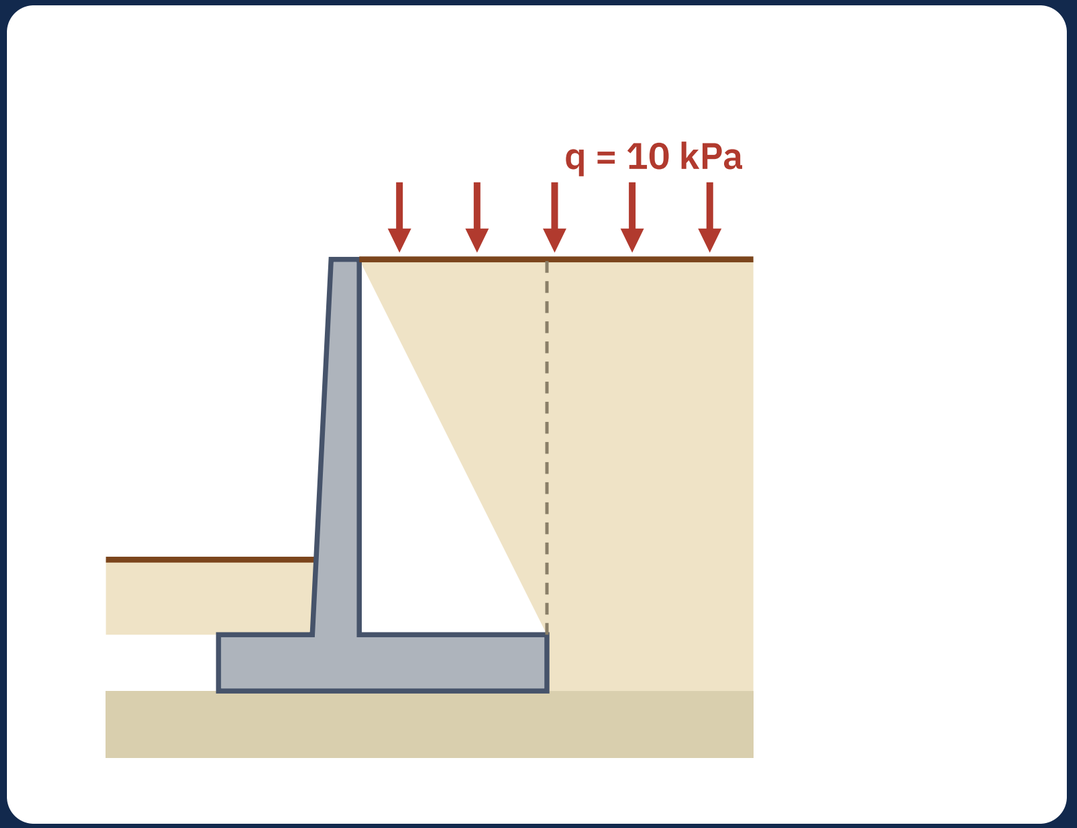
Diapositive de cours de géotechnique · Murs de soutènement

Mur de soutènement en T renversé

Cours : stabilité externe d'un mur en T renversé en béton armé (glissement, renversement, capacité portante) et sollicitations dans le voile, le patin avant et le talon arrière ; bloc de talon, poussée des terres, eau, séisme, bêche et console de délestage ; un exemple de calcul pour chaque thème.

- Voile + semelle
- Glissement · renversement · capacité portante
- Efforts dans le voile, le patin et le talon
- Bêche · console de délestage
- Eau et séisme



Que verrons-nous dans ce cours ?

- Mur en T renversé : **voile + semelle** (patin L_t, talon L_h), déterminer son poids et son centre de gravité à partir de ses éléments constitutifs
- Le **bloc de sol** situé au-dessus du talon et le **plan de pression verticale** au bord arrière de la fondation ; la poussée active, la surcharge et la butée frontale
- Lire les vérifications du **glissement, du renversement, de l'excentricité et de la capacité portante**, ainsi que la situation sismique (Mononobe–Okabe + inertie)
- Les sollicitations (effort tranchant et moment) du patin avant et du talon arrière à partir de la **contrainte sous la semelle**, et du **voile** à partir de la poussée
- Comment la **bêche** et la **console de délestage** augmentent la sécurité ; l'effet de l'eau et de la sous-pression
- Voir **comment réviser** une section non satisfaisante (glissement et excentricité sous séisme)

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Tout est rapporté à 1.00 m de longueur de mur. Exemple : voile de H = 4.0 m, semelle de 0.60 m, mur en béton armé de B = 3.5 m (24 kN/m³), q = 10 kPa.

Voile, semelle et structure du patin avant

THÉORIE

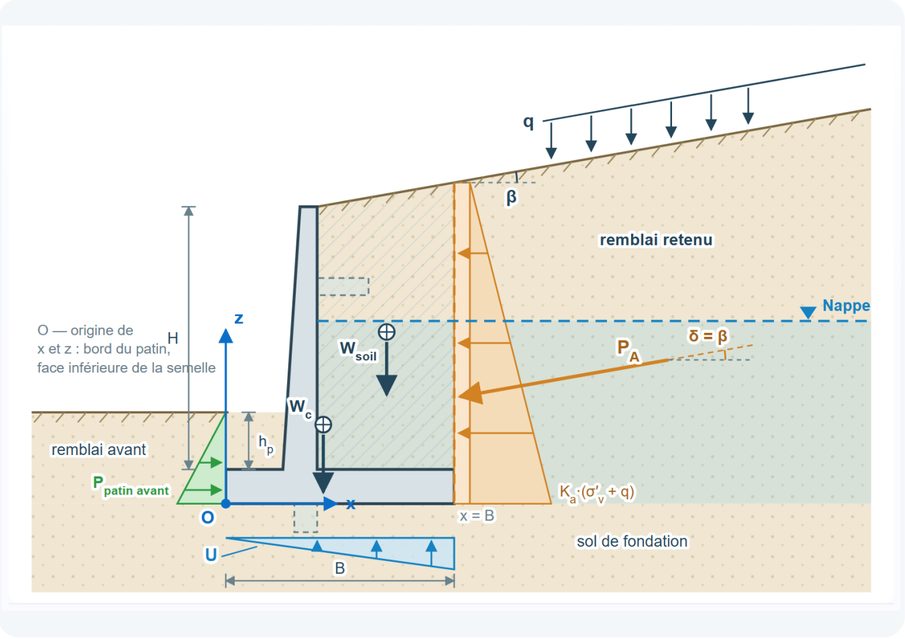
Le mur en T renversé résiste également au glissement et au renversement **grâce au poids du sol situé au-dessus de la semelle** : non seulement le poids propre du mur, mais aussi le bloc de sol au-dessus du talon est stabilisateur. Le module :

$$B = L_t + t_b + L_h \qquad z_T = t_f + H$$

Voile : hauteur H ; épaisseur t_t en tête, t_b en pied (dos vertical, face inclinée) ; **semelle** : épaisseur t_f, patin L_t, talon L_h ; béton 24 kN/m³.

Sol : remblai pulvérulent (c′ = 0), surface plane ou inclinée, surcharge q, nappe phréatique, et, à l'avant, remblai de hauteur h_p au-dessus de la semelle.

Options : bêche, console de délestage ; **vérifications** : glissement, renversement, excentricité, capacité portante ; **sollicitations dans les sections** : voile, patin, talon, console, bêche.



Semelle + rectangle du voile + triangle du voile

THÉORIE

Le poids du mur est décomposé en trois formes simples (aire et centre de gravité connus) ; son moment par rapport à l'arête de renversement est stabilisateur :

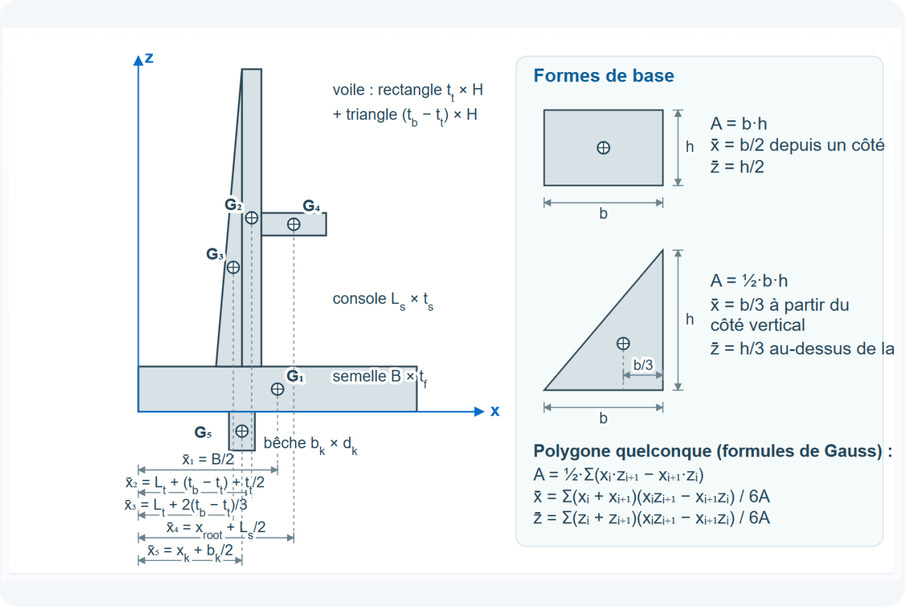
$$W_i = \gamma_c A_i \qquad W_c = \sum W_i \qquad \bar{x}_c = \frac{\sum W_i \bar{x}_i}{W_c} \qquad \bar{z}_c = \frac{\sum W_i \bar{z}_i}{W_c}$$

Platines : A = B t_f, $\bar{x}$ = B/2, $\bar{z}$ = t_f/2.

Rectangle du voile (accolé au dos) : A = t_tH, $\bar{x}$ = L_t + (t_b − t_t) + t_t/2, $\bar{z}$ = t_f + H/2.

Triangle du voile (fruit côté avant) : A = ½(t_b − t_t)H, $\bar{x}$ = L_t + 2(t_b − t_t)/3, $\bar{z}$ = t_f + H/3.

Dans le bilan des forces, le mur constitue un seul poste : F_z = −W_c en $\bar{x}_c$; $\bar{z}_c$ n'est utilisé que pour l'inertie horizontale (séisme).



Énoncé

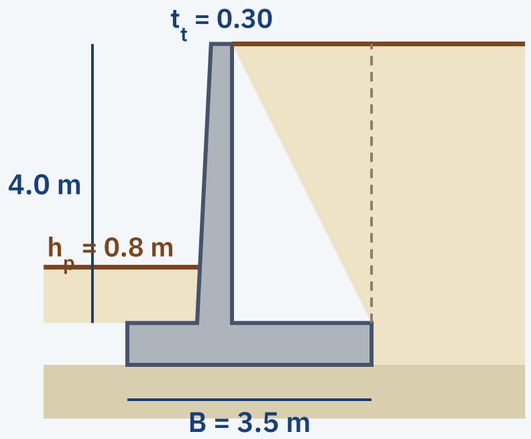
EXEMPLE

Données

Coupe	$H = 4.0$ **m;** $t_t = 0.30$**,** $t_b = 0.50$ **m;** $L_t = 1.00$**,** $L_h = 2.00$ **m;** $t_f = 0.60$ **m (B = 3.5 m)**
Matériau	**béton armé :** $\gamma_c = 24\ \mathrm{kN/m^3}$

À DÉTERMINER

Aire, poids et position des trois parties ; W_c, $\bar{x}_c$, $\bar{z}_c$.



Solution

SOLUTION

1 Éléments (par ex. triangle : A = ½(0.50 − 0.30)(4.0) = 0.40 ; $\bar{x}$ = 1.00 + 2(0.20)/3 = 1,133 ; $\bar{z}$ = 0.60 + 4.0/3 = 1,933)

Élément	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 24A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Plaque de base	2.100	1.750	0.300	50.40	88.20	15.12
Rectangle du fût	1.200	1.350	2.600	28.80	38.88	74.88
Triangle du fût	0.400	1.133	1.933	9.60	10.88	18.56
Total				**88.80**	**137.96**	**108.56**

2 Centre de gravité

$$\bar{x}_c = \frac{137.96}{88.80} = \mathbf{1.554}\ \text{m} \qquad \bar{z}_c = \frac{108.56}{88.80} = \mathbf{1.223}\ \text{m}$$

Le poids du mur est **W_c = 88.80 kN/m**, à $\bar{x}_c$ = 1.55 m du patin et $\bar{z}_c$ = 1.22 m de la base ; son moment est M = −137.96 kN·m/m (stabilisateur).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Sol et plan de pression se déplaçant avec le mur

THÉORIE

Le sol situé au-dessus du talon de la semelle ne peut pas glisser par rapport à la semelle : si le mur se déplace, le sol se déplace **avec lui**. Les plans de rupture ne partent pas du dos du voile, mais de **l'arête arrière du talon**. Corps libre = mur + bloc du talon ; sa face externe est le **plan de pression vertical** en x = B (sol contre sol : pas de frottement sur le mur, poussée δ = β) :

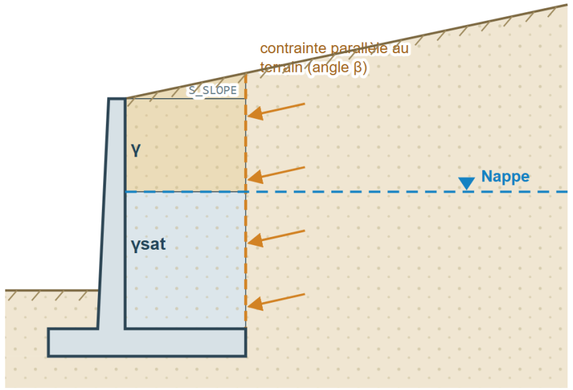
Poids du bloc de sol au-dessus du talon $W_s = \gamma\, L_h\, H$ (divisé en zones humides/saturées ; comme le calcul est mené en contraintes totales, γ_{sat} est pris sous l'eau, la poussée de l'eau constituant un poste distinct).

Du côté du patin avant, le remblai situé au-dessus de la semelle (h_p) se déplace avec celle-ci : charge verticale W_{toe}.

La surcharge au-dessus du talon $\mathbf{Q_{heel} = qL_h}$ est favorable, mais, s'agissant d'une charge qui peut aussi être absente, elle n'intervient **dans aucune vérification** ; son effet latéral est toujours pris en compte.

Hauteur du plan de pression $h = t_f + H$ (y compris la surélévation de la surface).

Plan vertical au bord du talon (toutes les méthodes)



Énoncé

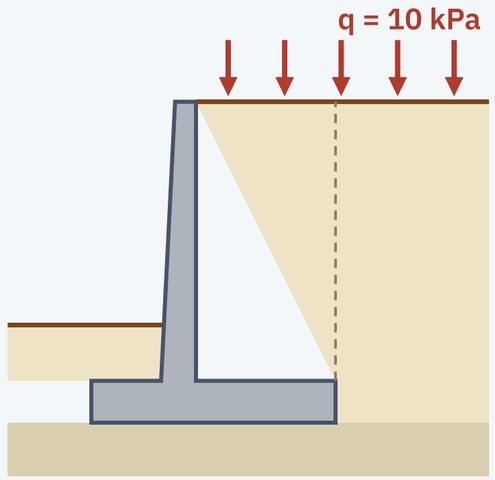
EXEMPLE

Données

Mur	**Section de l'exemple 1 ; hauteur de remblai à l'avant $h_p = 0.80$ m (au-dessus de la semelle)**
Sol	**remblai sec : $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; surface horizontale**
Surcharge	$q = 10$ **kPa**

À DÉTERMINER

Poids et position du bloc du talon ; **remblai avant** ; $\mathbf{Q_{heel}}$; charge verticale totale N.



Solution

SOLUTION

1 Bloc de talon (rectangle L_h × H, derrière le voile)

$$A_s = L_h H = 2.00(4.0) = 8.0\ \text{m}^2 \qquad W_s = 18(8.0) = \mathbf{144.0}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{x}_s = L_t + t_b + \frac{L_h}{2} = 2.50\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = t_f + \frac{H}{2} = 2.60\ \text{m}$$

2 Remblai avant (trapèze : à la base L_t = 1.00, au sommet $x_{av}(h_p)$ = 1.04) et surcharge

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(1.00 + 1.04)(0.80) = 0.816\ \text{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.816) = \mathbf{14.69}\ \text{kN/m}\ (\bar{x} = 0.510)$$

$$Q_{heel} = qL_h = 10(2.00) = \mathbf{20.0}\ \text{kN/m}\ (\text{ne fait l'objet d'aucune vérification})$$

N = W_c + W_s + W_{toe} = 88.80 + 144.00 + 14.69 = **247.49 kN/m** ; Q_{heel} = 20.00 kN/m est le poste « non utilisé » du tableau.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Poussée dans le plan vertical, surcharge et butée combinée

THÉORIE

Le plan de pression se situe à la hauteur h = t_f + H. Le remblai étant horizontal et δ = β = 0, Rankine = Coulomb :

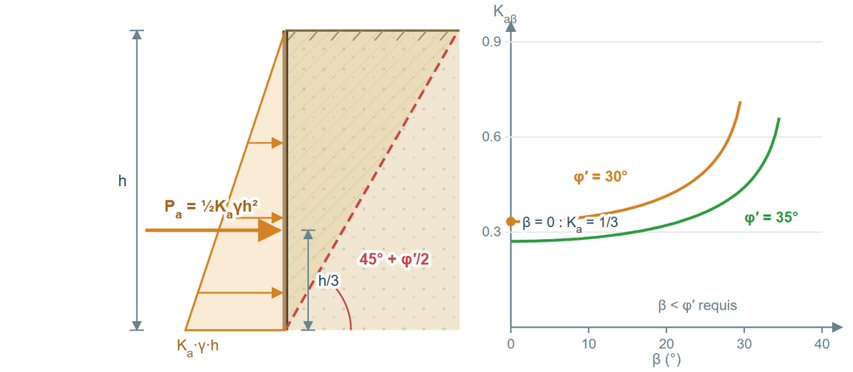
$$K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ (h/2)$$

Dans un remblai incliné, la contrainte sur le plan est parallèle à la surface ($K_{a\beta}$), et la composante verticale de la poussée est stabilisatrice. Résistance à l'avant (en glissement seulement) :

$$K_{mob} = wK_p + (1-w)K_0 \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_p^2\ (D_p/3) \qquad D_p = t_f + h_p$$

w = 1/3 par défaut ; si le sol en avant peut être enlevé, la part prise en compte est réduite avec h_p = 0 ou h_{ignore} ; **la résistance frontale n'est pas utilisée pour le renversement ni pour la capacité portante**.

Les détails (équivalence Rankine/Coulomb, K_{mob}, h_{ignore}) figurent dans la présentation consacrée au mur-poids.



Énoncé

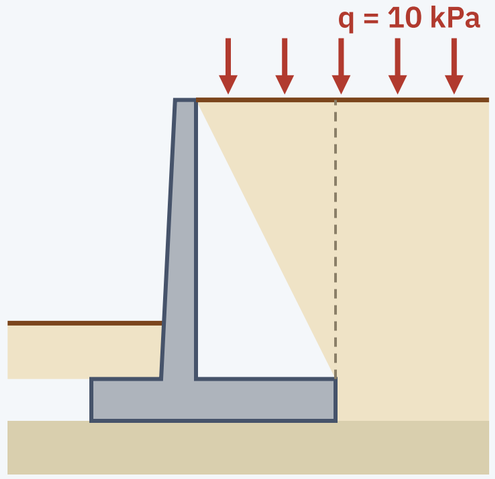
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur des exemples 1–2 : h = t_f + H = 4.60 m ;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ$ **; surface horizontale ;** $q = 10$ **kPa**
Terrain à l'avant	$D_p = t_f + h_p = 1.40$ **m; w = 1/3**

À DÉTERMINER

P_A, P_Q, P_P et moment de renversement par rapport au patin.



Solution

SOLUTION

1 K_a = 0.3333 ; poussées (h = 4.60 m)

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(21.16) = \mathbf{63.48}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.533\ \text{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(4.6) = \mathbf{15.33}\ \text{kN/m}\ \ (z = 2.30\ \text{m})$$

2 Résistance frontale : K_{mob} = ⅓(3.00) + ⅔(0.50) = 1,333

$$P_P = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1.40)^2 = \mathbf{23.52}\ \text{kN/m}\ \ (z = D_p/3 = 0.467\ \text{m})$$

3 Poussée horizontale et moment de renversement (par rapport au patin avant)

$$\Sigma H_{drive} = 63.48 + 15.33 = \mathbf{78.81}\ \text{kN/m}$$

$$M_o = 63.48(1.533) + 15.33(2.30) = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}\ \text{kN·m/m}$$

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Quatre vérifications à partir du même bilan des forces

THÉORIE

$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

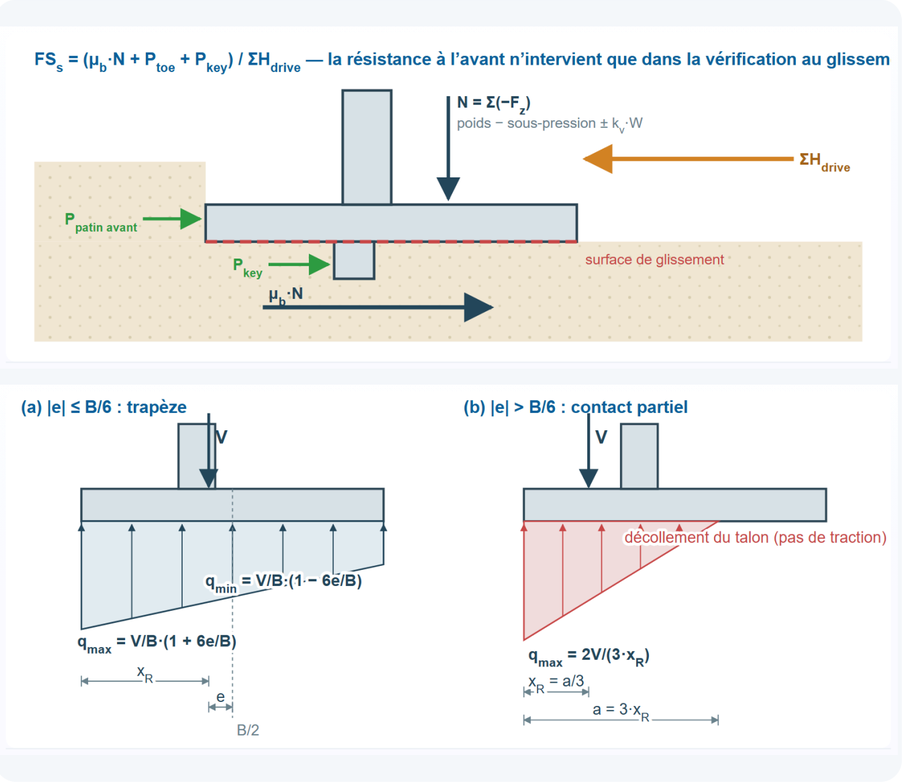
$$|e| \le \frac{B}{6} : \quad q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6} : \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$

Glissement : N est l'effort normal effectif (Q_{heel} exclu, sous-pression déduite) ; $\mu_b = \tan \delta_b$; pas d'adhérence.

Renversement : autour du patin avant (coin inférieur avant de la semelle) ; les parties $-zF_x$ et xF_z de chaque poste sont comptées selon leur propre signe ; la résistance frontale n'intervient pas.

Capacité portante : si la résultante est dans le tiers central de la base ($|e| \le B/6$), la base est entièrement en contact ; sinon le sol ne peut pas reprendre de traction et seule une longueur $a = 3x_R$ est en contact.

Exigences : en statique, $FS_s \ge 1.5$, $FS_o \ge 2.0$; en situation sismique, ≥ 1.1 ; $q_{max} \le q_{all}$.



Énoncé

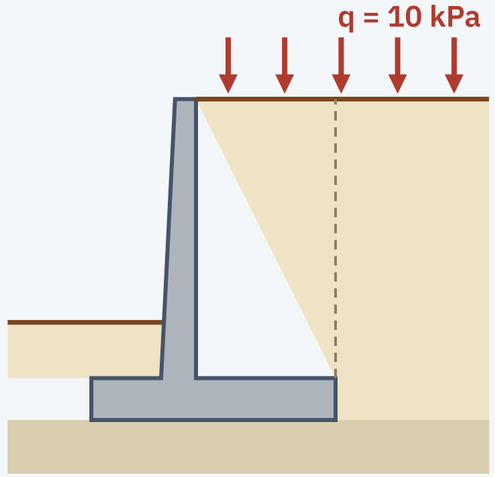
EXEMPLE

Données

Mur et charges	**Mur de l'exemple 1–3 :** $B = 3.5$ **m ;** $W_c = 88.8,\ W_s = 144.0,\ W_{toe} = 14.69\ \mathrm{kN/m}$ **;** $P_A = 63.48,\ P_Q = 15.33\ \mathrm{kN/m}$
Résistance	$\mu_b = 0.55$**;** $P_P = 23.52$ **kN/m;** $q_{all} = 200$ **kPa**
Requis	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$ **; base entièrement en contact**

À DÉTERMINER

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} et résultats.



Solution (1/3)

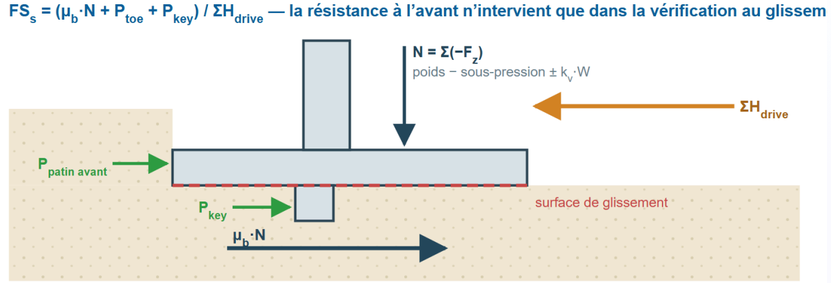
SOLUTION

1 Frottement à la base ($N = W_c + W_s + W_{toe}$)

$$N = 88.8 + 144.0 + 14.69 = \mathbf{247.49}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(247.49) = 136.12\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{136.12 + 23.52}{78.81} = \mathbf{2.026}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Solution (2/3)

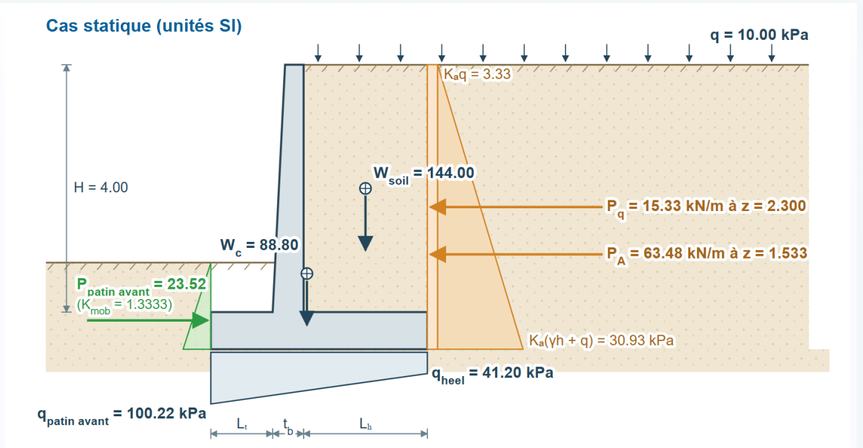
SOLUTION

2 Moment de renversement (poussées) et moment stabilisateur (mur, bloc de talon, remblai avant)

$$M_o = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}$$

$$M_r = 137.96 + 360.00 + 7.49 = \mathbf{505.45}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

$$FS_o = \frac{505.45}{132.60} = \mathbf{3.812}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Solution (3/3)

SOLUTION

3 Position de la résultante et excentricité

$$\Sigma M = M_o - M_r = -372.85$$

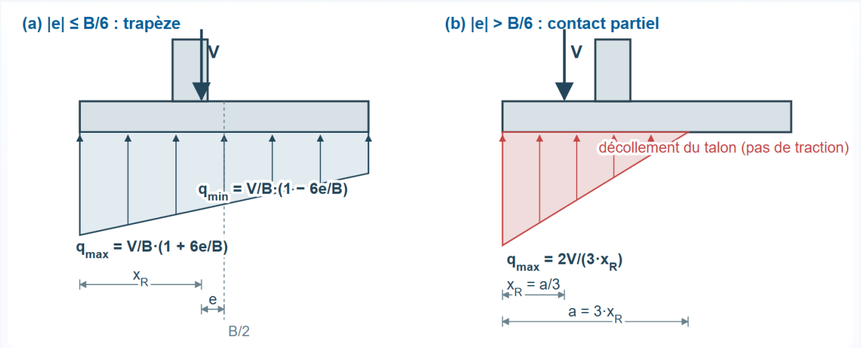
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{372.85}{247.49} = \mathbf{1.5065}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.2435}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.583\ \checkmark$$

4 Contraintes sous la semelle (contact total)

$$q_{max} = \frac{247.49}{3.5}\left(1 + \frac{6(0.2435)}{3.5}\right) = \mathbf{100.22}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{41.20}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.03**, FS_o = **3.81**, e = 0.243 m, q_{max} = **100.2 kPa** ≤ 200, q_{min} = 41.2 kPa > 0 : **toutes les vérifications sont satisfaites en situation statique**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Poussée de Mononobe–Okabe et ajout de l'inertie

THÉORIE

En situation sismique, la poussée de **Mononobe–Okabe** P_{AE} est retenue à la place de la poussée statique $P_A + P_Q$; l'inertie $k_h W$ du mur, du bloc de talon et du remblai avant pousse elle aussi vers l'avant en leurs centres de gravité (si $k_v > 0$, les deux sens sont étudiés). Sur un plan vertical, pour un remblai horizontal :

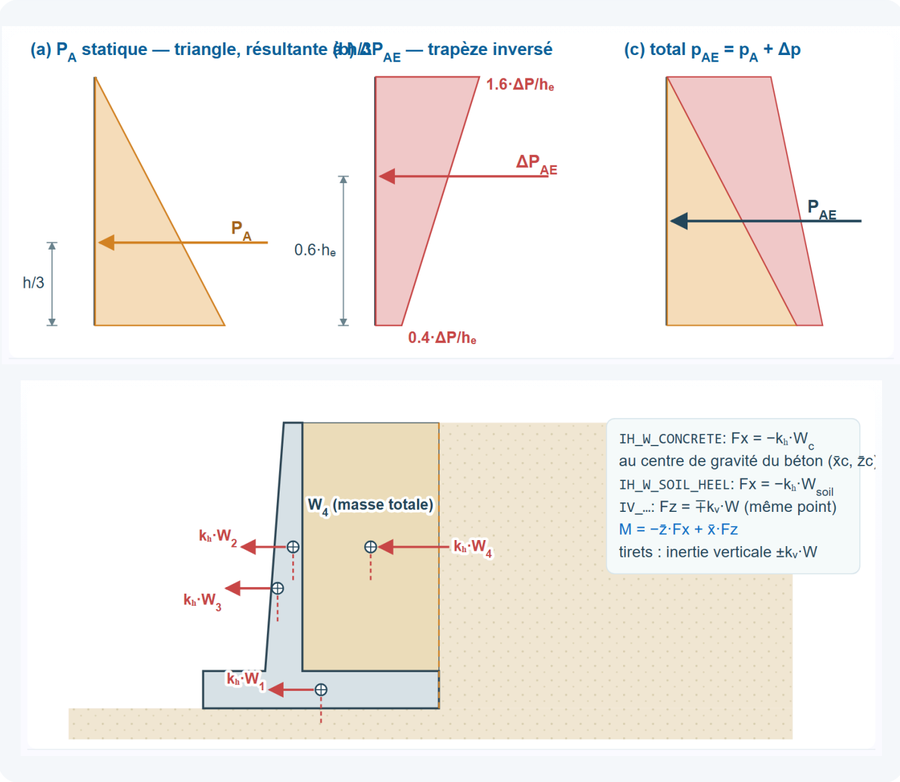
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2}$$

$$P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right) K_{AE} \qquad \Delta P_{AE} = P_{AE} - (P_A + P_Q) \quad (0.6h)$$

ΔP_{AE} est répartie selon un trapèze inversé (1.6ΔP/h en haut, 0.4ΔP/h en bas) ; la partie statique conserve sa forme. En présence d'eau, la pression hydrodynamique $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ est ajoutée.

La butée frontale prise en compte est multipliée par $\eta_{p,E}$; **valeur par défaut 0** (la sécurité au glissement provient du seul frottement à la base).

Si la résultante sort du tiers central de la base, il y a **contact partiel** ($q_{max} = 2V/(3x_R)$).



Énoncé

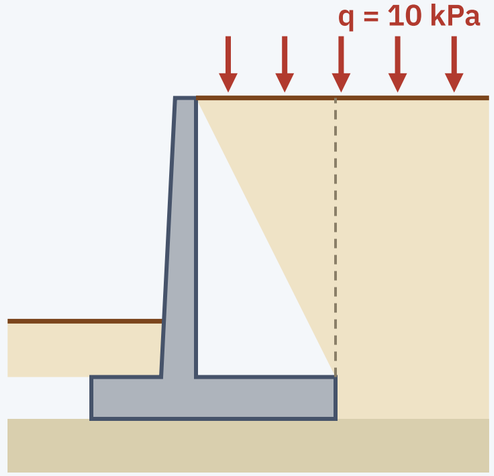
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Le mur des exemples 1–4 (FS_s statique = 2.03 ; FS_o = 3.81)**
Séisme	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; $\eta_{p,E} = 0$; FS_s, $FS_o \geq 1.1$ **requis ; la base doit être entièrement en contact (|e| ≤ B/6)**

À DÉTERMINER

K_{AE}, **P_{AE}**, **$\bar{z}$**, forces d'inertie ; FS_s, FS_o, e, q_{max} et le résultat de chaque vérification.



Solution (1/4)

SOLUTION

1 Angle et coefficient sismiques

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ (1 + 0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

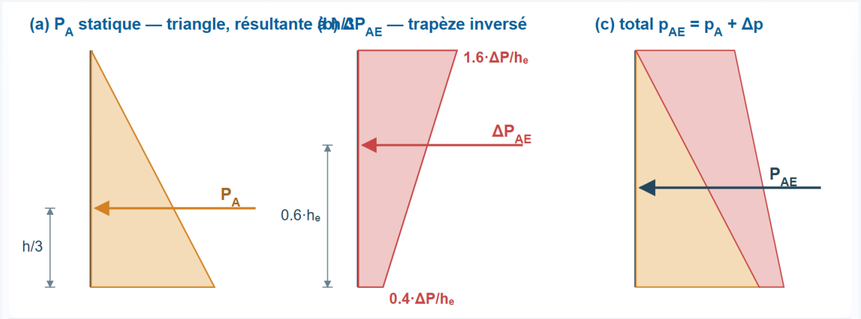
2 Poussée dynamique (statique P_A + P_Q = 78.81 kN/m) et son point d'application

$$P_{AE} = (190.44 + 46.0)(0.4329) = \mathbf{102.36}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 102.36 - 78.81 = 23.55\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

$$\bar{z}_{AE} = [63.48(1.533) + 15.33(2.30) + 23.55(2.76)]/102.36$$

$$= \mathbf{1.930}\ \text{m}$$



Solution (2/4)

SOLUTION

3 Forces d'inertie $k_h W$ et glissement (aucune prise en compte de la butée)

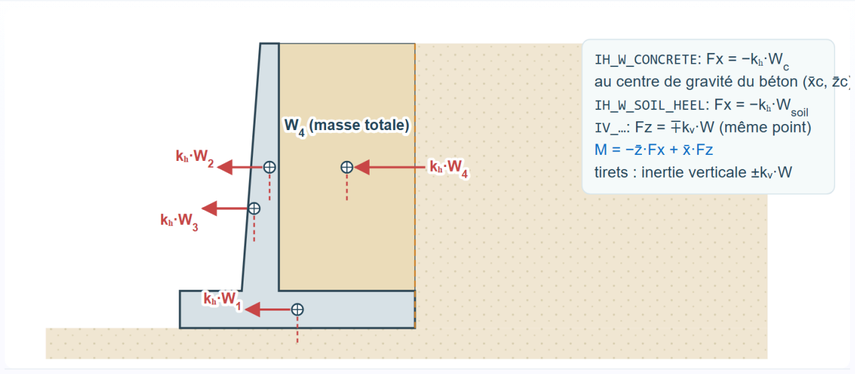
$$IH_c = 0.15(88.8) = 13.32 \quad (z = 1.223\ \text{m})$$

$$IH_s = 0.15(144.0) = 21.60 \quad (z = 2.60\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(14.69) = 2.20\ \text{kN/m}$$

$$\Sigma H_{drive} = 102.36 + 13.32 + 21.60 + 2.20 = 139.49$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{136.12}{139.49} = \mathbf{0.976} \ < 1.1 \ \text{✗}$$



Solution (3/4)

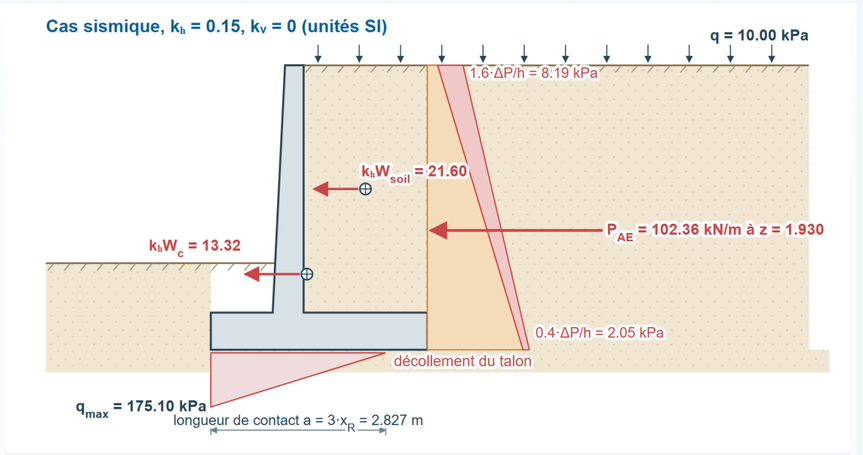
SOLUTION

4 Renversement (bras de levier : $\bar{z}_{AE}$ = 1.930 ; z_c = 1.223 ; 2.60 ; 1.003 m)

$$M_{o,E} = 197.60 + 16.28 + 56.16 + 2.21 = 272.26$$

$$FS_{o,E} = \frac{505.45}{272.26} = \mathbf{1.857} \;\geq 1.1 \;\checkmark$$

$$x_R = \frac{505.45 - 272.26}{247.5} = 0.942 \text{ m}$$



Solution (4/4)

SOLUTION

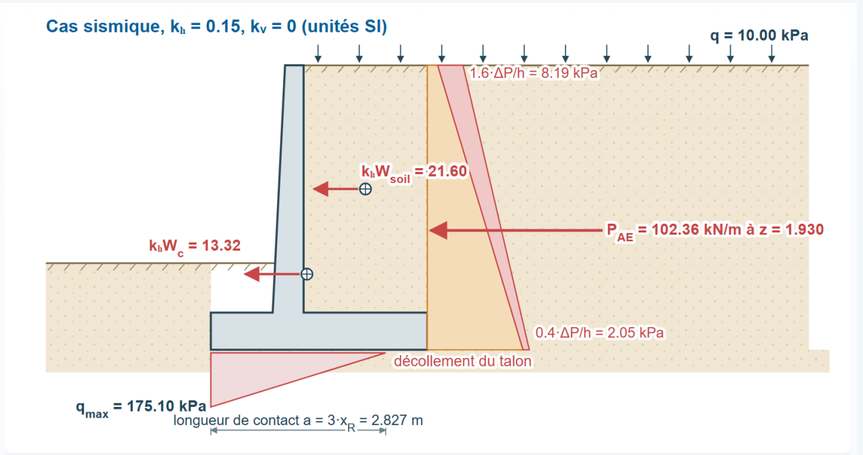
5 Excentricité et contact partiel

$$e = \frac{B}{2} - x_R = 1.750 - 0.942 = \mathbf{0.808}\ \text{m} > \frac{B}{6} = 0.583 \quad ✗$$

$$a = 3x_R = 2.827\ \text{m} \quad \text{(seule cette longueur est en contact)}$$

$$q_{max} = \frac{2V}{a} = \frac{2(247.5)}{2.827} = \mathbf{175.1}\ \text{kPa} \quad q_{min} = 0$$

Sous séisme, **le glissement (FS_s = 0.98 < 1.1)** et **l'excentricité (e = 0.81 m > B/6)** ne sont pas satisfaits ; le renversement (FS_o = 1.86) et q_{max} = 175.1 kPa sont suffisants. La section **doit être révisée** (Exemple 6).



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

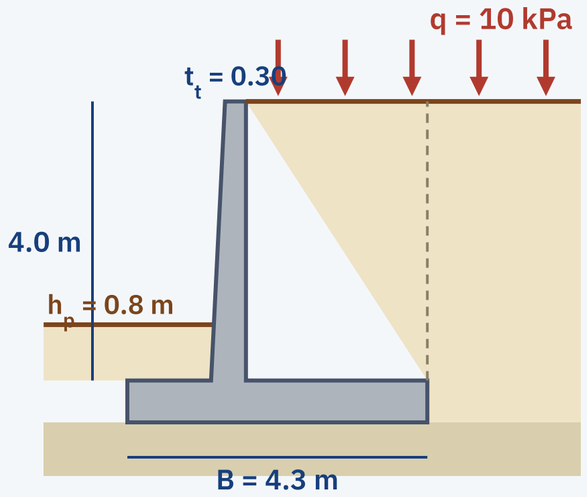
EXEMPLE

Données

Énoncé	**Dans l'exemple 5, sous séisme, FS_s = 0.98 < 1.1 et e = 0.81 m > B/6 = 0.58 m**
Modification proposée	**patin avant et talon arrière allongés : $L_t = 1.20$ m, $L_h = 2.60$ m (B = 4.30 m) ; autres dimensions et sol inchangés**

À DÉTERMINER

Avec la nouvelle section, **FS_s**, **FS_o**, **e** et **q_{max}** en statique et en séisme ; la section est-elle suffisante ?



Solution

SOLUTION

1 Même chargement, nouvelle géométrie (module ; B = 4.30 m, W_c = 100.3 kN/m, N = 305.1 kN/m)

	Actuel (B = 3.5 m)	Révisé (B = 4.3 m)	Requis
FS_s statique	2.026	2.427	≥ 1.5
FS_o statique	3.812	5.753	≥ 2.0
Statique e (m) / q_{max} (kPa)	0.243 / 100.2	0.084 / 79.3	|e| ≤ B/6
FS_s séisme	0.976 ✗	1.133 ✓	≥ 1.1
FS_o séisme	1.857	2.630	≥ 1.1
Séisme e (m) / contact	0.808 / partiel ✗	0.600 / totale ✓ (B/6 = 0.717)	|e| ≤ B/6
Séisme q_{max} (kPa)	175.1	130.4	≤ 200

L'allongement du patin et du talon a fait passer N de 247 à 305 kN/m et a augmenté le frottement : en situation sismique, **FS_s = 1.13 ≥ 1.1** et la résultante tombe dans le tiers central (e = 0.60 ≤ B/6 = 0.717) : **toutes les vérifications sont satisfaites**. Alternatives : bêche + $\eta_{p,E}$ (Exemple 9), talon plus large.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Voile, patin avant et talon arrière : sections critiques

THÉORIE

Une fois la stabilité externe assurée, on détermine les **sollicitations dans les sections** des éléments. Le **voile** est une console chargée par la poussée exercée à l'arrière du mur et encastrée à sa base (au-dessus de la semelle) :

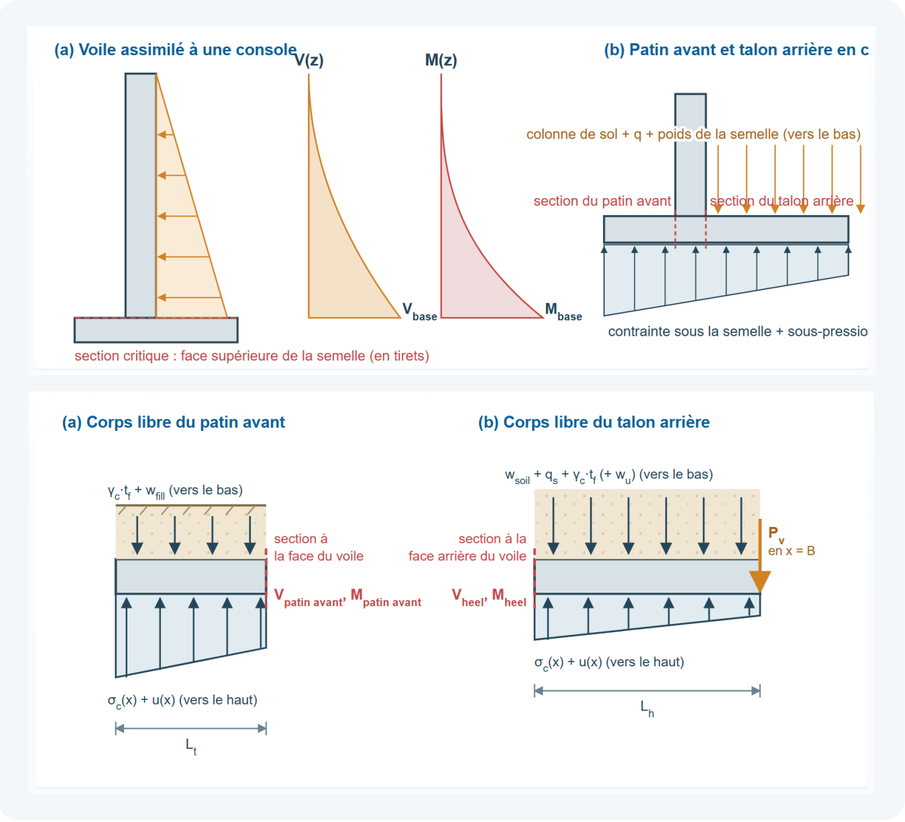
$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) \qquad M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right)$$

Sous séisme : $V_E = V + \Delta P_{AE,st} + k_h W_{voile}$, $M_E = M + \Delta P_{AE,st}(0.6H) + k_h W_{voile}\bar{z}$ ($\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH) - V_{st}$). **Le patin avant et le talon arrière** sont des dalles encastrées aux faces du voile ; charge = contrainte à la base − poids de la dalle et du sol qui la surmonte :

$$V_{toe} = L_t\frac{q_0 + q_L}{2} - w_{toe}L_t \qquad M_{toe} = \frac{L_t^2(2q_0 + q_L)}{6} - \frac{w_{toe}L_t^2}{2}$$

$$V_{heel} = w_h L_h - L_h\frac{q_a + q_b}{2} \qquad M_{heel} = \frac{w_h L_h^2}{2} - \frac{L_h^2(q_a + 2q_b)}{6}$$

$w_{toe} = \gamma_c t_f + \gamma h_p$; $w_h = \gamma H + q + \gamma_c t_f$; q_0, q_L, q_a, q_b sont les contraintes sous la semelle aux sections critiques (répartition linéaire).



Énoncé

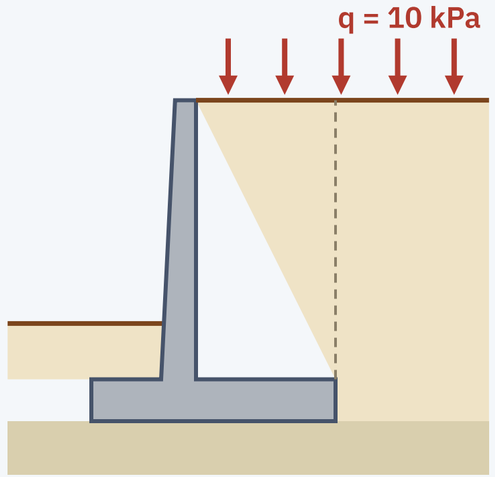
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur de l'exemple 1–5 :** $H = 4.0$ **m ;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$ **;** $q = 10$ **kPa ; voile :** $t_t = 0.30$, $t_b = 0.50$ **m**
Séisme	$k_h = 0.15$ $(K_{AE} = 0.4329)$

À DÉTERMINER

Les **V** et **M** à la base du voile : dans les cas statique et sismique.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Statique (à la base du voile, H = 4.0 m)

$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) = 0.3333(144 + 40) = \mathbf{61.33}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right) = 0.3333(192 + 80) = \mathbf{90.67}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

2 Séisme : incrément sismique et inertie du voile

$$\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(184) - V_{st} = 79.66 - 61.33 = 18.33\ \text{kN/m} \quad (0.6H = 2.40\ \text{m})$$

$$k_h W_{st} = 0.15(24)(1.2 + 0.4) = 5.76\ \text{kN/m}; \qquad M_i = 10.56\ \text{kN·m/m}$$

3 Effets sismiques totaux

$$V_E = 61.33 + 18.33 + 5.76 = \mathbf{85.42}\ \text{kN/m}$$

$$M_E = 90.67 + 18.33(2.40) + 10.56 = \mathbf{145.21}\ \text{kN·m/m}$$

À la base du voile, en statique **V = 61.33 kN/m, M = 90.67 kN·m/m** ; en cas de séisme **V_E = 85.42, M_E = 145.21** (augmentation de 60 % du moment). Le dimensionnement en béton armé est effectué avec ces sollicitations.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

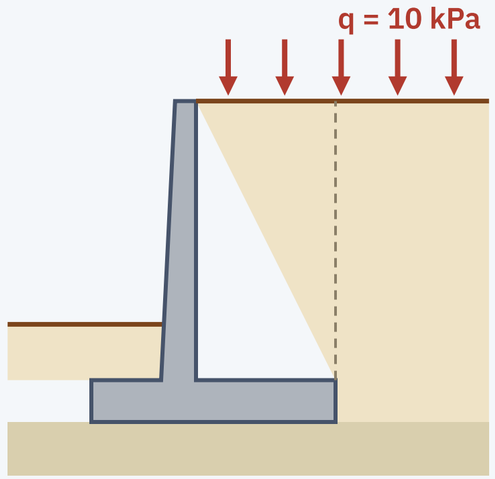
EXEMPLE

Données

Contraintes sous la semelle (exemple 4)	$q_{max} = 100.22$ **(patin avant),** $q_{min} = 41.20$ **kPa (extrémité du talon) ;** $B = 3.5$ **m**
Charges sur le radier	$L_t = 1.00$**,** $L_h = 2.00$ **m,** $t_b = 0.50$ **m,** $t_f = 0.60$ **m ;** $\gamma_c = 24$ **; remblai avant** $h_p = 0.8$ **m**

À DÉTERMINER

Valeurs de **V** et de **M** dans le patin avant et le talon arrière à la face du voile (cas statique) ; valeurs sismiques.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Contraintes sous la base aux sections critiques (linéaires) : q_0 au patin avant, q_L et q_a à la face du voile, q_b à l'extrémité du talon arrière

$$q_0 = 100.22 \qquad q_L = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t}{B} = 83.36$$

$$q_a = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t + t_b}{B} = 74.93 \qquad q_b = 41.20\ \text{kPa}$$

2 Patin avant (w_{toe} = 24(0.60) + 18(0.80) = 28.8 kPa)

$$V_{toe} = 1.00\frac{100.22 + 83.36}{2} - 28.8(1.00) = \mathbf{62.99}\ \text{kN/m}$$

$$M_{toe} = \frac{1^2(2\cdot 100.22 + 83.36)}{6} - \frac{28.8(1)^2}{2} = \mathbf{32.90}\ \text{kN·m/m}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Talon (w_h = 18(4.0) + 10 + 24(0.60) = 96.4 kPa ; charge vers le bas, contrainte à la base vers le haut)

$$V_{heel} = 96.4(2.00) - 2.00\frac{74.93+41.20}{2} = \mathbf{76.67}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{heel} = \frac{96.4(2)^2}{2} - \frac{2^2(74.93+2\cdot 41.20)}{6} = \mathbf{87.92}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Patin avant : **V = 62.99, M = 32.90** ; talon : **V = 76.67, M = 87.92** (patin avant fléchissant vers le haut, talon fléchissant vers le bas). En situation sismique (contact partiel, module) : patin avant V = 115.33, M = 62.83 ; talon V = 138.28, M = 168.69 : **le moment du talon est multiplié par 1.9**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Méthode simplifiée de la bêche

THÉORIE

Si le frottement à la base est insuffisant, une **bêche** est coulée sous la semelle dans le sol non remanié ; la face avant de la bêche ajoute à la surface de glissement la butée du sol situé devant elle. La méthode est volontairement simple : la face de la bêche reçoit une pression **mobilisée** $K_{mob}\sigma'_v$, entièrement prise en compte au glissement ; les **efforts internes** de la bêche sont en revanche déduits du diagramme de **butée pleine brute** :

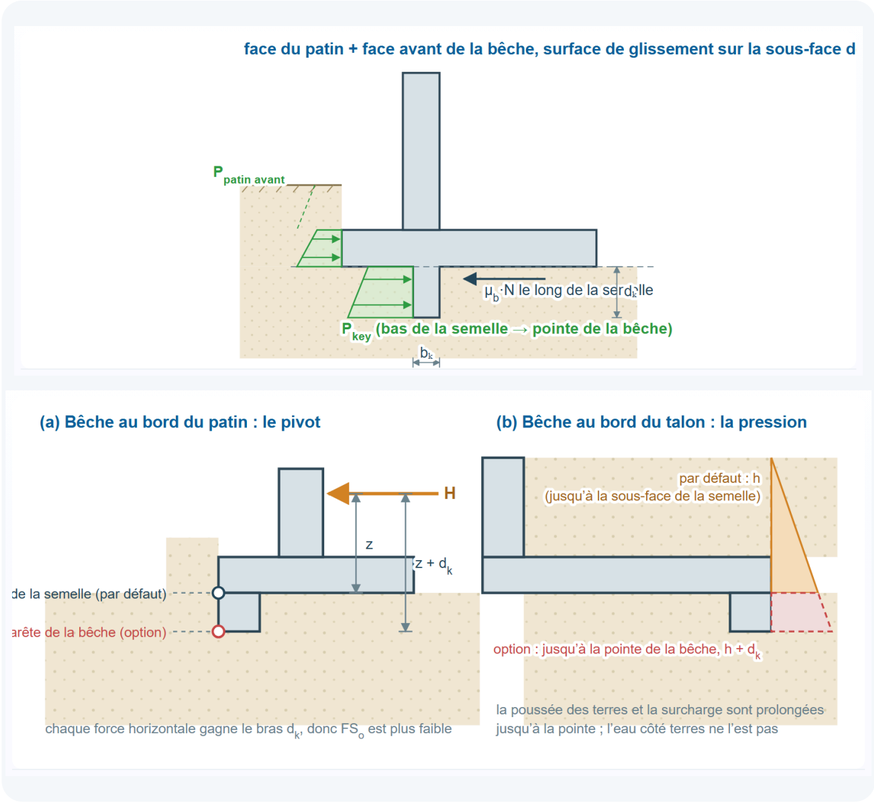
$$P_{key} = \tfrac{1}{2}\left(p_{top} + p_{bot}\right) d_k \quad (p = K_{mob}\sigma'_v) \qquad V_{key} = \tfrac{1}{2}\left(p^g_{top} + p^g_{bot}\right) d_k \quad (p^g = K_p\sigma'_v)$$

$$M_{key} = p^g_{top}\frac{d_k^2}{2} + \left(p^g_{bot} - p^g_{top}\right)\frac{d_k^2}{3}$$

Le poids de la bêche (dans N_{eff}) est pris en compte aussi bien en statique qu'en cas de séisme. Les résistances passives sont utilisées **uniquement pour le glissement** ; en cas de séisme, les deux sont multipliées par $\eta_{p,E}$ (valeur par défaut 0, c'est-à-dire aucune prise en compte).

Centre de rotation : pour une bêche située au bord du patin avant, le pivot de renversement peut être pris à l'angle inférieur avant de la semelle (par défaut) ou à l'angle inférieur avant de la bêche ; pour une bêche située au bord du talon arrière, la poussée active peut être prolongée jusqu'à l'extrémité de la bêche.

$\Delta FS = P_{key}/\Sigma H_{drive}$ est indiqué dans tous les cas.



Énoncé

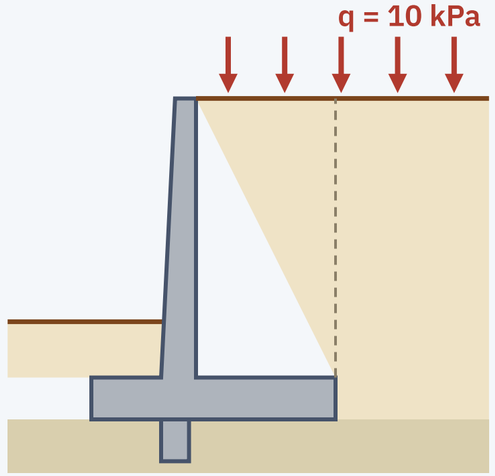
EXEMPLE

Données

Mur	**Mur des exemples 1–5 ; bêche près du bord du patin avant : $x_k = 1.0$ m, $b_k = 0.40$ m, $d_k = 0.60$ m (sous la base)**
Sol	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$ **; sol en avant** $D_f = 1.4$ **m (2.0 m sous la base) ;** $w = 1/3$ **(** $K_{mob} = 1.333$**)**
Séisme	$\eta_{p,E} = 0$ **(par défaut) et** $\eta_{p,E} = 0.5$

À DÉTERMINER

Résistance de la bêche **P_{key}**, **FS_s** statique ; sollicitations de la bêche **V_{key}**, **M_{key}** ; effet de $\eta_{p,E}$ en cas de séisme.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Pression combinée sur la face de la bêche ($\sigma'_v = 18\,z$; $z = 1.4 \to 2.0$ m)

$$p_{top} = K_{mob}(25.2) = 33.6 \qquad p_{bot} = K_{mob}(36.0) = 48.0\ \text{kPa}$$

$$P_{key} = \tfrac{1}{2}(33.6 + 48.0)(0.60) = \mathbf{24.48}\ \text{kN/m}$$

2 Glissement statique (le poids de la bêche, 5.76 kN/m, intervient dans N ; la butée sur le patin, 23.52, est comptabilisée)

$$N_{eff} = 253.25 \qquad \mu_b N = 139.29\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{139.29 + 23.52 + 24.48}{78.81} = \mathbf{2.376}\ \ (\text{sans bêche } 2.066)$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Sollicitations de la bêche, butée pleine brute (K_p = 3.00) : p^g_{top} = 75.6 ; p^g_{bot} = 108.0 kPa

$$V_{key} = \tfrac{1}{2}(75.6 + 108.0)(0.60) = \mathbf{55.08}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{key} = 45.36(0.30) + 9.72(0.40) = \mathbf{17.50}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

La bêche a fait passer le coefficient de sécurité statique au glissement de 2.07 à **2.38** (ΔFS = 0.31). En situation sismique, pour $\eta_{p,E}$ = 0, la bêche **n'apporte aucun crédit** ; avec $\eta_{p,E}$ = 0.5, $FS_{s,E}$ passe de 0.98 à **1.16** (≥ 1.1 est satisfait), mais l'excentricité (0.80 m > B/6) subsiste : c'est pourquoi la modification de géométrie de l'Exemple 6 est plus efficace.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Eau hydrostatique des deux côtés, sous-pression linéaire à la base

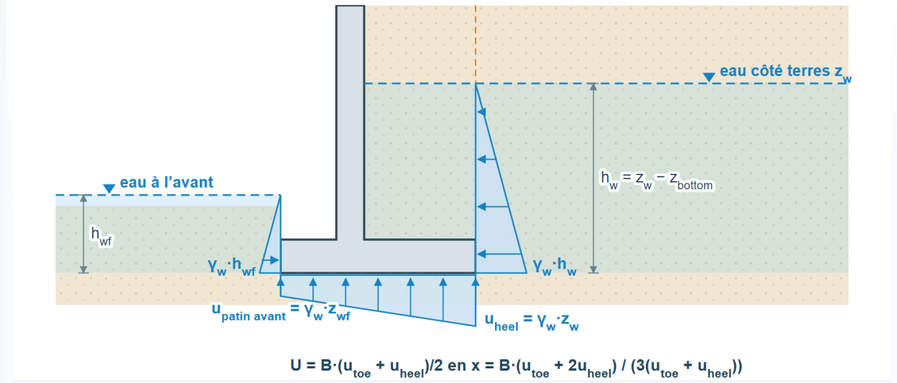
THÉORIE

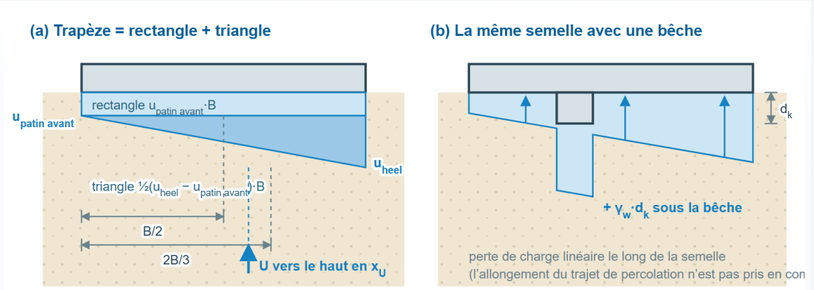
La pression de l'eau est isotrope et agit perpendiculairement à chaque surface. Le corps libre est entouré d'eau sur trois limites : le plan de pression arrière, la face avant du mur et le dessous de la base. Chacune constitue un poste distinct du bilan des forces ; le sol est pesé en contraintes totales (γ_{sat}) :

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U = \frac{B(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B(u_{toe} + 2u_{heel})}{3(u_{toe} + u_{heel})}$$

La sous-pression agit vers le haut : elle réduit N (et donc le frottement) et ajoute un moment de renversement. La contrainte sous la base varie linéairement entre les charges d'eau au patin et au talon.

En situation sismique, la pression hydrodynamique de l'eau interstitielle libre $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ $(0.4h_w)$ est en outre ajoutée.





Énoncé

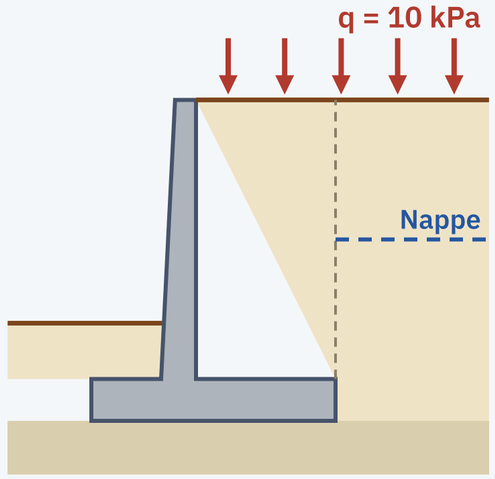
EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur et remblai des exemples 1 à 4 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$) ; état statique**
Eau	**dans le remblai, la nappe se trouve à 2.0 m sous le sommet du mur ; sous-pression linéaire sous la base**

À DÉTERMINER

Bilan des forces ; **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}** ; effet de l'eau.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Tableau des forces (module ; $M = xF_z - zF_x$, renversement +)

Élément	F_x (kN/m)	F_z (kN/m)	x (m)	z (m)	M (kN·m/m)
Mur	0.00	−88.80	1.55	1.22	−137.96
Bloc de talon (avec γ_{sat})	0.00	−152.00	2.50	2.55	−380.00
Q_{talon} (non utilisé)	0.00	−20.00	2.50	4.60	−50.00
Remblai à l'avant	0.00	−14.69	0.51	1.00	−7.49
Poussée des terres P_A	−54.68	0.00	3.50	1.64	89.71
Poussée due à la surcharge P_Q	−15.33	0.00	3.50	2.30	35.27
Poussée de l'eau à l'arrière	−33.16	0.00	3.50	0.87	28.74
Sous-pression	0.00	44.64	2.33	0.00	104.15
Résistance frontale	23.52	0.00	0.00	0.47	−10.98

Solution (2/2)

SOLUTION

2 Vérifications

$$N = 210.85\ \text{kN/m} \quad FS_s = \frac{116.0 + 23.5}{103.2} = \mathbf{1.352} \quad FS_o = \frac{525.5}{257.9} = \mathbf{2.038}$$

$$e = 0.481\ \text{m}\ (\leq B/6 = 0.583) \qquad q_{max} = 109.9\ \text{kPa} \qquad q_{min} = 10.6\ \text{kPa}$$

L'eau a fait passer le coefficient de sécurité au glissement de 2.03 → **1.35** (< 1.5 ✗), celui au renversement de 3.81 → **2.04**, et e de 0.243 → 0.481 m ; la sous-pression a réduit N de 44.6 kN/m. **Le glissement statique n'est pas vérifié** : un drainage, une bêche ou une base plus large est nécessaire.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Console de délestage allégeant le voile

THÉORIE

La console de délestage est une dalle en béton armé qui s'étend du dos du voile dans le remblai ; elle est employée pour les murs hauts (le moment dans le voile croît avec H^3) ou pour renforcer un mur insuffisant. Elle a trois effets : (1) elle porte le sol qui la surmonte ; (2) elle **décharge** le voile situé en dessous : la pression due au poids propre du sol recommence sous la console ; (3) elle ajoute du poids au mur.

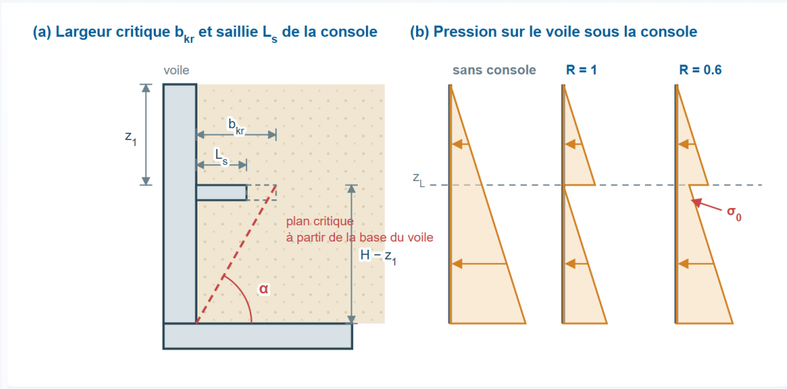
La console n'est pleinement efficace que si son extrémité atteint le **plan de rupture critique** qui s'élève à partir de la base de la face arrière du voile (Rankine, remblai horizontal : $\alpha = 45° + \varphi'/2$). Largeur critique requise de la console et rapport de délestage :

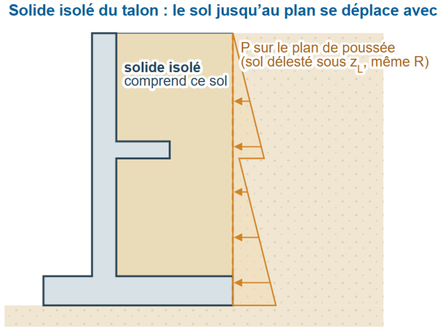
$$b_{kr} = (H - z_1)\,(\cot\alpha - \tan\beta_w) \qquad R = \min\left(\frac{L_s}{b_{kr}}, 1\right)$$

$$p(z) = K\,[\sigma'_v(z) - R\,\sigma'_v(z_L)] \qquad z > z_L \;\; \text{(sous la console)}$$

R = 1 : deux triangles distincts (délestage total) ; R < 1 : délestage partiel, interpolation linéaire entre un mur sans console et un mur à délestage total. Seule la pression statique due au **poids du sol** est allégée ; la surcharge, l'eau et l'incrément sismique ne le sont pas.

Le moment de la charge de la console de délestage par rapport au voile n'est pas pris en compte pour le voile (hypothèse sécuritaire) ; la console de délestage est une console distincte sous sa propre charge (M_{root}).





Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et sol	**Mur des Exemples 1–4 (H = 4.0 m ; statique) ; remblai horizontal, $\varphi' = 30^\circ$**
Console	**profondeur sous la console de délestage $z_1 = 2.15$ m (depuis le sommet du mur), débord $L_s = 1.00$ m, épaisseur $t_s = 0.30$ m**

À DÉTERMINER

Angle critique α, largeur critique **b_{cr}**, **R** ; variation de V et M à la base du voile ; stabilité externe.

Solution (1/2)

SOLUTION

1 Plan critique et largeur (dos vertical : $\beta_w = 0$)

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 60.0^\circ \qquad b_{kr} = (4.0 - 2.15)\cot 60^\circ = 1.068\ \text{m}$$

$$R = \min(1.00/1.068,\ 1) = \mathbf{0.9362}\ \ (\text{délester partiellement})$$

2 Effets à la base du voile (sans console → avec console)

$$V :\ 61.33 \rightarrow 38.99\ \text{kN/m}\ \ (-\%36.4)$$

$$M :\ 90.67 \rightarrow 70.00\ \text{kN·m/m}\ \ (-\%22.8)$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Charge de la console de délestage et stabilité externe (même allègement dans le plan des pressions)

$$W_{soil} = 43.3\ \mathrm{kN/m}, \quad W_{self} = 7.2\ \mathrm{kN/m}, \quad M_{root} = 25.25\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

$$FS_s :\ 2.03 \rightarrow 3.26 \qquad FS_o :\ 3.81 \rightarrow 5.28 \qquad e :\ 0.243 \rightarrow 0.094\ \mathrm{m}$$

La console de délestage (L_s = 1.00 m < b_{cr} = 1.07 m : R = 0.94) réduit l'effort tranchant à la base du voile de 36 % et le moment de 23 % ; la charge et le poids de la console s'ajoutent au mur : FS au glissement 2.03 → 3.26, excentricité 0.243 → 0.094 m. La console est en outre dimensionnée à son encastrement pour M_{root} = 25.3 kN·m/m.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Étendue de la solution

THÉORIE

La **stabilité externe** considère le mur comme un seul bloc rigide ; les **efforts dans les sections** (voile, patin avant, talon arrière, console, bêche) sont obtenus à partir des effets fournis par ce module ; le dimensionnement en béton armé (armatures, effort tranchant) sort du cadre de cette présentation.

Remblai pulvérulent ($c' = 0$) ; couche unique, surface horizontale ou à pente unique ; niveau d'eau horizontal et pression hydrostatique ; surcharge uniformément répartie (les poussées latérales dues aux charges en bande et ponctuelles sont ajoutées selon Boussinesq).

Frottement à la base $\mu_b = \tan \delta_b$; pas d'adhérence. La butée frontale n'est utilisée que pour le glissement, et non pour le renversement ni pour la capacité portante ; en cas de séisme, elle intervient avec $\eta_{p,E}$ (0 par défaut).

Séisme pseudo-statique : Mononobe–Okabe + inertie + effet hydrodynamique de l'eau ; si $k_v > 0$, les deux sens sont également examinés.

La console de délestage et la bêche sont modélisées par des méthodes simplifiées (console : délestage partiel/total, bêche : butée combinée) ; la stabilité générale et le tassement sont hors du champ de l'étude.

Synthèse

Points à retenir

Mur : semelle + voile ; $W_c = \Sigma \gamma_c A_i$; le **bloc de talon** et le remblai avant se déplacent avec le mur ; la poussée agit sur le plan vertical au bord arrière de la fondation ($h = t_f + H$) ; Q_{heel} n'intervient dans aucune vérification

Vérifications à partir du même tableau des forces : $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H$, $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$, x_R, e, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$; si $|e| > B/6$, $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Séisme : P_{AE} (Mononobe–Okabe) + ΔP_{AE} à 0.6h + forces d'inertie $k_h W$; le mur d'exemple **ne vérifie ni le glissement ni l'excentricité** sous séisme, et les vérifications sont satisfaites après révision avec un patin avant et un talon arrière plus larges

Sollicitations dans les sections : voile $V = K_a(\frac{1}{2}\gamma H^2 + qH)$, $M = K_a(\gamma H^3/6 + qH^2/2)$; patin et talon, encastrés à la face du voile : contrainte à la base – poids de la semelle et du sol

Bêche : P_{key} à partir de la butée mixte (au glissement), V et M à partir de K_p brut ; en cas de séisme, avec $\eta_{p,E}$

Console de délestage : $b_{kr} = (H - z_1)(\cot \alpha - \tan \beta_w)$, $R = \min(L_s/b_{kr}, 1)$; sous la console, la pression due au poids reprend ; l'eau et la surcharge ne sont pas délestées

Eau : poids avec γ_{sat} + poussée d'eau distincte à l'arrière ; la sous-pression réduit N et ajoute du renversement (dans l'exemple, le glissement statique n'est pas vérifié)

Références bibliographiques

Les trois théories du module et la source dont le manuel suit la présentation des expressions analytiques (Ka, Kp, KAE). Tout ce qui n’en découle pas constitue une hypothèse propre à ce module et est signalé comme telle dans le texte.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l’architecture. Mémoires de l’Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

REMARQUE

Tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre au module ; le module donne les mêmes valeurs. L'exemple pas à pas de la page du module porte aussi sur ce mur (H = 4 m, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva le voile, la semelle, le remblai, l'eau, les coefficients sismiques, la bêche et la console de délestage de son propre mur ; le module fournit ensemble le tableau des forces, les vérifications et les efforts internes des sections.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com