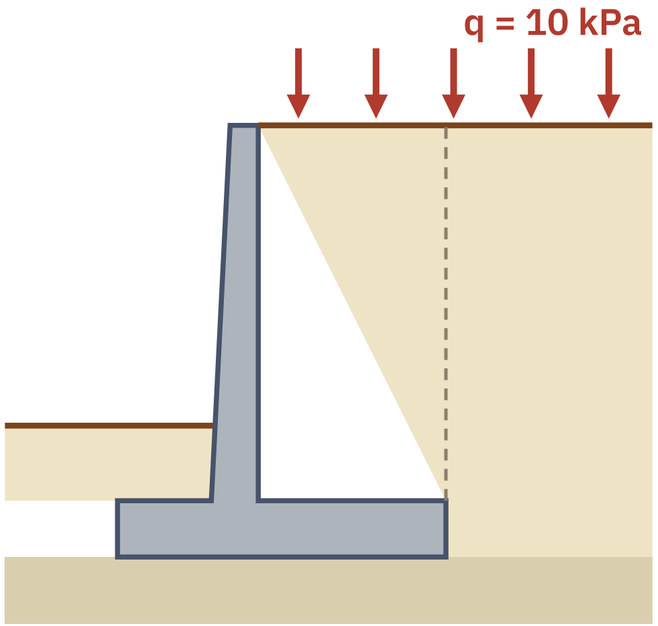
Presentazione didattica di geotecnica · Muri di sostegno

Muro di sostegno a mensola

Lezione: stabilità esterna di un muro di sostegno a mensola in calcestruzzo armato (scorrimento, ribaltamento, capacità portante) e sollecitazioni di sezione nelle lastre di paramento, punta e tallone; blocco di tallone, spinta delle terre, acqua, sisma, dente di scorrimento e mensola di scarico; esempi di calcolo su ogni argomento.

- Paramento + suola di fondazione
- Scorrimento · ribaltamento · carico limite
- Sollecitazioni di sezione nel paramento, nella punta e nel tallone
- Dente di scorrimento · mensola di scarico
- Acqua e sisma



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

Muro a mensola: **paramento + suola di fondazione** (punta L_t, tallone L_h), determinazione del peso e del baricentro a partire dai singoli elementi

Il **blocco di terreno** sopra la punta e il **piano di pressione verticale** sul bordo posteriore della fondazione; spinta attiva, sovraccarico e resistenza passiva frontale

Leggere le verifiche di **scorrimento, ribaltamento, eccentricità e capacità portante** e la condizione sismica (Mononobe–Okabe + inerzia)

Dalla pressione di contatto derivano le sollecitazioni di taglio e flessione sulle mensole di punta e di tallone, e **sul paramento** quelle dovute alla spinta

In che modo il **dente di scorrimento** e la **mensola di scarico** incrementano la sicurezza; l'effetto dell'acqua e della sottospinta

Vedere **come revisionare** una sezione non verificata (scorrimento ed eccentricità in condizioni sismiche)

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Tutto è riferito a 1.00 m di lunghezza del muro. Esempio: H = 4.0 m paramento, suola di fondazione 0.60 m, B = 3.5 m muro in calcestruzzo armato (24 kN/m³), q = 10 kPa.

Paramento, suola di fondazione e struttura della punta

TEORIA

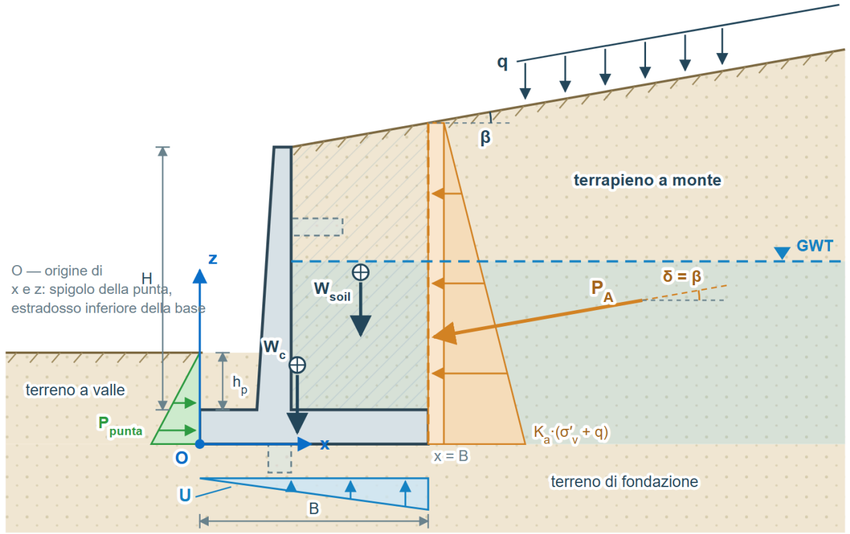
Il muro a mensola resiste allo scorrimento e al ribaltamento anche **grazie al peso del terreno sopra la suola di fondazione**: non solo il peso proprio del muro, ma anche il blocco di terreno sopra il tallone è stabilizzante. Modulo:

$$B = L_t + t_b + L_h \qquad z_T = t_f + H$$

Paramento: altezza H; spessore t_t in sommità, t_b alla base (retro verticale, fronte inclinato); **suola di fondazione**: spessore t_f, punta L_t, tallone L_h; calcestruzzo 24 kN/m³.

Terreno: riporto incoerente (c′ = 0), superficie piana o inclinata, sovraccarico q, falda freatica, e anteriormente un riporto di altezza h_p sulla suola di fondazione.

Opzioni: dente di scorrimento, mensola di scarico; **verifiche**: scorrimento, ribaltamento, eccentricità, capacità portante; **sollecitazioni di sezione**: paramento, punta, tallone, mensola, dente.



Suola di fondazione + rettangolo del paramento + triangolo del paramento

TEORIA

Il peso del muro è suddiviso in tre forme semplici (area e baricentro noti); il suo momento rispetto alla punta è resistente:

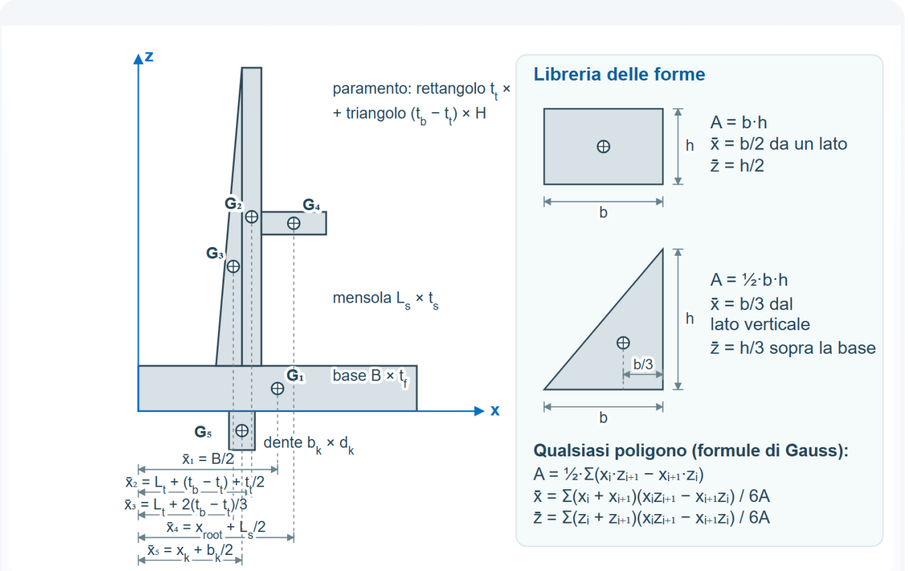
$$W_i = \gamma_c A_i \qquad W_c = \sum W_i \qquad \bar{x}_c = \frac{\sum W_i \bar{x}_i}{W_c} \qquad \bar{z}_c = \frac{\sum W_i \bar{z}_i}{W_c}$$

Suola di fondazione: A = B t_f, $\bar{x}$ = B/2, $\bar{z}$ = t_f/2.

Rettangolo del paramento (adiacente al terrapieno): A = t_tH, $\bar{x}$ = L_t + (t_b − t_t) + t_t/2, $\bar{z}$ = t_f + H/2.

Triangolo del paramento (scarpa anteriore): A = ½(t_b − t_t)H, $\bar{x}$ = L_t + 2(t_b − t_t)/3, $\bar{z}$ = t_f + H/3.

Nel quadro delle forze il muro è una singola voce: F_z = −W_c in $\bar{x}_c$; $\bar{z}_c$ è utilizzato solo per l'inerzia orizzontale (sisma).



Traccia

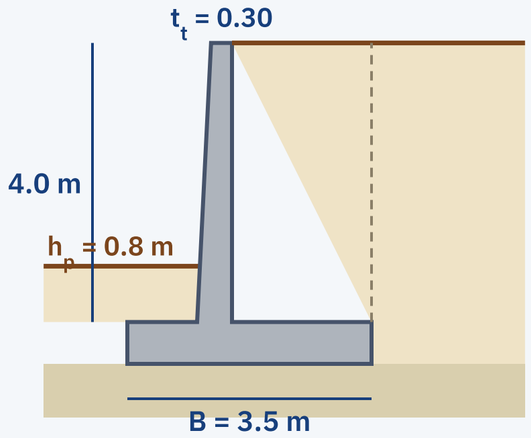
ESEMPIO

RICHIESTO

Area, peso e posizione delle tre parti; W_c, $\bar{x}_c$, $\bar{z}_c$.

Dati

Sezione	$H = 4.0$ **m;** $t_t = 0.30$**,** $t_b = 0.50$ **m;** $L_t = 1.00$**,** $L_h = 2.00$ **m;** $t_f = 0.60$ **m (B = 3.5 m)**
Materiale	**calcestruzzo armato:** $\gamma_c = 24\ \mathrm{kN/m^3}$



Soluzione

SOLUZIONE

1 Parti (ad es. triangolo: A = ½(0.50 − 0.30)(4.0) = 0.40; $\bar{x}$ = 1.00 + 2(0.20)/3 = 1.133; $\bar{z}$ = 0.60 + 4.0/3 = 1.933)

Pezzo	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 24A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Piastra di base	2.100	1.750	0.300	50.40	88.20	15.12
Rettangolo del fusto	1.200	1.350	2.600	28.80	38.88	74.88
Triangolo del fusto	0.400	1.133	1.933	9.60	10.88	18.56
Totale				**88.80**	**137.96**	**108.56**

2 Baricentro

$$\bar{x}_c = \frac{137.96}{88.80} = \mathbf{1.554}\ \text{m} \qquad \bar{z}_c = \frac{108.56}{88.80} = \mathbf{1.223}\ \text{m}$$

Il peso del muro **W_c = 88.80 kN/m**, $\bar{x}_C$ = 1.55 m dalla punta, $\bar{z}_C$ = 1.22 m dalla base; il suo momento M = −137.96 kN·m/m (resistente).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Terreno e piano di spinta che si muovono insieme al muro

TEORIA

Il terreno sopra il tallone della suola di fondazione non può scorrere rispetto alla suola: se il muro si muove, si sposta **insieme ad esso**. Le superfici di rottura partono **dal bordo posteriore del tallone**, non dal paramento. Corpo libero = muro + blocco del tallone; la sua faccia esterna è il **piano verticale di pressione** in x = B (terreno contro terreno: nessun attrito terra-muro, spinta δ = β):

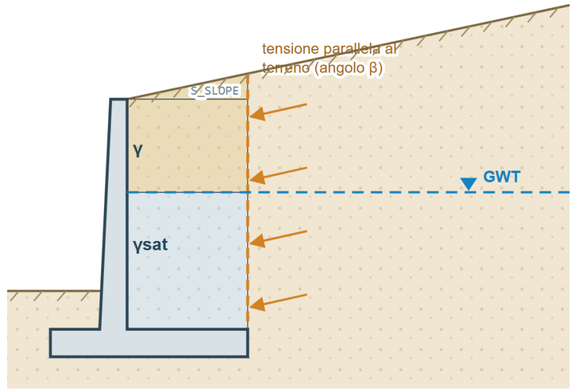
Peso del blocco del tallone $W_s = \gamma\, L_h\, H$ (suddiviso in zone umide/sature; poiché si opera in tensioni totali, sotto falda si usa γ_{sat}, con la sottospinta dell'acqua come voce separata).

Alla punta, il terreno di riporto sopra la piastra di base (h_p) si muove con la piastra: carico verticale W_{toe}.

Il sovraccarico sul tallone $\mathbf{Q_{heel} = qL_h}$ è favorevole, ma essendo un carico che può anche essere assente **non entra in alcuna verifica**; il suo effetto laterale è sempre computato.

Altezza del piano delle pressioni $h = t_f + H$ (compreso il rialzamento della superficie).

Piano verticale allo spigolo del tallone (tutti i metodi)



Traccia

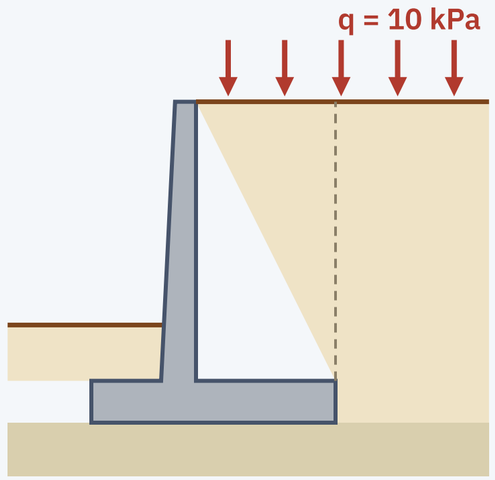
ESEMPIO

Dati

Muro	**Sezione dell'Esempio 1; altezza del riempimento antistante $h_p = 0.80$ m (sopra la suola di fondazione)**
Terreno	**terreno di riporto asciutto: $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; superficie orizzontale**
Sovraccarico	$q = 10$ **kPa**

RICHIESTO

Il **peso e la posizione** del blocco del tallone; il **riempimento di punta**; Q_{heel}; carico verticale totale N.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Blocco del tallone (rettangolo L_h × H, dietro il paramento)

$$A_s = L_h H = 2.00(4.0) = 8.0\ \text{m}^2 \qquad W_s = 18(8.0) = \mathbf{144.0}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{x}_s = L_t + t_b + \frac{L_h}{2} = 2.50\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = t_f + \frac{H}{2} = 2.60\ \text{m}$$

2 Riempimento di punta (trapezio: L_t = 1.00 alla base, $x_{punta}(h_p)$ = 1.04 in sommità) e sovraccarico

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(1.00 + 1.04)(0.80) = 0.816\ \text{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.816) = \mathbf{14.69}\ \text{kN/m}\ (\bar{x} = 0.510)$$

$$Q_{heel} = qL_h = 10(2.00) = \mathbf{20.0}\ \text{kN/m}\ \text{(non soggetto ad alcuna verifica)}$$

N = W_c + W_s + W_{toe} = 88.80 + 144.00 + 14.69 = **247.49 kN/m**; Q_{heel} = 20.00 kN/m è la voce lasciata "non utilizzata" nella tabella.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Spinta nel piano verticale, sovraccarico e spinta passiva combinata

TEORIA

Il piano di spinta è posto all'altezza h = t_f + H. Poiché il terrapieno è orizzontale e δ = β = 0, Rankine = Coulomb:

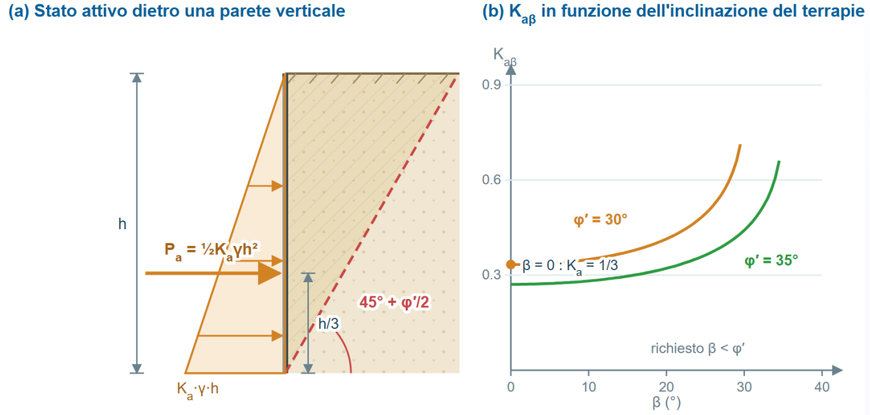
$$K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ (h/2)$$

Nel terrapieno inclinato la tensione sul piano è parallela alla superficie ($K_{a\beta}$), la componente verticale della spinta è resistente. Resistenza frontale (solo per lo scorrimento):

$$K_{mob} = wK_p + (1-w)K_0 \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_p^2\ (D_p/3) \qquad D_p = t_f + h_p$$

w = 1/3 per impostazione predefinita; se il terreno antistante può essere rimosso, il contributo si riduce con h_p = 0 oppure h_{ignore}; **la resistenza antistante non si utilizza nel ribaltamento e nella capacità portante**.

I dettagli (equivalenza Rankine/Coulomb, K_{mob}, h_{ignore}) sono nella presentazione del muro di sostegno a gravità.



Traccia

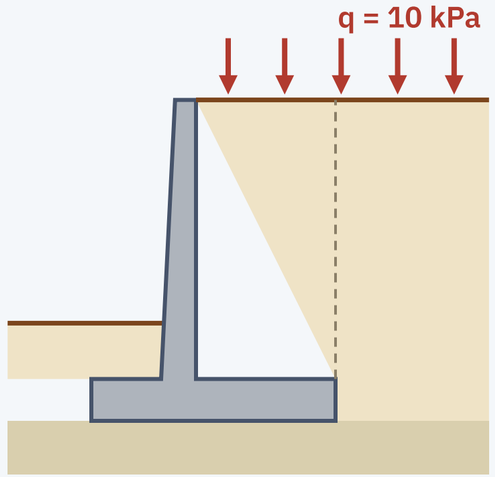
ESEMPIO

RICHIESTO

P_A, P_Q, P_P e il momento ribaltante rispetto al piede.

Dati

Muro e terreno	**Il muro degli Esempi 1–2: h = t_f + H = 4.60 m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**; superficie orizzontale;** $q = 10$ **kPa**
Terreno a valle	$D_p = t_f + h_p = 1.40$ **m; w = 1/3**



Soluzione

SOLUZIONE

1 K_a = 0.3333; spinte (h = 4.60 m)

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(21.16) = \mathbf{63.48}\ \mathrm{kN/m}\ \ (z = 1.533\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(4.6) = \mathbf{15.33}\ \mathrm{kN/m}\ \ (z = 2.30\ \mathrm{m})$$

2 Resistenza frontale: K_{mob} = ⅓(3.00) + ⅔(0.50) = 1.333

$$P_P = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1.40)^2 = \mathbf{23.52}\ \mathrm{kN/m}\ \ (z = D_p/3 = 0.467\ \mathrm{m})$$

3 Spinta orizzontale e momento ribaltante (rispetto alla punta)

$$\Sigma H_{drive} = 63.48 + 15.33 = \mathbf{78.81}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 63.48(1.533) + 15.33(2.30) = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

quattro verifiche dal medesimo quadro delle forze

TEORIA

$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

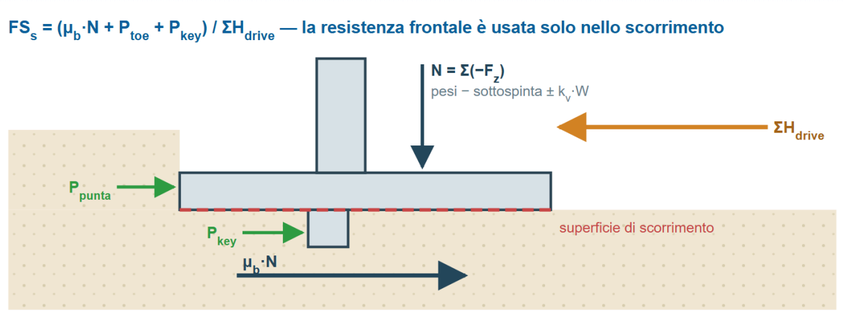
$$|e| \le \frac{B}{6}: \quad q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6}: \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$

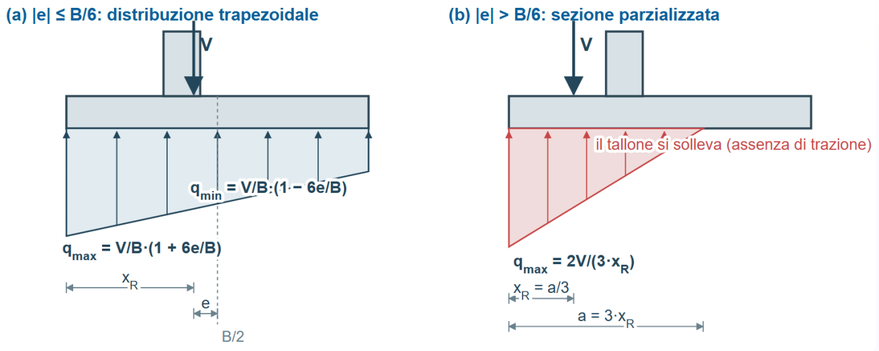
Scorrimento: N è la forza normale efficace (esclusa Q_{heel}, detratto il sottospinta); $\mu_b = \tan \delta_b$; nessuna adesione.

Ribaltamento: attorno alla punta (spigolo inferiore di valle della suola di fondazione); i contributi $-zF_X$ e xF_Z di ciascun termine sono computati secondo il proprio segno; la resistenza a valle non entra.

Capacità portante: se la risultante cade nel terzo medio della base ($|e| \le B/6$), la base è interamente in contatto; in caso contrario il terreno non può assorbire trazione e risulta in contatto solo una lunghezza $a = 3x_R$.

Richiesto: in condizioni statiche $FS_s \ge 1.5$, $FS_o \ge 2.0$; in condizioni sismiche ≥ 1.1; $q_{max} \le q_{all}$.





Traccia

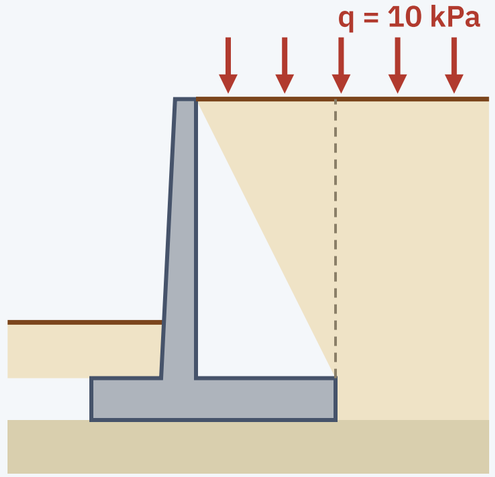
ESEMPIO

Dati

Muro e carichi	**Muro dell'Esempio 1–3:** $B = 3.5$ **m;** $W_c = 88.8,\ W_s = 144.0,\ W_{toe} = 14.69\ \mathrm{kN/m}$**;** $P_A = 63.48,\ P_Q = 15.33\ \mathrm{kN/m}$
Resistenza	$\mu_b = 0.55$**;** $P_P = 23.52$ **kN/m;** $q_{all} = 200$ **kPa**
Richiesto	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; base completamente in contatto**

RICHIESTO

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} e i risultati.



Soluzione (1/3)

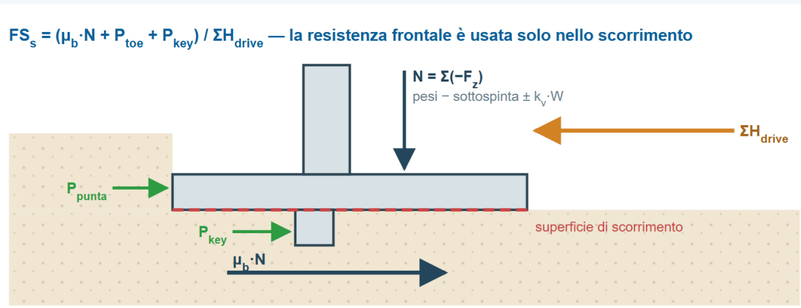
SOLUZIONE

1 Attrito alla base ($N = W_c + W_s + W_{toe}$)

$$N = 88.8 + 144.0 + 14.69 = \mathbf{247.49}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(247.49) = 136.12\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{136.12 + 23.52}{78.81} = \mathbf{2.026}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Soluzione (2/3)

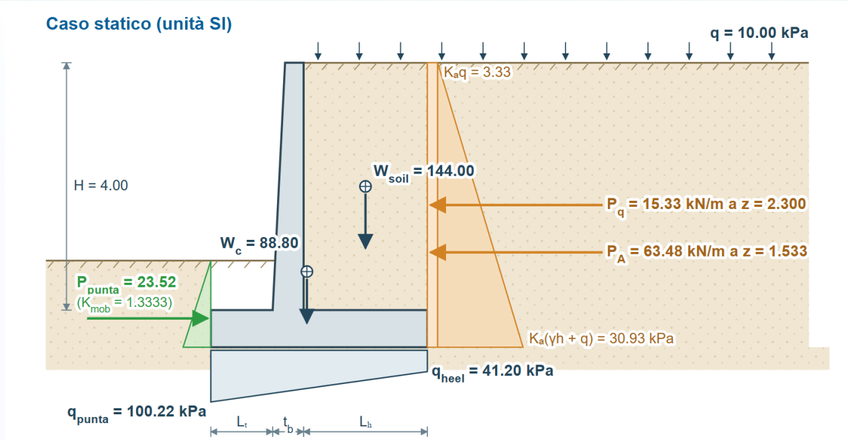
SOLUZIONE

2 Momento instabilizzante (spinte) e momento resistente (muro, blocco di tallone, rinterro di valle)

$$M_o = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}$$

$$M_r = 137.96 + 360.00 + 7.49 = \mathbf{505.45}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

$$FS_o = \frac{505.45}{132.60} = \mathbf{3.812}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

3 Posizione della risultante ed eccentricità

$$\Sigma M = M_o - M_r = -372.85$$

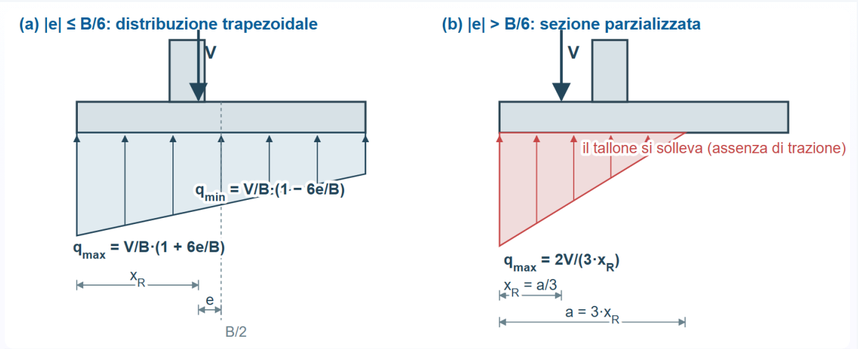
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{372.85}{247.49} = \mathbf{1.5065}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.2435}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.583\ \checkmark$$

4 Tensioni alla base (contatto completo)

$$q_{max} = \frac{247.49}{3.5}\left(1 + \frac{6(0.2435)}{3.5}\right) = \mathbf{100.22}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{41.20}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.03**, FS_o = **3.81**, e = 0.243 m, q_{max} = **100.2 kPa** ≤ 200, q_{min} = 41.2 kPa > 0: **in condizioni statiche tutte le verifiche risultano soddisfatte**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Spinta secondo Mononobe–Okabe e aggiunta dell'inerzia

TEORIA

In condizioni sismiche, al posto della spinta statica $P_A + P_Q$ si assume la spinta di **Mononobe–Okabe** P_{AE}; anche l'inerzia del muro, del blocco del tallone e del riporto antistante $k_h W$ spinge in avanti nei rispettivi baricentri (se $k_v > 0$ si analizzano entrambe le direzioni). Nel piano verticale, per terrapieno orizzontale:

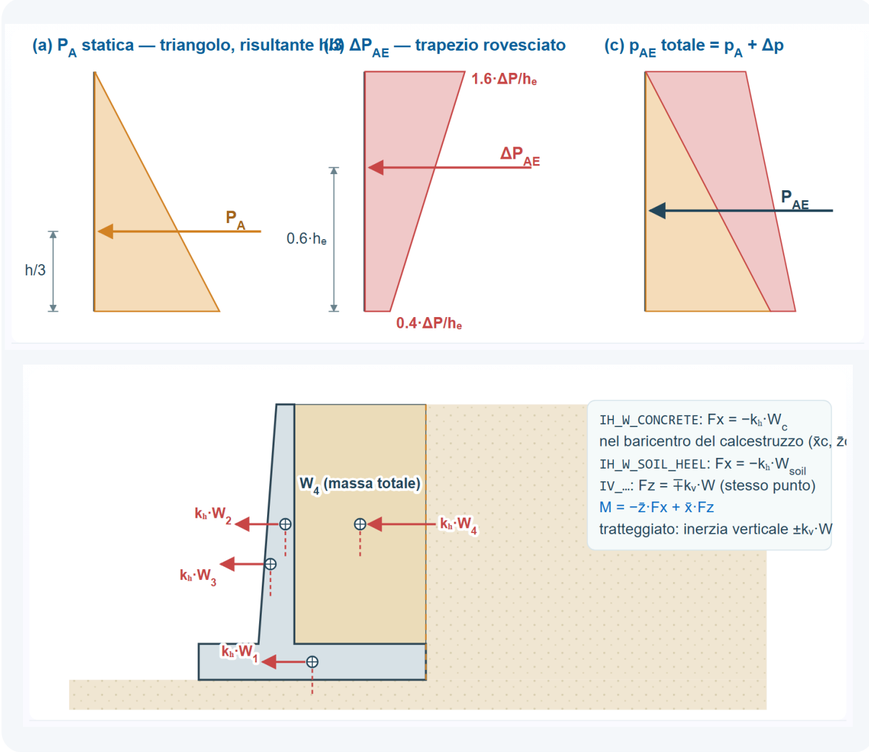
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2}$$

$$P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right) K_{AE} \qquad \Delta P_{AE} = P_{AE} - (P_A + P_Q) \;\; (0.6h)$$

ΔP_{AE} si distribuisce come un trapezio rovesciato (1.6ΔP/h in sommità, 0.4ΔP/h alla base); la parte statica mantiene la propria forma. In presenza di acqua si aggiunge la pressione idrodinamica $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$.

Il credito passivo frontale è moltiplicato per $\eta_{p,E}$; **valore predefinito 0** (la sicurezza allo scorrimento deriva dalla sola attrito alla base).

Se la risultante esce dal terzo medio della base si ha **contatto parziale** ($q_{max} = 2V/(3x_R)$).



Traccia

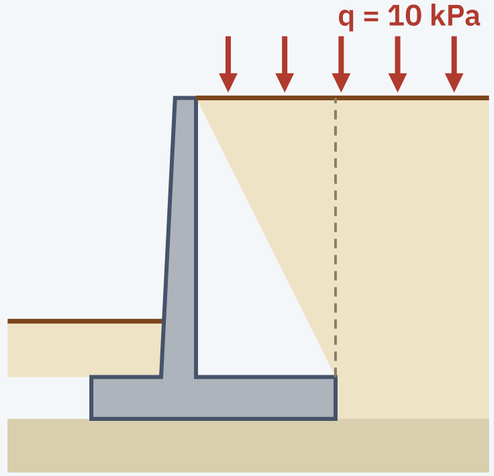
ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	**Il muro degli Esempi 1–4 (FS_s statico = 2.03; FS_o = 3.81)**
Sisma	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; $\eta_{p,E} = 0$; FS_s, $FS_o \geq 1.1$ **richiesto; la base deve essere interamente in contatto (|e| ≤ B/6)**

RICHIESTO

K_{AE}, P_{AE}, $\bar{z}$, forze d'inerzia; FS_s, FS_o, e, q_{max} e l'esito di ciascuna verifica.



Soluzione (1/4)

SOLUZIONE

1 Angolo e coefficiente sismico

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ (1 + 0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

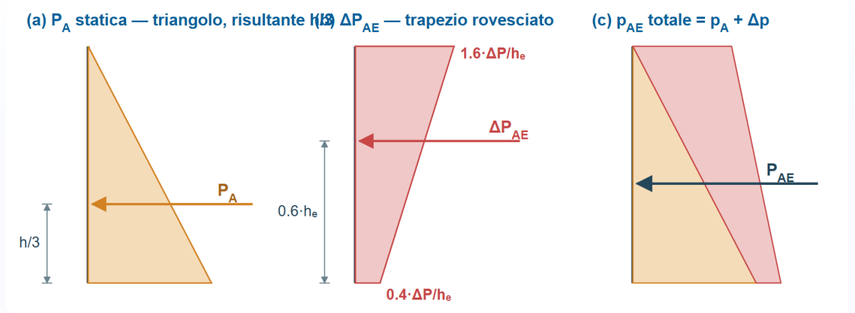
2 Spinta dinamica (statica P_A + P_Q = 78.81 kN/m) e sua posizione

$$P_{AE} = (190.44 + 46.0)(0.4329) = \mathbf{102.36}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 102.36 - 78.81 = 23.55\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

$$\bar{z}_{AE} = [63.48(1.533) + 15.33(2.30) + 23.55(2.76)]/102.36$$

$$= \mathbf{1.930}\ \text{m}$$



Soluzione (2/4)

SOLUZIONE

3 Forze d'inerzia $k_h W$ e scorrimento (senza considerare la resistenza passiva)

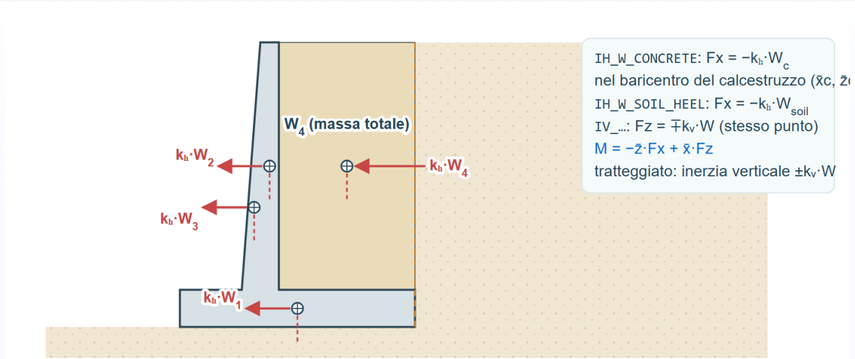
$$IH_c = 0.15(88.8) = 13.32 \quad (z = 1.223\ \text{m})$$

$$IH_s = 0.15(144.0) = 21.60 \quad (z = 2.60\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(14.69) = 2.20\ \text{kN/m}$$

$$\Sigma H_{drive} = 102.36 + 13.32 + 21.60 + 2.20 = 139.49$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{136.12}{139.49} = \mathbf{0.976} \ < 1.1 \ \text{✗}$$



Soluzione (3/4)

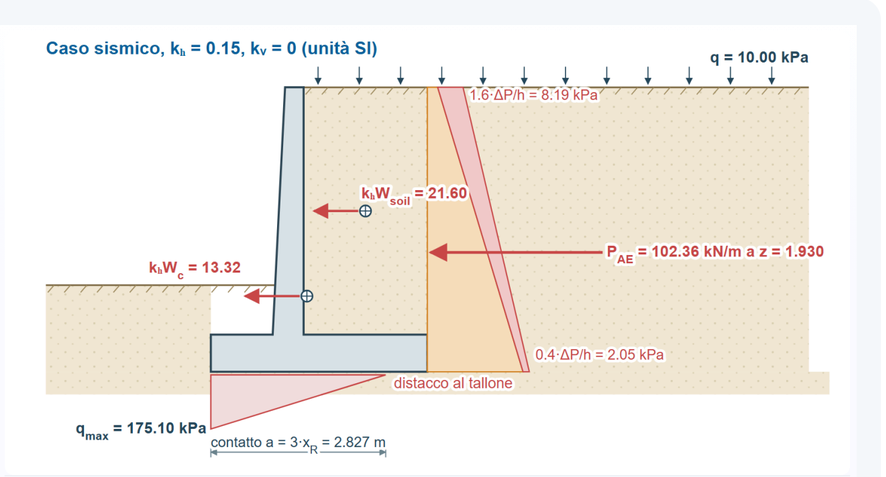
SOLUZIONE

4 Ribaltamento (bracci dei momenti: $\bar{z}_{AE}$ = 1.930; z_c = 1.223; 2.60; 1.003 m)

$$M_{o,E} = 197.60 + 16.28 + 56.16 + 2.21 = 272.26$$

$$FS_{o,E} = \frac{505.45}{272.26} = \mathbf{1.857} \geq 1.1 \checkmark$$

$$x_R = \frac{505.45 - 272.26}{247.5} = 0.942 \text{ m}$$



Soluzione (4/4)

SOLUZIONE

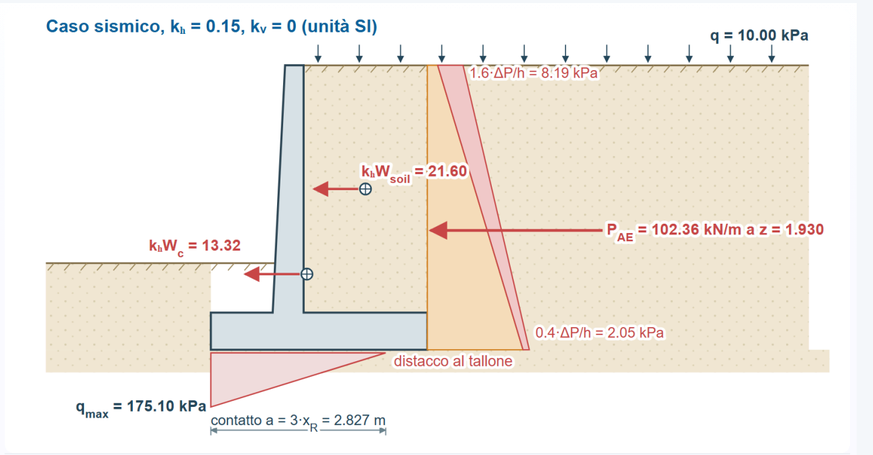
5 Eccentricità e contatto parziale

$$e = \frac{B}{2} - x_R = 1.750 - 0.942 = \mathbf{0.808}\ \text{m} > \frac{B}{6} = 0.583 \quad ✗$$

$$a = 3x_R = 2.827\ \text{m} \quad \text{(solo questa lunghezza in contatto)}$$

$$q_{max} = \frac{2V}{a} = \frac{2(247.5)}{2.827} = \mathbf{175.1}\ \text{kPa} \qquad q_{min} = 0$$

In condizioni sismiche non risultano soddisfatti lo **scorrimento (FS_s = 0.98 < 1.1)** e l'**eccentricità (e = 0.81 m > B/6)**; il ribaltamento (FS_o = 1.86) e q_{max} = 175.1 kPa sono adeguati. La sezione **deve essere rivista** (Esempio 6).



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

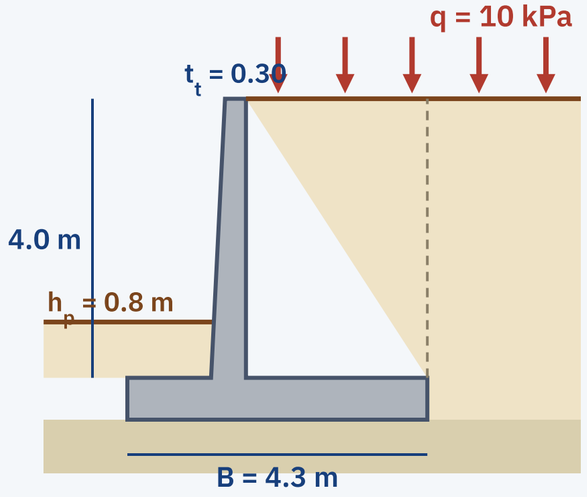
ESEMPIO

Dati

Problema	**Nell'Esempio 5, in condizioni sismiche FS_s = 0.98 < 1.1 ed e = 0.81 m > B/6 = 0.58 m**
Modifica proposta	**punta e tallone prolungati: $L_t = 1.20$ m, $L_h = 2.60$ m (B = 4.30 m); altre dimensioni e terreno invariati**

RICHIESTO

Con la nuova sezione, **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}** in condizioni statiche e sismiche; la sezione risulta adeguata?



Soluzione

SOLUZIONE

1 Stesso carico, nuova geometria (modulo; B = 4.30 m, W_c = 100.3 kN/m, N = 305.1 kN/m)

	Attuale (B = 3.5 m)	Rivista (B = 4.3 m)	Richiesto
FS_s statico	2.026	2.427	≥ 1.5
FS_o statico	3.812	5.753	≥ 2.0
e statica (m) / q_{max} (kPa)	0.243 / 100.2	0.084 / 79.3	|e| ≤ B/6
FS_s sismico	0.976 ✗	1.133 ✓	≥ 1.1
FS_o sismico	1.857	2.630	≥ 1.1
Sisma e (m) / contatto	0.808 / parziale ✗	0.600 / completo ✓ (B/6 = 0.717)	|e| ≤ B/6
Sisma q_{max} (kPa)	175.1	130.4	≤ 200

Estendere la punta e il tallone ha portato N da 247 a 305 kN/m aumentando l'attrito: in condizioni sismiche **FS_s = 1.13 ≥ 1.1**, la risultante è caduta entro il terzo medio (e = 0.60 ≤ B/6 = 0.717): **tutte le verifiche risultano soddisfatte**. Alternative: dente di scorrimento + $\eta_{p,E}$ (Esempio 9), tallone più largo.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Paramento, punta e tallone: sezioni critiche

TEORIA

Una volta soddisfatta la stabilità esterna, si determinano le **sollecitazioni di sezione** degli elementi. Il **paramento** è una mensola caricata dalla spinta del terrapieno e incastrata alla base (sopra la suola di fondazione):

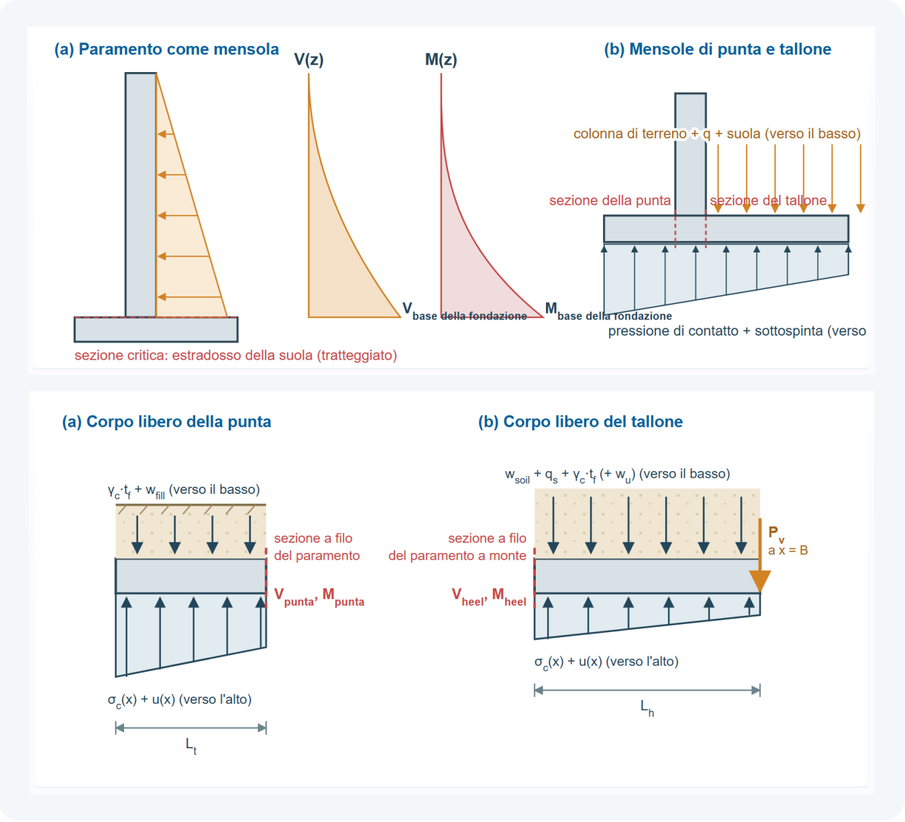
$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) \qquad M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right)$$

In condizioni sismiche: $V_E = V + \Delta P_{AE,st} + k_h W_{corpo}$, $M_E = M + \Delta P_{AE,st}(0.6H) + k_h W_{corpo}\bar{z}$ ($\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH) - V_{st}$). La **punta e il tallone** sono piastre incastrate sulle facce del corpo; carico = tensione alla base − il peso della piastra e del terreno sovrastante:

$$V_{toe} = L_t\frac{q_0 + q_L}{2} - w_{toe}L_t \qquad M_{toe} = \frac{L_t^2(2q_0 + q_L)}{6} - \frac{w_{toe}L_t^2}{2}$$

$$V_{heel} = w_h L_h - L_h\frac{q_a + q_b}{2} \qquad M_{heel} = \frac{w_h L_h^2}{2} - \frac{L_h^2(q_a + 2q_b)}{6}$$

$w_{toe} = \gamma_c t_f + \gamma h_p$; $w_h = \gamma H + q + \gamma_c t_f$; q_0, q_L, q_a, q_b sono le pressioni alla base nelle sezioni critiche (distribuzione lineare).



Traccia

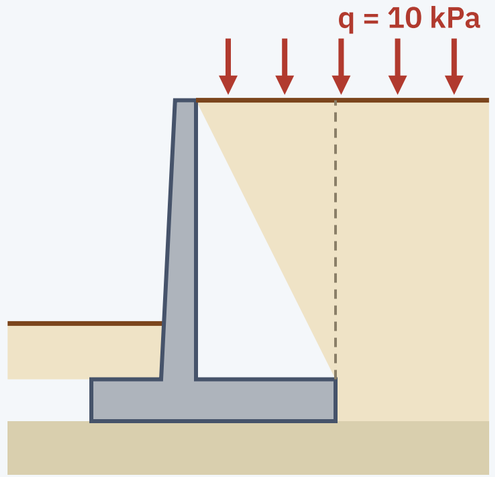
ESEMPIO

RICHIESTO

La **V** e la **M** alla base del paramento: nei casi statico e sismico.

Dati

Muro e terreno	**Muro degli Esempi 1–5:** $H = 4.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**;** $q = 10$ **kPa;** **paramento:** $t_t = 0.30$, $t_b = 0.50$ **m**
Sisma	$k_h = 0.15$ **(**$K_{AE} = 0.4329$**)**



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Statica (alla base del paramento, H = 4.0 m)

$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) = 0.3333(144 + 40) = \mathbf{61.33}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right) = 0.3333(192 + 80) = \mathbf{90.67}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

2 Sisma: incremento sismico e inerzia del paramento

$$\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(184) - V_{st} = 79.66 - 61.33 = 18.33\ \text{kN/m} \quad (0.6H = 2.40\ \text{m})$$

$$k_h W_{st} = 0.15(24)(1.2 + 0.4) = 5.76\ \text{kN/m}; \qquad M_i = 10.56\ \text{kN·m/m}$$

3 Effetti sismici totali

$$V_E = 61.33 + 18.33 + 5.76 = \mathbf{85.42}\ \text{kN/m}$$

$$M_E = 90.67 + 18.33(2.40) + 10.56 = \mathbf{145.21}\ \text{kN·m/m}$$

Alla base del paramento, in condizioni statiche **V = 61.33 kN/m, M = 90.67 kN·m/m**; con il sisma **V_E = 85.42, M_E = 145.21** (incremento del 60% nel momento). Il dimensionamento in cemento armato si esegue con queste sollecitazioni.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

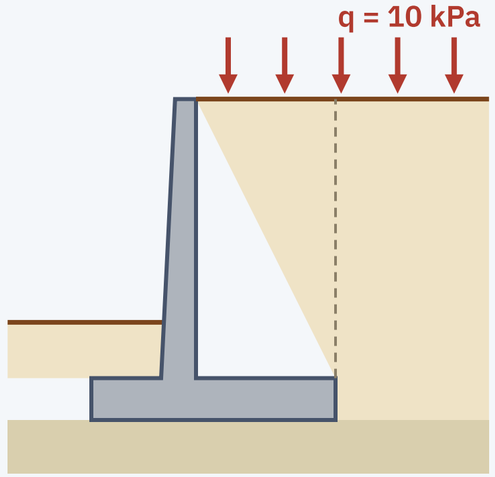
ESEMPIO

Dati

Tensioni alla base (Esempio 4)	$q_{max} = 100.22$ **(punta),** $q_{min} = 41.20$ **kPa (estremità del tallone);** $B = 3.5$ **m**
Carichi sulla soletta	$L_t = 1.00$, $L_h = 2.00$ **m,** $t_b = 0.50$ **m,** $t_f = 0.60$ **m;** $\gamma_c = 24$**; riempimento a valle** $h_p = 0.8$ **m**

RICHIESTO

I valori di **V** e **M** delle piastre di punta e di tallone in corrispondenza della faccia del paramento (statico); valori sismici.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Tensioni alla base nelle sezioni critiche (lineari): q_0 sulla punta, q_L e q_a sul paramento, q_b all'estremità del tallone

$$q_0 = 100.22 \qquad q_L = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t}{B} = 83.36$$

$$q_a = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t + t_b}{B} = 74.93 \qquad q_b = 41.20\ \text{kPa}$$

2 Punta (w_{toe} = 24(0.60) + 18(0.80) = 28.8 kPa)

$$V_{toe} = 1.00\frac{100.22 + 83.36}{2} - 28.8(1.00) = \mathbf{62.99}\ \text{kN/m}$$

$$M_{toe} = \frac{1^2(2\cdot 100.22 + 83.36)}{6} - \frac{28.8(1)^2}{2} = \mathbf{32.90}\ \text{kN}\cdot\text{m/m}$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Punta (w_h = 18(4.0) + 10 + 24(0.60) = 96.4 kPa; carico verso il basso, tensione alla base verso l'alto)

$$V_{heel} = 96.4(2.00) - 2.00\frac{74.93+41.20}{2} = \mathbf{76.67}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{heel} = \frac{96.4(2)^2}{2} - \frac{2^2(74.93+2\cdot 41.20)}{6} = \mathbf{87.92}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Punta: **V = 62.99, M = 32.90**; tallone: **V = 76.67, M = 87.92** (punta inclinata verso l'alto, tallone inclinato verso il basso). In condizioni sismiche (contatto parziale, modulo): punta V = 115.33, M = 62.83; tallone V = 138.28, M = 168.69: **il momento al tallone aumenta di 1.9 volte**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Metodo semplificato del dente di scorrimento

TEORIA

Se l'attrito alla base non è sufficiente, al di sotto della base viene realizzato un **dente** nel terreno indisturbato; la faccia anteriore del dente aggiunge alla superficie di scorrimento la resistenza passiva del terreno antistante. Il metodo è volutamente semplice: la faccia del dente assume una pressione **mobilitata** $K_{mob}\sigma'_v$ ed è pienamente considerata nello scorrimento; le **sollecitazioni interne** del dente si ricavano dal diagramma della **spinta passiva totale lorda**:

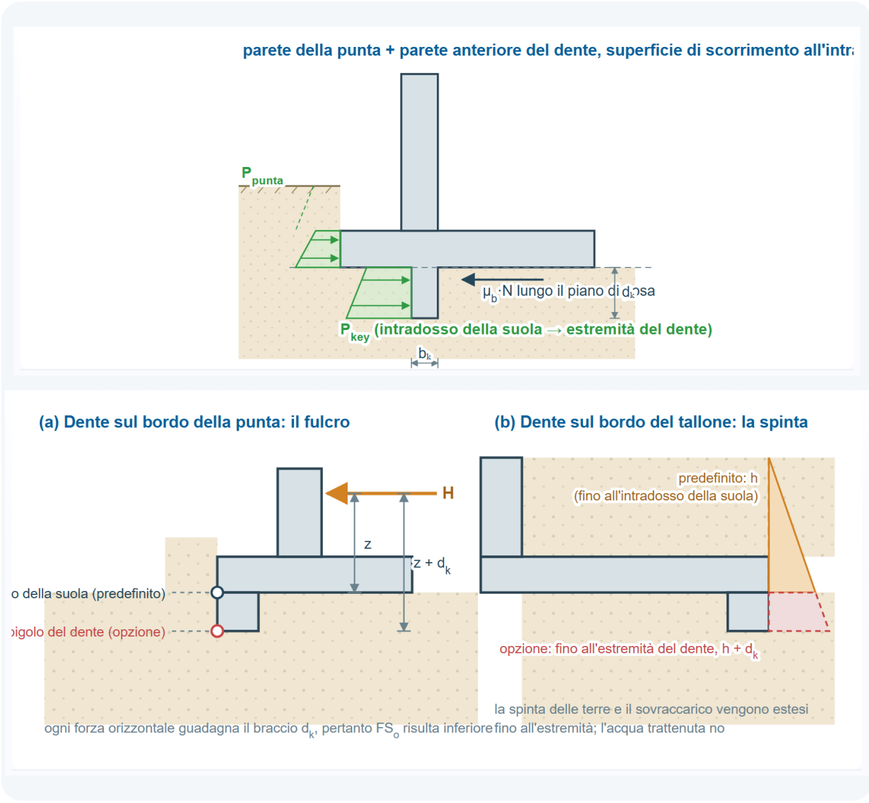
$$P_{key} = \tfrac{1}{2}\,(p_{top} + p_{bot})\,d_k \quad (p = K_{mob}\sigma'_v) \qquad V_{key} = \tfrac{1}{2}\,(p^g_{top} + p^g_{bot})\,d_k \quad (p^g = K_p\sigma'_v)$$

$$M_{key} = p^g_{top}\frac{d_k^2}{2} + (p^g_{bot} - p^g_{top})\,\frac{d_k^2}{3}$$

Il peso del tallone (nel N_{eff}) è incluso sia nel caso statico sia in quello sismico. Le resistenze passive sono impiegate **solo nello scorrimento**; nel caso sismico entrambe sono moltiplicate per $\eta_{p,E}$ (valore predefinito 0, ossia nessun contributo).

Centro di rotazione: per il dente sul bordo della punta, il fulcro di ribaltamento può essere scelto nello spigolo inferiore anteriore della suola di fondazione (predefinito) oppure nello spigolo inferiore anteriore del dente; per il dente sul bordo del tallone, la spinta attiva può essere estesa fino all'estremità del dente.

$\Delta FS = P_{key}/\Sigma H_{drive}$ è riportato in ogni caso.



Traccia

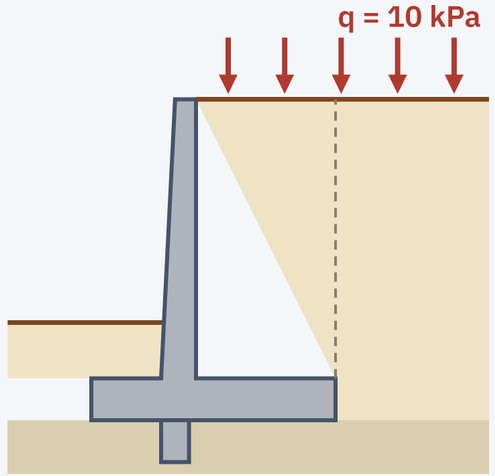
ESEMPIO

Dati

Muro	**Il muro degli Esempi 1–5; dente in prossimità dello spigolo di valle: $x_k = 1.0$ m, $b_k = 0.40$ m, $d_k = 0.60$ m (sotto la base)**
Terreno	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**; terreno a valle** $D_f = 1.4$ **m (2.0 m sotto il fondo scavo);** $w = 1/3$ **(**$K_{mob} = 1.333$**)**
Sisma	$\eta_{p,E} = 0$ **(predefinito) e** $\eta_{p,E} = 0.5$

RICHIESTO

Resistenza del dente **P_{key}**, **FS_s** statico; sollecitazioni interne nel dente **V_{key}**, **M_{key}**; effetto di $\eta_{p,E}$ in condizioni sismiche.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Pressione combinata sulla faccia del dente ($\sigma'_v = 18\,z$; $z = 1.4 \to 2.0$ m)

$$p_{top} = K_{mob}(25.2) = 33.6 \qquad p_{bot} = K_{mob}(36.0) = 48.0\ \text{kPa}$$

$$P_{key} = \tfrac{1}{2}(33.6 + 48.0)(0.60) = \mathbf{24.48}\ \text{kN/m}$$

2 Scorrimento statico (il peso del dente 5.76 kN/m entra in N; alla punta si accredita la spinta passiva 23.52)

$$N_{eff} = 253.25 \qquad \mu_b N = 139.29\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{139.29 + 23.52 + 24.48}{78.81} = \mathbf{2.376}\ \ (\text{senza denti } 2.066)$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Sollecitazioni nella sezione del dente: passiva piena lorda (K_p = 3.00): p^g_{top} = 75.6; p^g_{bot} = 108.0 kPa

$$V_{key} = \tfrac{1}{2}(75.6 + 108.0)(0.60) = \mathbf{55.08}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{key} = 45.36(0.30) + 9.72(0.40) = \mathbf{17.50}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Il dente di scorrimento ha portato il fattore di sicurezza statico allo scorrimento da 2.07 a **2.38** (ΔFS = 0.31). In condizioni sismiche, con $\eta_{p,E}$ = 0 il dente **non fornisce alcun contributo**; con $\eta_{p,E}$ = 0.5, $FS_{s,E}$ passa da 0.98 a **1.16** (≥ 1.1 soddisfatto), ma l'eccentricità (0.80 m > B/6) permane: per questo la modifica geometrica dell'Esempio 6 risulta più efficace.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Acqua idrostatica su entrambi i lati, sottospinta lineare alla base

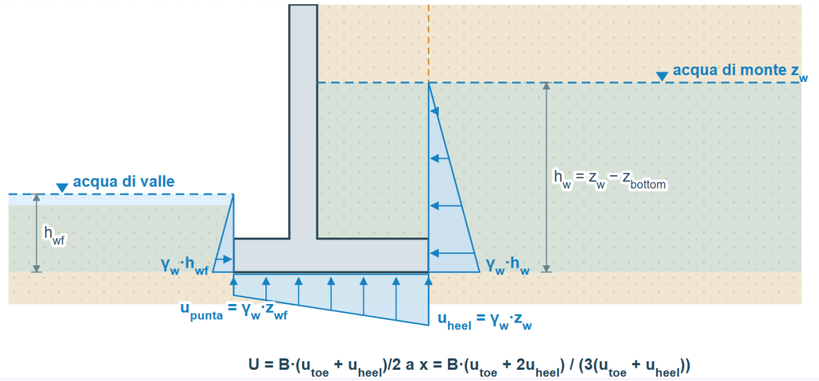
TEORIA

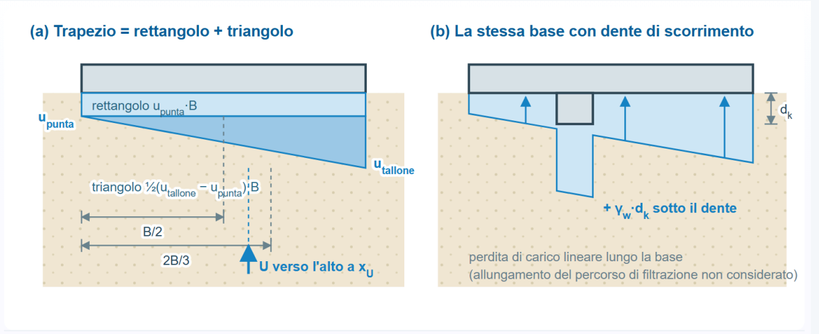
La pressione dell'acqua è isotropa e agisce normalmente a ogni superficie. Il corpo libero è circondato dall'acqua su tre contorni: il piano di spinta posteriore, la faccia anteriore del muro e il piano inferiore della base. Ciascuno costituisce una voce distinta nel quadro delle forze; il terreno è posto in equilibrio con la tensione totale (γ_{sat}):

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U = \frac{B(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B(u_{toe} + 2u_{heel})}{3(u_{toe} + u_{heel})}$$

La sottospinta agisce verso l'alto: riduce N′ (e quindi l'attrito) e aggiunge un momento ribaltante. La pressione sotto la base varia linearmente tra i carichi d'acqua alla punta e al tallone.

In condizioni sismiche si aggiunge inoltre la pressione idrodinamica dell'acqua interstiziale libera $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ $(0.4h_w)$.





Traccia

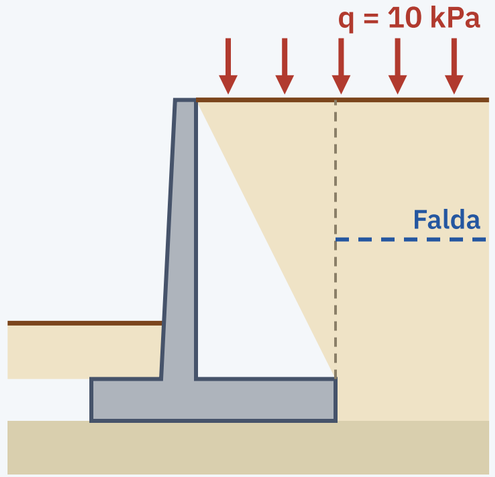
ESEMPIO

RICHIESTO

Quadro delle forze; **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}**; effetto dell'acqua.

Dati

Muro e terreno	**Muro e terrapieno degli Esempi 1–4 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$); condizione statica**
Acqua	**nel rilevato la falda freatica si trova 2.0 m sotto la sommità del muro; sottospinta lineare al di sotto della base**



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Quadro delle forze (modulo; $M = xF_z - zF_x$, ribaltamento +)

Voce	F_x (kN/m)	F_z (kN/m)	x (m)	z (m)	M (kN·m/m)
Muro	0.00	−88.80	1.55	1.22	−137.96
Blocco di tallone (con γ_{sat})	0.00	−152.00	2.50	2.55	−380.00
Q_{heel} (non utilizzato)	0.00	−20.00	2.50	4.60	−50.00
Riporto a valle	0.00	−14.69	0.51	1.00	−7.49
Spinta del terreno P_A	−54.68	0.00	3.50	1.64	89.71
Spinta del sovraccarico P_Q	−15.33	0.00	3.50	2.30	35.27
Spinta dell'acqua a monte	−33.16	0.00	3.50	0.87	28.74
Sottospinta	0.00	44.64	2.33	0.00	104.15
Resistenza frontale	23.52	0.00	0.00	0.47	−10.98

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

2 Verifiche

$$N = 210.85\ \text{kN/m} \quad FS_s = \frac{116.0 + 23.5}{103.2} = \mathbf{1.352} \quad FS_o = \frac{525.5}{257.9} = \mathbf{2.038}$$

$$e = 0.481\ \text{m}\ (\leq B/6 = 0.583) \qquad q_{max} = 109.9\ \text{kPa} \qquad q_{min} = 10.6\ \text{kPa}$$

Ha modificato la sicurezza allo scorrimento da 2.03 → **1.35** (< 1.5 ✗), la sicurezza al ribaltamento da 3.81 → **2.04** e e da 0.243 → 0.481 m; la sottospinta ha ridotto N di 44.6 kN/m. **Lo scorrimento statico non risulta soddisfatto**: occorrono drenaggio, dente di scorrimento o una base più larga.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Mensola che alleggerisce il paramento

TEORIA

La mensola di scarico è una soletta in cemento armato che si estende dal paramento nel terrapieno; si impiega per muri alti (il momento al paramento cresce con H^3) o per rinforzare un muro insufficiente. Ha tre effetti: (1) porta il terreno sovrastante; (2) **alleggerisce** il paramento sottostante: sotto la mensola riprende la pressione del peso proprio; (3) aggiunge peso al muro.

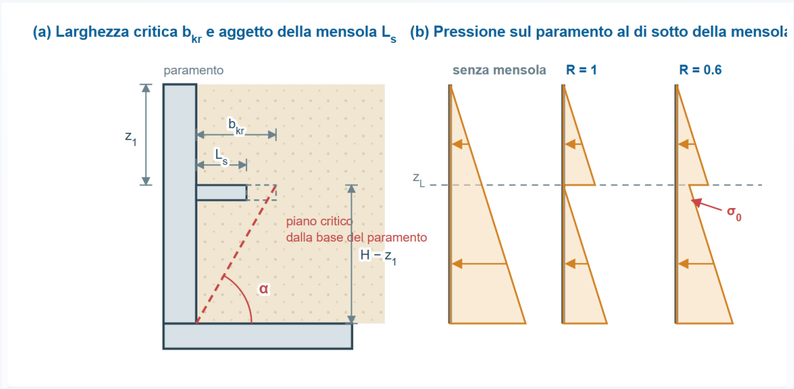
La mensola è pienamente efficace solo se la sua estremità raggiunge la **superficie di scorrimento critica** che risale da sotto il tallone del paramento (Rankine, terrapieno orizzontale: $\alpha = 45° + \varphi'/2$). Larghezza critica necessaria della mensola e rapporto di scarico:

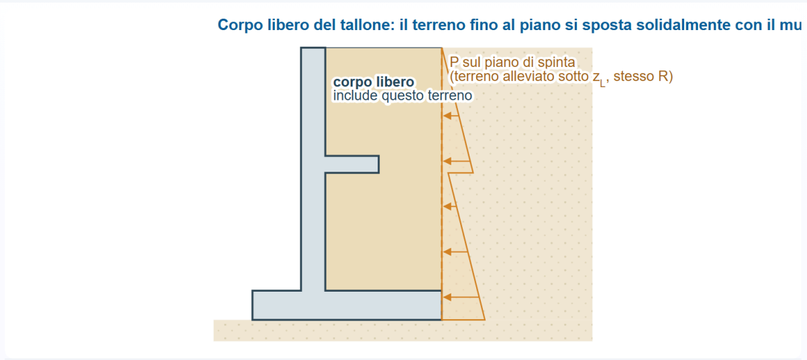
$$b_{kr} = (H - z_1)\,(\cot\alpha - \tan\beta_w) \qquad R = \min\left(\frac{L_s}{b_{kr}}, 1\right)$$

$$p(z) = K\,[\sigma'_v(z) - R\,\sigma'_v(z_L)] \qquad z > z_L \;\; \text{(sotto la mensola)}$$

R = 1: due triangoli distinti (scarico completo); R < 1: scarico parziale, interpolazione lineare tra muro senza mensola e muro con scarico completo. Si riduce solo la pressione statica dovuta al **peso del terreno**; sovraccarico, acqua e incremento sismico non si riducono.

Il momento del carico della mensola rispetto al paramento non viene attribuito al paramento (a favore di sicurezza); la mensola è una mensola separata sotto il proprio carico (M_{root}).





Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	**Il muro dell'Esempio 1–4 (H = 4.0 m; statico); terrapieno orizzontale, $\varphi' = 30°$**
Mensola	**profondità sotto la mensola $z_1 = 2.15$ m (dalla sommità del muro), sporgenza $L_s = 1.00$ m, spessore $t_s = 0.30$ m**

RICHIESTO

L'angolo critico α, la larghezza critica $\mathbf{b_{kr}}$, **R**; la variazione di V e M alla base del paramento; la stabilità esterna.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Piano critico e larghezza (paramento verticale: $\beta_W = 0$)

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 60.0^\circ \qquad b_{kr} = (4.0 - 2.15)\cot 60^\circ = 1.068\ \text{m}$$

$$R = \min(1.00/1.068,\ 1) = \mathbf{0.9362}\ \ (\text{alleggerimento parziale})$$

2 Effetti alla base del fusto (senza mensola → con mensola)

$$V:\ 61.33 \rightarrow 38.99\ \text{kN/m}\ \ (-\%36.4)$$

$$M:\ 90.67 \rightarrow 70.00\ \text{kN·m/m}\ \ (-\%22.8)$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Carico sulla mensola e stabilità esterna (stessa mensola di scarico nel piano delle spinte)

$$W_{soil} = 43.3\ \mathrm{kN/m}, \quad W_{self} = 7.2\ \mathrm{kN/m}, \quad M_{root} = 25.25\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

$$FS_s:\ 2.03 \rightarrow 3.26 \qquad FS_o:\ 3.81 \rightarrow 5.28 \qquad e:\ 0.243 \rightarrow 0.094\ \mathrm{m}$$

La mensola di scarico (L_s = 1.00 m < b_{kr} = 1.07 m: R = 0.94) riduce il taglio alla base del paramento del 36% e il momento del 23%; il carico e il peso della mensola si aggiungono al muro: FS allo scorrimento 2.03 → 3.26, eccentricità 0.243 → 0.094 m. La mensola è inoltre dimensionata per M_{root} = 25.3 kN·m/m alla propria radice.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Ambito della soluzione

TEORIA

La **stabilità esterna** considera il muro come un unico blocco rigido; le **sollecitazioni di sezione** (paramento, punta, tallone, mensola, dente) si ottengono dagli effetti forniti da questo modulo; il dimensionamento in cemento armato (armatura, taglio) esula dal presente documento.

Terreno di riporto incoerente ($c' = 0$); strato unico, superficie piana o a pendenza unica; falda orizzontale e idrostatica; sovraccarico uniformemente distribuito (le spinte laterali da carico a striscia e concentrato si aggiungono con Boussinesq).

Attrito alla base $\mu_b = \tan \delta_b$; nessuna adesione. La resistenza passiva frontale si utilizza solo nello scorrimento; non si utilizza nel ribaltamento né nel carico limite; in condizioni sismiche si applica con $\eta_{p,E}$ (valore predefinito 0).

Sisma pseudostatico: Mononobe–Okabe + inerzia + acqua idrodinamica; se $k_v > 0$ si analizzano entrambe le direzioni.

La mensola di scarico e il dente di scorrimento sono modellati con metodi semplificati (mensola: scarico parziale/totale, dente: spinta passiva combinata); la stabilità globale e i cedimenti sono esclusi dall'ambito.

Sintesi

Punti chiave

Muro: suola di fondazione + paramento; $W_c = \Sigma \gamma_c A_i$; il **blocco del tallone** e il rinterro antistante si muovono con il muro; la spinta agisce sul piano verticale in corrispondenza del bordo posteriore della fondazione ($h = t_f + H$); Q_{heel} non entra in alcuna verifica

Le **verifiche** derivano dallo stesso quadro delle forze: $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H$, $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$, x_R, e, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$; se $|e| > B/6$ allora $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Sisma: P_{AE} (Mononobe–Okabe) + ΔP_{AE} a 0.6h + forze d'inerzia $k_h W$; il muro dell'esempio **non è verificato allo scorrimento e all'eccentricità** in condizioni sismiche, e risulta verificato quando viene rivisto con punta/tallone più ampi

Sollecitazioni della sezione: paramento $V = K_a(\frac{1}{2}\gamma H^2 + qH)$, $M = K_a(\gamma H^3/6 + qH^2/2)$; punta e tallone incastrati sul lato del paramento: tensione alla base – peso della soletta e del terreno

Dente di scorrimento: P_{key} dalla spinta passiva combinata (nello scorrimento), V, M dalla K_p lorda; in condizioni sismiche con $\eta_{p,E}$

Mensola di scarico: $b_{kr} = (H - z_1)(\cot \alpha - \tan \beta_w)$, $R = \min(L_s/b_{kr}, 1)$; al di sotto della mensola la pressione del peso riprende; acqua e sovraccarico non vengono alleviati

Acqua: peso con γ_{sat} + separata spinta dell'acqua a tergo; la sottospinta riduce N′ e aggiunge ribaltamento (nell'esempio lo scorrimento statico non risulta soddisfatto)

Bibliografia

Le tre teorie dello strumento e la fonte di cui il manuale segue la trattazione in forma chiusa (Ka, Kp, KAE). Tutto ciò che non ne deriva direttamente costituisce un'ipotesi del presente modulo ed è indicato come tale nel testo.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Anche l'esempio passo per passo nella pagina del modulo è questo muro (H = 4 m, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva il paramento del proprio muro, la suola di fondazione, il terrapieno, l'acqua, i coefficienti sismici, il dente di scorrimento e la mensola di scarico; il modulo fornisce insieme il quadro delle forze, le verifiche e le sollecitazioni di sezione.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com