: $I_z = (\alpha + \sin\alpha)/\pi$, $\alpha = 2\tan^{-1}(B/2z')$. Per $z' = 0$, $I_z = 1$.

$$\sigma'_{final} = \sigma'_{exc} + \Delta\sigma_{load}$$

NOTA

L'incremento di tensione è valutato lungo la verticale al di sotto del centro della fondazione (conci e analisi nel tempo); nelle zone a banda di colore, per i punti esterni alla fondazione, si suddivide in rettangoli d'angolo.

Traccia

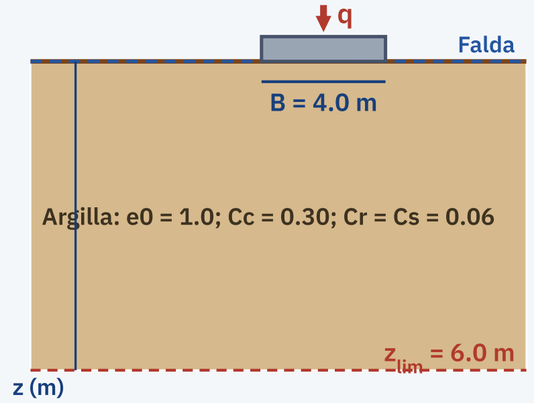
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**Rettangolo 4 × 6 m, $q = 150\ \mathrm{kPa}$, in superficie del terreno ($D_f = 0$)**
Punto	**punto medio del concio z′ = 3 m, sotto il centro**
Confronto	**Striscia di larghezza B = 4 m**

RICHIESTO

I_z e **Δσ**; per il carico a striscia valgono gli stessi valori.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Rettangolo: m = B/2z′ = 2/3 = 0.667; n = L/2z′ = 1.0

$$V = m^2 + n^2 + 1 = 2.4444, \quad m^2 n^2 = 0.4444, \quad \sqrt{V} = 1.5635$$

$$T_1 = \frac{2mn\sqrt{V}}{V + m^2 n^2} \cdot \frac{V+1}{V} = \frac{2.0846}{2.8889} \cdot \frac{3.4444}{2.4444} = 1.0168$$

$$T_2 = \tan^{-1} \frac{2.0846}{2.0000} = 0.8061 \qquad I_{köşe} = \frac{T_1 + T_2}{4\pi} = 0.1451$$

2 Rettangolare e continua

$$\text{rettangolare} : I;_z = 4(0.1451) = \mathbf{0.5803} \;\Rightarrow\; \Delta\sigma = 150(0.5803) = \mathbf{87.04}\ \text{kPa}$$

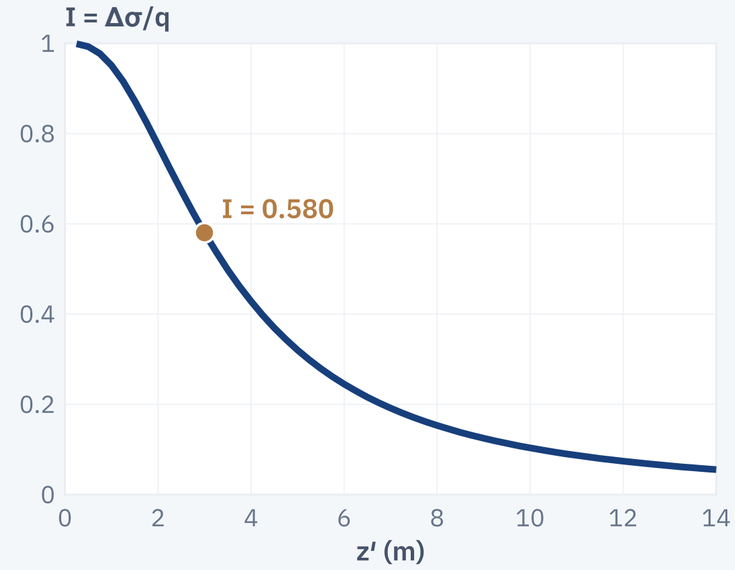
$$\text{striscia} : \alpha = 2\tan^{-1}\tfrac{4}{6} = 1.1760 \;\Rightarrow\; I_z = \frac{1.1760 + 0.9231}{\pi} = 0.6682$$

$$\Delta\sigma = 150(0.6682) = \mathbf{100.22}\ \text{kPa}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

z′ (m)	I_z	Δσ (kPa)
0.5	0.9927	148.9
1.0	0.9513	142.7
2.0	0.7746	116.2
3.0	0.5803	87.0
4.0	0.4283	64.2
6.0	0.2449	36.7
8.0	0.1532	23.0
10.0	0.1034	15.5



Al centro del concio Δσ = **87.0 kPa** (58% di q); una striscia stretta (stessa B) dà 100.2 kPa: **una fondazione lunga agisce più in profondità**. L'incremento di tensione è ancora pari al 10% anche a z′ = 10 m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Profondità di influenza: I(z′) = p

TEORIA

L'incremento di tensione diminuisce con la profondità ma non si annulla mai; la somma delle compressioni dei conci richiede un limite inferiore: la **profondità di calcolo z_{lim}**. Nel criterio della profondità di influenza, l'argilla si comprime finché l'incremento di Boussinesq sotto il centro non scende a **p** volte la pressione applicata (comunemente p = 10%):

$$I_z(z') = p \;\Rightarrow\; z_{lim} = D_f + z'$$

Lo stesso fattore di influenza governa anche lo scarico di uno scavo in pianta con la stessa geometria; pertanto la profondità è la stessa sia che la si legga in termini di q_{brutta} sia di q_{netta}.

Se il profilo termina sopra z_{lim}, l'ultimo strato continua con le stesse proprietà fino a z_{lim}; se termina sotto, il terreno al di sotto di z_{lim} è incomprimibile.

La regola alternativa è la **base del profilo**: si assume un piano di posa rigido. (Il criterio $\Delta\sigma = 0.2\ \sigma'_{v0}$ scende più in profondità per una fondazione piccola in profondità; la regola del modulo dipende solo dalla geometria.)

z′/B (p = %10 | %20)

L/B	p = %10	p = %20
1.0	2.09 B	1.40 B
1.5	2.55 B	1.70 B
2.0	2.92 B	1.94 B
5.0	4.33 B	2.68 B
striscia	6.34 B	3.13 B

Traccia

ESEMPIO

Dati

Fondazioni	**(a) 4 × 6 m, p = 10% e 20% · (b) platea 20 × 30 m, p = 10% e 20%**
Regola	**profondità di influenza; $D_f = 0$**

RICHIESTO

In ogni caso **z'** e **z_{lim}**; verifica di I(z′) per 4 × 6 m.

Soluzione

SOLUZIONE

1 Verifica: 4 × 6 m, p = 10% ⇒ z′ = 10.19 m

$$m = \frac{2}{10.19} = 0.1963,\ n = \frac{3}{10.19} = 0.2945 \ \Rightarrow\ I_z = 4(0.0250) = \mathbf{0.1000}$$

Fondazione	p = %10: z′ (m)	p = %20: z′ (m)
4 × 6 m (L/B = 1.5)	10.19 (2.55 B)	6.82 (1.70 B)
Platea di 20 × 30 m	50.9 (2.55 B)	34.1 (1.70 B)

z′ è **proporzionale alla dimensione della fondazione**: per una fondazione di 4 × 6 m z_{lim} = 10.19 m, per una platea di 20 × 30 m **50.9 m**. La platea tiene conto dell'argilla che si comprime fino a una profondità di circa 51 m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Compressione del concio al ricarico

TEORIA

$f = \Delta H/(1 + e_0)$ per il concio; con $\sigma'_{exc} \le \sigma'_{v0} \le \sigma'_p$, la compressione del concio in funzione della posizione della tensione finale:

Condizione	Compressione del concio al ricarico
$\sigma'_{exc} \le \sigma'_{finale} \le \sigma'_{v0}$	$S_b = C_s\, f \log(\sigma'_{finale}/\sigma'_{scavo})$: parte del sollevamento viene recuperata
$\sigma'_{v0} < \sigma'_{finale} \le \sigma'_p$	$S_b = C_s\, f \log(\sigma'_{v0}/\sigma'_{exc}) + S_r = C_r\, f \log(\sigma'_{final}/\sigma'_{v0})$
$\sigma'_{v0} < \sigma'_p < \sigma'_{finale}$	$S_b + S_r = C_r\, f \log(\sigma'_p/\sigma'_{v0}) + S_v = C_c\, f \log(\sigma'_{finale}/\sigma'_p)$
$\sigma'_p = \sigma'_{v0} < \sigma'_{finale}$ (NC)	$S_b + S_v = C_c\, f \log(\sigma'_{finale}/\sigma'_{v0})$
$\sigma'_{finale} < \sigma'_{exc}$	Rigonfiamento aggiuntivo con C_s (negativo)

SE NON VI È SCAVO

$\sigma'_{exc} = \sigma'_{v0}$ e $S_b = 0$: ricompressione e compressione vergine classiche, a partire dalla tensione iniziale.

$$S_c = \sum (S_b + S_r + S_v) \qquad S_{net} = S_c + S_{heave}$$

Traccia

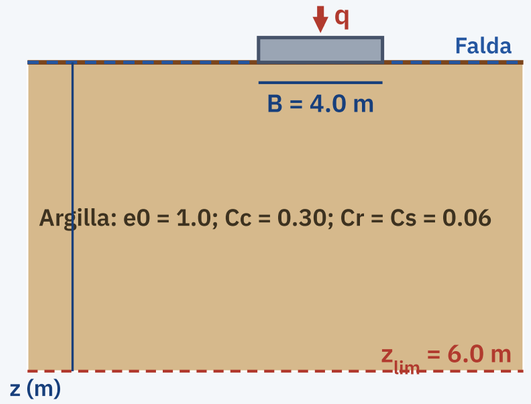
ESEMPIO

Dati

Terreno	**singolo strato di argilla, spessore 6 m; $\gamma_{sat} = 18\ \mathrm{kN/m^3}$; falda freatica in corrispondenza del piano di campagna; $e_0 = 1.0,\ C_c = 0.30,\ C_r = C_s = 0.06$**
Fondazione	**Rettangolo 4 × 6 m, $q = 150\ \mathrm{kPa}$, in corrispondenza del piano di campagna (nessuno scavo)**
Concio	**concio singolo, H = 6 m, punto medio $z = 3\ \mathrm{m}$: $\sigma'_{v0} = 8.19\,z = 24.57\ \mathrm{kPa}$**
Sovraconsolidazione	**(a) OCR = 1 (NC) · (b) OCR = 6 · (c) OCR = 3**
Incremento di tensione	$\Delta\sigma = 150\,I_z(3) = 87.04\ \mathrm{kPa}$ **(Esempio 3)** ⇒ $\sigma'_{final} = 111.61\ \mathrm{kPa}$

RICHIESTO

Per ciascuna argilla il **regime** e il cedimento di consolidazione $\mathbf{S_c}$.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Comune: f = H/(1 + e_0) = 6/2 = 3 m; log($\sigma'_{finale}/\sigma'_{v0}$) = log(111.61/24.57) = 0.6573

$$\text{(a) NC}: \quad S_v = C_c f \log \frac{\sigma'_{final}}{\sigma'_{v0}} = 0.30(3)(0.6573) = \mathbf{591.6\ mm}$$

2 (b) OCR = 6: σ'_p = 6(24.57) = 147.4 kPa > σ'_{finale} ⇒ solo ricompressione

$$S_r = C_r f \log \frac{\sigma'_{final}}{\sigma'_{v0}} = 0.06(3)(0.6573) = \mathbf{118.3\ mm}$$

Stessa argilla, stesso carico: l'argilla normalconsolidata si assesta di **591.6 mm**, quella con OCR = 6 di **118.3 mm**; la differenza deriva dal rapporto C_c/C_r = 5.

Soluzione (2/2)

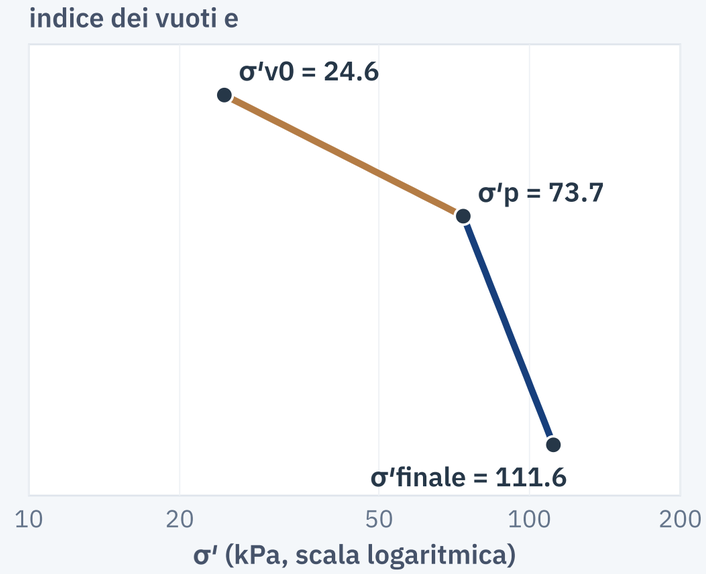
SOLUZIONE

3 (c) OCR = 3: $\sigma'_p = 3(24.57) = 73.71$ kPa < $\sigma'_{finale} = 111.61$ ⇒ ricompressione + compressione vergine

$$S_r = 0.06(3)\log\frac{73.71}{24.57} = 85.9\ \text{mm}$$

$$S_v = 0.30(3)\log\frac{111.61}{73.71} = 162.2\ \text{mm} \qquad S_c = \mathbf{248.0\ mm}$$

OCR	σ'_p (kPa)	regime	S_r (mm)	S_v (mm)	S_c (mm)
1	24.6	integra	0	591.6	**591.6**
6	147.4	ricompressione	118.3	0	**118.3**
3	73.7	ricompressione + vergine	85.9	162.2	**248.0**



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Dal terreno originale o dal fondo rigonfiato?

TEORIA

Dopo lo scavo viene la fondazione: il cedimento dipende da **quale riferimento** si assume per misurare gli spostamenti (l'opzione *spostamenti dopo lo scavo* nella fase di scavo):

Conservato — dal piano di campagna originario (predefinito): il rigonfiamento è mostrato separatamente; il cedimento della fondazione è la deformazione netta a fine carico: $\mathbf{S = S_c + S_{rigonfiamento}}$ = compressione totale oltre σ'_{v0}. Un carico non superiore al terreno di copertura rimosso dà S = 0; se è minore, il terreno rimane al di sopra del livello originario (segnalato, cedimento 0).

Azzeramento prima del carico: gli spostamenti della fase di scavo vengono azzerati; il cedimento è misurato a partire dal fondo scavo rigonfiato: $\mathbf{S = S_c = S_b + S_r + S_v}$. La ricompressione del rigonfiamento è conteggiata come cedimento: una fondazione completamente compensata cede tanto quanto si è rigonfiata la base. Se lo scavo è rimasto aperto fino alla realizzazione dell'opera e il rigonfiamento si è sviluppato, questa è la risposta corretta.

Entrambe le misure vengono sempre stampate; la scelta determina quale viene riportata come cedimento della fondazione, la curva tempo-cedimento e il risultato.

SINTESI

Conservato: $S = S_c + S_{rigonfiamento}$ (piccolo).
Azzerato: $S = S_c$ (grande).

Traccia

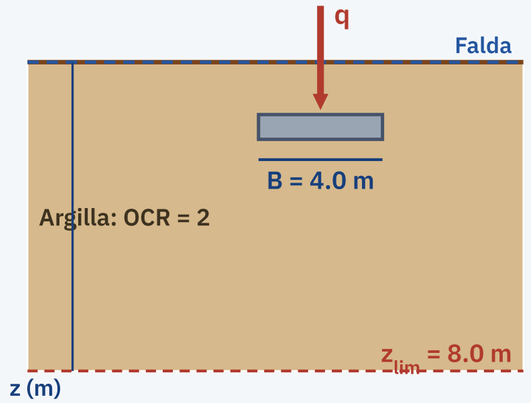
ESEMPIO

Dati

Terreno	**argilla 0–8 m, $\gamma_{sat} = 18$, falda freatica in superficie;** $e_0 = 1.0,\ C_c = 0.30,\ C_r = C_s = 0.06;\ OCR = 2$
Scavo	**scavo ampio (I_{exc} = 1), profondità 2 m; al fondo dello scavo di fondazione**
Fondazione	**4 × 6 m,** $q_{gross} = 100\ \mathrm{kPa}$
Concio	**concio singolo 2–8 m,** $H = 6$ **m,** $z = 5$ **m,** $f = 3$ **m:** $\sigma'_{v0} = 8.19(5) = 40.95\ \mathrm{kPa}$

RICHIESTO

σ'_{exc}, sollevamento, S_b, S_r, S_v, S_c; cedimento della fondazione (dal terreno originario e dopo l'azzeramento).



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 Scavo: carico rimosso, scarico e sollevamento

$$q_{lift} = \sigma'_{v0}(2) = 8.19(2) = 16.38 \text{ kPa} \qquad \sigma'_{exc} = 40.95 - 16.38 = \mathbf{24.57} \text{ kPa}$$

$$\Delta H_{heave} = -0.06(3)\log\frac{40.95}{24.57} = -0.06(3)(0.2218) = -\mathbf{39.9 \text{ mm}}$$

2 Carico: $I_z(z' = 3) = 0.5803$ (Esempio 3); $\sigma'_p = 2(40.95) = 81.9$ kPa

$$\Delta\sigma = 100(0.5803) = 58.03 \text{ kPa} \quad \sigma'_{final} = 24.57 + 58.03 = \mathbf{82.60} \text{ kPa}$$

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

3 Regime: $\sigma'_{v0} < \sigma'_p = 81.9 < \sigma'_{finale} = 82.60$

$$S_b = 0.06(3)\log\frac{40.95}{24.57} = 39.9\ \text{mm} \qquad S_r = 0.06(3)\log\frac{81.9}{40.95} = 54.2\ \text{mm}$$

$$S_v = 0.30(3)\log\frac{82.60}{81.9} = 3.3\ \text{mm} \qquad S_c = \mathbf{97.4\ mm}$$

In ricarica si recupera prima il rigonfiamento (S_b = 39.9 mm = l'intero rigonfiamento), poi si hanno 54.2 mm di ricompressione con C_r e 3.3 mm di compressione vergine che supera leggermente σ'_p.

Soluzione (3/3)

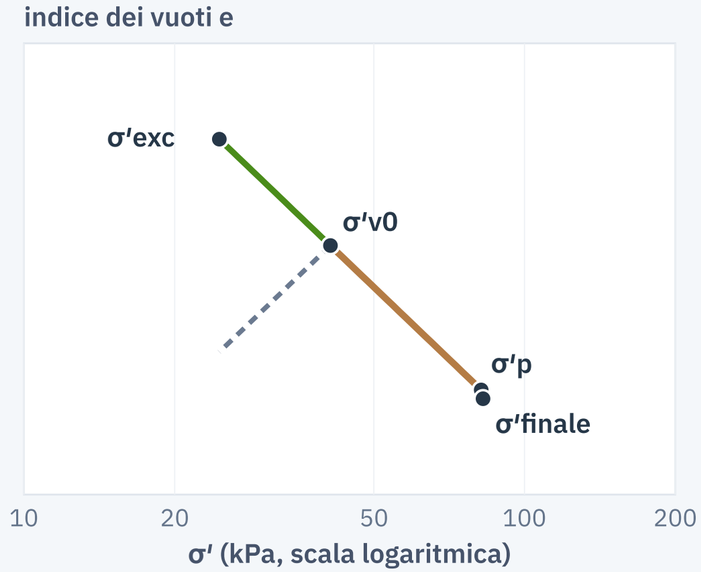
SOLUZIONE

4 Cedimento della fondazione

$$\text{si conserva}: \quad S = S_c + S_{heave} = 97.4 - 39.9 = \mathbf{57.5\ mm}$$

$$\text{si annulla}: \quad S = S_c = \mathbf{97.4\ mm}$$

Il cedimento misurato dal piano di campagna originario è **57.5 mm**; quello misurato dalla superficie rigonfiata è **97.4 mm**. La differenza è pari al rigonfiamento (39.9 mm): la scelta del riferimento modifica il risultato del 69%.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Percorso lineare: $\Delta H = m_v\, \Delta\sigma'\, H$

TEORIA

È un percorso di calcolo separato e **lineare**: lo stesso m_v è utilizzato sia per lo scarico sia per il ricarico; C_c, C_r, C_s ed e_0 non intervengono:

$$\Delta H = m_v\, \Delta\sigma'\, H_{slice}$$

$$\text{sollevamento} = -m_v\,(\sigma'_{v0} - \sigma'_{exc})\,H \qquad S_c = m_v\,\left(\sigma'_{final} - \sigma'_{exc}\right)H$$

La parte di S_c fino a σ'_{v0} è il rigonfiamento recuperato (S_b).

Poiché è lineare, il ciclo si chiude da sé.

L'unità di m_v è 1/kPa (coefficiente di compressibilità volumetrica); va scelto in base all'intervallo di tensione.

DIFFERENZA RISPETTO A e – log σ′

Il metodo m_v non tiene conto del livello tensionale (assenza di σ'_p): ogni incremento di tensione produce la stessa compressione.

Traccia

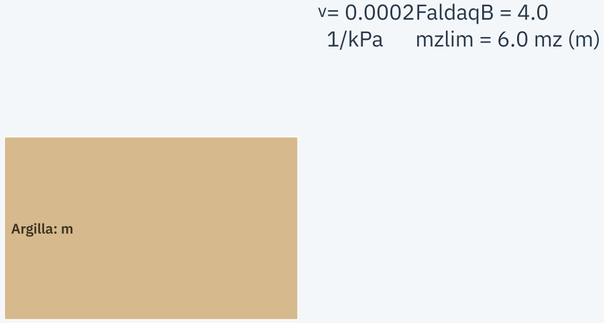
ESEMPIO

Dati

Terreno	**6 m di argilla, $m_v = 0.0002\ 1/\mathrm{kPa}$, falda freatica in superficie**
Caso (a)	**senza puntone: 4×6 m, $q = 150$ kPa, $\Delta\sigma = 87.04$ kPa (Esempio 3)**
Caso (b)	**Lo scavo e la fondazione dell'Esempio 6 (scavo di 2 m, $q = 100$ kPa, concio 2–8 m)**

RICHIESTO

S_c in ciascun caso; per (b), sollevamento, S_b e cedimento netto.



Soluzione

SOLUZIONE

1 (a) Senza scavo

$$S_c = m_v\,\Delta\sigma'\,H = 0.0002(87.04)(6) = \mathbf{104.4\ mm}$$

2 (b) Con scavo: σ'_{v0} = 40.95; σ'_{scavo} = 24.57; $\Delta\sigma_{carico}$ = 58.03; σ'_{finale} = 82.60 kPa

$$\text{sollevamento} = -0.0002(40.95 - 24.57)(6) = -19.7\ \text{mm} = -S_b$$

$$S_r = 0.0002(82.60 - 40.95)(6) = 50.0\ \text{mm} \qquad S_c = S_b + S_r = \mathbf{69.6\ mm}$$

Cedimento netto (rispetto al piano di campagna originario) S = S_c + rigonfiamento = **50.0 mm**; solo l'incremento di 41.65 kPa che supera σ'_{v0} produce cedimento. Nel percorso lineare il metodo e – log σ′ non risente di σ'_p.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Terzaghi: T_v, U e t

TEORIA

$$T_v = \frac{C_v\, t}{H_{dr}^2} \qquad U(T_v) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-M^2 T_v} \qquad M = \frac{\pi(2m+1)}{2}$$

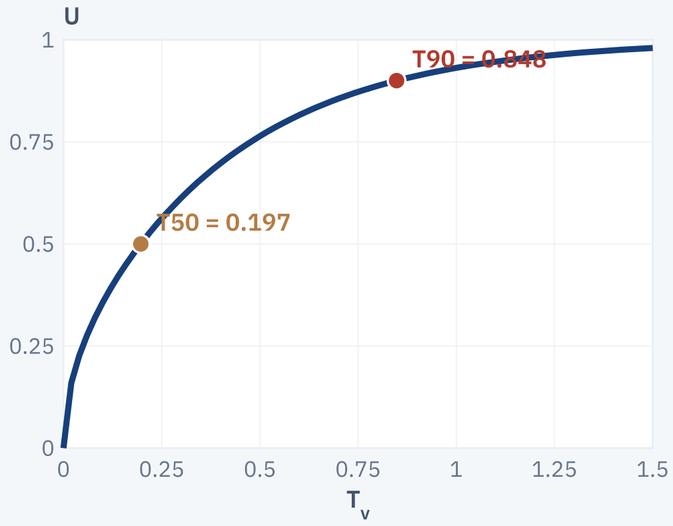
$$S_i(t) = U_i(t)\, S_{c,i} \qquad S(t) = \sum S_i(t) \qquad t = \frac{T_v\, H_{dr}^2}{C_v}$$

H_{dr} = H (drenaggio monodirezionale) oppure H/2 (bidirezionale); H è lo spessore dello strato sotto il piano di posa (fino a z_{lim} per l'ultimo strato che si estende oltre il profilo).

$T_{v,50}$ = 0.197; $T_{v,90}$ = 0.848. Per T_v < 0.05 si usa la soluzione per tempi iniziali U = $2\sqrt{(T_v/\pi)}$.

Stratti con valori diversi di C_v e H_{dr} consolidano a velocità diverse: la curva del profilo è la **somma delle curve dei singoli strati**; i relativi valori di t_{50} e t_{90} si leggono da tale somma.

La curva si riferisce al cedimento sotto carico S_c; si assume che il rigonfiamento sia completato prima del carico.



Traccia

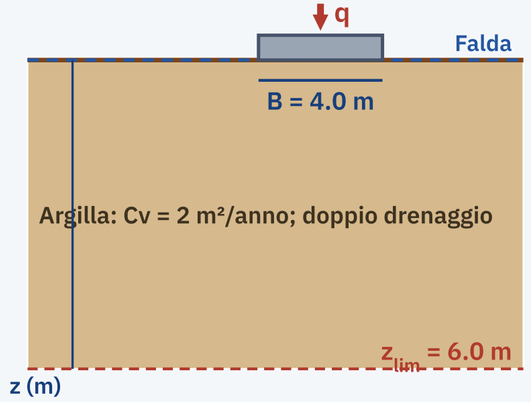
ESEMPIO

Dati

Argilla	**6 m, normalconsolidato (Esempio 5a): $S_c = 591.6$ mm**
Consolidazione	**$C_v = 2\ \mathrm{m^2/anno}$; drenaggio in sommità e alla base (doppio lato)**
Tempi	**t = 0.25; 0.5; 1; 2; 4; 8 anni**

RICHIESTO

H_{dr}, t_{50}, t_{90} e S(t); t_{90} con drenaggio monolaterale.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Percorso di drenaggio e tempi caratteristici

$$H_{dr} = \frac{H}{2} = 3\ \text{m} \qquad t_{50} = \frac{0.197(3^2)}{2} = \mathbf{0.89}\ \text{anno} \qquad t_{90} = \frac{0.848(3^2)}{2} = \mathbf{3.82}\ \text{anno}$$

2 Drenaggio monodirezionale (H_{dr} = 6 m)

$$t_{90} = \frac{0.848(6^2)}{2} = \mathbf{15.3}\ \text{anno}$$

Con il drenaggio doppio il percorso di drenaggio si dimezza e il tempo si riduce a **un quarto**: t_{90} = 3.82 anni, contro 15.3 anni per il drenaggio singolo.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

t (anno)	$T_v = C_v t/H_{dr}^2$	U	$S(t) = U\,S_c$ (mm)
0.25	0.056	0.266	**157**
0.50	0.111	0.376	**222**
1.00	0.222	0.531	**314**
2.00	0.444	0.729	**431**
4.00	0.889	0.910	**538**
8.00	1.778	0.990	**586**

In 1 anno si completa solo il 53% del cedimento, in 4 anni il 91% (S_c = 592 mm); in 8 anni U = 0.990. Per valori piccoli di T_v (< 0.05) si usa $U = 2\sqrt{(T_v/\pi)}$.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Fondazione	**4 × 6 m, q = 150 kPa, alla superficie del terreno; falda freatica in superficie (γ_{sat} = 18)**
Strato A (0–4 m)	**soffice, NC: $e_0 = 1.10,\ C_c = 0.35,\ C_r = 0.07$; $C_v = 1$; doppio drenaggio**
Strato B (4–8 m)	**rigido, $OCR = 2$: $e_0 = 0.80,\ C_c = 0.20,\ C_r = 0.04$; $C_v = 3$; drenaggio su un solo lato**
Calcolo	**base del profilo (8 m); ogni strato come un unico concio (A: z = 2 m, B: z = 6 m)**

RICHIESTO

Il valore **S_c**, t_{50} e t_{90} di ciascuno strato; la curva S(t) del sistema.

Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 A: z = 2 m, σ'_{v0} = 16.38; $I_z(2)$ = 0.7746 ⇒ $\Delta\sigma$ = 116.19; σ'_{finale} = 132.57; f = 4/2.10 = 1.9048 m; NC

$$S_{c,A} = C_c f \log \frac{\sigma'_{final}}{\sigma'_{v0}} = 0.35(1.9048) \log \frac{132.57}{16.38} = \mathbf{605.4\ mm}$$

2 B: z = 6 m, σ'_{v0} = 49.14; σ'_p = 98.28; $I_z(6)$ = 0.2449 ⇒ $\Delta\sigma$ = 36.74; σ'_{finale} = 85.88 < σ'_p; f = 4/1.80 = 2.2222 m

$$S_{c,B} = C_r f \log \frac{\sigma'_{final}}{\sigma'_{v0}} = 0.04(2.2222) \log \frac{85.88}{49.14} = \mathbf{21.6\ mm}$$

Cedimento totale di consolidazione **627.0 mm**: lo strato superiore tenero NC porta il 97% del totale; lo strato inferiore rigido e sovraconsolidato solo 21.6 mm.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

3 Percorso di drenaggio e durate (t = 0.197 H_{dr}^2/C_v; 0.848 H_{dr}^2/C_v)

$$A:\ H_{dr} = 2\ \text{m}:\ t_{50} = \frac{0.197(4)}{1} = 0.788,\ t_{90} = \frac{0.848(4)}{1} = 3.39\ \text{anno}$$

$$B:\ H_{dr} = 4\ \text{m}:\ t_{50} = \frac{0.197(16)}{3} = 1.051,\ t_{90} = \frac{0.848(16)}{3} = 4.52\ \text{anno}$$

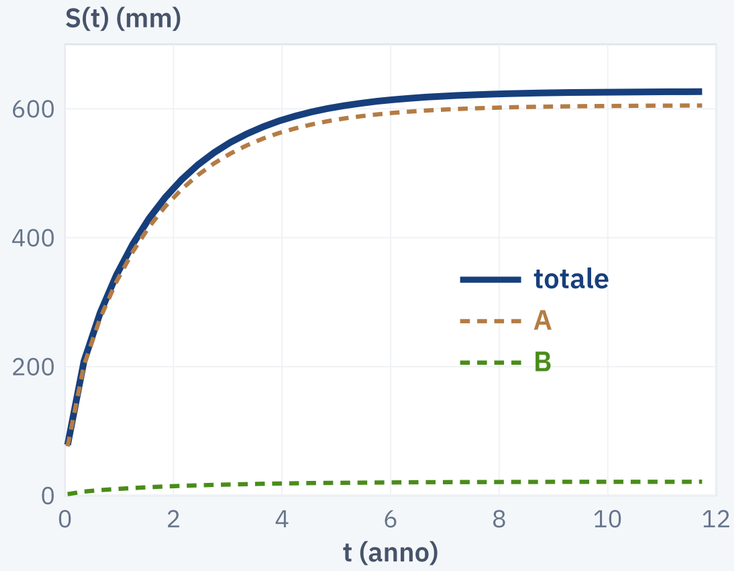
La curva del sistema è la somma $S(t) = U_A(t)\,S_A + U_B(t)\,S_B$; i relativi tempi si leggono da questa somma: **t_{50} = 0.794 anni, t_{90} = 3.43 anni** (vicini allo strato dominante A).

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

t (anno)	S_A (mm)	S_B (mm)	S(t) (mm)	U
0.5	242	7.4	**249**	0.397
1.0	340	10.5	**351**	0.560
2.0	463	14.6	**477**	0.761
5.0	583	19.8	**603**	0.961
10.0	604	21.4	**626**	0.998
20.0	605	21.6	**627**	1.000

In 1 anno si completa il 56% del cedimento, in 5 anni il 96%; si esaurisce in circa 10 anni (627 mm). La curva è governata dallo **strato A molle**.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Punti da tenere presenti nella lettura dei risultati

TEORIA

Piano di posa della fondazione = fondo scavo (superficie del terreno in assenza di scavo); pressione interstiziale **idrostatica**; la falda freatica non è influenzata dallo scavo.

L'incremento di tensione è valutato **sulla verticale passante per il centro della fondazione** (conci e analisi nel tempo); le zone colorate seguono lo stesso percorso tensionale in ogni punto.

e_0 è l'indice dei vuoti iniziale di ogni fase; **non vi è compressione secondaria (C_α)**.

Il cedimento è positivo, il rigonfiamento negativo; il selettore nell'intestazione inverte il segno e passa alla visualizzazione con positivo verso l'alto (il motore di calcolo resta quello classico).

Bande di colore: le grandezze che diminuiscono rapidamente con la profondità, come cedimento, rigonfiamento e deformazione, sono rappresentate con le classi $1 \cdot 1.5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \times 10^n$; bande di uguale ampiezza comprimerebbero la zona inferiore in un unico colore.

Sintesi

Punti chiave

Percorso delle tensioni: $\sigma'_{v0} \rightarrow \sigma'_{exc} \rightarrow \sigma'_{v0}$ (C_s) $\rightarrow \sigma'_p$ (C_r) $\rightarrow \sigma'_{finale}$ (C_c); $\sigma'_p = OCR \cdot \sigma'_{v0}$, non diminuisce con lo scavo

Compressione del concio $f = \Delta H/(1 + e_0)$: NC: $C_c\ f \log(\sigma'_{finale}/\sigma'_{v0})$; OC e $\sigma'_{finale} \leq \sigma'_p$: $C_r\ f \log(\ldots)$; $\sigma'_{finale} > \sigma'_p$: componenti $C_r + C_c$

Scavo: $q_{scarico} = \sigma'_{v0}(D_{scavo})$, rigonfiamento = $-C_s\ f \log(\sigma'_{v0}/\sigma'_{scavo})$; $S = S_c + S_{rigonfiamento}$ (terreno originario) oppure S_c (azzerato)

Boussinesq: $\Delta\sigma = q\ I_z(z')$; centro del rettangolo $4\ I_{angolo}$, striscia $(\alpha + \sin\alpha)/\pi$; $\mathbf{z_{lim}}$: $I(z') = p$ (quadrata 2.09 B, L = 1.5 B 2.55 B, striscia 6.34 B)

metodo $\mathbf{m_v}$: $\Delta H = m_v\ \Delta\sigma'\ H$, lineare; rigonfiamento = $-m_v(\sigma'_{v0} - \sigma'_{exc})\ H$

Tempo: $T_v = C_v\ t/H_{dr}^2$; $T_{v,50} = 0.197$, $T_{v,90} = 0.848$; $H_{dr} = H$ (singolo) oppure $H/2$ (doppio); $S(t) = \Sigma\ U_i\ S_{c,i}$

Bibliografia

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley.

Newmark, N.M. (1935). Simplified computation of vertical pressures in elastic foundations. Univ. of Illinois Bulletin 429.

Das, B.M. (2016). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage.

Holtz, R.D., Kovacs, W.D., Sheahan, T.C. (2011). An Introduction to Geotechnical Engineering, 2nd ed. Pearson.

Craig, R.F., Knappett, J.A. (2012). Craig’s Soil Mechanics, 8th ed. Spon.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo; il modulo restituisce gli stessi valori (conci di esempio: dz = spessore dello strato).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Calcolare passo per passo gli esempi di questa presentazione in GeoTerva; nel modulo il numero di strati e lo scavo si inseriscono liberamente.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com